

수학에 대한 자신감 증진: 가상학습교구를 통한 분수 개념 이해의 결과

허 해 자* · Jenifer Suh** · Patricia S. Moyer***

본 연구는 가상학습교구를 이용한 수업이 학생들의 수학적 개념 이해를 돕고, 이러한 개념 이해의 증가가 학생들의 수학 학습에 대한 자신감을 증진시키는지를 분석하는데 목적이 있다. 또한, 다수의 질 높은 수학관련 소프트웨어의 개발에도 불구하고 비용상의 문제로 사용에 제약을 받았던 수학교실 상황에, 무료로 제공되는 가상 학습교구의 활용 가능성 모색은 본 연구가 갖는 또 다른 의미이다. 워싱턴 디씨 근교 초등학교 5학년 학생들을 대상으로 가상학습교구를 이용하여 분수개념을 지도하였고, 학생들이 분수개념을 획득함에 따라 나타내는 자신감의 증거를 찾았다. 실험 전후에 성취도와 자신감 검사가 실시되었고, 수업 중의 인터뷰와 학생 활동지 수업관찰을 통해 자료를 수집하고 분석하였다.

1. 서 론

컴퓨터를 수학교육에 도입하던 초기는 단순 계산 또는 반복적인 일을 컴퓨터(혹은 계산기)가 대신할 수 있어서 학생들이 지루한 계산에서 해방될 수 있다는 점이 매력적이었다. 사실 계산기가 대중화되기 이전까지 어쩌면 지금까지도 많은 사람이 셈(사칙연산)을 빠르고 정확하게 할 수 있는 사람을 보면, 수학을 잘하는 사람이라고 생각하는 것 같다. 또한 많은 사람이 '수학'이라는 단어와 더불어 떠올리는 것이 '계산'이라는 단어인 것을 보면 우리가 그동안 계산력에 얼마나 많은 시간을 투자해왔는지를 짐작할 만하다. 오늘날 수학교육자들은 컴퓨터를 수학에 이용할 때 학생들의 개념이해

를 증진시킬 수 있다는 장점을 강조한다. 컴퓨터에 단순 반복 계산과 같은 일을 시킴으로써 교사는 학생들에게 계산연습을 강조할 필요가 없고 따라서 그 동안 단순히 기계적인 연습에 들이던 시간을 교사가 학생들에게 개념을 설명하는데 투자할 수 있게 되었다는 것이다. 이러한 생각은 수학교육에서 지식을 개념적 지식과 절차적 지식으로 나누고 어느 것을 먼저 가르치는 것이 효과적인가, 혹은 어떤 것을 조금 더 많이 가르칠 것인가를 고민하는 데서 나온 것이다. 그러나 이제 우리는 이 둘을 효율적으로 그리고 거의 동시에 연결시킬 장치를 갖게 되었다. 이 장치 중 하나가 가상학습교구(virtual manipulatives: VM)이다. VM 애플릿의 수학교육에서의 이점 중의 하나는 동적 이미지를 추상적 기호와 연결시키는 능력이다. 구체

* 관동대학교, hjheo@kwandong.ac.kr

** Little River Elementary School Teacher, Jensuh@aol.com

*** George Mason University, pmoyer@gmu.edu

물과는 달리 전자 톨은 컴퓨터 스크린 위에서 그래프, 수, 그리고 말을 상징 형태의 아이콘과 연결시킨다(Kaput, 1992). 물론, 지금까지 개발된 VM가 모두 그런 것을 아니지만 잘 고안된 몇몇 VM에서 우리는 그러한 가능성을 보았다.

몇몇 연구에서 최근에 시도되어온 다양한 테크놀로지를 이용한 수학 학습 지도와 학생들의 수학에 대한 태도가 긍정적으로 관련되었다는 결과가 보고되었다(Machin & Rivero, 2002). 그러나 그러한 연구들의 대부분은 테크놀로지와 학생들의 수학에 대한 태도의 상호관련성 측정에 주된 관심이 있었을 뿐이다. 그러한 연구들은 “왜?”에 대한 답을 주지 못했다. 따라서, 우리의 연구는 “왜?”에 대한 답을 찾고자 하였다. 학생들이 개념지도를 강조한 가상학습교구를 통해 학습하면, 시간과 공간의 제약을 벗어나서 좀 더 다양한 외적 표현들을 접하게 되고, 그 학생의 내적 표현이 강화될 것이다. 학생의 개념 이해의 결과는 일반화, 기억력 증진, 기억해야 할 양의 감소, 전이력 증진, 신념의 변화와 같은 다양한 형태로 나타날 수 있는데(Hiebert & Carpenter, 1992), 우리가 사용하게 될 VM은 특히 개념의 일반화에 기여할 것이다. 공학의 사용을 통한 개념의 일반화는 스포레드쉬트 환경에 관한 Rojano(1996)의 연구 결과에 의해서도 뒷받침된다. 보다 일반화된 개념을 획득한 학생은 자신이 획득한 개념에 대한 자신감을 가지게 될 뿐 아니라 수학에 대한 자신감도 증대할 것으로 보인다.

수학학습에서 학생들의 자신감의 중요성은 이미 규준집(NCTM, 1989)에 언급된 바 있다. 규준집에서는 학생들을 위한 새로운 5가지 목표를 제시하였고, 그 중 하나가 학생들이 자신의 능력에 자신감을 가지는 것이다. 이것은 수

학학습의 결과 학생들은 그들 스스로 그들의 증가된 수학적 힘을 사용해서 자신이 속한 세계의 새로운 문제 상황을 이해할 수 있다고 생각할 필요가 있다는 것이다.

따라서, 본 고에서는 가상학습교구를 이용하여 초등학교 5학년 학생들에게 분수 개념(동치분수, 분수의 덧셈)을 지도한 후, 학생들이 분수 개념을 획득함 따라 나타내는 자신감의 증거를 찾고자 하였다. 연구문제는 다음과 같다. (1) 가상학습교구를 통한 개념 이해 증진이 학생들의 자신감 향상에 기여하는가? (2) 학생들의 수준에 따라 가상학습교구를 통한 개념 이해 증진이 학생들의 자신감 향상에 기여하는 정도에 차이가 있는가?

II. 이론적 배경

1. 가상학습교구(virtual manipulatives: VM)

수학교육에서 학생들의 개념이해를 돕고자 다양한 구체물이 개발되었다. 그러나 구체물은 비용과 시간 공간상의 제약을 가지고 있다. 구입 비용 때문에 모든 학생이 이용할 수 없고 단지 교사가 시범을 보이거나 그룹으로 조작해보는 경우도 있고, 매시간 교사가 구체물을 학생들에게 나누어주고 수거하는데 걸리는 시간과 노력에 비해 학생들의 개념 이해에 도움을 주지 못한다는 판단 아래 수업 중에 이용을 꺼리는 교사도 있다. 특히 초등학교의 경우에 비하여 중등학교의 수학내용이 보다 더 구조화되었기 때문일 수도 있지만, 중등학교에서의 구체물 이용은 더욱 저조한 편이다(Howard, Perry, & Tracey, 1997).

그러나, 컴퓨터와 인터넷의 보급에 따라 구체물의 장점을 살리고 단점을 보완하려는 노력이 계속되고 있다. 이러한 노력은 단순히 그림을 보여주거나 컴퓨터가 실행하는 것을 지켜보는 것을 넘어서서 사용자가 컴퓨터를 직접 조작하고 그에 다른 컴퓨터의 반응을 지켜보는 상호 작용을 통해 수학적 지식을 획득하는 데에 이르렀다. 물론 학생과의 상호작용조작이 가능한 소프트웨어는 많이 개발되었으나, 소프트웨어 구입비용 때문에 사용에 많은 제약이 있었다. 이에 웹을 통해 무료로 학생과의 상호작용이 가능한 애플릿을 제공하는 시도가 있는데, 이는 비용의 문제까지 해결해서 누구나, 어디서든, 언제든지 이용할 수 있도록 하는 장점이 있다. Moyer, Bolyard, & Spikell (2002)은 이처럼 “웹상에서 수학적 지식을 구성하기 위해 제시되는 동적 대상의 상호작용 가능한 시각적 표상이 가상학습교구(VM)이다” 라고 정의하였다.

2. 자신감

수학학습에 대한 자신감은 수학을 배우거나 수행하는 자신의 능력에 대해 사람들이 느끼는 정도이다(Hart, 1989). 이러한 정의는 수학학습에 대한 자신감 척도를 개발한 Fennema & Sherman (1976)에 의해서도 지지된다. 수학학습에 대한 자신감은 수학에서의 성차를 이해하는 중요한 요소로 끊임없이 연구되어왔으며, 주로 남녀 학생의 수학에 대한 자신감이 연구되었다(Fennema & Sherman, 1977; Hart, 1989). 또한 자신감은 수학성적과 강한 상관 관계를 가지는 것으로 여러 연구에서 나타났다(Hart, 1989; Fennema & Sherman, 1977; Rays, 1984).

수학적 문제해결과 정서적 요인의 관계, 특히 자신감이 깊은 관련을 갖는 것으로 연구되

었다. 비록 올바른 문제해결 전략의 사용과 문제해결 과정 동안 나타내는 자신감이 일치하지는 않지만, Boekaerts(1994)는 문제해결 동안 학생이 취하는 결정은 수학적 능력에 대한 자신감, 어떤 문제를 시작하도록 스스로에게 동기를 유발하는 능력, 개인의 목적을 자시 조절 활동과 연결짓는 정신적 과정과 같은 정서적 요소의 영향을 받을 수 있다고 하였다.

Mandler(1989) 역시 정서적 반응이 문제를 해결하기 위한 어떠한 시도에 앞서 일어날 수 있다고 단언하였다. 문제해결에 대해 자신감을 느끼는 정도는 수학적 기질(능력, 동기, 민감성)의 개인 차와 교사가 이러한 개인차에 부합하는 방식에 의해 영향을 받을 수 있다. 결국 이것은 정신적으로 문제를 표상하고 필요한 인지적 전략을 만들어 내는 기술을 지닌 학생이 수학에 대해 좋은 신념을 가지게 될 것이라는 것이다(Boekaerts, 1994).

따라서 전통적인 교재의 한계인 표상능력을 극복하고, 연산 단계에서 표상과 결부된 기호 조작을 한 단계씩 차례로 안내하며, 학생들이 직접 조작 할 수 있는 VM은 학생들의 자신감 증진을 도울 것으로 고려된다.

III. 연구방법

1. 피험자

본 연구는 미국 동부 워싱턴 디씨 근교의 초등학교 5학년 46명을 대상으로 실시되었다. 이 학생들은 학교에서 실시된 표준화 배치교사를 통하여 이미 상·중·하로 나누어져 있었다. 피험자 46명 중 21명은 상, 12명은 중, 13명은 하 집단에 속한다.

2. 실험 절차

본 실험은 2주간(2003년 4월) 정규 수업 시간에 컴퓨터 실습실에서 실시되었다. 컴퓨터 실습실은 학생들이 사용 가능한 25대의 컴퓨터와 교사의 컴퓨터 활동을 보여주는 대형 스크린이 갖추어져 있었다. 본 실험 전·후에 학생들의 분수 개념에 대한 시험이 실시되었고, 학생들의 자신감의 변화를 측정하기 위한 설문도 실험의 전·후에 각각 실시되었다. 분수 개념에 대한 성취도 시험지는 본 연구진에 의해 제작되었고¹⁾, 자신감 측정 설문지는 Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales의 일부를 사용하였다.²⁾ 각 수준별로 3일(1일 한 시간씩) 동안 수업이 진행되었고, 수업방법은 다음과 같았다. 첫째 날은 동치분수에 관한 것이었다.

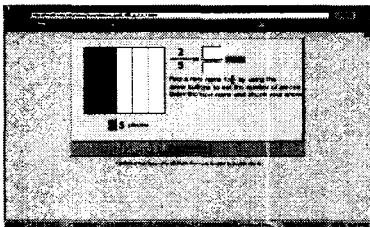
이 수업에서는 National Library of Virtual

Manipulatives 웹사이트(<http://matti.usu.edu>)의 3-5학년의 수와 연산(Number and Operation) 영역의 “동치분수(Fractions-Equivalent)”를 사용하였다 [그림 III-1].

이 애플릿은 화살표 버튼을 이용하여 주어진 도형(정사각형 또는 원)을 등분할 함으로써 쉽게 동치분수를 찾아볼 수 있도록 만들어져 있다. 교사는 먼저 시범을 보이고 학생들이 각자 자신의 컴퓨터에서 5개의 동치분수를 찾아보는 조작은 한 후 교사가 나누어준 활동지에 자신이 컴퓨터를 조작해서 찾은 동치분수들을 적고 나서 동치분수들 사이에 어떤 규칙이 있는지를 적는다.

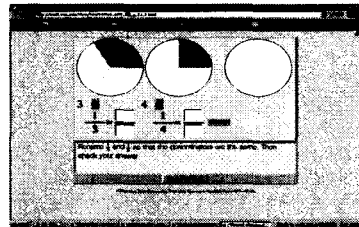
개인 활동지를 끝낸 학생들은 칠판에 걸어놓은 기록지에 자신이 찾은 동치분수를 한가지씩 적는다. 모든 활동이 끝나면 교사와 학생들은 칠판의 기록지를 보고 의사를 교환한다.

[수업 1] 동치분수



[그림 III-1]

[수업 2] 분수의 덧셈



[그림 III-2]

- 1) 이 시험은 16문항으로 6문항은 시각 이미지에 초점을 맞춘 것이었고 10문항은 분수와 분수의 연산기호만 사용된 상징적 항목이었다.
- 2) Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales 은 수학에 대한 태도의 연구에서 가장 널리 사용된 측정도구 가운데 하나이다. 이것은 9개의 척도(Confidence in Mathematics Scale, Effectance Motivation in Mathematics Scale, Mathematics Anxiety Scale, Usefulness of Mathematics Scale, Attitude Toward Success in Mathematics Scale, Mathematics as a Male Domain Scale, Father Scale, Mother Scale, Teacher Scale)로 이루어졌는데 이들은 모두 수학에 대한 태도를 측정하지만, 초점은 모두 다르다. 본 연구에 사용된 자신감 척도(Confidence in Learning Mathematics Scale)는 수학 과제를 학습하고 잘 수행하는 자신의 능력에 대한 자신감을 측정하려고 고안되었다(Fennema & Sherman, 1976). 이 척도는 12문항으로 구성되었으며, 각 문항은 강한 긍정, 긍정, 보통, 부정, 강한 부정으로 답하게 되어있으며, 1번부터 6번 문항은 자신감에 대한 긍정적인 태도를 그리고 7번부터 12번 문항은 자신감에 대한 부정적인 태도를 묻는 질문이기 때문에 1-6번 문항에 대한 답은 강한 긍정, 긍정, 보통, 부정, 강한 부정을 각각 5, 4, 3, 2, 1점으로 7번부터 12번 문항에 대한 답은 강한 긍정, 긍정, 보통, 부정, 강한 부정을 각각 1, 2, 3, 4, 5점을 부여하여 얻은 점수들을 합하여 총점을 구하였다. 총점을 문항의 개수로 나누어 구한 평균은 학생들의 반응을 한눈에 알아보기 쉽게 해준다.

둘째 날 분수의 덧셈 수업에서도 첫째 날과 같은 웹 사이트의 “분수의 덧셈(Fraction-Adding)”이 학생들에게 소개되었다(그림 III-2). 수업의 진행방법은 첫째 날과 동일하다. 이 애플릿은 더해야 할 분수 위에 각 분수를 나타내는 그림이 함께 제시되고 그림 아래의 화살표 버튼을 누르면 그림이 다른 개수로 등분할 되므로 동시에 두개의 화살표 버튼을 눌러가면서 쉽게 공통분모를 찾게 해주고 주어진 두 분수의 합을 적는 칸 위 그림에 더해지는 분수를 나타내는 그림을 드래그해서 옮겨 올 수 있도록 고안되었다. 또한 분수의 합을 구하는 연산 과정을 그림과 결부시켜 가면서 빠짐없이 적도록 안내한다.

[수업 3] 분수 트랙 게임

셋째 날의 분수트랙 게임은 미국수학교사협회의 전자 자료(www.nctm.org 의 e-resources)를 사용하였다. 교사의 게임 규칙 설명 후, 학생들은 둘씩 짝을 지어서 게임을 한다. 게임을 하면서 혹은 하고 나서 학생들은 활동지에 그들의 생각을 기록한다.

3. 실험의 관찰과 인터뷰

학생들이 컴퓨터실에서 가상학습교구를 다루는 동안 관찰자(2명)들은 각 학생들을 인터뷰하였다. 첫째 날, “어떻게 동치 분수를 찾았니?” “화살표 버튼이 어떤 점에서 도움이 되었니?” 둘째 날, “이러한 분수모델 사용에서 어떤 점이 좋았니?” 셋째 날, “분수의 덧셈이 이 게임에 어떻게 도움이 되었다고 생각하니?” 등과 같은 질문을 던졌고 학생들의 반응을 노트에 적고 일부는 녹화를 하였다.

IV. 실험결과

본 연구에서 사용한 가상학습교구가 학생들의 분수 개념 이해에 기여하는 것은 성취도 검사를 통하여 확인할 수 있다. 성취도 검사의 결과는 본 연구의 피험자 수의 제한으로 인하여 사전과 사후검사 간에 통계적인 유의성을 논할 수는 없지만, 평균이 상당히 향상되었음을 보여준다(Moyer, Suh, & Heo, 2004). 따라서 가상학습교구를 통한 분수 개념 지도가 학생의 개념 이해를 증진시킨다는 본 연구의 전체 조건이 충족됨을 알 수 있다. 본 연구의 결과 분석은 수학에 대한 자신감 척도의 사전·사후 검사의 결과와 수업 중의 학생관찰과 인터뷰, 그리고 학생들이 수업 중에 작성한 활동지와 칠판에 붙여 놓았던 기록지에 대하여 행해졌다.

<표 IV-1> 수학에 대한 자신감 척도의 결과

	사전검사 평균	사후검사 평균
상(N=21)	4.396	4.474
중(N=12)	4.473	4.604
하(N=13)	4.642	4.642

결과 분석 1] 자신감이 높고, 자신감은 학생의 성적과 무관한 것으로 나타났다.

수학에 대한 자신감 척도의 사전·사후검사의 결과 모든 피험자에 대한 평균이 4점 이상으로 이 학생들은 VM을 이용한 수업을 실시 전과 후 모두 수학에 대해 자신감을 가지고 있는 것으로 나타났다. 또한 학생들의 수업중의 행동

관찰, 인터뷰, 학생들이 작성한 활동지에 대한 분석에서도 학생들은 높은 자신감을 나타내었고, 개념이 숙달되어 감에 따라 그 정도가 강해지는 것을 볼 수 있었다. 학생들의 성취도 수준에 따라 자신감 척도의 결과를 비교하였을 때 자신감은 학생들의 성취도 수준과 무관한 것으로 나타났다. 특히, 흥미로운 것은 '하' 집단 학생들의 자신감이 가장 높게 나타난 것이다.

본 연구의 결과는 한국에서 행해진 여러 연구에서의 결과와는 많은 차이가 있는 것 같았다. 이에 본 연구진은 수학에 대한 자신감에 국가적 혹은 인종적 차이가 있는가? 있다면 원인이 무엇인가 라는 문제에 대해 논의함으로써 본 연구의 결과의 원인을 찾고자 하였다. 수학에 대한 태도(ATM)와 수학 성적(AIM) 간의 관계에 대한 연구에서, Xin Ma and Nand Kishor(1997)는 ATM과 AIM이 흑인이나 백인 학생들보다 아시아 학생들의 경우 더 강하게 결합되어 있음을 보여주었다. 또한 주로 한국에서는 학생들이 수학 성적에 대한 압박을 많이 받고 있으며, 특히 대학입시에서 수학이 차지하는 비중이 크기 때문에 교사와 학부모에 의해서 그 중요성이 깊이 인식되고 이것이 학생/자녀에게 수학에 대한 성적을 강조하는 결과를 낳으며, 따라서 수학성적이 좋지 않은 학생들은 수학에 대한 부정적인 태도를 가지게 된다. 즉, ATM과 AIM 강하게 연결된다(Heo, 1996). 반면, 미국에서 일부 부모들은 수학이 중요하다는 또한 일부는 중요하지 않다는 또한 일부는 때로는 중요하고 때로는 중요하지 않다는 일관되지 않은 메시지를 제공하는 경향이 있으며, 교사 또한 "모든 학생들이 수학을 잘할 수 있다. 모든 학생들이 수학을 잘하고 있다." 라는 메시지를 지속적으로 학생들에게 전달하기

때문에 미국학생들의 수학에 대한 스트레스가 상대적으로 적은 것으로 생각된다.

이러한 수학에 대한 태도(자신감)에서의 인종적 차이는 다른 연구에 의해서도 뒷받침된다. Lee, Ishikawa, & Stevenson(1987)의 미·중·일 아동의 신념과 성적의 관계에 초점을 둔 연구에서, 아동에게 수학, 언어, 학교, 과제에 대해 그들이 얼마나 좋아하는지를 나타내도록 하였을 때 세 그룹 중 성적이 가장 낮은 미국 아동들이 수학에 대해 가장 긍정적인 태도를 지닌 것으로 나타났다(Robitaille & Travers, 1992). 또한, 국제교육평가(IAEP, 1988)는 미국 13세 아동의 약 2/3가 그들의 성적이 낮음에도 불구하고 자신들이 수학을 잘한다는 진술에 동의한 반면, 동일한 시험에서 성적이 더 좋았던 한국 학생들의 25%미만이 이렇게 답했다³⁾(Robitaille & Travers, 1992). 인종적 차이는 학생들이 수학적 성공을 거두었을 때 그 원인을 어디에 두는가 즉 귀인에서도 차이를 나타낸다. 동양의 학생들은 그들이 성공하였을 때 "운" 때문으로 생각하는 경향이 있는 반면, 미국의 학생들은 "능력" 때문으로 생각하는 경향이 있다.

위의 여러 가지 연구들이 피험자들의 높은 자신감을 설명해 줄 수 있을 것 같다. 또한 우리는 아래에 제시될 자신감의 관찰 사례들을 통해 또한 피험자들의 자신감 증가를 엿볼 수 있다.

<자신감의 관찰 예1: 자신의 답에 대한 확신> : 상 집단 학생이 2일 제 분수의 덧셈수업에서 분모가 다른 두 분수의 덧셈을 할 때 학생은 공통분모를 찾고 나서 분수의 덧셈을 하고 답 칸에 자신의 답을 적었는데 컴퓨터는 오답이라는 피드백을 주었다. 이 때 학생은 컴퓨터의 피드백을 그대로 수용하기보다는 다시 한번 자신

3) 이 테스트에서 13세 한국 학생의 78%가 500 점 이상이었으나, 미국과 Franco-Ontarian 학생의 40%만이 500점 이상이였다.

의 답을 검토하고 나서 자신이 틀리지 않았다는 자신감을 가지고 교사에게 질문을 하였다. 교사는 이 VM는 답을 기약분수 형태로 적어야 한다고 코멘트를 하였고 이에 학생은 답을 수정하였다.

우리는 자신의 풀이 결과보다는 대개 교과서 뒤에 실린 정답이나 컴퓨터가 제시하는 답을 그대로 믿어 버리는 경향이 있으며, 이들의 오류를 발견하였을 때조차도 자신감이 없이는 이것을 부정하지 못하는 경우가 대부분이다. 위 학생의 행동을 자세히 관찰해 볼 때 학생들은 첫째 날 수업에서 개념 교수에 중점을 둔 가상 학습교구를 이용해서 공통분모를 공부했으며, 이 학습을 통해 둘째 날 분수의 덧셈을 비교적 쉽게 할 수 있었고, 이로 인하여 기존에 가지고 있던 분수 개념이 더욱 공고히 되고 이것이 자신감의 증가로 이어진 것으로 보인다. 학습에 대한 자신감의 증가는 또한 자신의 의견을 거리낌없이 교사와 의사교환하게 만든 것으로 여겨진다. Liedtke(1999) 역시 이처럼 위험을 감수하는 자발성은 높은 수준의 자신감을 요구하는 것이라고 주장하였다.

결과 분석2) 상과 중 집단은 VM을 통한 개념학습 이후에 자신감이 증가한 것으로 나타났다으나, 하 집단은 의미 있는 성적의 향상에도 불구하고 자신감에 변화가 없었다.

<자신감의 관찰 예 2: 마음의 상> :

상과 중 집단의 결과는 우리의 연구문제1) VM을 통한 개념 이해 증진이 학생들의 자신감 향상에 기여하는가? 에 대한 답을 제공한다. 이것은 자신감 측정 검사뿐 아니라 특히 학생과의 인터뷰에서도 드러난다.

연구자: 이 수업의 어떤 점이 좋았니?

학생: 나는 이 수업을 통해서 분수를 마음에 그릴 수 있게 되었다.

학생은 위와 같이 답하면서 환하게 웃었고, 즐거운 마음으로 수업에 임하는 것으로 보였다. 또한 활동지의 수업에서 흥미로웠던 점과 장점을 묻는 질문에 여러 학생이

“답을 볼 수 있었다,” “주어진 분수가 얼마나 커질 수 있는지를 지켜보는 것은 흥미로웠다,” “나는 설명하는데 그림을 이용하는 것이 좋았다,” “이것은 그림을 보여주기 때문에 문제를 풀기가 더 쉬웠다,” “이것은 다루기가 쉽고 이해를 도왔다”

등과 같이 VM의 시각적 특성과 그로 인한 이해의 용이함을 언급하였다.

물론 상 집단은 성취도 사전검사의 결과에서 보여지듯이, 이 수업 이전에도 분수영역에서 높은 성취도를 나타내고 있었지만, 이 수업들을 통해 회미하게 가지고 있던 개념이 분명하고 명확히 파악되고 더구나 시각적 이미지를 가지게 됨으로써 분수의 개념에 대해 도구적 이해에서 관계적 이해의 수준에 도달하게 된 것으로 보인다. 상 집단 그리고 중 집단 학생들은 그러한 자신의 변화를 인지하게 되었고, 결국 자신감의 증가로 나타난 것으로 생각된다.

<자신감의 관찰 예 3: 확산적 사고> :

또한, 학생들은 VM을 이용한 수업에서 자신의 막연한 추측을 테스트해 볼 기회를 갖게 되었는데, 이를 통해 개념이 더욱 공고히 되고, 분수의 개념에 대한 자신감이 증가된 것으로 보였다. 이러한 자신감은 학생들로 하여금 주어진 정보를 여러 가지 방향으로 생각하여 다

양한 결과를 찾는 확산적 사고를 하도록 도왔다.

첫 날 동치분수 VM은 등분할 버튼의 클릭만으로 분모가 99인 경우까지 동치인 분수를 찾아볼 수 있었다. 실제 이것은 교사가 칠판이나 구체물을 이용해서 동치분수를 설명할 때, 시간과 공간적 이유로 매우 제한적으로 기호와 시각 이미지를 결부시켜 제시하는 것의 한계를 극복하도록 도왔다. 물론 우리가 이용한 VM에서도 등분할의 개수가 많아지면 등분할 된 도형이 너무 작아져서 학생들이 등분할 된 도형의 개수를 세기에는 너무 작은 한계성을 지니기는 하지만, 학생들은 짧은 시간 안에 많은 동치분수를 찾을 수 있게 되고, 동치분수를 찾을 때 항상 버튼을 조작하면서 자연스럽게 등분할의 개념을 익히는 것으로 보였다. 학생들은 활동지에서 요구하는 것을 마친 후에도 주어진 도형을 더욱 많이 등분할하여 새로운 동치분수를 만들어 보는 활동을 즐기는 것으로 보였다. 학생들은 동치분수를 만드는 패턴을 찾아내었고, 그들이 찾은 패턴을 손쉽게 시험해 볼 수 있는 VM를 통한 검증은 자신들의 지식에 확신을 가지게 하였다.

몇몇 학생들은 자신이 찾은 동치분수를 3개씩 적도록 한 기록지(교실에 붙여놓은)에 $6/10 = 6,000/10,000 = 600,000/1,000,000$ 와 같이 그들이 사용한 VM에서 테스트 해 볼 수 없는 것을 자신 있게 적었다.

<자신감의 관찰 예 4: 자신감 있는 행동> :

또한 우리는 스크린의 화살표 버튼을 클릭하는 학생들의 행동에서 학생들의 자신감 증가를 엿볼 수 있다.

예2에서 주어진 도형을 등분할 하여 새로운 동치분수를 만들기 위해서 학생들은 $\Delta \nabla$ 버튼

을 클릭하게 되는데, 처음에는 등분할을 확인하면서 천천히 클릭하던 학생들의 손놀림이 시간이 지남에 따라 빨라지면서도 그들이 멈추어야 할 순간이 다가오면 정확하게 멈추곤 했다. 그래서 연구자는 학생들이 클릭에 따른 선의 변화 사이의 관계를 알고 있는지 질문했다.

연구자: 왜 이 화면에서 새로 나타난 선들이 바탕에 있는 선과 일치하지 않지?

학생: 주어진 도형이 등분할 되지 않았기 때문이지요.

연구자: 그러면, 너는 언제까지 클릭을 할거니?

학생: 두 선이 일치될 때까지요.

이 학생은 수업 초반에는 자신의 등분할 개념을 스크린의 외적 표상과 결부시키느라고 다소 천천히 행동했지만, 둘 사이의 연결이 이루어지고 나서는 자신감 있게 행동했고, 수업을 즐기는 것으로 보였다.

위에 제시된 자신감의 증가의 예와는 반대로, 우리의 실험에서 상·중·하 세 그룹 중 하 그룹 학생들의 성적이 가장 많이 향상되었지만, 자신감에는 변화가 없었다. 특히 그들은 VM수업을 통해서 분수 개념에 대한 이해도가 증가되었음에도, 자신이 알고 있는 게 무엇인지, 모르고 있는 게 무엇인지를 깨닫지 못하는 것 같았다.

셋째 날 분수 트랙 게임에서

교사: 게임을 할 때 분수의 덧셈을 사용하고 있니?

학생: 아니요.

여섯번째 열에 칩이 $\frac{2}{6}$ 에 놓여있을 때,

교사: 얼마가 나오면 이 칩이 한번에 목표(1)에 갈 수 있지?

학생: $\frac{4}{6}$
 교사: 어떻게 알았니?
 학생:
 한참 후에
 학생: 아!

Skemp(1971)는 지능의 기능을 직관적인 수준과 반성적인 수준으로 나누어 생각하였다. 그는 예3의 학생처럼 주어진 문제를 해결할 수 있지만 어떻게 해서 그 답을 구하였는지 설명할 수 없는 경우 반성적 수준의 지적 활동이 결여되었기 때문이라고 설명하였다.

본 연구의 결과분석을 통하여 VM을 통한 개념 이해 증진이 학생들의 자신감 향상에 기여하는가 라는 연구문제에 대하여 개념 이해 증진이 상과 중 집단의 학생들의 자신감 향상에 기여한다고 답할 수 있으나, 하 집단의 학생에 대해서는 개념 이해 증진이 자신감을 향상시킨다고 말하기 어렵다고 결론지을 수 있다.

V. 논의

VM을 통한 분수 수업에서 학생들에게 많은 동치 분수를 간단히 버튼을 클릭해서 구할 수 있다는 점, 특히 칠판을 사용할 때 교사가 한 시간에 단지 몇 개의 예를 제시 할 수밖에 없었고 그러한 몇 개의 예에서 빠르게 일반화를 이끌어 낸 것에 비하여, 학생들에게 충분한 조작 시간이 주어지고 같은 시간 내에 시각적 표상과 결부된 많은 동치 분수를 찾아 낼 수 있었다는 점이 강의 위주의 수업에 비하여 학생들의 개념 이해를 도운 것으로 생각된다. 학생들의 VM 조작을 통해 그들 힘으로 규칙을 찾고 자신의 언어로 규칙을 표현하고 다시 조작을 통해 규칙을 검증한다. 또한 아이콘과 기호

가 연결되어 제시됨으로써 학생들의 개념 이미지 형성을 도왔으며, 학생들이 분수의 덧셈에서 흔히 범하기 쉬운 실수도 줄인 것으로 생각된다. 이러한 개념 이해는 성취도 향상이라는 결과로 나타났으며, 특히 성적이 상과 중인 집단 학생들의 자신감 향상을 이끌었다, 비록 성적이 하인 집단 학생들의 자신감에는 변화가 없었지만.

미국 학생들은 다른 나라 학생들에 비하여 수학에 대하여 상당히 높은 자신감을 가지고 있다는 것이 이전의 여러 문헌과 국제간 비교 연구 뿐 아니라 본 연구 결과에서도 나타났다. 수학에 대한 자신감은 분명 우리 수학교육자들이 학생에게 나타나길 기대하는 중요한 요인임에 틀림없다. 아마 이것은 다른 나라 연구자들로 하여금 어떤 수학교수 환경, 교수 방법 등이 학생들에게 이러한 태도를 길러주었는가 라는 관심을 갖게 하기에 충분하며 미국 내에서도 그러한 요인의 분석을 통하여 지속적으로 학생들이 그러한 태도를 지니도록 노력해야 할 것이다.

반면, 우리가 수학성취도에 관심을 갖고 국제 비교연구에서 동양권 국가 학생들의 태도를 분석해 볼 때 자신감이 낮음에도 불구하고 높은 성취를 하는 것을 볼 수 있다. 동양권 학생들이 자신감을 낮게 보고하는 것은 첫째, 자신의 능력을 남에게 드러내 놓고 자랑하는 것을 좋지 않게 여기는 문화적 특성 때문일 수도 있고, 둘째 수학에 대한 중요성의 강력한 강조, 그리고 더 노력할 것을 요구하는 교사와 부모의 압박으로 인하여 상대적으로 자신의 능력을 낮게 평가하기 때문일 수도 있다.

많은 연구에서 수학에 대한 불안감이 수학성취도에 부정적인 영향을 준다고 보고하고 있지만, 어느 정도 불안이 있고 그 불안이 너무 높지만 않다면, 오히려 학생들의 성취도를 증

가시킬 수 있다는 주장도 있다. McLeod(1985)는 “긴장과 불안의 발달은 이완과 즐거운 느낌이 수반된다면 성공적인 문제해결자의 특성이 될 수 있다. 긴장을 하지 않는 학생들은 일반적으로 진지하게 자발적으로 문제를 해결하려 하지 않는다. 또한, 매우 이완된 학생은 문제에 집중하는데 어려움을 겪는다”라고 하였다. 이것은 약간의 긴장감은 오히려 학생들이 노력을 하도록 유인하는 효과가 있다는 것이다. 물론 과도한 긴장은 학생을 좌절시킬 수 있지만, 우리 실험에 참가한 하 집단은 자신의 성적과 무관하게 항상 높은 자신감을 가지고 있었다. VM을 통한 지도의 결과 그들의 성적은 의미 있는 증가를 거두었다. 이것은 그들이 하 집단에 속하게 된 것이 단지 그들의 학습능력이 낮기 때문만은 아니라는 것을 보여준다. 왜? 한 가지 가정은 이들 학생들이 자신이 모르고 있다는 것을 깨닫지 못하고 있기 때문일 수 있다는 것이다. 이러한 상황은 현재의 자신의 능력에 쉽게 만족하게 하고 더 노력할 필요성을 느끼게 하지 않기 때문이다.

Maylo(1999)는 Gardner의 다중 지능 이론은 교사들이 학생들의 사고에 대해 대안적인 방법을 제공할 수 있고 그것은 모든 학생들에게 새롭고 강력하게 효율적인 테크닉을 제공할 수 있다고 주장한다. 우리 연구에서 특히 하 집단 학생들은 자기 자신을 잘 이해하는 능력인 Gardner의 개인 내의 능력(intrapersonal ability)이 부족한 것 같다. 따라서, 교사들은 성적이 낮은 학생들의 경우 특히 이러한 측면을 보완해 줄 수 있는 방안을 개발할 것을 권고하고 싶다. 또한 앞의 예에서 보았듯이 성적이 낮은 학생들의 경우 반성적 사고가 상대적으로 결여된 것을 볼 수 있었다. 이는 이들 학생들이 자신이 수학적 과제를 해결하였을 때 그 결과에 쉽게 만족하고 쉽게 다른 과제로 옮겨가려는 성

향 때문일 수도 있고, 보다 나은 해결 방안을 추구하려는 욕구의 결여로 볼 수도 있고, 또 다른 요인 때문일 수도 있지만 중요한 것은 이들 학생들에게 반성적 사고의 습관이 들도록 하지 않는 한 이들의 개념 이해는 진정한 의미의 이해로 볼 수 없을 것이고, 개념 획득에서 얻어지는 기쁨을 누리질 못할 것이고, 자신의 수학적 지식이 견고해짐을 느끼는 데서 얻어지는 자신감을 맛보지 못할 것이라는 점이다. 따라서 교사의 또 다른 연구과제는 학생들 특히 성적이 낮은 학생들의 지도시 반성적 사고를 하도록 이끄는 방안을 찾는 것이다. 특히 활동지에 적은 학생들의 반응을 분석해 볼 때, 이는 수업 중 개별 활동 시간에 학생의 활동을 안내할 뿐만 아니라 반성적 사고를 하도록 이끄는 역할을 일부 한 것으로 생각되므로, 컴퓨터를 이용한 수업에서 이와 같은 활동지를 병행하는 것 그리고 학생의 수준에 따른 활동지의 제작 등도 권고하고 싶다.

참고문헌

- Boekaerts, M. (1994). *Confidence and doubt in relation to mathematics*. ERIC (ED 375 009).
- Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization, and affective factors. *American Educational Research Journal*, 14, 51-71.
- Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales: Instruments designed to measure attitude toward the learning of mathematics by females and males. *Catalog of*

- Selected Documents in Psychology*, 6, 31 (Ms. No. 1225).
- Hart, L. (1989). Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 20(3), 242-260.
- Heo, H. J. (1996). *A study on antecedents of mathematics anxiety in high school students*. Doctoral dissertation, Seoul National University.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.575-596). New York: Macmillan.
- Howard, P., Perry, B., & Tracey, D. (1997). *Mathematics and manipulatives: comparing primary and secondary mathematics teacher's views*. ERIC (ED 461 502).
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Liedtke, W. W. (1999). *Teacher-centered projects: confidence, risk taking and flexible thinking (mathematics)*. ERIC (ED 442 612).
- Machin, M. C., & Rivero, R. D. (2002). Students' attitude and computer when using DERIVE in the learning of calculus concepts. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 9(4), 259-271.
- Mandler, G. (1989). Affect and learning: Causes and consequences of emotional interactions. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical Problem solving: A new perspective* (pp. 3-19). New York: Springer Verlag.
- Maylo, N. J. (1999). *That can't be right!*. Technomic Publishing Company, Inc.
- McLeod, D. B. (1985). Affective issues in research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* (pp. 267-279). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.,
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377.
- Moyer, P. S., Suh, J., & Heo, H. J. (2004). Virtual Manipulatives with different ability groups and in comparison to concrete manipulatives: an exploratory classroom study. Manuscript submitted for publication.
- NCTM(1992). *수학교육과정과 평가의 새로운 방향*. (구광조 외 2인, 역). 서울: 경문사. (영 어 원작은 1989년 출판)
- Reyes, L. H. (1984). Affective variables and mathematics education. *Elementary School Journal*, 84, 558-581.

- Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.687-709). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Rojano T. (1996). Developing algebraic aspects of problem solving within a spreadsheet environment. In N, Bednarz et al (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp.137-145). Netherlands: Kluwer Academic Pub.
- Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Richard Clay (The Chaucer Press) Ltd, Bungay, Suffolk.
- Xin Ma & Nand Kishor (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: a meta-analysis. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(1), 26-47.

Impacting Student Confidence: The effects of using virtual manipulatives and increasing fraction understanding.

Hae Ja Heo (Kwandong University)

Jenifer Suh (Little River Elementary School)

Patricia S. Moyer (George Mason University)

There have been studies reporting the increase in student confidence in mathematics when using technology. However, past studies indicating a positive correlation between technology and confidence in mathematics do not explain why they see this positive outcome. With increased availability and easy access to the Internet in schools and the development of free online virtual manipulatives, this research was interested in how the use of virtual manipulatives in mathematics can affect students confidence in their mathematical abilities.

Our hypothesis was that the classes using virtual manipulatives which allows students to connecting dynamic visual image with abstract symbols will help students gain a deeper conceptual understanding of math concept thus increasing their confidence and ability in mathematics.

The participants in this study were 46 fifth-grade students in three ability groups: one high, one middle and one low. During a two-week unit on fractions, students in three groups interacted with several virtual manipulative applets in a computer lab. Data

sources in the project included a pre and posttest of students mathematics content knowledge, Confidence in Learning Mathematics Scale, field notes and student interviews, and classroom videotapes. Our aim was to find evidence for increased level of confidence in mathematics as students strengthened their understanding of fraction concepts.

Results from the achievement score indicated an overall main effect showing significant improvement for all ability groups following the treatment and an increase in the confidence level from the preassessment of the Confidence in Learning Mathematics

Scale in the middle and high ability groups.

An interesting finding was that the confidence level for the low ability group students who had the highest confidence level in the beginning did not change much in the final confidence scale assessment. In the middle and high ability groups, the confidence level did increase according to the improvement of the contest posttest. Through interviews, students expressed how the virtual manipulatives assisted their understanding by verifying their answers as they worked and facilitated their ability to figure out math concept in their mind and visually.

* **Keyword:** 가상학습교구(virtual manipulatives), 자신감, 분수

논문접수 : 2004. 3. 8

심사완료 : 2004. 4. 28