한국소음진동공학회논문집 제 14 권 제 5 호, pp. 394~401, 2004.

센서 동역학을 고려한 충돌체간의 충격응답

Impact Responses of Two Colliding Bodies Considering Sensor Dynamics

이 종 원† · 류 봉 조* · 안 길 영** · 권 병 희** · 송 오 섭***

Jong-Won Lee, Bong-Jo Ryu, Kil-Young Ahn, Byoung Hee Kwon and Oh-Seop Song

(2003년 11월 28일 접수 : 2004년 4월 20일 심사완료)

Key Words : Sensor Dynamics(센서 동역학), Impact Force(충격력), Contact Force Model(접촉력 모델), Magnetic Contactor(전자 개폐기)

ABSTRACT

This paper presents a study on the analysis of impact responses taking into account sensor dynamics. The contact force between impacting bodies is modelled by using Hertz force-displacement law and linear damping function. Since the real impact force and acceleration at the contact surface of two colliding bodies are measured indirectly by the sensors, the measured outputs can be a little different from the real impact responses. Therefore, in this study, the importance of consideration of sensor dynamics in the impact problems of two colliding bodies is emphasized. In order to verify the appropriateness of the proposed contact force model, the drop type impact test using two kinds of sensors is carried out. Through the numerical analysis and experiment, the effect of sensor dynamics and characteristics on the contact force model is investigated.

1. 서 론

충돌력을 받는 기구 및 구조해석에 있어 빈번하게 발생되는 문제점들 중의 하나는 충격력에 대한 부정확한 예측이다.

충돌현상은 임펄스를 야기시키는 아주 자주 접할 수 있는 동적 하중조건이며, 기계시스템의 진동특성에 영향을 미친다. 특히, 이러한 충돌에 의한 충격력은 충돌부의 기하학적 형상과 재료의 특성에 따라 다양한 형태로 나타나며 천이응답과 강한 비선형성을 갖는다는 데에 그 특징이 있다.

† 책임저자 : 정회원, 충남대학교 대학원 기계공학과
E-mail : jw7921@hanmail.net
Tel : (042) 822-8205, Fax : (042) 821-1587
* 정회원, 한밭대학교 기계공학부
** 정회원, LG산전(주)
*** 정회원, 충남대학교 기계공학과

충돌 접촉현상에 대한 이론적인 접근 방법은 두 탄성 충돌체간의 접촉력과 상대적인 변형 혹은 압입량(indentation)간의 관계식을 정립하는 것인데 일반적으로 충돌 접촉현상은 압입단계와 분리단계로 나뉘어 발생한다고 볼 수 있다. 압입단계에서는 두 탄성체의 변형이 충격력을 받는 면과 수직방향으로 발생하며 같은 방향으로 접촉점의 상대속도는 없는 것으로 가정한다. 분리단계는 압입단계의 마지막 순간, 즉 최대 접촉력의 발생 직후부터 시작하여 완전히 분리되는 순간까지 지속된다.

충돌응답을 예측하는데 많은 연구자들이 다양한 방법을 이용하여왔다.[1~2] 충돌해석을 위한 하나의 방법은 Newton의 충돌법칙을 이용하는 것으로서, 이것은 충돌이 순간적으로 일어난다는 가정 하에 운동량과 에너지 보존에 근거한 방법이며 충돌로 인한 손실을 반발계수로 표현하는 것이다. Raymond는 수많은 실제적인 충돌문제를 반발계수를 이용하여 해결하였다.[3] 또한 그는 접선방향 충격량과 법선방향 충격량

의 비율을 고려하여 접선방향의 상대속도를 가지는 경사 충돌문제를 다루었다. Rosa 등은 충돌하는 물체의 상대적인 초기속도에 따른 반발계수의 변화를 연구하였다.[4] 비록 이 방법이 비교적 효율적이기는 하지만 충돌 동안의 계의 응답을 예측하지는 못하는 단점을 지니고 있다. 이러한 단점을 해결하기 위한 또 다른 방법은 충돌로부터 야기되는 힘들을 표현하기 위한 접촉력 모델을 이용하는 것이다. 가장 단순한 것은 점탄성 모델로 알려진 것으로 접촉력을 선형 스프링과 댐퍼를 병렬로 연결한 Kelvin-Voigt 모델이다.[5] 그러나 이 모델은 충돌의 전체적인 비선형적인 특성을 나타내지 못하기 때문에 매우 정확하지 못하다. 접촉력의 더욱 타당한 모델은 탄성 물체사이의 국부적인 수직 비마찰 접촉에 대한 Hertz 이론에 근거를 둔 비선형적인 힘과 변형 관계를 모델의 스프링 요소로 사용하는 것이다.[6] Hunt와 Crossley는 Hertz 이론에 근거한 비선형 스프링을 사용할 뿐만 아니라, 충돌에 의한 손실을 표현할 수 있는 비선형 점성 감쇠를 제안하였다.[7] 이러한 모델을 Lankarani와 Nikravesh는 다물체 시스템 내에서의 충돌을 분석하는데 사용하였다.[8] 또한 Shivaswamy와 Lankarani는 에너지 흡수와 영구 변형을 설명하기 위하여 충돌의 압축과 복원 구간에서 각각 독립적인 관계를 가진 비선형적인 힘과 변형 방정식을 사용하였다.[9]

일반적으로 접촉력 모델을 검증하기 위해서는 두개의 충돌물체 사이의 충격력과 충돌면의 운동이 측정되어야 하지만, 충돌에 의한 실제 응답들은 센서를 통해 간접적으로 측정되기 때문에, 측정된 출력 값은 접촉면에서의 실제 충격력 값, 그리고 측정하려는 충돌체의 실제 가속도와는 다소 다르게 나타날 수 있다. 또한, 충돌부나 충돌체의 구조 및 이에 부착된 센서의 위치에 따라 측정된 출력 값은 다소 상이할 수 있다. 이러한 불일치는 충돌계의 동역학에 센서 동역학[10]을 고려해 줌으로써 보다 더 실제에 근접된 해석으로 해결될 수 있을 것이다.

본 논문에서는 충돌 응답(충격력 및 가속도 응답)을 정확히 예측하기 위하여 센서 동역학을 고려한 접촉력 모델을 이용하는 방법을 취하였으며, 이때 접촉력은 Hertz 이론[6]에 근거하여 모델화되었다. 또한, 제시된 접촉력 모델의 응용성을 검토하기 위하여, 낙하충돌시험이 다양한 높이에서 이루어졌으며, 충돌부에 부착된 센서의 위치영향을 조사하기 위해 두 종류의 센서를 사용하여 충돌응답이 계측되었다.

최종적으로 본 논문에서 제시한 충돌응답 예측방법을 실제 전자개폐기에 적용하여 OFF동작 시에 발생되는 충격력을 예측하였다. 이 경우에 사용되는 접촉력 모델의 매개변수들은 동일한 운동량 조건에서의 낙하충돌시험을 통하여 산출하였다.

2. 접촉력 모델

두개의 탄성체가 충돌하여 발생되는 변형과 접촉력에 대한 관계는 Hertz에 의한 접촉이론이 효시라 할 수 있다.

Hertz 이론[6]은 탄성변형에 의한 접촉면의 기하학적 형상 변화만을 고려하여 접촉력을 구하기 때문에 충돌 동안의 에너지 전달과정에 대한 설명에 제한을 갖게 되며, 특히, 점탄성 충돌문제에 의한 충돌 시, 재료감쇠에 의한 에너지 손실에 대해서는 설명이 불가능해진다. 또한 충돌부의 탄성변형만을 고려하였기 때문에 큰 충돌력의 경우에는 적용이 어려워지게 된다.

Hunt와 Crossley[7]는 이러한 선형 감쇠 모델은 에너지 전달과정의 물리적인 본질을 잘 나타내지 못한다는 것을 지적하고, Hertz 이론에 의한 비선형 스프링과 충돌에 의한 손실을 표현할 수 있는 비선형 점성 감쇠를 사용한 접촉력 모델을 제시하였다. 이러한 모델은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 병렬로 연결시킨 비선형 스프링과 댐퍼로 구성되어 충돌체간에 삽입된다. 이에 관계된 접촉력은 식 (1)과 같다.

$$F = (k + \mu \dot{x}) x^p \tag{1}$$

여기서, x와 $\dot{x}$는 각각 충돌부의 변위와 속도를 나타내며, k와 p는 각각 Hertz 법칙에 의해 얻어질 수 있는 스프링 상수와 충돌면의 기하학적 형상에 의존하는 지수를 의미한다. 그리고 μ는 히스테리시스 감

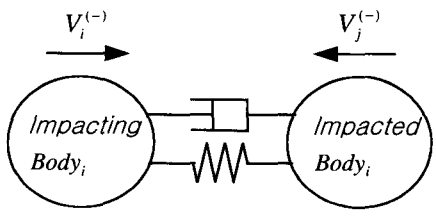


Fig. 1 Contact force model

쇠계수로서 충돌의 순간의 압입 길이에도 의존하며 다음과 같이 표현된다.

$$\mu = \frac{3k(1-e^2)}{4\dot{x}^{(-)}} \tag{2}$$

식 (3)에서 $\dot{x}^{(-)}$는 충돌 직전속도이고, e는 발발계수이다.

Kelvin-Voigt의 선형 댐퍼 모델[5]인 경우에는 충돌직전 속도로 인하여 압입순간부터 압축력이 작용하고, 분리 순간에는 인장력이 작용하므로 물리적으로 모순된 현상을 보여주고 있으나, Fig. 2의 Hunt의 히스테리시스 댐퍼 모델에서는 이러한 물리적 현상이 제거된다.

3. 센서 동역학을 고려한 충돌부의 수학적 모델

일반적으로 충돌부의 힘-변위 관계를 측정하기 위해서는 충돌면의 운동 상태(변위, 속도 또는 가속도)와 힘을 측정하는 것이다. 그러나 실험에 있어서는 센서를 이용한 간접적 측정이 이루어지기 때문에 충돌체의 구조강성과 동적특성들이 측정결과에 큰 영향을 줄 수 있다. 이러한 측면에서 임피던스-헤드(impedance head)는 힘과 가속도를 동일 위치에서 측정할 수 있는 유용한 센서인 반면에, 구조상 구조강성이 취약하므로 큰 충돌력을 측정하는 경우에는 부적합하고 힘-센서(force-transducer)의 사용이 적합하다.

3.1 임피던스-헤드를 사용하는 경우

임피던스-헤드를 사용하여 충돌응답을 측정하는 경우, 낙하하는 충돌부와 이에 대한 수학적 동적모델은 각각 Fig. 3(a), (b)에 나타난 바와 같다.

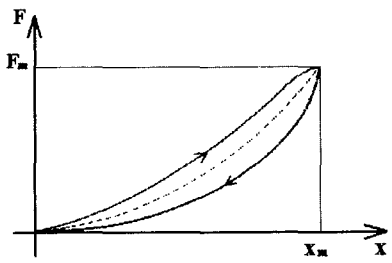


Fig. 2 Contact force model with Hysteresis damping

Fig. 3에서 임피던스-헤드의 질량 m_s는 몸체질량 m_b와 내부의 압전체 위에 연결된 질량 m_a로 구성되며, m_d는 첨가 질량을 나타낸다.

또한, K는 압전체 스프링 상수를 나타내고, 충돌부는 스프링 상수 k의 비선형 스프링 요소와 선형댐퍼로 가정되었다. 또한, m_t는 충돌부의 끝단질량을 나타낸다.

Fig. 3(b)의 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

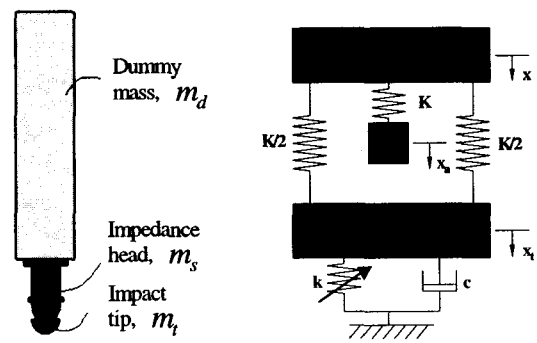
$$\begin{aligned} &m_a\ddot{\eta} + K\eta = -m_a\ddot{x} \\ &m\ddot{x} - K\eta + K\epsilon = 0 \\ &m_t\ddot{x}_t - K\epsilon = -(C\dot{x}_t + kx_t^p) = -f_i \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, $\eta = x_a - x$, $\epsilon = x - x_t$이고, 임피던스-헤드의 출력 값은 η와 ϵ에 의해 나타난다.

즉, 임피던스-헤드의 출력 값은 가속도 $\ddot{\eta} = \ddot{x}_a - \ddot{x}$와 힘 $f = K\epsilon$이며, 충돌모델의 해석에 필요한 측정값은 충돌부의 가속도 $\ddot{x}_t$와 충돌부에 작용하는 힘 $f_i = C\dot{x}_t + kx^p$이다.

$K \gg k$인 경우는 $x_t \approx x$이므로 $\ddot{x}_t$와 f_i는 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{x}_t = -\frac{m_a\ddot{\eta} + f}{m + m_a} \tag{4}$$



(a) Impacting body (b) Dynamic model

Fig. 3 Impacting body using impedance head

$$f_i = f + m_t \frac{m_a \ddot{\eta} + f}{m + m_a}$$

$$= (1 + \frac{m_t}{m + m_a}) f + \frac{m_t m_a}{m + m_a} \ddot{\eta} \quad (5)$$

3.2 가속도계와 힘-센서를 사용하는 경우

힘-센서와 가속도계를 사용하는 경우의 충돌체와 수학적 동적모델은 각각 Fig. 4(a), (b)에 나타난 바와 같다. 이 경우 가속도계는 첨가질량에 견고히 고정되어 충돌체와 한 몸체로 가정할 수 있다.

Fig. 4(b)에서 m_u와 m_e는 각각 힘-센서의 상하부 질량을 의미하며 이 두 질량 사이에 압전체가 위치한다. 또한, m_a 와 m_d는 각각 가속도계 질량과 첨가질량을 의미하며, m_t는 충돌부의 끝단질량을 나타낸다.

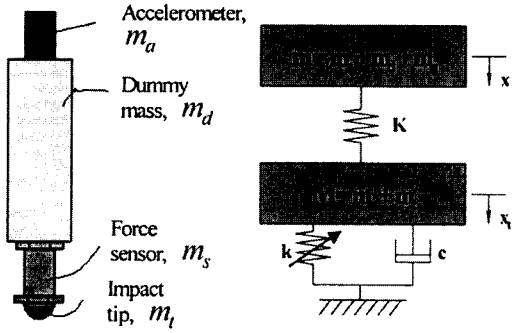
Fig. 4(b)의 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + K(x - x_t) &= 0 \\ M\ddot{x}_t + C\dot{x}_t + kx_t^p - K(x - x_t) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 측정된 가속도 출력은 $\ddot{\eta}$이며, $\ddot{\eta} = \ddot{x}$ 인 관계가 있고, 힘-센서 출력은 $f = K(x - x_t)$이다. $K \gg k$인 경우에는 $\ddot{x} \approx \ddot{x}_t$로 되어 f_i와 $\ddot{x}_t$는 다음과 같이 표현된다.

$$f_i = f - M\ddot{\eta} \quad (8)$$

$$\ddot{x}_t = -\frac{f}{m} \quad (9)$$



(a) Impacting body (b) Dynamic model

Fig. 4 Impacting body using accelerometer and force sensor

4. 실험장치 및 실험결과

4.1 실험장치

Fig. 5는 낙하실험에 사용된 실험 장치를 보여준다. 실험장치의 구성은 크게 충돌물체와 충돌물체가 낙하하는데 필요한 안내가이드, 충돌되는 동판(copper plate)등으로 구성되었으며, 충돌력과 충돌가속도 응답을 계측하는 센서들과 증폭기, 그리고 이를 디스플레이 하는 오실로스코프 등으로 구성되어 있다.

실험은 리니어 베어링이 장착된 가이드를 따라 충돌부가 동판에 낙하될 때, 각각 두 종류의 센서에 의해 계측되며, 응답신호는 증폭기를 거쳐 오실로 스코프 상에 나타나게 된다. 충돌부의 팁(tip)은 고무와 플라스틱의 두 재료를 사용하였으며 이에 대한 제원

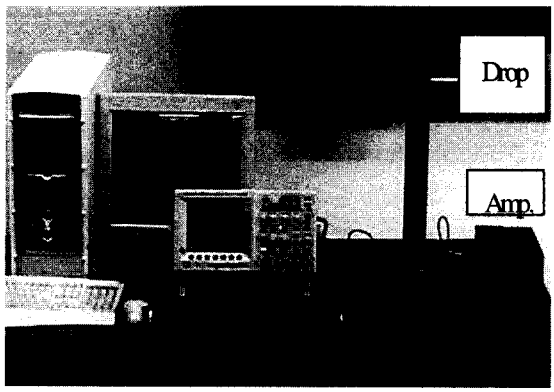


Fig. 5 Experimental setup for drop-type impact test

Table 1 Specification of the impacting bodies

Dummy mass, m_d		122×10^{-3} kg
Impact tip mass, m_t	Plastic tip	3.9×10^{-3} kg
	Rubber tip	4.1×10^{-3} kg
Impedance head mass, m_s	m_a	2.2×10^{-3} kg
	m_b	28.8×10^{-3} kg
Impedance head, K		25×10^7 N/m
Force sensor mass, m_s	m_u	18×10^{-3} kg
	m_e	3×10^{-3} kg
Force sensor, K		25×10^8 N/m

은 Table 1과 같다. 한편, 충돌체의 낙하속도를 직접 측정하지 못하고, 낙하높이에 따라 응답을 얻었으며, 본 논문에서의 low velocity와 high velocity는 각각 낙하높이가 5 mm와 20 mm를 지칭한다.

4.1 실험결과 및 토의

Fig. 6과 7은 충돌부가 고무 팁인 경우 임피던스 헤드를 사용하여 측정한 충격력과 가속고 응답을 보여준다.

먼저 Fig. 6의 충격력에 있어 센서 충격력 값이 계산된 값과 다소의 차이가 있다. 이는 실제 충돌부의 충격력에서 팁부분의 질량 m_t의 관성력 부분이 측정되지 않으므로 계산된 충돌력 값이 측정된 충돌력 값보다 약간 크게 나타나고 있다. 한편 Fig. 7의 가속도 응답에 있어서 임피던스 헤드에 내장된 가속도계는 base에 대한 상대가속도를 나타내고 있기 때문에 계산된 값과 측정된 값은 차이가 크게 나타나고 있다.

Fig. 8(a), (b)와 Fig. 9(a), (b)는 플라스틱 팁을 사용한 경우, 임피던스 헤드를 이용하여 저 충격량과 고 충격량에 대한 각각의 충격력과 이에 상응하는 가속도 응답들을 보여주고 있다.

충돌부 팁의 재료가 무엇이든 간에 충돌력의 센서 측정값과 계산된 값의 차가 있는 것은 이미 Fig. 6에서 기술한 바와 같이 센서가 충돌부 팁의 관성력을 측정하지 못하기 때문에 차이가 나타나게 되는 것으로 판단된다.

또한, 가속도 응답에 있어서도 Fig. 7에서와 같이 임피던스-헤드로부터 측정된 가속도는 상대가속도를 나타내기 때문에 계산된 값과 차이를 보이고 있음을

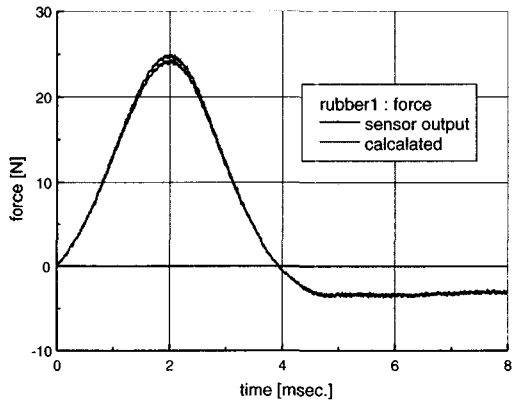


Fig. 6 Impact force of rubber tip for low velocity drop using impedance head

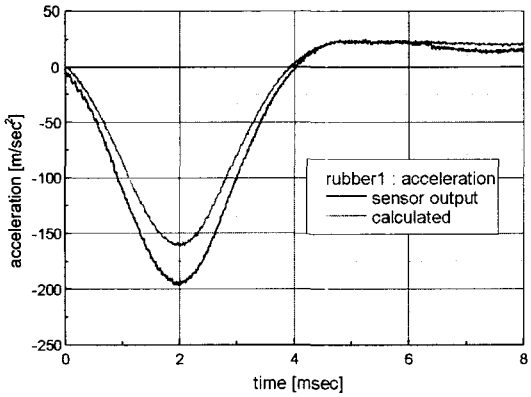
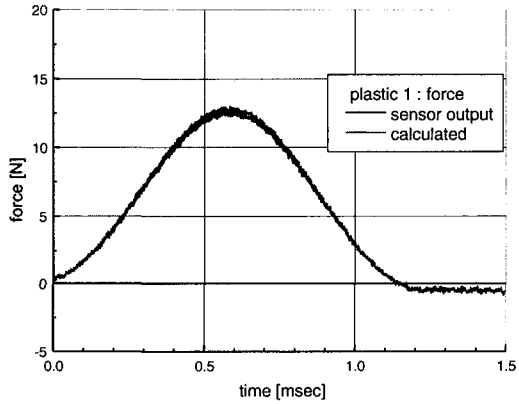
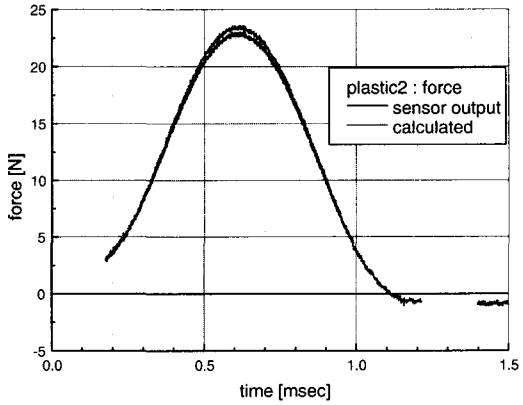


Fig. 7 Acceleration of rubber tip for low velocity drop using impedance head



(a) Force for low velocity drop



(b) Force for high velocity drop

Fig. 8 Impact force of plastic tip using impedance head

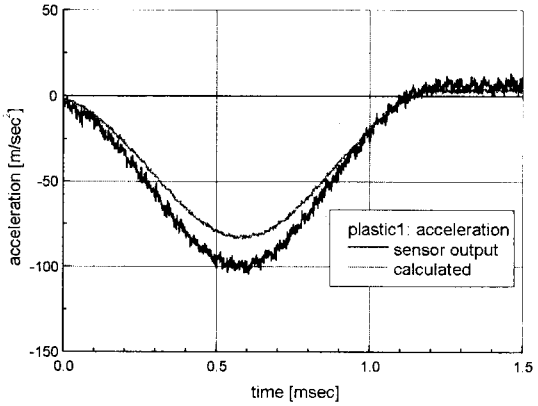
알 수 있다.

Fig. 10과 11은 가속도계와 힘-센서를 사용한 경우 고무 팁에 대한 충격력과 가속도 응답을 각각 나타내고, Fig. 12(a), (b), (c), (d)는 각각 플라스틱 팁에 대한 저 충격량과 고 충격량의 충격력과 가속도 응답을 보여준다.

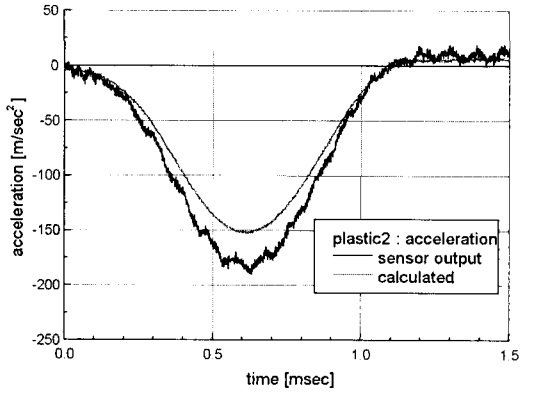
이미 임피던스 헤드를 사용한 경우 충격력에 대해 논의 하였듯이 힘-센서를 사용한 경우도 센서가 팁의 관성력을 측정하지는 못하기 때문에 충격력의 계산값과 센서 측정값에 있어 경미한 차이가 있음을 알 수 있다.

그러나 가속도 응답에 있어서는 임피던스-헤드 사용의 경우와는 달리 센서출력이 바로 팁 부분의 가속도를 나타내기 때문에 계산된 값과 센서 측정값이 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

그러나, Fig. 12(d)와 같이 충돌력이 큰 경우는 충돌부의 강성이 커짐으로 충돌부에서 발생한 진동 wave의 전파에 의한 영향이 나타나게 된다. 이 진동 주파수는 약 50 Hz로 가속도 센서의 공진 주파수와 일치한다.



(a) Acceleration for low velocity drop



(b) Acceleration for high velocity drop

Fig. 9 Acceleration of plastic tip using impedance head

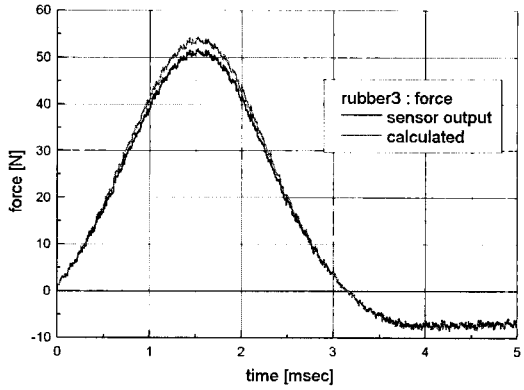


Fig. 10 Impact force of rubber tip using force sensor

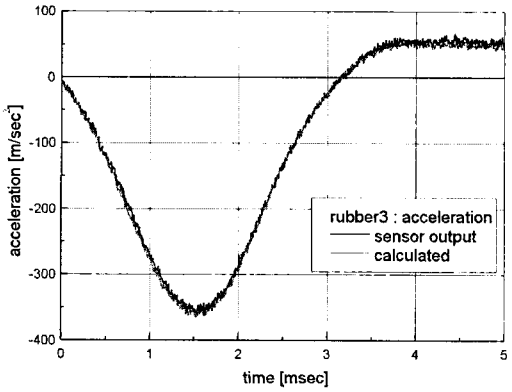


Fig. 11 Acceleration of rubber tip using accelerometer

5. 충돌 접촉모델의 실제 적용

본 논문에서 제시한 충돌응답 예측 방법을 실제 산업용 전자개폐기(magnetic contactor)에 적용하여 OFF동작 시에 가동접점부와 외부케이스 사이에 발생되는 충격력을 예측하였다.

여기에서 충돌부의 형상은 양쪽이 모두 평면이다.

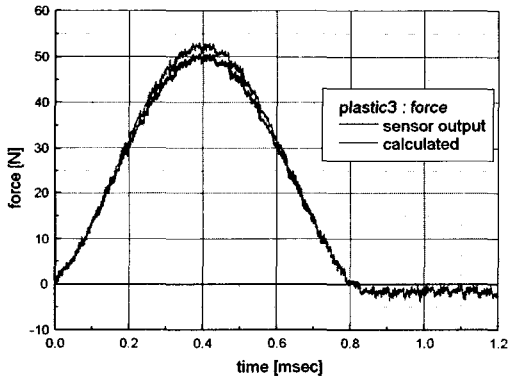
충격응답의 정확한 예측을 위해 센서 동역학을 고려한 수학적 모델을 토대로, 낙하실험을 행하여 얻은 충돌변수와 평면 충돌의 경우에 적용되는 식 (10)의 이론적인 충돌 강성을 비교하고[11], 이에 따른 충격력 값도 비교하였다.

$$k=\frac{2\sqrt{ab}}{m(h_1+h_2)} \qquad (m=\frac{a}{b}) \tag{10}$$

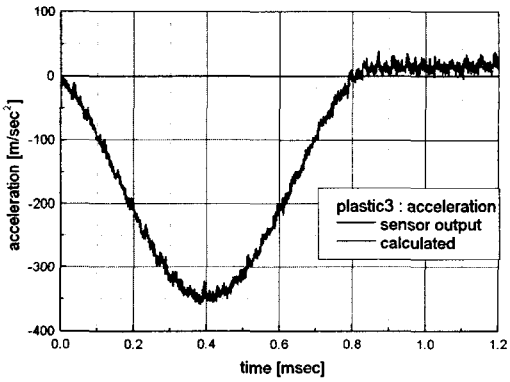
여기서, a, b는 충돌 단면적의 가로와 세로의 길이를 나타내고, h는 탄성계수와 프와송 비로 구성된 재료의 물성을 나타내는 매개변수를 나타낸다.

$$h_i=\frac{1-v_i^2}{\pi E_i} \tag{11}$$

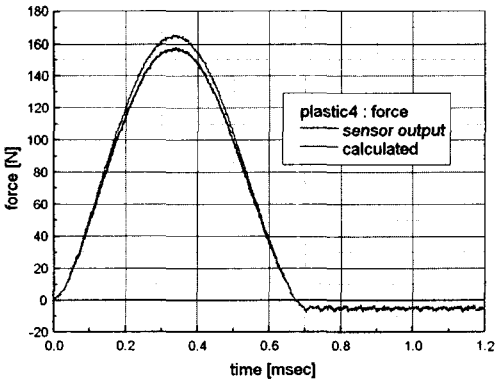
Fig. 13은 실제 전자 개폐기에 강제적으로 OFF동작을 주어 힘-센서와 가동부가 직접 충돌을 하도록 한 장치 그림이다. 식 (10)에 의해 계산된 강성은 1.93×10^4 N/m이고, 전자개폐기와 같은 충돌조건(충돌형상, 운동량)에 대하여 낙하실험을 통하여 얻어진 강성은 2270 N/m 이었다. 이러한 충돌모델이 적용된 전자개폐기의 동적모델은 상용 패키지인



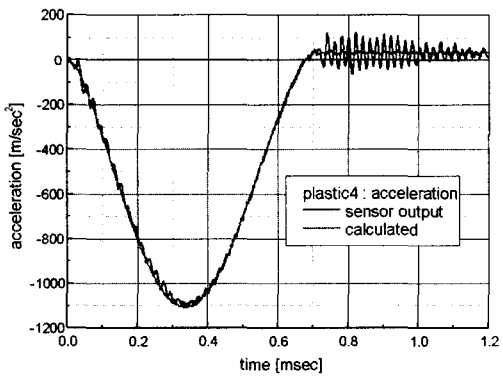
(a) Impact force for low velocity drop



(b) Acceleration for low velocity drop



(c) Impact force for high velocity drop



(d) Acceleration for high velocity drop

Fig. 12 Impact responses of plastic tip using force sensor and accelerometer

Fig. 13 Impact force measurement

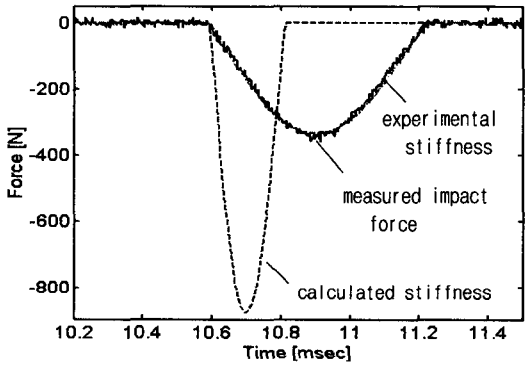


Fig. 14 Impact force simulation

ADAMS를 이용하였다. Fig. 14는 ADAMS에서 충격력을 시뮬레이션 한 결과 그래프이다. 이 그림에서 실험을 통한 충돌강성에 의한 충격력은 실제 충격력과 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있으나, 이론적 계산에 의한 충돌강성을 이용한 충격력 예측 값은 실제 충격력과 큰 오차를 나타냄을 알 수 있다. 이는 계산 식 (10)에 의한 이론적인 충격력 예측의 경우, 충돌 시 운동량에 관한 고려가 없었기 때문으로 사료된다.

6. 결 론

첫째, 충돌 물체간의 접촉력을 Hertz 힘-변위 법칙과 선형감쇠함수를 이용하여 모델링 하였으며, 보다 더 정확한 충돌해석을 위해 충돌부에 부착된 센서의 동역학이 고려되어야 함을 알 수 있었다. 둘째, 센서 동역학의 영향을 조사하기 위한 두 종류의 센서를 사용한 낙하충돌실험이 행해졌으며, 실험에 의한 충돌변수의 도출 값을 실제 전자 개폐기의 측정된 충격력 값과 비교하여 근사한 일치를 보였다.

참 고 문 헌

(1) Salah, F. and Holly, Witteman., 2000, "Modeling of Impact Dynamics," A Literature Survey, Proceedings of the International ADAMS User Conference.

(2) Rothbart, H. A., 1985, Mechanical design and systems handbook, McGraw-Hill Company.

(3) Raymond, M. B., 1991, Mechanical Impact Dynamics of Rigid Body Collisions, John Wiley & Sons.

(4) Rosa, R., Thorsten, P., Nikolai, V. B. and Thomas, B., 1999, "Coefficient of Restitution of Colliding Viscoelastic Spheres," Physical Review E, Vol. 60, No. 4, pp. 4465~4472.

(5) Goldsmith, W., 1960, Impact Theory and Physical Behavior of Colliding Solids, Edward Arnold Ltd.

(6) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. J., 1970, Theory of Elasticity, McGraw-Hill Company.

(7) Hunt, K. H. and Crossley, F. R. E., 1975, "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact," Journal of Applied Mechanics, June, pp. 440~445.

(8) Lankarani, H. M. and Nikravesh, P. E., 1990, "A Contact Force Model with Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems," Journal of Mechanical Design, September, Vol. 112, pp. 369~376.

(9) Shivaswamy, S. and Lankarani, H. M., 1997, "Impact Analysis of Plates Using Quasi-Static Approach," Journal of Mechanical Design, September, Vol. 112, pp. 376~381.

(10) Ernest, O. Doebelin., 1990, Measurement Systems - application and Design, McGraw-Hill Company.

(11) Lankarani, H. M., 1988, Canonical Equations of Motion and Estimation of Parameters in the Analysis of Impact Problems, Ph.D. Dissertation, University of Arizona, Tucson.