한국소음진동공학회논문집 제 14 권 제 5 호, pp. 439~448, 2004.

능동자기베어링계의 슬라이딩모드 제어

Sliding Mode Control of an Active Magnetic Bearing System

강 민 식†

Kang Min Sig

(2004년 2월 19일 접수 ; 2004년 4월 9일 심사완료)

Key Words : Active Magnetic Bearing(능동자기베어링), Sliding Mode Control(슬라이딩모드 제어), Base Disturbance(베이스 외란)

ABSTRACT

Magnetic bearing is an attractive device in precision engineering field because of its non-contacting nature and controllability of its dynamic characteristics. This paper provides a method of designing a sliding mode control for an active magnetic bearing(AMB) system which is used to support the elevation axis of a target tracking sight instead of mechanical bearings to eliminate the effect of mechanical friction. In such system, the axis should be levitated and supported within a predetermined air gap while AMB is excited by base motion. Experimental results showed that the sliding mode control is effective in disturbance rejection than conventional PID-control without any additive measurements.

기 호 설 명

f_1, f_2 : AMB-1, 2 위치에서의 전자기력

g : 중력가속도

J : 축 질량중심 기준 축의 질량관성모멘트

m : 축의 질량

s : 슬라이딩 함수

y_1, y_2 : AMB-1, 2 위치에서의 공칭공극 기준 공극변화

$\ddot{z}_1$, $\ddot{z}_2$: AMB-1, 2 위치에서의 수직 가속도

1. 서 론

이동 차량에 장착되어 정지 또는 이동하는 목표물을 추적하여 목표물 영상을 운용자에게 제공하기 위한 목적으로 사용되는 조준경은 방위각과 고각방향으로 회전할 수 있는 2-자유도 김발 구조를 가지며, 고각 회전축에는 전방의 목표물 영상을 차량에 탑승한 운용자에게 제공하기 위한 반사거울이 고정되어 있다. 따라서 차량의 운동에 관계없이 안정된 목표물 영상을 운용자에게 제공하기 위해서는 조준경의 시선(line of sight)이 항상 목표물의 중앙을 정확히 추적할 수 있도록 조준경의 선회축과 고각축을 구동해야 된다. 이것이 조준경 안정화이다. 현재 사용되고 있는 조준경에서 각 회전축은 기계적 베어링으로 지지되며, 전기서어보 제어계에 의해 구동된다. 조준경에서 차량의 이동으로 인한 축의 반경방향 진동을 억제하기 위해 축과 베어링은 선하중을 주어 억지끼워맞춤으로 조립된다. 따라서 이 선하중이 클수록 반경방향 강성이 높아지므로 축의 반경방향 진동은 감소하나 반면에 축의 회전 마찰력은 증가하게 된다.

마찰은 기계적 접촉에 의존하는 모든 시스템에 불가피한 현상으로 비선형적 특성을 갖고 있으므로 제어에 어려움을 초래한다. 구체적으로 마찰은 서어보

† 책임저자 : 정회원, 경원대학교 기계공학과
E-mail : mskang@kyungwon.ac.kr
Tel : (031) 750-5524, Fax : (031) 750-5273

제어계에서 정상상태 오차 또는 스틱-슬립(stick-slip)과 같은 불안정성을 야기하며, 특히 조준경의 회전축과 같이 회전속도가 낮고 회전방향이 자주 바뀌는 경우 위치오차를 증가시키는 결과를 초래한다.[1] 또한 마찰은 접촉하는 두 물체 사이에 작용과 반작용의 힘으로 작용하므로 베어링 하우징부분의 회전운동은 축에 회전력을 전달하게 되고 따라서 축의 안정화 오차를 야기하는 외란으로 작용하게 된다. 마찰계의 제어에 관해서는 많은 연구가 수행되어 왔으나,[1] 아직 마찰의 물리적 특성 규명은 완벽하지 않으며, 또한 마찰의 완벽한 제어는 보고되지 못하고 있다. 조준경에서 마찰에 의한 안정화 오차발생 문제를 근본적으로 해결코자 본 연구에서는 조준경 고각축 지지를 위해 기존의 기계적 베어링 대신 능동자기베어링(AMB, active magnetic bearing) 적용을 시도하였다.

자기베어링은 전자기력을 이용하여 부하를 비접촉식으로 부양 지지하므로 마찰 문제에서 자유로우며, 특히 베어링의 동특성을 제어에 의해 자유로이 조정할 수 있다는 장점을 갖고 있으므로 능동자기베어링을 조준경 축의 지지에 사용할 경우 안정화 성능 향상을 기대할 수 있다. 그러나 새로이 대두되는 문제는 차량 이동에 따른 베이스 운동에도 불구하고 축과 전자석 사이의 간격을 일정하게 유지시켜야 되는 새로운 문제를 해결해야 된다.

AMB 시스템에서 베이스 운동의 영향을 감소시키기 위해 되먹임제어를 통해 베어링계의 대역폭을 증가시키거나,[2~3] 베이스의 가속도를 측정하여 베이스 운동의 영향을 보상하는 가속도 앞먹임제어를 들 수 있다.[4~6] 그러나 되먹임제어를 이용한 대역폭 증가는 계의 공진현상을 유발할 수 있으며, 외부 잡음에 대한 민감도가 증가하는 문제를 야기하기도 한다. 가속도 앞먹임제어의 경우 베이스 외란의 영향을 제어력의 증가 없이 효과적으로 제거할 수 있으나 베이스의 가속도를 측정해야 되는 부담이 있다.

따라서 본 연구에서는 베이스 외란을 측정하지 않고 외란 응답의 감소를 위해 슬라이딩모드제어(SMC : sliding mode control)를 적용코자 한다. SMC는 시스템의 동특성과 무관하게 설계자가 제어 목적에 적합하게 슬라이딩 평면을 정의할 수 있고, 계의 상태를 이 평면에 유지시킬 수 있다. 또한 계의 파라미터 변화나 모델링 되지 않은 동특성, 외란 등이 정합불확실성(matched uncertainty) 조건을 만족하면 제어기 성능은 이들과 무관하게 결정할 수 있는 불변성을 갖는다. 이러한 장점에 의해 널리 연구되고 있는 비선형제어방법의 하나이다.[7~9] AMB계에 SMC를 적용한 연구는 대부분 계의 비선형성이나 스텝 형태의 외란을 고려하였으며 본 연구에서와 같이 외란의 응답이 주 초점인 연구는 미진한 편이다.[10~13]

이상의 논의를 바탕으로 본 연구에서는 조준경 고각축의 특성을 충분히 반영하되 실험장치 제작상의 경제성을 위해 2-자유도 전자기베어링계를 제작하여 슬라이딩모드 제어기를 적용하였으며, 실험을 통해 그 적용성 및 성능을 규명하였다.

2. 시스템 모델

조준경에 적용하는 전자기베어링계는 축의 회전을 제외한 5-자유도를 갖지만, 축의 회전속도가 작을 경우 축방향 운동, 수직평면에서의 2-자유도 운동, 수평면에서의 2-자유도 운동은 서로 비연성이므로 독립적으로 해석할 수 있다. 따라서 수직평면에서의 전자기베어링에 대한 해석 및 제어기 설계 방법은 쉽게 5-자유도 전자기 베어링에 적용할 수 있다. 실험장치는 Fig. 1과 같이 축의 양단을 각각 수직방향의 전자기베어링으로 부양한 축계이며, 축의 수직평면에서의 운동만을 허용토록 축의 양단을 고강도 선을 이용하여 수평 및 축-방향 운동을 구속시켰다. 특히 중력에 의한 영향을 포함시키기 위해 수직 평면의 운동을 고려하였다.

Fig. 1의 실험장치는 축 중심을 기준으로 좌우가 대칭이 되도록 제작되었으며, 축의 좌측과 우측에는 각각 한 쌍의 전자석, 전자석과 축과의 간격을 측정

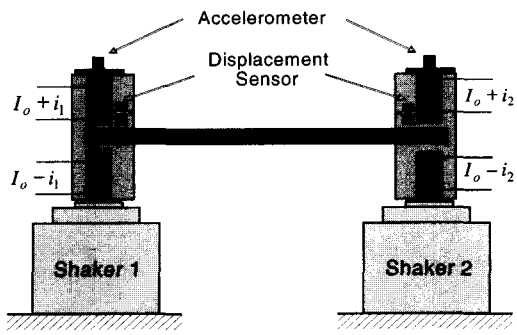

Fig. 1 Schematic diagram of magnetic bearing system

하기 위한 비접촉 변위센서, 전자석에 전류를 공급하는 전력 증폭기, 전자석의 베이스 운동을 제공하는 가진기가 대칭으로 설치되었다. 계의 제어는 DSP (digital signal processor)보드를 장착한 컴퓨터에 의해 이루어진다. 가진기는 외부의 신호에 따라 임의의 형태로 베이스 운동을 만들 수 있다. Fig. 2는 실제 실험장치의 사진이다.

Fig. 3은 Fig. 1에 있는 축의 자유물체도로 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{m}{4}\begin{Bmatrix}\ddot{y}_1+\ddot{y}_2+\ddot{z}_1+\ddot{z}_2\\ \ddot{y}_1+\ddot{y}_2+\ddot{z}_1+\ddot{z}_2\end{Bmatrix}-\frac{J}{4a^2}\begin{Bmatrix}-\ddot{y}_1+\ddot{y}_2-\ddot{z}_1+\ddot{z}_2\\ \ddot{y}_1-\ddot{y}_2+\ddot{z}_1-\ddot{z}_2\end{Bmatrix}+\frac{mg}{2}\begin{Bmatrix}1\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}f_1\\f_2\end{Bmatrix} \tag{1}$$

여기서 m과 J는 각각 축의 질량과 무게중심점 기준 질량관성모멘트이며, y_1과 y_2는 축과 전자석의 공칭공극 기준 공극의 변화이며, $\ddot{z}_1$과 $\ddot{z}_2$는 전자석의 수직방향 가속도, f_1과 f_2는 전자석에 의해 축에 전달되는 전자기력을 나타낸다. 부호의 하첨자 1, 2는 각각 좌측과 우측의 전자석 위치를 나타낸다. g는 중력가속도이며, a는 축의 무게중심점에서 각 전자석까지의 거리이다.

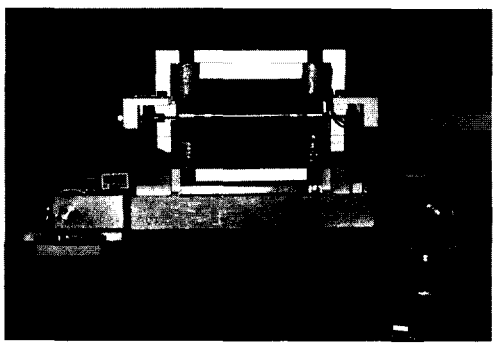

Fig. 2 Photograph of experimental set-up

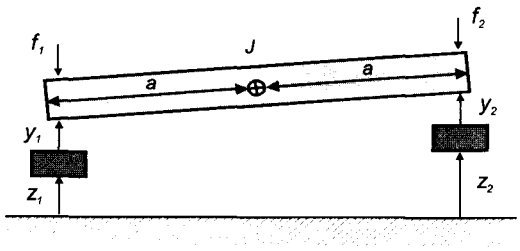

Fig. 3 Free-body Diagram of the levitated axis

좌측과 우측의 전자석은 Fig. 4와 같이 수직으로 배열된 쌍으로 구성되며, 공칭공극 y_o, Bias 전류 I_o를 공급할 경우 축에 전달되는 전자기력은 다음 식으로 계산된다.

$$f_c=\frac{\alpha\mu_o AN^2}{4}\left[\left(\frac{I_o+i_c}{y_o-y}\right)^2-\left(\frac{I_o-i_c}{y_o+y}\right)^2\right] \tag{2}$$

식 (2)에서 α는 형상계수, μ_o는 자유장의 Permeability, A는 극단면적, N은 코일 감은 수에 해당하며, y는 공칭공극 기준 축의 변위, i_c는 제어전류에 해당된다. 식 (2)는 운용점(y_o, I_o)에서 다음과 같이 선형화할 수 있다.

$$f_c=K_d y+K_i i_c \tag{3}$$

여기서 K_d는 위치강성, K_i는 전류강성을 나타낸다. 이러한 선형화 방법을 식 (1)의 전자기력 f_1, f_2에 적용하고 정리하면 베어링계의 운동방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{Bmatrix}\ddot{y}_1\\ \ddot{y}_2\end{Bmatrix}-\frac{1}{mJ}\begin{bmatrix}K_{d1}(J+ma^2) & K_{d2}(J-ma^2)\\ K_{d1}(J-ma^2) & K_{d2}(J+ma^2)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}y_1\\ y_2\end{Bmatrix}$$

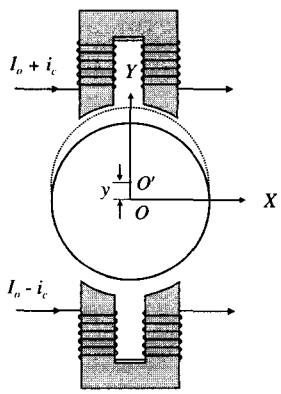

Fig. 4 Principal of magnetic bearing

$$= \frac{K_a}{mJ}\begin{bmatrix} K_{i1}(J+ma^2) & K_{i2}(J-ma^2) \\ K_{i1}(J-ma^2) & K_{i2}(J+ma^2) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 + g \\ \ddot{z}_2 + g \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Fig. 1에서 좌측과 우측의 전자기베어링을 각각 AMB-1, AMB-2라 하면, K_{d1}, K_{d2}와 K_{i1}, K_{i2}는 각각 AMB-1과 AMB-2의 위치강성과 전류강성을 나타낸다. K_a는 전자석에 전류를 공급하는 전력증폭기 이득으로 증폭기의 대역폭이 충분히 커서 $i_c = K_a u$와 같이 증폭기 입력전압 u와 전류 출력 i_c는 비례하는 것으로 가정한다. 여기서 AMB-1과 AMB-2에 사용된 전력증폭기는 그 특성이 같도록 설계하였다. u_1과 u_2는 각각 AMB-1과 AMB-2의 전력증폭기에 입력되는 제어전압이다.

식 (4)에서와 같이 강성행렬이 부한정(negative definite)이므로 이 계는 불안정하며, 베이스 가속도는 동적 외란, 자중은 정적외란으로 작용함을 알 수 있다. 따라서 이 시스템에서 제어의 목표는 계를 안정화시키고 베이스와 자중에 의한 공극의 변화를 최소화시키는데 있다.

3. 슬라이딩 모드 제어

3.1 제어기 설계

식 (1)을 상태공간방정식으로 나타내면 식 (5)와 같다. 이 계는 타입-0 계이므로 축의 중력에 의한 정상상태 오차를 제거하기 위해 변위의 적분이 포함된 상태공간방정식으로 나타낸다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed \quad (5)$$

식 (5)에서 상태변수, 입력벡터, 외란벡터 및 시스템 행렬은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int y_1 dt \\ \int y_2 dt \\ y_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad d = -\begin{bmatrix} \ddot{z}_1 + g \\ \ddot{z}_2 + g \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & k_{11} & k_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{21} & k_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$k_{11} = K_{d1}(J+ma^2)/mJ, \quad k_{12} = K_{d2}(J-ma^2)/mJ$$

$$k_{21} = K_{d1}(J-ma^2)/mJ, \quad k_{22} = K_{d2}(J+ma^2)/mJ$$

$$u_{11} = K_a K_{i1}(J+ma^2)/mJ, \quad u_{12} = K_a K_{i2}(J-ma^2)/mJ$$

$$u_{21} = K_a K_{i1}(J-ma^2)/mJ, \quad u_{22} = K_a K_{i2}(J+ma^2)/mJ$$

식 (4)에서 강성은 전자기력에 의한 강성을 나타내고 있으나, 실제 Fig. 1의 실험장치에서는 축의 양단을 강성으로 구속하였으므로 강선에 의한 강성이 포함되어야 한다. 이 효과를 파라미터 불확실성으로 가정하여 식 (6)의 강성을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_{ij} = \bar{k}_{ij} + \Delta k_{ij}, \; i, j = 1, 2 \quad (7)$$

여기서 $\bar{k}_{ij}$는 전자기베어링의 강성이며, Δk_{ij}는 강선의 강성을 나타낸다. 이를 이용하여 식 (5)를 다시 쓰면

$$\dot{x} = \{\bar{A} + \Delta A\}x + Bu + Ed \quad (8)$$

여기서

$$\Delta A = \begin{bmatrix} & [0]_{4\times 6} & \\ 0 & 0 & \Delta k_{11} & \Delta k_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta k_{21} & \Delta k_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

입력행렬은 $rank(B) = 2$이며, 다음을 만족하는 ξ와 $\eta(t)$를 구할 수 있으므로 식 (8)의 시스템은 슬라이딩 제어의 정합조건(match condition)을 만족한다.[14]

$$\Delta A = B\xi, \quad Ed(t) = B\eta(t) \quad (9)$$

슬라이딩면 $s(t)$를 다음과 같이 정의하면, 슬라이딩 제어는 계의 상태를 이 슬라이딩 평면에 유지시키

도록 한다.

$$s(t)=\begin{Bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{Bmatrix} = Sx(t) \tag{10}$$

슬라이딩 조건에 맞는 제어입력 $u(t)$는 다음과 같이 두 부분으로 구성된다.

$$u(t) = u_{eq}^{n}(t) + u_{eq}^{N}(t) \tag{11}$$

여기서 $u_{eq}^{n}(t)$은 식 (8)에서 외란 $d(t)$와 파라미터의 불확실성 $\Delta\overline{A}$가 없는 경우 등가제어입력(equivalent control input)으로 일단 계의 상태가 슬라이딩 평면에 도달되면 그 후 항상 그 평면에 존재하도록 하는 입력이며, $u_{eq}^{N}(t)$은 외란이 존재할 때 계의 상태를 슬라이딩 평면에 도달되도록 하는 불연속적 도달제어입력(reaching control input)이다. 슬라이딩 평면에서는 $s(t) = \dot{s}(t) = 0$이므로 등가제어입력은 슬라이딩 평면의 미분을 영으로 하여 구한다. 즉,

$$\dot{s}(t)=S\dot{x}(t)=S\left\{\overline{A}x(t)+Bu_{eq}^{n}(t)\right\}=0 \tag{12}$$

따라서 등가제어입력은 다음으로 결정된다.

$$u_{eq}^{n}(t)=-(SB)^{-1}S\overline{A}x(t) \tag{13}$$

여기서 SB는 비특이(nonsingular) 행렬로 가정한다. 도달제어입력의 도달법칙 만족성을 평가하기 위해 다음의 Lyapunov 함수를 정의하면

$$V(t)=\frac{1}{2}s(t)^{T}s(t) \tag{14}$$

도달법칙은 이 함수의 도함수가 음이 되면 만족된다.

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&=s(t)^{T}\dot{s}(t)\\ &=s(t)^{T}\left[S\Delta Ax(t)+SBu_{eq}^{N}(t)+SEd(t)\right]\\ &=s(t)^{T}\left[SB\xi x(t)+SBu_{eq}^{N}(t)+SB\eta(t)\right]\end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)에서는 식 (9)의 관계가 이용되었다. 앞의 불확실성에 대한 정합조건으로부터 다음의 관계가 성립되므로[14]

$$\|\xi x(t)\| \le \rho,\ \rho>0 \tag{16}$$

만일 도달제어입력을 다음과 같이 정하면,

$$u_{eq}^{N}(t)=-\rho\ \mathrm{sign}[B^{T}S^{T}s(t)]-(SB)^{-1}\{\Phi s(t)+D_c\} \tag{17}$$

식 (16)에서 다음 부등식을 얻을 수 있으며,

$$s(t)^{T}SB\xi x(t)-s(t)^{T}SB\rho\ \mathrm{sign}[B^{T}S^{T}s(t)] \le 0 \tag{18}$$

식 (17)을 (15)에 대입하고, (18)의 관계를 적용하면 식 (15)의 도함수는

$$\dot{V}(t) \le -s(t)^{T}\Phi s(t)-s(t)^{T}\{D_c-D(t)\} \tag{19}$$

여기서 D_c는 추가되는 비선형 제어입력으로 나중에 결정되는 양이다. 행렬 Φ는 설계할 안정한 행렬이다. $D(t)=SB\eta(t)$이고, 만일 $D(t)$를 알 수는 없지만 그 범위를 안다면, 즉

$$D_L \le D(t) \le D_U \tag{20}$$

식 (19)의 도함수가 항상 음이 되기 위해서는 다음의 조건을 만족하면 된다.

$s(t)<0$ 일 때 $D_c = D_L$

$s(t)>0$ 일 때 $D_c = D_U$

이 조건은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$D_c=\frac{D_U+D_L}{2}+\frac{D_U-D_L}{2}\mathrm{sign}[s(t)] \tag{21}$$

따라서 최종적으로 결정되는 제어기는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}u(t)=&-(SB)^{-1}S\overline{A}x(t)-\rho\,\mathrm{sign}[B^{T}S^{T}s(t)]\\ &-(SB)^{-1}\{\Phi s(t)+D_c\}\end{aligned} \tag{22}$$

앞의 식에서 부호함수는 실제 적용 시 응답에 체터링(chattering)을 야기한다. 따라서 이 부호함수 대신

다음의 근사식을 사용하여 체터링을 방지할 수 있다.[8, 9]

$$\text{sign}[f(t)] \cong \frac{f(t)}{\|f(t)\|+\varepsilon}, \varepsilon \geq 0 \tag{23}$$

3.2 폐회로 극점배치 특성

식 (22)의 제어기에서 선형부를 u_L이라 하면 다음과 같다.

$$u(t) = -(SB)^{-1}S\bar{A}x(t) - (SB)^{-1}\Phi s(t) \tag{24}$$

이 제어기는 상태되먹임제어기로 다중입출력계의 일반적인 PID-제어기 형태를 갖는다. 이를 외란과 모델링 오차를 제외한 선형모델에 적용할 경우 슬라이딩 함수는 다음의 특성을 갖게 된다.

$$\dot{s}(t) = \Phi s(t) \tag{25}$$

따라서 슬라이딩 함수는 행렬 Φ의 특이값에 따라 안정성과 수렴성이 결정된다.

본 시스템에서 제어 목적은 축의 진동을 억제하는 데 있으므로 슬라이딩 평면을 규정하는 행렬 S와 행렬 Φ를 다음과 같이 설정할 수 있으며,

$$S = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 2\varsigma_1\omega_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 2\varsigma_2\omega_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\phi_1 & 0 \\ 0 & -\phi_2 \end{bmatrix} \tag{27}$$

식 (10)과 (26) 및 (27)을 식 (25)에 대입하고 그 결과를 구체적으로 정리하면 다음 관계를 얻는다.

$$\begin{cases} \omega_1^2\dot{x}_1 + 2\varsigma_1\omega_1\dot{x}_3 + \dot{x}_5 = -\phi_1\left(\omega_1^2 x_1 + 2\varsigma_1\omega_1 x_3 + x_5\right) \\ \omega_2^2\dot{x}_2 + 2\varsigma_2\omega_2\dot{x}_4 + \dot{x}_6 = -\phi_2\left(\omega_1^2 x_2 + 2\varsigma_2\omega_2 x_4 + x_6\right) \end{cases} \tag{28}$$

식 (28)을 상태변수의 정의를 적용하여 재정리하면

$$\begin{cases} \omega_1^2 x_3 + 2\varsigma_1\omega_1 x_5 + \dot{x}_5 = -\phi_1\left(\omega_1^2 x_1 + 2\varsigma_1\omega_1 x_3 + x_5\right) \\ \omega_2^2 x_4 + 2\varsigma_2\omega_2 x_6 + \dot{x}_6 = -\phi_2\left(\omega_1^2 x_2 + 2\varsigma_2\omega_2 x_4 + x_6\right) \end{cases} \tag{29}$$

식 (29)를 라프라스 변환하여 다시 쓰면 폐회로의 동력학은 다음으로 주어진다.

$$\begin{cases} (s+\phi_1)(s^2 + 2\varsigma_1\omega_1 s + \omega_1^2)\dfrac{Y_1(s)}{s} = 0 \\ (s+\phi_2)(s^2 + 2\varsigma_2\omega_2 s + \omega_2^2)\dfrac{Y_2(s)}{s} = 0 \end{cases} \tag{30}$$

여기서 $Y_1(s)$와 $Y_2(s)$는 각각 $y_1(t)$와 $y_2(t)$의 라프라스 변환이다. 식 (30)에서 슬라이딩모드 제어기의 선형제어부에 의해 y_1과 y_2의 폐회로 동력학은 서로 비연성화 시킬 수 있으며, 공극 y_1의 폐회로 동력학은 감쇠비 ζ_1과 고유진동수 w_1에 해당되는 극점과 $s=-\phi_1$에 극점을 갖게 되며, 공극 y_2의 폐회로 동력학은 감쇠비 ζ_2와 고유진동수 w_2에 해당되는 극점과 $s=-\phi_2$에 극점을 갖게 된다. 따라서 각각의 폐회로의 동력학은 슬라이딩 평면을 정의하는 행렬 S와 행렬 Φ에 의해 직접적으로 결정됨을 알 수 있다. 또한 좌변의 적분기에 의해 임의의 상수항으로 나타나는 외란이나 모델링 오차에 의한 정상상태 오차가 제거됨을 알 수 있다.

4. 실험결과 및 논의

이상에서 제시된 슬라이딩모드제어의 적용성 및 성능 검증을 위해 Fig. 2의 실험장치를 이용하여 실험하였다. 실험장치의 파라미터는 측정 및 실험을 통해 Table 1과 같이 구했다.[6]

Table 1 System parameters

Mass	m	0.2340 [kg]
Inertia	J	320×10^{-6}[kgm^2]
Length	L	101 [mm]
Current stiffness	K_{i1}	6.10 [N/A]
	K_{i2}	7.94 [N/A]
Position stiffness	K_{d1}	9691 [N/m]
	K_{d2}	7229 [N/m]
Amp. Gain	K_a	0.5 [A/V]
Gap sensor gain	K_s	5 mV/ μm

Table 1의 파라미터 중 AMB-1과 AMB-2의 위치강성 및 전류강성의 차이는 각 AMB의 공칭공극의 차이에 의하며, 특히 위치강성은 축의 양측에 있는 강선에 의한 강성이 고려된 값을 측정하였다. Table 1의 계수를 이용하여 슬라이딩모드 제어기를 설계하였다. 우선 슬라이딩 평면을 결정하는 식 (26)의 행렬 S에서 감쇠비와 고유진동수는 각각 $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.71$, $w_1 = w_2 = 70$Hz로 선정하였다. 또한 행렬 Φ는 $\phi_1 = \phi_2 = 200$으로 선정하였다. 따라서 y_1과 y_2의 폐회로 동력학은 서로 비연성화 되고, 동특성이 동일하도록 설계되었으며, 각각의 폐회로 극점은 $s_{1,2} = -312.3 \pm j310$, $s_3 = -200$에 위치하게 된다. 제어에서 샘플링 주파수는 8 kHz로 설정하였다.

베이스 외란이 없는 경우 설계된 제어기에 의해 축은 공칭공극 위치에 안정되게 부양되었으며, 제어기에 포함된 적분기에 의해 자중에 의한 정상상태 위치오차가 나타나지 않음을 확인하였다. 이 때 비선형 제어입력의 크기와 식 (23)의 ϵ은 채터링이 발생하지 않는 범위에서 실험적으로 조정하였으며, ϵ은 되도록 작은 값을 갖도록 하였고, 비선형 제어입력의 크기는 후속되는 외란응답실험에서 우수한 성능을 내도록 되도록 큰 값을 취하였다.

외란에 대한 슬라이딩 제어의 성능을 검증하기 위해 베이스를 30 Hz로 가진하였으며, AMB-1과 AMB-2의 위치에서 측정된 가속도는 서로 90°의 위상차를 갖도록 하였다. Fig. 5는 이 베이스 가진 상태에서의 제어 응답 y_1으로, 응답의 전반부는 슬라이딩모드제어 응답, 후반부는 슬라이딩모드 제어기의 비선형 항을 제외한 선형부만을 적용한 경우 응답이다. 제어기 선형부는 앞에서 논의한 바와 같이 일반적인 PID-제어기에 해당한다. Fig. 5에서 슬라이딩모드제어의 선형 항에 의해 불안정하던 자기베어링계가 안정화되었음을 알 수 있으며, 전반부와 후반부의 응답의 비교를 통해 슬라이딩모드제어의 효과를 확인할 수 있다. 응답 $y_2(t)$도 Fig. 5와 유사한 특성을 나타냈다.

이론적으로 슬라이딩모드 제어의 응답은 앞에서 설정한 슬라이딩 평면의 특성에 비추어 $y_1 = 0$, $y_2 = 0$을 만족해야 되나, Fig. 5와 같이 잔여 응답이 남는 이유로는 적용한 제어기가 (1) 무한대 스위칭을 만족하지 못하고, (2) 채터링을 제거하기 위해 사용한 부호함수를 근사화에 의한 오차 등의 요인을 들 수 있다.

전반부와 후반부 y_1의 표준편차는 각각 2.2 μm, 9.3 μm로 슬라이딩모드 제어응답이 선형제어 응답의 23.7 % 수준으로 나타났다. y_2의 표준편차는 각각 2.3 μm, 11.5 μm로 20.0 % 수준으로 나타났다. Fig. 6은 응답 y_1과 y_2를 $x-y$ 좌표로 나타낸 것으로 내부와 외부의 타원형 응답은 각각 슬라이딩 모드제어 응답과 선형제어응답이다.

조준경에서 안정화의 최종 목표는 운용자에게 안정된 목표물 영상을 제공하는 것이며, 축의 원추운동은 병진운동에 비해 영상 떨림에 많은 영향을 미친다. 따라서 병진운동보다는 원추운동에 가중치를 주어 제어할 필요가 있다. 이를 위해 상태변수를 다음과 같이 원추운동과 병진운동을 나타내는 변수로 수정하고

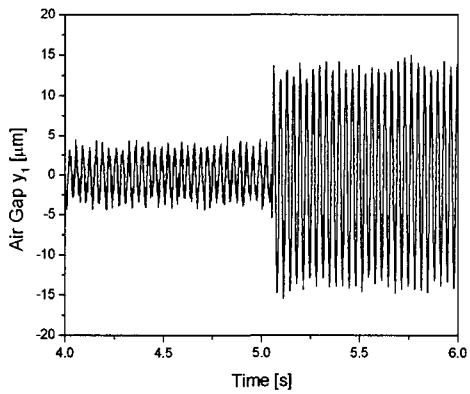

Fig. 5 Air gap response y_1 by sliding mode control w/o nonlinear term

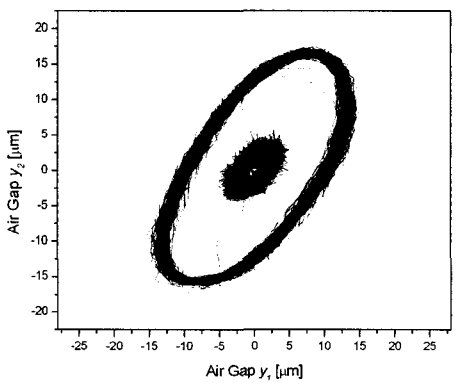

Fig. 6 y_1-y_2 trajectory of air gap response by linear control only and sliding mode control

$$x=[\int \Delta y\,dt \;\; \int y_o dt \;\; \Delta y \;\; y_0 \;\; \frac{d\Delta y}{dt} \;\; \frac{dy_0}{dt}]^T,$$

$$\Delta y=(y_1-y_2)/2,\; y_o=(y_1+y_2)/2$$

상태공간방정식을 세운 후 식 (26)의 행렬로 슬라이딩공간을 정의하고, 식 (27)로 행렬 Φ를 정의하면 식 (30)의 폐회로 동력학은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases}(s+\phi_1)(s^2+2\zeta_1\omega_1 s+\omega_1^2)\dfrac{\Delta Y(s)}{s}=0\\ (s+\phi_2)(s^2+2\zeta_2\omega_2 s+\omega_2^2)\dfrac{Y_o(s)}{s}=0\end{cases} \tag{31}$$

여기서 $\Delta Y(s)$와 $Y_o(s)$는 각각 $\Delta y(t)$와 $y_o(t)$의 라프라스 변환이다. 식 (31)에서 설계변수는 앞에서 와 같이 $\zeta_1=\zeta_2=0.71$, $w_1=w_2=70$ Hz로 선정하였으며, 행렬 Φ는 원추운동에 가중치를 주기위해 $\phi_1=300$, $\phi_2=200$으로 선정하였다. 따라서 원추운동에 대한 폐회로 극점은 $s_{1,2}=-312.3\pm j310$, $s_3=-300$가 되며, 병진운동에 대한 폐회로 극점은 $s_{1,2}=-312.3\pm j310$, $s_3=-200$에 위치한다. Fig. 7은 앞의 실험과 동일한 30 Hz 가진상태에서 슬라이딩 제어기 중 선형항만을 적용한 PID-제어응답 y_1과 y_2를 $x-y$좌표로 나타낸 것으로 궤적이 거의 45° 기울기를 갖고 있음을 알 수 있다. y_1-y_2 궤적에서 45° 기울기 방향은 병진운동을, -45° 기울기 방향은 원추운동을 나타내므로, Fig. 7은 원추운동은 작고 주로 병진운동이 일어나고 있음을 의미한다. Fig. 6과 7의

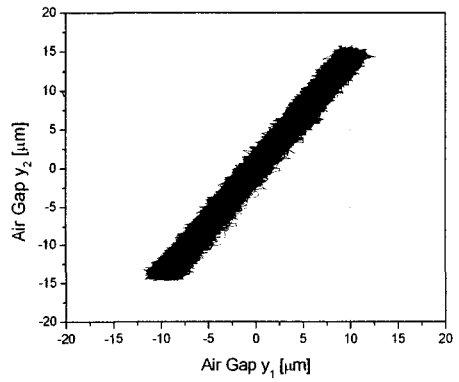

Fig. 7 y_1-y_2 trajectory of air gap response by PID-control

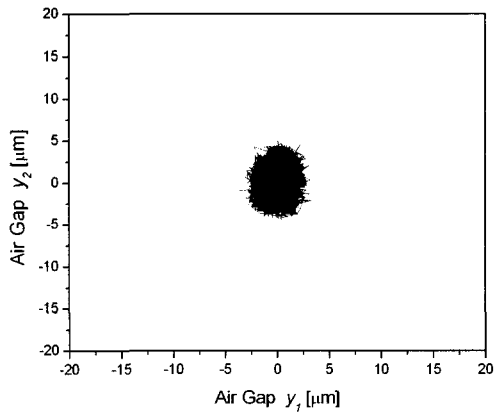

Fig. 8 y_1-y_2 trajectory of air gap response by sliding mode control

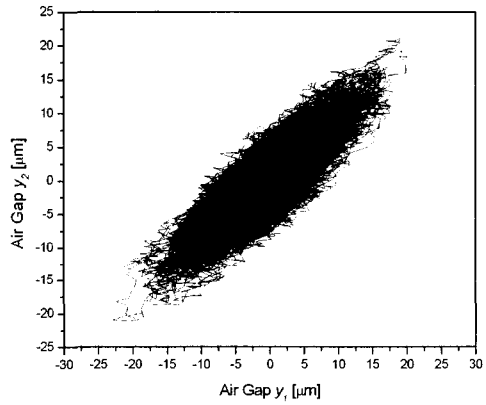

Fig. 9 y_1-y_2 trajectory of air gap response by linear control under random excitation

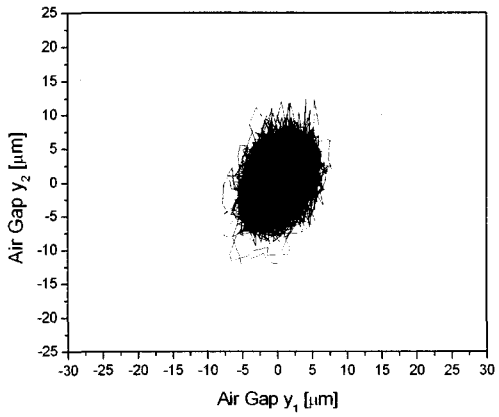

Fig. 10 y_1-y_2 trajectory of air gap response by sliding mode control

비교를 통해 원추운동에 대한 제어 가중치의 영향을 알 수 있다.

Fig. 8은 슬라이딩모드제어 응답으로 비선형 항의 효과에 의해 응답이 감소됨을 알 수 있다. Fig. 7에서 y_1, y_2, Δy, y_o의 표준편차는 각각 7.0 μm, 10.1 μm, 1.6 μm, 3.6 μm, Fig 8에서는 각각 1.6 μm, 2.7 μm, 1.5 μm, 1.1 μm로 나타났다. 따라서 두 결과를 비교하면 비선형 제어의 효과에 의해 y_1, y_2, Δy, y_o의 표준편차가 각각 22.9 %, 26.7 %, 93.8 %, 12.8 % 수준으로 감소하였다. 축의 회전을 제외한 나머지 변수는 많은 감소를 보였으나, 축의 회전량은 감소가 거의 일어나지 않았다. 그 이유는 본 시스템이 갖는 한계 하에서 선형제어로 계는 슬라이딩 평면 s_1 근처에 충분히 도달된 반면에 병진운동은 비선형 항에 의해 슬라이딩 평면 s_2로의 도달성이 향상되었음을 의미한다.

조준경의 경우 차량 이동에서 오는 외란은 랜덤하며 주파수 범위가 50 Hz 미만이다. 이 상황 하에서의 슬라이딩모드제어의 성능을 검증하기 위해 주파수 범위 10~50 Hz 대역폭을 갖는 두 독립적인 랜덤 신호를 각각의 가진기에 제공하여 가진하였다. 이 경우 베이스 가속도 $\ddot{z}_1$, $\ddot{z}_2$의 $x-y$ 궤적은 거의 원형범위 내에 존재한다. 이 가진 상황 하에서 앞에서와 같이 선형제어응답은 Fig. 9와 같이 y_1-y_2 궤적이 거의 45° 기울기를 갖는 타원형태를 보여 원추운동이 병진운동에 비해 적게 발생함을 알 수 있다. Fig. 10은 슬라이딩모드제어 응답의 y_1-y_2 궤적으로 원추운동 성분의 크기는 별 변화를 보이지 않으나, 병진운동은 많이 감소되었음을 알 수 있다.

Fig. 9에서 y_1, y_2, Δy, y_o의 표준편차는 각각 5.9 μm, 5.6 μm, 1.5 μm, 5.6 μm로 나타났으며, Fig 10에서는 각각 1.9 μm, 2.6 μm, 1.3 μm, 1.8 μm로 나타났다. 따라서 두 결과를 비교하면 슬라이딩모드 제어에 의해 y_1, y_2, Δy, y_o의 표준편차가 각각 32.2 %, 46.4 %, 86.7 %, 32.1 % 수준으로 감소하였다. 이 경우도 슬라이딩모드제어가 외란 응답의 감소에 효과적임을 확인할 수 있다.

4. 결 론

마찰에 의한 조준경의 안정화 성능 저하를 극복하기 위해 조준경 고각축에 기존의 기계적 베어링 대신 마찰 없이 축을 지지할 수 있는 전자기 베어링을 적용하였다. 전자기 베어링 적용시 베이스 가진에 의한 축의 떨림은 안정화 성능을 저하시키는 문제를 야기하는데, 이 문제를 해결하기 위해 베이스 외란을 직접 측정하지 않고 외란응답을 감소시킬 수 있는 슬라이딩 제어를 적용하였다. 슬라이딩 제어기는 폐회로를 비연성화 시키고, 각 제어변수의 폐회로 극점배치를 용이하게 할 수 있는 구조를 제안하였다. 제안된 방법은 2-자유도 전자기베어링계에 적용하였으며, 실험결과를 통해 슬라이딩모드 제어가 기존의 PID-제어에 비해 외란응답 제거에 효과적임을 입증하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : R01-2003-000-10857-0) 지원으로 이루어졌으며, 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Armstrong, B., Dupont, P., C. Canudas De Wit, 1994, "A Survey of Models, Analysis Tools and Cmpensation Methods for Control of Machines with Friction," Automatica, vol. 30, no. 7, pp. 1083~1138.

(2) Cole, M. O. T., Keogh, P. S. and Burrows, C. R., 1998, "Control and Non-linear Compensation of a Rotor/Magnetic Bearing System Subject to base Motion," 6th Int. Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge, MA, pp. 618~627.

(3) Kasada, M. E., Clements, J., Wicks, A. L., Hall, C. D. and Kirk, R. G., 2000, "Effect of Sinusoidal Base Motion on a Magnetic Bearing," Proc. IEEE International Conference on Control Applications, pp. 144~149.

(4) Suzuki, Y., 1998, "Acceleration Feedforward Control for Active Magnetic Bearing Excited by Ground Motion," IEEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 145, No. 2, pp. 113~118.

(5) 강민식 등, 2004, "MFXLMS 알고리즘을 이용한 전자기베어링계의 외란보상 제어기-이론," 한국정밀공학회, 제 21 권, 제 2 호, pp. 74~82.

(6) 강민식 등, 2004, "MFXLMS 알고리즘을 이용한 전자기베어링계의 외란보상 제어기-실험," 한국정밀공학회지, 제 21 권, 제 2 호, pp. 83~91.

(7) Utkin, V. I. Sliding Modes in Control Optimization, 1992, New York:Springer-Verlag.

(8) Young, D. K., Utkin, V. I. and Ozguner, 1999, A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control," IEEE Transaction on Control Technology, Vol. 7, No. 3.

(9) 김효준, 박영필, 2002, "정밀기기가 탑재된 방진대의 주파수성형 슬라이딩모드 제어," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 2 호, pp. 124~131.

(10) Yeh, T. J. and Chung, Y. J., 2000, "Sliding Control of Magnetic Bearing Systems," Proc. of the American Control Conference, pp. 1622~1626.

(11) Shan, X. and Menq, C. H., 2002, "Robust Disturbance Rejection for Improved Dynamic Stiffness of Magnetic Suspension Stage," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 7, No. 3, pp. 289~295.

(12) Hassan, I. M. M. and Mohamed, A. M., 2001, "Variable Structure Control of a Magnetic Levitation System," Proc. of the American Control Conference, pp. 3725~3730.

(13) Lee, J. H., Allaire, P. E., Tao, G., and Zhang, X., 2001, "Integral Sliding-mode Control of a Magnetically Suspended Balance Beam: Analysis, Simulation, and Experiment," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 6, No. 3, pp. 338~346.

(14) Chan, M. L., Tao, C. W. and Lee, T. T., 2000, "Sliding Mode Controller for Linear Systems with Mismatched Time-varying Uncertainties," J. of the Franklin Institute, Vol. 337, pp. 105~115.