

## 차분격자볼츠만법에 의한 유동소음의 수치계산

강호근\* · 김은라\*\*

\*경상대학교 기계항공공학부 · 해양산업연구소

\*\*전북대학교 토목공학과

# Numerical Simulation of Aerodynamic Sound by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method

HO-KEUN KANG\* AND EUN-RA KIM\*\*

\*School of Mechanical and Aerospace · Institute of Marine Industry, Gyeongsang National University, Tongyeong, Korea

\*\*Dept. of Civil Engineering, Chonbuk National University, Chonju, Korea

**KEY WORDS:** Aerodynamic Sound 유동소음, Mach Number 마하수, Aeolian Tone 유폴음, Finite Difference Lattice Boltzmann Method 차분격자볼츠만법, BGK Model BGK모델

**ABSTRACT:** In this research, a numerical simulation for the acoustic sounds around a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow was developed, using the finite difference lattice Boltzmann model. We examine the boundary condition, which is determined by the distribution function concerning density, velocity, and internal energy at the boundary node. Pressure variation, due to the emission of the acoustic waves, is very small, but we can detect this periodic variation in the region far from the cylinder. Duple-like emission of acoustic waves is seen, and these waves travel with the speed of sound, and are synchronized with the frequency of the lift on the cylinder, due to the Karman vortex street. It is also apparent that the size of the sound pressure is proportional to the central distance to the circular cylinder. The lattice BGK model for compressible fluids is shown to be a powerful tool for the simulation of gas flows.

### 1. 서 론

환경문제의 관심과 함께 고속 교통수송기관이나 고성능 생산기의 냉각용 팬 등으로부터 발생하는 유동소음은 최근, 공학 분야에서 중요한 문제로 대두되고 있으며, 그 발생원인이나 저감대책에 대하여 커다란 관심이 증폭되고 있다. 유체의 비정상 운동, 또는 유체와 물체의 간섭에 의하여 발생하는 공력음의 연구는 공학적으로도 매우 관심이 높으며, 이전부터 이론 및 실험, 또한 최근 들어 수치해석 방법 등을 통하여 많은 연구들이 수행되어져 왔다(Lele, 1997).

실린더 주위의 흐름에 기인한 유동소음(aeolian tone)은 예전부터 많은 연구자들에 의해서 연구되어져 왔다. 그중에서 Strouhal(1878)은 직경  $d$ 의 실린더로부터 방출된 소음의 주파수  $f$ 는  $fd/U_{\infty} = const$ 와 같이 일정흐름의 유속  $U_{\infty}$ 에 관계한다는 것을 실험적으로 보여주었다. 또한 Rayleigh(1896)는 실린더에서 유동소음의 발생은 실린더 후류에 발생하는 와(Karman vortex street)의 불안정성에 관계한다는 것을 보고하였다. 이러한 소음 주파수  $f$ 는 실린더 후류에 생성되는 와의 발산하는 주파수와 동기 한다는 사실이 알려져 있다(Gerrard, 1955).

이러한 유체에서의 소음은 물체의 진동에 의해 발생하는 것과, 물체 주위에서의 유체의 비정상 운동에 의해 발생하는 것이 있다. 여기서, 물체 진동소음의 크기는 대표속도의  $O(10^{-2})$ 정도에 비례하는 것에 반해서, 유체의 비정상 운동에 의한 유동소음은 대표속도의  $O(10^{-5} \sim 10^{-8})$ 정도에 비례하기 때문에 현실적으로 이러한 유동소음을 해석하기란 매우 어려운 현실이다.

그렇지만, 계산기 자원의 눈부신 발달과 더불어 유동소음을 직접적으로 계산하기 위하여 수치계산 방법에 의한 연구들도 활발하게 이루어지고 있다. 즉, 음향학적 유추에 기초한 hybrid method (Hardin and Lamkin, 1984; Wang et al., 1996; Cox et al., 1998), acoustic/viscous method (Hardin and Pope, 1994; Slimon et al., 1999) 및 direct numerical simulation(DNS) (Colonius et al., 1997; Inoue and Hatakeyama, 2002) 등에 의한 직접음파를 계산하는 많은 시도들이 수행되어져 왔으며, 이에 따른 음원(noise source)의 추정, 음파발생의 모양, 또는 전파의 과정 등을 상세하게 파악할 수가 있게 되었다.

본 연구에서는 이러한 소음의 발생 메커니즘을 직접적으로 규명하는 시도로서, 유체의 흐름 속에 놓여있는 물체 주위로부터 발생하는 유동소음의 직접계산을 행하였다. 수치계산 방법으로써 최근 유체의 흐름현상을 해석함에 있어 널리 이용되는 차분방법에 기초한 격자볼츠만법 (FDLBM) (Cao et al., 1997;

제1저자 강호근 연락처: 경상남도 통영시 인평동 445번지  
055-640-3064 kang88@gachuk.gsnu.ac.kr

xeta et al., 1999; Kang et al., 2002; 2003)이 이용되었다. 얻어진 결과들은 이론예측 및 다른 수치계산결과와 비교 분석되었으며 양호한 결과를 얻었다.

## 2. 이론해석

### 2.1 격자BGK 모델

LBM에서 충돌과 병진을 반복하는 입자운동은 시간  $t$  및 위치 벡터  $\mathbf{x}$ 의 격자점 근방에서의 분포함수  $f_i(\mathbf{x}, t)$ 를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{c}_i$ 는 입자속도,  $i$ 는 입자속도의 방향 그리고  $\Omega_i$ 는 충돌에 의한 입자분포의 변화를 나타내는 충돌연산자(collision operator)를 나타낸다.

식(1)을 시간 및 공간에 관해 Taylor전개를 수행하여 유체의 속도에 관한 1차항까지만 고려하면,

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}_a} = \Omega_i \quad (2)$$

과 같이 되며, 위의 식(2)을 이산화 BGK방정식이라 부른다.

한편, 충돌연산을 간소화하기 위해서는 전체 충돌연산에서의 고유치를  $-1/\phi$ 로 대표시키면 다음과 같다(Bhatnagar et al., 1954).

$$\Omega_i = -\frac{1}{\phi} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)] \quad (3)$$

여기서  $f_i^{(0)}$ 는 국소평형분포함수를 나타내며,  $\phi$ 는 1 time step에 있어서 입자분포가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간에 해당하며, 일반적으로 단일시간 완화계수라 불려진다. 이러한 충돌연산은 1회의 충돌에 있어서 전 격자점의 입자분포가 항상 일정하게 유지하도록  $1/\phi$ 의 비율로 비평형량이 감소함을 의미하며, 국소적 평형상태에 가깝도록 완화되는 것을 명확히 표현하고 있다.

한편, Kang et al.(2002)은 계산의 안정성 및 연산시간의 단축을 목적으로 하여, 점성계수  $\mu$ 와 완화계수  $\phi$ 를 이용하여 다음과 같은 이산 BGK방정식(식(2))에 2차항을 추가한 모델을 제시하고 있다.

$$\frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t} + c_{ia} \frac{\partial f_i(x, t)}{\partial x_a} - \frac{Ac_{ia}}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_a} (f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)) \quad (4)$$

위의 식에서 인의의 계수A를 적당히 바꿈으로서, 매우 작은 점성 계수에서의 흐름에 대해서도 완화계수  $\phi$ 를 충분히 크게 설정할 수가 있어 계산의 안정화 및 연산시간의 단축을 도모할 수가 있다.

### 2.2 국소평형분포함수

국소평형분포는 유한한 공간 영역 내에서 평형상태에 도달한 경우의 입자분포의 상태를 나타내며, 이러한 분포함수는 국소적인 유체밀도  $\rho$ , 유속  $u$  및 온도(내부에너지)  $e$  의해서 결정된다.

저 Mach수 흐름에서 입자속도에 비하여 유속이 충분히 작은 흐름을 고려할 때, 식(1)을 유속  $u$ 의 3차항까지 Taylor전개를 하여 정리하면

$$f_i^{(0)} \cong F_i \rho [1 - 2Bc_{ia}u_i + 2B^2(c_{ia}u_i)^2 + Bu_iu_j - \frac{4}{3}B^3(c_{ia}u_i)^3 - 2B^2c_{ia}u_iu_ju_k] \quad (5)$$

와 같으며, 입자속도  $\mathbf{c}_i$ 는 Fig.1과 같이 8개의 방향과 정지입자를 포함한 총 21종류의 속도를 갖고 있다. 또한 식(5)에서 계수  $B$  및  $F_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$B = -\frac{1}{2e} \quad (6)$$

$$F_0 = 1 + \frac{5}{4Bc^2} \left( \frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45} \right) \quad (7)$$

$$F_{11} = -\frac{1}{8Bc^2} \left( \frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3 \right) \quad (8)$$

$$F_{12} = \frac{1}{16Bc^2} \left( \frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5} \right) \quad (9)$$

$$F_{13} = -\frac{1}{24Bc^2} \left( \frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15} \right) \quad (10)$$

$$F_{21} = -\frac{1}{4B^3c^6} \left( \frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8} \right) \quad (11)$$

$$F_{22} = -\frac{1}{1536B^3c^6} (2Bc^2 + 3) \quad (12)$$

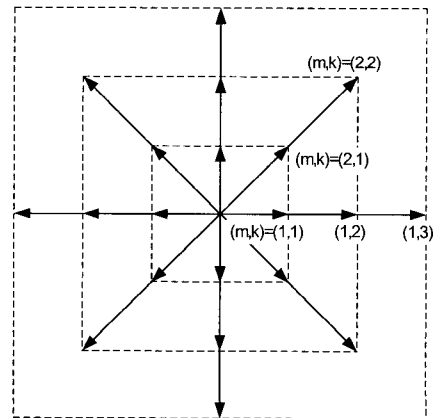


Fig. 1 A compressible lattice Boltzmann model (2D21V)

Table 1 Input parameters in Couette flow

Reynolds	$Re = 100.0$
Density	$\rho_0 = 1.0$
Internal energy	$e_0 = 0.5$
Length of plates	$L = 40.0$
Upper moving plate's velocity	$U_0 = 0.02$
Grid number	$J_{\max} \times J_{\max} = 5 \times 41$
Time increment	$\Delta t = 0.5$
Variable coefficient	$A = 0.5$

한편, 연속체로서의 거시적(macroscopic) 상태에서의 유체의 변수들은 미시적(microscopic) 상태에서의 입자분포  $c_i$ 을 갖는 분포함수  $f_i$ 로부터 다음과 같은 관계가 있다.

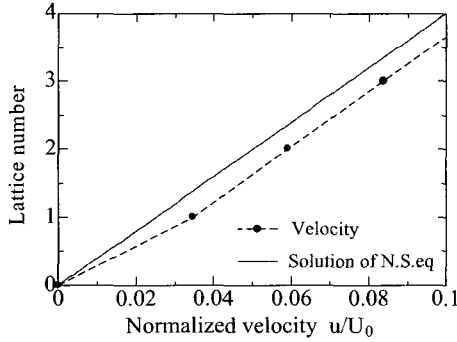


Fig. 2 Velocity of Couette flow near the bottom wall

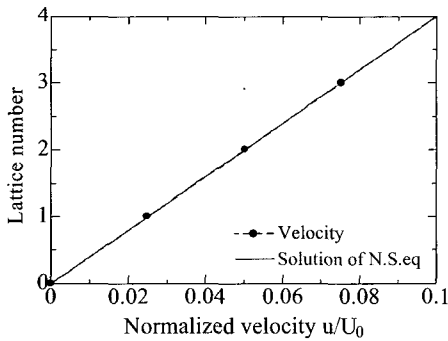


Fig. 3 Velocity of Couette flow near the bottom wall with non-equilibrium function

$$\text{밀 도: } \rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(0)} \quad (13)$$

$$\text{운동량: } \rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i = \sum_i f_i^{(0)} \mathbf{c}_i \quad (14)$$

$$\text{에너지: } \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_i \frac{1}{2} f_i c^2 = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c^2 \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{u}$  및  $u = |\mathbf{u}|$ 는 속도벡터와 그 크기,  $c_i$ 는 가상입자의 속도벡터이며  $c_i = |\mathbf{c}_i|$ 를 나타낸다.

### 2.3 지배방정식

식(4)은 미시적, 이산적인 유체입자의 운동을 나타내는 방정식이며, 이 식으로부터 거시적, 연속적인 유체의 운동을 직접적으로 알 수는 없다. 그러나 Chapman-Enskog전개를 이용하면 거시적, 연속적인 유동장의 지배방정식을 도출할 수가 있다. 따라서 식(4)의 좌변을 시간  $t$  및 공간좌표  $\mathbf{x}$ 를 중심으로 2차항까지 Taylor전개를 하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} + A c_{i\alpha} \frac{\partial^2 f_i^{(0)}}{\partial t_1 \partial x_\alpha} + A c_{i\alpha} c_{i\beta} \frac{\partial^2 f_i^{(0)}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \\ = -\frac{1}{\phi} (f_i - f_i^{(0)}) \end{aligned} \quad (16)$$

와 같다. 입자분포가 평형상태에 근접했을 때, 분포함수  $f_i$ 는 Knudsen수에 해당하는 미소량  $\epsilon$ 을 이용하여 다음과 같이 전개할 수가 있다.

$$f_i = f_i^{(0)} + f_i^{neq} = f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \epsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \rightarrow \epsilon \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \quad (19)$$

위의 식(17), (18) 및 (19)을 식(16)에 대입하고,  $\epsilon^2$ 의 항까지 고려하면 다음과 같은 식을 얻을 수가 있다.

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\partial}{\partial t_2} \right) f_i^{(0)} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(0)}}{\partial x_{1\alpha}} + \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t_1} + \left( 1 - \frac{A}{\phi} \right) c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial x_{1\alpha}} \\ = -\frac{1}{\phi} (f_i^{(1)} + f_i^{(2)}) \end{aligned} \quad (20)$$

위의 식은 거시적·이산적인 시간 및 공간스케일에서 보이는 속도  $\mathbf{c}_i$ 을 갖는 입자의 운동을 나타내며, 이것을 입자의 질량, 운동량 및 운동에너지에 관해 정리하면 거시적 흐름에서의 지배방정식이 도출된다.

연속방정식:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_\alpha}{\partial x_{1\alpha}} = 0 \quad (21)$$

운동방정식:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_\alpha u_\beta}{\partial x_{1\beta}} \\ = -\frac{\partial p}{\partial x_{1\alpha}} + \frac{\partial}{\partial x_{1\beta}} \mu \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_{1\alpha}} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_{1\beta}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \left( \gamma \frac{\partial u_\beta}{\partial x_{1\beta}} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

에너지방정식:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho \left( \frac{1}{2} u^2 + e \right) + \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \left( \frac{1}{2} u^2 + e + \frac{P}{\rho} \right) \rho u_\alpha \\ \Rightarrow & \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \left( k' \frac{\partial e}{\partial x_{1\alpha}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \mu u_j \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_{1\alpha}} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_{1,j}} \right) \\ \Rightarrow & \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} \left( \lambda u_\alpha \frac{\partial u_j}{\partial x_{1,j}} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

압력  $p$ , 점성계수  $\mu$ , 제2 점성계수  $\lambda$  및 열전도계수  $k'$ 는

$$p = \frac{2}{D} \rho e \quad (24)$$

$$\mu = \frac{2}{D} \rho e (\phi - A) \quad (25)$$

$$\lambda = -\frac{4}{D^2} \rho e (\phi - A) = -\mu \quad (26)$$

$$k' = \frac{2(D+2)}{D^2} \rho e (\phi - A) \quad (27)$$

와 같으며, 여기서  $D$ 는 공간의 차원수를 의미한다.

한편, FDLBM에서 이론상의 음속  $c_s$ 는 압력에 관한 식(24) 및 이상적인 단원자 기체의 비열비  $\gamma = (D+2)/D$ 에 관한 식으로부터 다음과 같이 정의할 수가 있다.

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(D+2)}{D^2} e} \quad (28)$$

### 3. 경계조건

유동장의 격자점에서 분포함수  $f_i$ 는 식(17)에서 설명한 바와 같이 평형분포함수  $f_i^{(0)}$ 와 비평형분포함수  $f_i^{neq}$ 의 합으로 표시된다. 그러나 물체경계점의 경계조건은 그 격자점의 밀도  $\rho_w$ , 속도  $u_w$  및 내부에너지  $e_w$ 을 만족하는 평형분포함수  $f_i^{(0)}$ 에 의해에만 분포된다. 즉, 경계조건을 설정할 때, 물체 경계면에서의 비평형분포함수  $f_i^{neq}$ 을 무시한 평형분포함수  $f_i^{(0)}$ 만에 의하여 주어지기 때문에, 경계면의 1격자점 떨어진 유체 측에서의 격자점과 연속적이지 못하며 그 결과 작지만 오차가 발생한다.

우선, Fig. 1에서 보이는 2D21V 모델을 이용하여 정상상태에 도달한 후의 2차원 Couette흐름을 이용하여, 경계면과 경계면에서 1격자점 떨어진 격자점에서의 속도분포의 연속성을 살펴보았다. 계산의 초기조건으로서 정지평형 상태에 있는 유체를 분포시킨 후, 계산시작과 동시에 상부의 벽을 수평방향으로 일정 속도( $U_0=0.02$ )로 이동시킨다(Table 1).

비평형 성분을 무시하였을 때, 계산결과에서 발생하는 오차의 예가 Fig. 2에 나타나 있다. 그림에서 알 수 있듯이, 경계면과 그 1 격자점 위의 격자점에서는 속도가 연속적이지 못

하며, 대표속도 크기의 약 0.01배의 오차가 발생하는 것을 알 수가 있다. 이와 같은 경계면과 그 1격자점 떨어진 곳에서 발생하는 오차를 경감시키기 위하여 경계점에서의 평형분포함수에 비평형항을 추가한 방법을 도입하였다. 즉, 경계점에서 평형분포함수는 위에서 설명한 바와 같이 주어지며, 여기에 외삽에 의하여 구하여진 비평형항을 추가하는 방법으로 아래와 같이 도입하였다.

$$f_w = f_w^{(0)} + 2(f_{w+1} - f_{w+1}^{(0)}) - (f_{w+2} - f_{w+2}^{(0)}) \quad (29)$$

그러나 비평형항을 도입한 경계조건의 계산에서도 경계점에서는 엄밀하게 Navier-Stokes 방정식을 만족하지 못한다. 여기서, 경계점에서는 점착, 단일의 경계조건 (Pointstot and Lele, 1992)을 만족하도록 경계의 내측에 가상의 격자점 벽을 설정하였다. 이러한 방법을 이용함으로써, 경계점에서도 Navier-Stokes 방정식과 경계조건을 만족할 수가 있으며, 그 계산결과가 Fig. 3에 나타나 있다. 이론 해와의 비교에서 오차가 거의 없음을 알 수가 있다. 이러한 경계조건을 이용하여 물체 주위에서 발생하는 유동소음의 직접계산을 수행하였다.

이하 FDLBM의 계산에서는 위에서 언급한 비평형항을 도입한 경계조건을 적용한 결과들에만 국한한다.

### 4. 계산결과 및 고찰

흐르는 유체 중에 물체가 존재하는 경우, 흐름과 물체의 간섭에 의한 유동소음이 발생한다. 이러한 대표적인 예로서, 유체와 원주의 간섭에 의한 유동음이 발생하며, 이러한 것은 Karman와의 발생과 밀접한 관계가 있는 것으로 알려져 있다. 이와 같이 일정한 유속을 갖는 2차원 원주로부터 발생하는 유동음은 Strouhal의 연구 이후 실험적으로도, 이론적으로도 많은 연구(Lighthill, 1952)가 행하여져 왔으며, 유동음이라 불려진 것은 Rayleigh(1896)이후 부터이다.

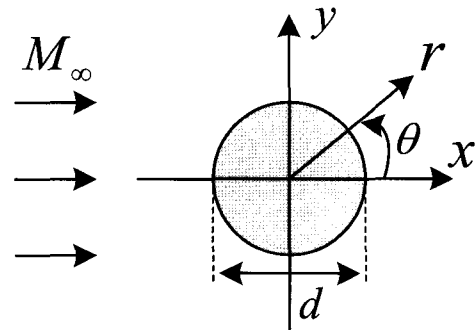


Fig. 4 Schematic diagram of the flow model

우선, 본 연구에서는 유동장의 대상으로서 2차원 원주 주위의 흐름을 생각한다. 계산에서는 원주중심을 원점으로 한 극좌표를 이용하였으며, 계산영역은 원주 직경의 400배를 주었다.

또한, 원주중심을 원점으로 하는 2차원 극좌표계  $(x, y) = (x_1, x_2)$ 에서 일정유속  $(u_1, u_2) = (U_0, 0)$ 을 Fig. 4와 같이 설정하였다. 원점으로부터 거리  $r$ 과 흐름의 상류방향으로부터 반시계방향의 각도  $\theta$ 에 의한 극좌표계  $(r, \theta)$ 을 취하였다. 즉, 격자간격은  $r$ 방향으로는 부등 간격,  $\theta$ 방향은 등간격의 형상을 하고 있다. 각 물리량은 정지음속  $c_0$ , 밀도  $\rho_0$  및 원주 직경  $d$ 에 의해 무차원화 하였다.

초기조건으로서 전방 원방으로부터는 일정한 유체의 유입속도  $(U_0=0.2)$ 을 설정하였으며, 일정유속에 기초한 Reynolds수는  $Re = U_0 d/\mu = 150$  이다. 또한, 격자점수는 반경방향으로 201( $r$ 방향), 원주방향( $\theta$ 방향)으로는 121을 주었으며, 내부에너지  $e$ 를 변화시킴으로서 유체의 음속을 조정하여 Mach수를 변경하는 방법을 이용하였다. 여기서, Mach수는 다음과 같이 정의된다.

$$M = \frac{U_0}{c_0} = \frac{U_0}{\sqrt{2e}} \quad (30)$$

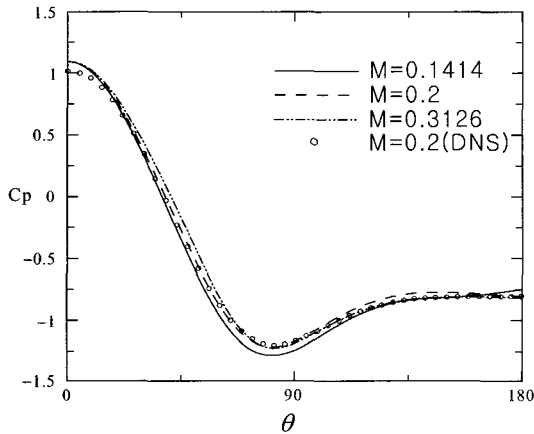


Fig. 5 Time averaged pressure  $C_p$  at  $M=0.2, 0.25, 0.3$  and DNS result.  $Re=150$

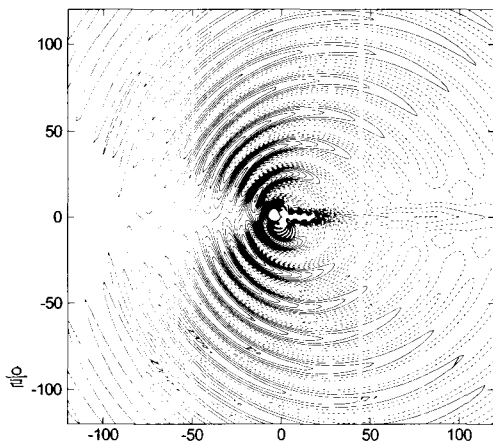


Fig. 6 Contours of sound pressure at  $M=0.3162$  and  $Re=150$ . solid line: positive, dotted: negative

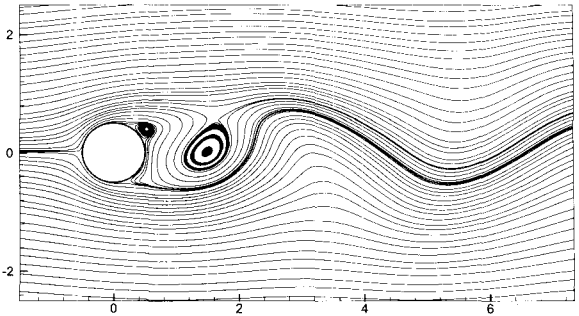


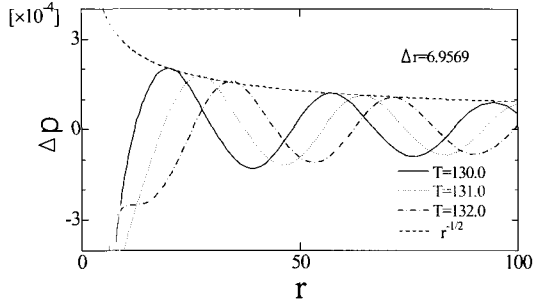
Fig. 7 Stream lines at  $T=133.0$

수치계산방법으로서 식(4)을 기본 식으로 하여, 유체의 압축성 고려한 차분격자볼츠만의 2차원 21속도 모델(2D21V)을 도입하였다. 또한, 시간의 이산화는 2차정도의 Runge-Kutta 및 공간의 이산화로서 대류항을 3차정도의 Up-wind scheme을 적용하였다.

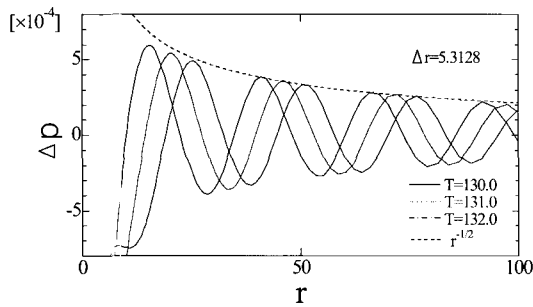
Fig. 5는 Mach수의 변화에 따른 원주표면에서의 압력계수  $C_p$ 의 변화를 DNS( $r \times \theta = 871 \times 503$ )의 계산결과와 함께 나타내고 있다. 그림중의 각 값들은 방출하는 Karman와의 1주기에 해당하는 시간에서 평균치로 도식화한 것이다. Mach수의 변화는 원주표면에 압력계수  $C_p$ 에 큰 영향을 미치지 아니한다는 것을 알 수가 있다. 아울러, 압력은 점점 감소하고 있으며, 압력계수가 최소치를 가지는 각도 및 압력이 회복하여 압력계수가 거의 일정하게 되는 각도는 DNS의 결과(Inoue and Hatakeyama, 2002)와 잘 일치함을 알 수가 있다. 그러나 그림에서 보이는 바와 같이 근소한 오차가 생기는 것을 알 수가 있으며, 보다 정확한 평가를 위해서는 격자수를 증가시켜 계산기의 병렬화 처리를 통한 비교가 필요할 것으로 판단된다.

다음은 원주주위에서의 압력분포를 알아보기 위하여 다음과 같은 식(31)의  $\Delta p$ 의 관계를 이용하여 조사하였다.

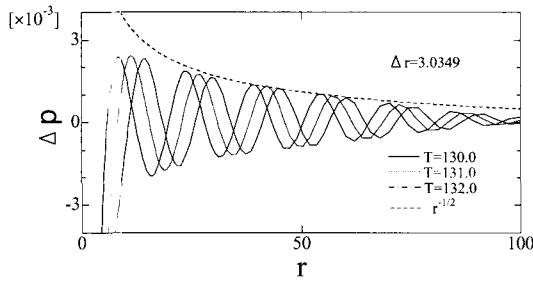
Fig. 6 및 Fig. 7은 무차원시간  $T = U_0 t/d = 133$ , Mach수 ( $M=0.3162$ )에 있어서의 흐름의 압력분포  $\Delta p_{step}$ 와 유선도를 나타내고 있으며, 원주후방에서 주기적인 Karman와가 발생하는것을 알 수가 있다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 원주를 중심으로 상하 교대로 (+)와 (-)의 압력파가 전파하고 있는 것을 확인할 수가 있다. 이러한 주기적인 압력변동은  $O(10^3)$ 정도로서, 계산영역 전체의 압력에 비해서  $O(10^1)$ 정도 적은 것을 확인하였으며, 이것은 음파에 의한 압력변동을 의미한다. 그림에서 실선은 (+)압력을 나타내며, 점선은 (-)의 압력을 나타내고 있다. 여기서, 음파의 발생 메커니즘을 생각하면, Karman파는 원주의 상측 및 하측으로부터 교대로 방출한다. 와가 방출된 측에는 (-)의 압력펄스가, 그 반대 측에서는 (+)의 압력펄스가 발생한다.그 결과, 원주표면에서의 압력은 와가 방출되었던 측에서는 (-), 그 반대 측에서는 (+)가 되며, Karman와의 방출과 함께 상향 또는 하향의 양력이 발생한다. 이러한 (+) 또는 (-)의 압력펄스의 발생이 음파(dipole sound)를 발생시키며, 각각의 방향으로 전파한다.



(a)  $M=0.1414$  ( $e=1.0$ )



(b)  $M=0.20$  ( $e=0.5$ )



(c)  $M=0.3162$  ( $e=0.2$ )

Fig. 8 Propagation of acoustic pressure at  $\theta = 90^\circ$

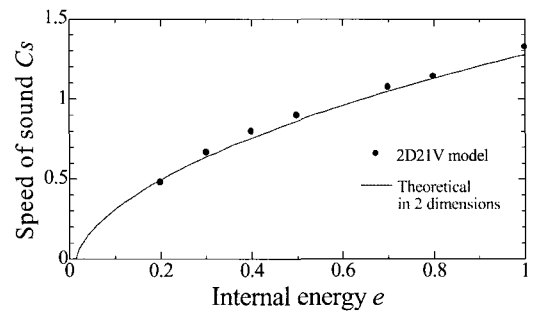
$$\Delta p = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{p - \rho_0 e_0}{\rho_0 e_0} \quad (31)$$

Fig. 8은  $M=0.1414, 0.2$  및  $0.3162$ 에 있어서  $\theta=90^\circ$ 에서  $r$  방향의 음압의 변동을 나타내고 있다. 모든 경우에 있어, 압력의 최대치가 중심으로부터의 거리  $r$ 에 관해  $r^{-1/2}$ 에 비례하여 감소함을 알 수가 있으며, 이것은 선형 이론예측과도 잘 일치하고 있다. 또한, Mach수의 증가와 더불어 음압의 크기  $\Delta p$ 가 점점 크게 되는 것을 알 수가 있다. 아울러 Mach수의 증가, 내부에너지의 감소와 함께 음파가 무차원시간 1에 전파하는 거리  $\Delta r$ 가 작아지는 것을 확인할 수가 있다.

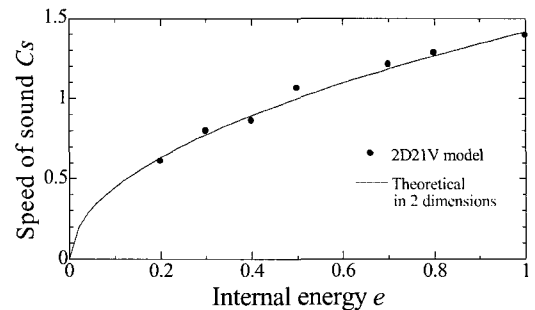
다음으로, 식(28)을 이용하여 내부에너지의 변화에 따른 음속  $c_s$ 의 변화를 살펴보았다. Fig. 9은 음속의 이론치와 계산에서

얻어졌던 전파속도와와의 관계를 나타낸 것으로서, 각 방향 모두에서 이론음속과 잘 일치함을 알 수가 있다.

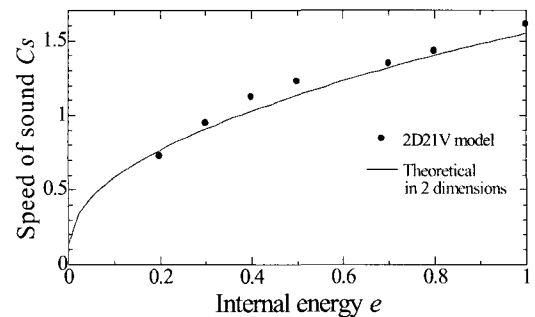
한편, Mach수의 차이에 의한 음압의 변동  $\Delta p$ 이 조사되었다. Fig. 10는 각각의 Mach수에 대하여,  $\theta=135^\circ, 90^\circ$  및  $45^\circ$ 의 방향에서 원주 직경의 50배 떨어진 관측점으로부터 시간변화와 더불어 압력의 변동을 보여주고 있다. Fig. 8에서 설명한 바와 같이 Mach수의 증가와 더불어,  $\Delta p$ 가 점점 크게 되는 것을 알 수가 있다. 여기서, 선형이론에 있어서  $\Delta p, M$  및  $r$ 의 사이에는  $\Delta p = M^{5/2} r^{-1/2}$ 와 같은 관계가 있으며, 본 계산결과가 이러한 선형이론예측과 잘 일치함을 알 수가 있다.



(a) Upstream ( $\theta = 135^\circ$ )

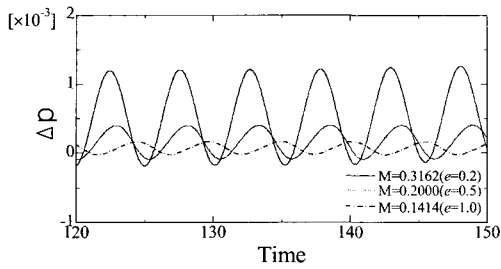


(b)  $\theta = 90^\circ$

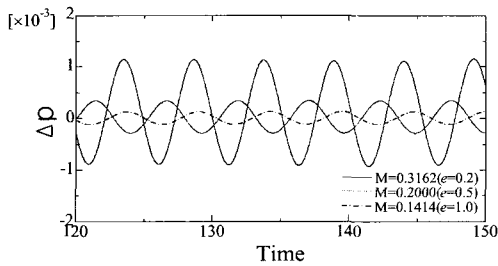


(c) Downstream ( $\theta = 45^\circ$ )

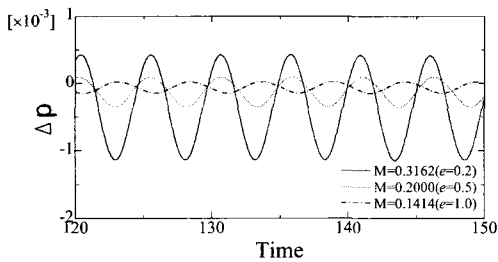
Fig. 9 Comparison of numerical results of sound speed with the theoretical prediction



(a) Upstream ( $\theta = 135^\circ$ )



(b)  $\theta = 90^\circ$



(c) Downstream ( $\theta = 45^\circ$ )

Fig. 10 Time variation of acoustic pressure at each direction

### 5. 결 론

차분격자볼츠만의 2차원 열·유체 모델을 이용하여 2차원 원주 주위의 유동장으로부터 발생하는 유동소음을 직접적으로 계산하여 다음과 같은 결론에 도달하였다.

(1) 경계점에서의 평형분포함수  $f_i^{(0)}$ 에 비평형항  $f_i^{neq}$ 을 추가한 경계조건을 적용하여 보다 Navier-Stokes방정식을 만족하는 경계조건이 되도록 설정하였으며, 이러한 방법을 실제의 수치계산에 적용하였다.

(2) Mach수의 변화는 압력계수  $C_p$ 에 큰 영향을 미치지 아니하며 원주 주위의 양력변동에 의해 발생하는 Karman 와열과 동시에 발생하는 음파(dipole sound)의 발생을 확인할 수가 있었다.

(3) 음압의 크기  $\Delta p$ 는 Mach수의 증가와 함께 점점 증가하지만, 원주중심의 거리  $r^{-1/2}$ 에 비례해서 감소함을 확인할 수 있었다. 아울러 이러한 것은 선형이론예측과 일치함을 보였다.

### 후 기

본 연구는 2004년도 두뇌한국21 사업 및 경상대학교 부설 해양산업연구소에 의하여 지원되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

Bhatnagar, P.L., Gross, E.P. and Krook, M. (1954). "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One Component Systems", Phys. Rev., Vol 94, pp 511-525.

Cao, N., Chen, S., Jin, S. and Martinez, D. (1997). "Physical Symmetry and Lattice Symmetry in the Lattice Boltzmann Method", Phys. Rev. E, Vol 55, pp R21-R24.

Colonus, T., Lele, S.K. and Moin, P. (1997). "Sound Generation in a Mixing Layer", J. Fluid Mech., Vol 330, pp 375-409.

Cox, J.S., Brentner, K.S. and Rumsey, C.L. (1998). "Computation of Vortex Shedding and Radiated Sound for a Circular Cylinder: Subcritical to Transonic Reynolds Numbers", Theoret. Comput. Fluid Dyn., Vol 12, pp 233-253.

Gerrard, J.H. (1955). "Measurements of the Sound from Circular Cylinders in an Air Stream", Proc. Phys. Soc. Lond., B 68, pp 453-461.

Hardin, J.C. and Lamkin, S.L. (1984). "Aeroacoustic Computation of Cylinder Wake Flow", AIAA J., Vol 22, pp 51-57.

Hardin, J.C. and Pope, D.S. (1994). "An Acoustic/Viscous Splitting Technique for Computational Aeroacoustics", Theoret. Comput. Fluid Dyn., Vol 6, pp 323-340.

Inoue, O. and Hatakeyama, N. (2002). "Sound Generation by a Two-Dimensional Circular Cylinder in a Uniform Flow", J. Fluid Mech., Vol 471, pp 285-314.

Kang, H.K, Tsutahara, M., Ro, K.D. and Lee, Y.H. (2002). "Numerical Simulation of Shock Wave Propagation Using the Finite Difference Lattice Boltzmann Method", KSME Int. J., Vol 16, No 10, pp 1327-1335.

Kang, H.K, Tsutahara, M., Ro, K.D. and Lee, Y.H. (2003). "Numerical Analysis of a Weak Shock Wave Propagating in a Medium Using Lattice Boltzmann Method", KSME Int. J., Vol 17, No 12, pp 2034-2041.

Rayleigh, L. (1896). "The Theory of Sound, Vol 2", Macmillan., pp 412-414 (Reprinted by Dover, 1945).

Lele, S. K. (1997). "Computational Aero-Acoustics : a Review", AIAA paper, 97-0018.

- Lighthill, M.J. (1952). "One Sound Generated Aerodynamically, I. General theory", Proc. R. Soc. Lond. A221., pp 564-587.
- Pointot, T. and Lele, S.K. (1992). "Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows", J. Comp. Phys., Vol 101, pp 104-129.
- Seta, T., Kono, K., Martinez, D. and Chen, S. (1999). "Lattice Boltzmann Scheme for Simulating Two-Phase Flows", Trans. JSME J., B 65-634, pp 1955-1963.
- Williamson, S.A., Soteriou, M.C. and Davis, D.W. (1999). "Computational Aeroacoustic Simulation Using the Expansion about Incompressible Flow Approach", AIAA J., Vol 37, pp 409-416.
- Strouhal, V. (1878). "On One Particular Way of Tone Generation (in German)", Ann. Phys. Chem. (Wied. Ann. Phys.) 5, pp 216-251.
- Wang, M., Lele, S.K. and Moin, P. (1996). "Computation of Quadrupole Noise Using Acoustic Analogy", AIAA J., Vol 34, pp 2247-2254.

---

2004년 1월 29일 원고 접수

2004년 3월 17일 최종 수정본 채택