

# 부밴드 인접투사 알고리즘

## Subband Affine Projection Algorithm

최 훈\*, 배 현 덕\*

(Hun Choi\*, Hyeon Deok Bae\*)

\*충북대학교 전자공학과

(접수일자: 2004년 1월 16일; 채택일자: 2004년 2월 28일)

본 논문은 부밴드 인접투사 알고리즘 (SAPA)을 소개한다. SAPA의 개선된 성능은 인접투사 알고리즘에 부밴드 구조를 적용함으로써 가능하다. 본 알고리즘에서 적응 필터의 계수 갱신식은 부밴드 필터링을 위한 분해 필터뱅크로서 OQF (Orthogonal Quadrature Filter)를 사용함으로써 간단하게 유도된다. 유도된 SAPA는 빠른 수렴속도와 적은 계산량을 갖는다. 유색 입력신호에 대한 제안한 알고리즘의 효과를 실험을 통해 평가하였다.

**핵심용어:** 적응필터, 인접투사, 부밴드, 직교필터, 반향제거

**투고분야:** 음향 신호처리 분야 (1.1, 1.2)

This paper presents the subband affine projection algorithm(SAPA). The improved performance of SAPA is achieved by applying the affine projection algorithm to the subband adaptive structure. In this algorithm, the weight updating formula of adaptive filter is simply derived by using the orthogonal quadrature filter(OQF) as an analysis filter bank for subband filtering. The derived SAPA has the fast convergence speed and small computational complexity. The efficiency of the proposed algorithm for colored input signal is evaluated through some experiments.

**Keywords:** Adaptive filter, Affine projection algorithm, Subband structure, Orthogonal filter, Echo cancellation

**ASK subject classification:** Acoustic signal processing (1.1, 1.2)

## I. 서론

적응 필터링 기법은 크게 통계적 경사(stochastic gradient)형 알고리즘과 LS (Least Squares)형 알고리즘으로 나눌 수 있다. 널리 알려진 LMS (Least Mean Square)에 기반한 NLMS (Normalized LMS) 같은 경사형 알고리즘은 매우 간단하며 구현이 용이하나 입력신호의 상관행렬 (correlation matrix)의 고유치 분포 (eigenvalue spread)가 커지고 필터의 차수가 크게 증가하는 경우 수렴속도가 저하된다는 단점이 있다[1][2]. 이러한 단점을 해결하기 위해 부밴드 적응필터링 (subband adaptive filtering)[3]에 근거하여 분해필터뱅크 출력을 오버샘플링 (oversampling)하는 기법[4]과 인접한 부밴드들 사이에 적응 교차필터 (cross-filter)를 포함시키는 방법[5]등의 부밴드 적응 알고리즘이 제안되었다. 또한, 최근에는 다위상 (polyphase) 구조의 적응 필터를 시스

템 식별에 응용한 연구[6]가 보고되었는데, 에일리어징 (aliasing)을 완전복원 (perfect reconstruction) 필터뱅크를 사용하여 제거하였으며, 일반적인 부밴드 적응 필터링보다 적은 계산량으로 LMS 알고리즘의 수렴속도를 개선할 수 있음을 보였다. 그러나 비용함수 (cost function)가 적응 필터계수에 대한 2차 형식 (quadratic form)이 아니며, 음성신호와 같이 상관관계가 큰 입력신호에 대해서 여전히 느린 수렴속도를 갖는다. 적응 알고리즘의 수렴성능 개선을 위한 또 다른 방법으로 최근에 RLS (Recursive Least Square)의 좋은 수렴속도와 NLMS의 간단한 구현의 장점을 갖는 인접투사 알고리즘 (Affine Projection Algorithm: APA)에 대한 관심이 증가하고 있다[7-12]. 인접투사 알고리즘은 신호의 상관도를 줄임으로써 수렴속도를 증가할 수 있도록 수정된 다차원 NLMS 알고리즘으로 볼 수 있으며, 투사차원을 증가시킴으로써 고차의 AR (Auto Regressive) 프로세서의 상관도를 줄일 수 있다. 따라서 RLS에 비해 적은 계산량으로 NLMS에 비해 빠른 수렴속도를 가질 수 있다. 그러나 인접투사 알고리즘은 적응 필터의 계수갱신을 위하여 투사차원에 의존하는 많은 역행렬 연산을 필요로 한다. 이러한 인접투사 알고리즘의

책임저자 : 최 훈 (hchoi@just.chungbuk.ac.kr)  
361-763 충북 청주시 흥덕구 개신동 산48번지  
충북대학교 전자공학과  
(전화: 043-261-2474; 팩스: 043-271-2473)

계산량을 줄이기 위해 몇몇 고속화 알고리즘이 제안되었으며, 이들은 수치적 근사화나 블록을 통한 계수갱신을 통해 역행렬 연산량을 줄이고자 하였다[9-11]. 그런데 역행렬 연산에서 계산량에 가장 큰 영향을 미치는 요소는 행렬의 크기이므로 수치적 근사화를 통해 연산량을 줄이는 것보다 근본적으로 역행렬 연산량을 줄일 수 있는 방법이 필요하다.

본 연구에서는 직교필터를 사용한 부밴드 구조의 인접투사 알고리즘 (Subband Affine Projection Algorithm: SAPA)을 제안한다. 제안한 부밴드 인접투사 알고리즘에서 각각의 직교필터를 통과한 신호가 서로 직교함을 이용하여, 부밴드 구조에서 인접투사 알고리즘의 적응필터 계수갱신식을 간략하게 유도한다. 인접투사 알고리즘의 단점은 사이즈가 큰 입력신호 행렬의 역행렬 연산으로 인한 계산량 증가인데, 부밴드 구조를 적용 시, 크기가 작은 입력행렬에 대한 역행렬 연산으로 많은 계산량을 줄일 수 있으며, 아울러 고유치 분포의 감소로 수렴속도 면에서 성능의 향상을 가져올 수 있다.

## II. 인접투사 알고리즘 및 부밴드 적응필터

인접투사 적응필터에서 계수벡터의 갱신 방향은 투사 차원이  $P$ 인 경우, 과거  $P-1$  개의 입력신호벡터의 방향과 직교한다. 이는  $P$ 차원의 부공간에 입력신호를 투사하여 상관도를 줄임으로써 수렴속도를 향상시킬 수 있음을 의미한다. 인접투사 알고리즘을 그림 1과 같은 미지시스템 ( $s^*$ ) 식별에 적용할 경우 계수벡터 갱신식은 다음과 같다(7).

$$s(n+1) = s(n) + \mu X(n) [X(n)^T X(n)]^{-1} e(n) \quad (1)$$

여기서, 입력신호행렬  $X(n)$ , 오차신호벡터  $e(n)$ , 원하는 신호벡터  $d(n)$ 은 각각 다음과 같다.

$$X(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-P+1)] \quad (2)$$

$$x(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1)]^T \quad (3)$$

$$e(n) = d(n) - X(n)^T s(n) \quad (4)$$

$$d(n) = X(n)^T s^* = [d(n) \ d(n-1) \ \dots \ d(n-P+1)] \quad (5)$$

그리고  $N$ 은 적응필터 차수,  $P$ 는 투사 차원,  $\mu$ 는 스텝사이즈이다.

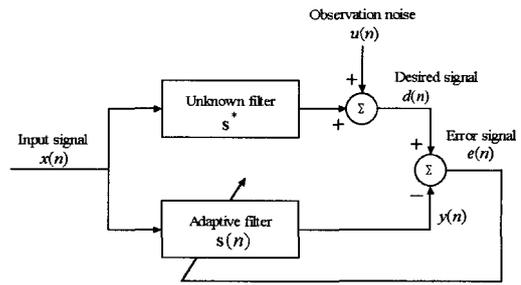


그림 1. 적응 시스템 식별 블록도  
Fig. 1. Adaptive system identification block diagram.

식 (1)에서 적응필터의 계수갱신을 위해 시간  $n$ 에서  $(n-P+1)$  까지의 데이터를 사용하므로 이를  $P$ 차원 인접투사 알고리즘이라 한다.

경사형 적응 알고리즘의 수렴속도는 일반적으로 입력신호의 상관행렬의 고유치 분포와 밀접한 관계가 있으므로, 고유치 분포를 줄여 수렴속도를 향상시키는 방법으로 부밴드 적응필터 기법이 있다[3][6].

그림 1의 일반적인 시스템 식별 모델에서 입력신호를 부밴드로 분해하고, 적응필터의 다위상 (polyphase) 성분  $s_0, s_1$ 과 노블 아이덴티티 (noble identities) 기법을 이용하여 재구성한 부밴드 적응 시스템 식별 모델 (밴드 수,  $M=2$ )은 그림 2와 같다. 그림 2에서  $h_0$ 과  $h_1$ 은 분해필터이며,  $x_{00}(n), x_{01}(n), x_{10}(n), x_{11}(n)$ 은 입력신호의 부밴드 성분이다. 이 구조에서 LMS 알고리즘을 적용할 경우, 다위상 성분 계수벡터의 갱신식은 다음과 같다(6).

$$s_0(n+1) = s_0(n) + 2\mu [\alpha_0 e_0(n) x_{00}(n) + \alpha_1 e_1(n) x_{01}(n)] \quad (6)$$

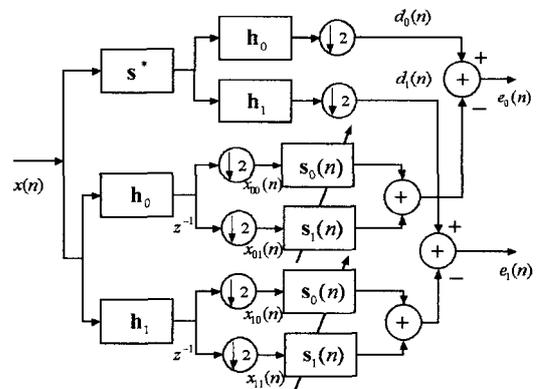


그림 2. M=2 부밴드 적응필터 시스템 식별 모델  
Fig. 2. System identification model for subband adaptive filter for the two-band case(M=2).

$$s_1(n+1) = s_1(n) + 2\mu[\alpha_0 e_0(n) x_{10}(n) + \alpha_1 e_1(n) x_{11}(n)] \quad (7)$$

여기서  $\alpha_1$  과  $\alpha_2$ 는 각 분해필터의 출력전력에 반비례하는 상수이다.

식 (6)과 식 (7)으로 주어지는 계수 갱신식을 이용한 부밴드 NLMS 알고리즘은 일반적인 NLMS 알고리즘에 비해 계산량의 증가 없이 수렴속도 성능이 향상되며 수렴성이 보장된다.

### III. 부밴드 인접투사 알고리즘

부밴드 구조는 계산량의 추가 없이 적응 알고리즘의 수렴속도를 향상시킬 수 있다. 그러나 적응 알고리즘으로 널리 사용되는 LMS를 기반으로 하는 알고리즘에서는 음성신호와 같이 상관관계가 큰 입력신호에 대해서 여전히 느린 수렴속도를 갖는다. 이 문제를 해결하기 위해서는 부밴드 구조에 인접투사 알고리즘을 적용하여 입력신호의 상관관계를 줄임으로써 수렴속도를 향상시킬 수 있다. 그리고 입력신호를 부밴드로 분해함으로써 각 대역에 인접투사 알고리즘을 적용 시 전대역 (full-band)에 적용한 경우보다 계산량을 줄일 수 있다. 그림 1의 경우와 같은 전대역 처리에 있어서 인접투사 알고리즘을 적용하기 위한 비용함수 최적화 조건은 다음과 같다[1][14].

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \|s(n+1) - s(n)\|^2 \\ & \text{subject to } d(n) = X^T(n) s(n+1) \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)과 같은 인접투사 알고리즘의 최적화 조건을 그림 2와 같은  $M=2$  부밴드 구조에 적용하여 부밴드 인접투사 알고리즘을 유도하기 위한 비용함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} J(n) = & \|s_0(n+1) - s_0(n)\|^2 + \|s_1(n+1) - s_1(n)\|^2 \\ & + [d_0(n) - X_{00}^T(n) s_0(n+1) - X_{01}^T(n) s_1(n+1)]^T \lambda_0 \\ & + [d_1(n) - X_{10}^T(n) s_0(n+1) - X_{11}^T(n) s_1(n+1)]^T \lambda_1 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 은 라그랑즈 승수 (Lagrange multiplier)로 이루어지는 벡터이다.

식 (9)의 비용함수는 계수벡터에 대해 2차 형식이므로

비용함수  $J(n)$ 을 계수벡터  $s_0(n+1)$  와  $s_1(n+1)$  에 대해 편 미분하여 그 결과를 영으로 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(n)}{\partial s_0(n+1)} = & 2[s_0(n+1) - s_0(n)] \\ & - X_{00}(n) \lambda_0 - X_{10}(n) \lambda_1 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(n)}{\partial s_1(n+1)} = & 2[s_1(n+1) - s_1(n)] \\ & - X_{01}(n) \lambda_0 - X_{11}(n) \lambda_1 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)에서 라그랑즈 벡터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 구하기 위해 먼저 식 (8)의 조건을 이용, 각 대역의 원하는 신호벡터를 다음과 같이 표현한다.

$$d_0(n) = X_{00}^T(n) s_0(n+1) + X_{01}^T(n) s_1(n+1) \quad (12)$$

$$d_1(n) = X_{10}^T(n) s_0(n+1) + X_{11}^T(n) s_1(n+1) \quad (13)$$

그리고 각 대역의 오차신호 벡터는 다음과 같다.

$$e_0(n) = d_0(n) - X_{00}^T(n) s_0(n) - X_{01}^T(n) s_1(n) \quad (14)$$

$$e_1(n) = d_1(n) - X_{10}^T(n) s_0(n) - X_{11}^T(n) s_1(n) \quad (15)$$

식 (10)과 식 (11)의 결과를 식 (12)와 식 (13)에 대입한 후 이를 이용하여 식 (14)와 식 (15)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_0(n) = & \frac{1}{2} [X_{00}(n)^T X_{00}(n) + X_{01}(n)^T X_{01}(n)] \lambda_0 \\ & + \frac{1}{2} [X_{00}(n)^T X_{10}(n) + X_{01}(n)^T X_{11}(n)] \lambda_1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} e_1(n) = & \frac{1}{2} [X_{10}(n)^T X_{00}(n) + X_{11}(n)^T X_{01}(n)] \lambda_0 \\ & + \frac{1}{2} [X_{10}(n)^T X_{10}(n) + X_{11}(n)^T X_{11}(n)] \lambda_1 \end{aligned} \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)에서  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 구해야 하는데, 식 (9)를 최소화하는 라그랑즈 벡터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 은 서로 다른 부밴드를 통과한 입력데이터 행렬의 곱 (e.g.  $X_{00}^T(n) X_{10}(n)$  etc.)으로 이루어진 교차항들로 인해 상호 종속적인 관계를 가지므로 독립적으로 구할 수가 없다. 이 문제의 해결을 위해 분해필터로 직교필터를 사용하여 입력신호를 부밴드 분할하면, 각각의 직교필터를 통과한 부밴드 신호가 서로 직교하므로 이러한 교

차항을 제거할 수 있게 되어  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 서로 독립적으로 구할 수 있으며, 그 과정은 다음과 같다.

그림 2에서 부밴드 분할을 위해 분해필터  $h_0$ 와  $h_1$ 을 OQF (Orthogonal Quadrature Filter) 관계를 갖는 길이  $L$ 인 FIR (Finite Impulse Response) 필터로 설계하면,  $h_0$ 와  $h_1$ 의 계수가  $h_1(n) = (-1)^n h_0(L-n)$ 의 관계를 가지므로 다음과 같다[13].

$$h_0 h_1^T = 0 \tag{18}$$

그리고 OQF의  $h_0$ 를 통과한 데이터 행렬  $X_{00}$ 는 식 (2)로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X_{00}(n) = \begin{bmatrix} x_{00}(n) & x_{00}(n-1) & \dots & x_{00}(n-P+1) \\ x_{00}(n-1) & x_{00}(n-2) & \dots & x_{00}(n-P) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{00}(n-N+1) & x_{00}(n-N) & \dots & x_{00}(n-N-P+2) \end{bmatrix} \tag{19}$$

식 (19)에서 각 원소 (entry)는 분해필터를 통과한 후 속음 (decimation) 과정 ( $\downarrow 2$ )을 거치게 되므로  $x_{00}(n) = (\downarrow 2)[h_0^T x(n)]$ 로 표현할 수 있다. 같은 방법으로  $X_{10}$ 의 각 원소는  $x_{10}(n) = (\downarrow 2)[h_1^T x(n)]$ 와 같이 쓸 수 있다. 여기서

$x(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-N+1)]^T$ 이때  $x_{00}(n)$ 와  $x_{01}(n)$ 는 각각  $h_0^T x(n)$ 에 의해 얻은 신호열의 우수와 기수부분이며,  $x_{10}(n)$ 와  $x_{11}(n)$ 는  $h_1^T x(n)$ 의 우수와 기수부분이 된다. 식 (16)에서 서로 다른 분해필터를 통과한 데이터 행렬곱  $X_{00}^T(n) X_{10}(n)$ 는 식 (19)에 의해 다음과 같다.

$$X_{00}^T(n) X_{10}(n) = \begin{bmatrix} x_{00}(n) & x_{00}(n-1) & \dots & x_{00}(n-N+1) \\ x_{00}(n-1) & x_{00}(n-2) & \dots & x_{00}(n-N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{00}(n-P+1) & x_{00}(n-P) & \dots & x_{00}(n-N-P+2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{10}(n) & x_{10}(n-1) & \dots & x_{10}(n-P+1) \\ x_{10}(n-1) & x_{10}(n-2) & \dots & x_{10}(n-P) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{10}(n-N+1) & x_{10}(n-N) & \dots & x_{10}(n-N-P+2) \end{bmatrix} \tag{20}$$

식 (20)은  $N$ 차 정방행렬이며 첫 번째 행과 첫 번째 열에 해당하는 원소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [X_{00}^T(n) X_{10}(n)]_{(1,1)} &= x_{00}(n)x_{10}(n) + x_{00}(n-1)x_{10}(n-1) \\ &\quad + \dots + x_{00}(n-N+1)x_{10}(n-N+1) \\ &= (\downarrow 2) x^T(n) h_0 (\downarrow 2) h_1^T x(n) \\ &\quad + \dots + (\downarrow 2) x^T(n-N+1) h_0 (\downarrow 2) h_1^T x(n-N+1) \\ &= (\downarrow 2) [x^T(n) h_0 h_1^T x(n)] \\ &\quad + \dots + (\downarrow 2) [x^T(n-N+1) h_0 h_1^T x(n-N+1)] \end{aligned} \tag{21}$$

식 (18)의 OQF의 특성에 의해  $[X_{00}^T(n) X_{10}(n)]_{(1,1)}$ 는 0이 된다.

$$[X_{00}^T(n) X_{10}(n)]_{(1,1)} = 0 \tag{22}$$

식 (21)과 같은 방법을 이용하면 행렬  $[X_{00}^T(n) X_{10}(n)]$ 의 나머지 원소들도 모두 0이 된다. 그러므로 OQF 관계의 분해필터를 사용하면 식 (16)과 식 (17)에서 서로 다른 부밴드를 통과한 입력데이터 행렬의 곱은 모두 영행렬이 된다.

$$[X_{00}^T(n) X_{10}(n)] = [X_{01}^T(n) X_{11}(n)] = 0 \tag{23}$$

$$[X_{10}^T(n) X_{00}(n)] = [X_{11}^T(n) X_{01}(n)] = 0. \tag{24}$$

따라서 각 부밴드의 오차벡터인 식 (16)과 식 (17)은 다음과 같이 간략하게 표현된다.

$$e_0(n) = \frac{1}{2} [X_{00}^T(n) X_{00}(n) + X_{01}^T(n) X_{01}(n)] \lambda_0 \tag{25}$$

$$e_1(n) = \frac{1}{2} [X_{10}^T(n) X_{10}(n) + X_{11}^T(n) X_{11}(n)] \lambda_1 \tag{26}$$

식 (25)와 식 (26)으로부터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_0 = 2[X_{00}^T(n) X_{00}(n) + X_{01}^T(n) X_{01}(n)]^{-1} e_0(n) \tag{27}$$

$$\lambda_1 = 2[X_{10}^T(n) X_{10}(n) + X_{11}^T(n) X_{11}(n)]^{-1} e_1(n) \tag{28}$$

식 (10)과 식 (11)에 식 (27)과 식 (28)을 적용하여,  $s_0(n+1)$ 과  $s_1(n+1)$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 부밴드 인접투사 알고리즘 (SAPA)의 계수 갱신식을 구할 수 있다.

$$s_0(n+1) = s_0(n) + \mu \{ X_{00}(n)[X_{00}^T(n)X_{00}(n) + X_{01}^T(n)X_{01}(n)]^{-1} e_0(n) + X_{10}(n)[X_{10}^T(n)X_{10}(n) + X_{11}^T(n)X_{11}(n)]^{-1} e_1(n) \} \quad (29)$$

$$s_1(n+1) = s_1(n) + \mu \{ X_{01}(n)[X_{00}^T(n)X_{00}(n) + X_{01}^T(n)X_{01}(n)]^{-1} e_0(n) + X_{11}(n)[X_{10}^T(n)X_{10}(n) + X_{11}^T(n)X_{11}(n)]^{-1} e_1(n) \} \quad (30)$$

여기서  $\mu$ 는 스텝사이즈로 배경잡음 등으로 인한 알고리즘의 성능저하를 방지하기 위해 적용된다.

식 (29)와 식 (30)에서 적응필터의 계수갱신을 위해 사용되는 입력 데이터행렬의 행과 열의 크기는 부밴드 분해 시 직교필터를 적용함으로써 각각 부밴드 적응 필터의 탭 수와 투사 차원이 된다. 따라서 부밴드의 수  $M$ 에 따라 행렬의 행과 열의 크기는 줄어들게 된다. 인접투사 알고리즘에서 투사차원이  $P$ 일 경우,  $P$ 차 정방행렬의 역행렬 연산이 필요하게 된다. 이 역행렬 연산을 위한 알고리즘으로 가우스 소거법 (Gaussian elimination)을 사용하였을 경우, 계산량은  $O(P^3)$ 에 비례한다(15). 그러나 제안한 부밴드 인접투사 알고리즘에서  $M=2$ 인 경우, 계수 갱신식에서 사용하는 데이터 행렬은  $P/2$ 차 정방행렬로 크기가 감소하며 역행렬 연산 시 필요한 계산량은  $O((P/2)^3)$ 에 비례하게 된다. 그러므로 제안한 방법은 인접공간 (affine space)으로의 투사와 부밴드 필터링에 의한 효과로 수렴속도가 향상되며, 간략화 된 계수 갱신식에서 사용하는 데이터 행렬 크기의 감소로 계산량 부담을 상당히 줄일 수 있다. 이를 입증하기 위한 컴퓨터 실험에서는  $M=2, 4$ 의 결과를 제시한다.

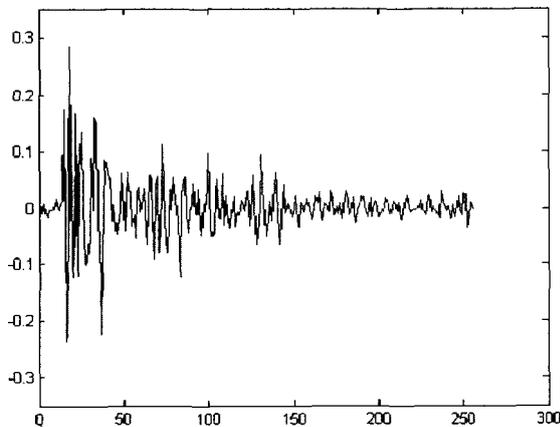


그림 3. 정지 차량 내에서 측정된 실제 반향경로의 임펄스 응답  
Fig. 3. The impulse response of an actual echo path in the stopping automobile.

### IV. 실험 및 결과

제안한 부밴드 인접투사 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 그림 1과 그림 2와 같은 시스템 식별 모델에 전대역 NLMS 알고리즘 및 부밴드 NLMS 알고리즘, 전대역 인접투사 알고리즘(7), 그리고 제안한 방법을 적용하여 [dB]로 나타낸 시스템 계수오차 (system mismatch)(6), 수렴 속도, 계산량 등의 성능을 컴퓨터 모의실험을 통해 비교한다. 적용한 입력신호는 다음과 같은 4차의 AR 모델을 통과시켜 얻은 유색신호 (colored signal)이다 [11].

$$x(n) = 0.95x(n-1) + 0.19x(n-2) + 0.09x(n-3) - 0.5x(n-4) + u(n) \quad (31)$$

여기서 입력신호  $x(n)$ 은 평균이 영 (zero)이고 분산이 1인 가우시안 분포를 갖는 신호이며, 부가잡음으로 50dB의 백색 가우시안 신호를 사용하였다. 미지필터는 정지해 있는 차량 내에서 측정된 실제 반향경로의 임펄스 응답을 256탭으로 잘라서 사용하였다. 적응필터는 반향경로와 동일한 길이의 FIR 필터로 하였으며, 투사 차원은 전밴드의 경우  $P=8$ 이고,  $M=2$  부밴드와 이진 트리 구조 (binary tree structure)를 갖는  $M=4$  부밴드(3)의 경우 각각  $P=4$ 와  $P=2$ 이다. 그리고 부밴드 분해를 위해 16탭의 직교 다우베시스 (Daubechies) 필터(3)를 사용하였다. 반향경로의 임펄스 응답은 그림 3과 같다.

성능 평가와 비교를 위한 알고리즘에서 사용한 파라미터는 표 1과 같다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터는 정상상태에서 동일한 레벨의 계수오차를 갖도록 실험을 통해 얻은 값으로 선택되었다.

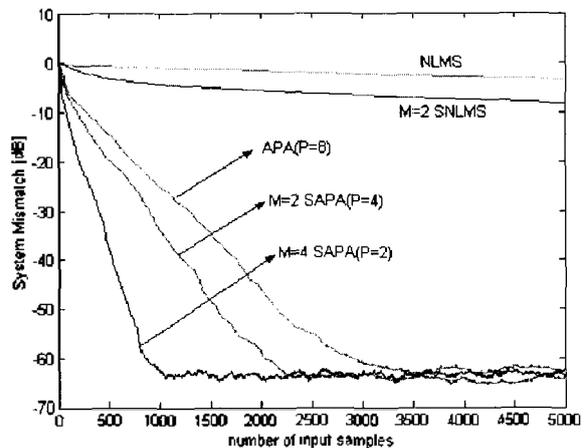


그림 4. 시스템 계수오차 비교  
Fig. 4. Comparison of the system mismatch.

표 1 시뮬레이션에서 사용한 파라미터  
Table 1. Parameters used in the experiment.

Algorithms	Parameters
NLMS	$\mu = 0.675, N = 256$
M=2 NLMS	$\mu = 0.0007, N = 256,$
Full-band APA	$\mu = 0.35, N = 256, P = 8$
M=2 SAPA	$\mu = 0.25, N = 256, P = 4$
M=4 SAPA	$\mu = 0.25, N = 256, P = 2$

그림 4는 50[db]의 부가잡음을 갖는 AR(4) 입력 신호에 대해 시스템 계수오차를 비교한 결과이다. 제안한 부밴드 인접투사 알고리즘 (SAPA)은 수렴속도 면에서 전대역 인접투사 알고리즘보다 매우 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 부밴드 수  $M=4$ 인 경우의 제안한 알고리즘은 전대역 인접투사 알고리즘보다 대략 70% 이상의 수렴속도 향상을 보이고 있다.

그림 5는 전대역 인접투사 알고리즘과  $M=2$  그리고  $M=4$ 의 부밴드 인접투사 알고리즘의 역행렬 연산에 필요한 계산량을 비교한 것이다. 역행렬 연산에 사용된 알고리즘은 가우스 소거법이다. 그림 4로부터 전대역 인접투사 알고리즘과  $M=2$  그리고  $M=4$ 의 제안한 알고리즘이 각각 1000, 2300, 3500 샘플 근처에서 수렴한다고 할 때, 수렴하기까지 역행렬 연산을 위해 필요로 하는 곱셈수의 누적량은 대략 전대역 인접투사 알고리즘은  $5.2 \times 10^5$ , 부밴드 인접투사 알고리즘에서는  $M=2$ 와  $M=4$ 인 경우 각각  $1.2 \times 10^5$ 와  $0.2 \times 10^5$ 이다. 이 수치 데이터로부터 제안한 알고리즘은 입력 신호를 부밴드로 분할하여 처리함으로써 계산량 면에서도 우수한 성능을 가지고 있음을 알 수 있다.

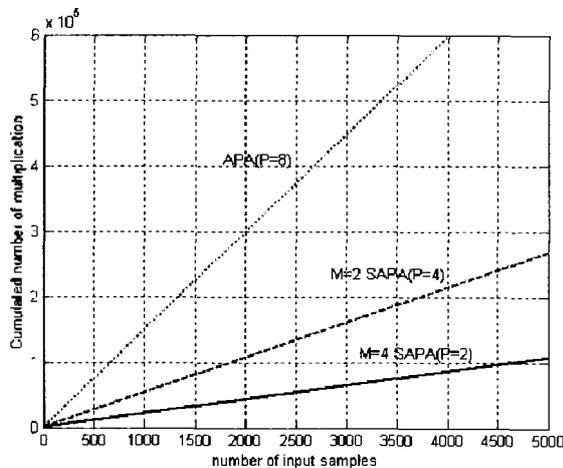


그림 5. 역행렬 연산 시 필요한 곱셈수의 누적량 비교  
Fig. 5. Comparison of the cumulated computational complexity in inverting data matrix.

## V. 결론

본 논문에서 부밴드 적응필터 구조에 인접투사 알고리즘을 적용하는 부밴드 인접투사 알고리즘 (SAPA)을 제안하였다. 제안한 알고리즘에서 서로 다른 부밴드를 통과한 입력데이터 행렬의 곱으로 발생하는 복잡한 계수갱신식을 직교필터의 성질을 이용하여 간단한 형태로 유도하였다. 부밴드 인접투사 알고리즘은 입력 신호의 인접공간 (affine space)으로의 투사와 부밴드 필터링에 의한 효과로 빠른 수렴속도를 갖는다. 그리고 간략하게 유도된 계수 갱신식에 의해 전대역 인접투사 알고리즘의  $1/M$ 에 해당하는 입력데이터 행렬의 행과 열의 크기를 사용하므로 인접투사 알고리즘의 최대 단점인 역행렬 연산에서의 계산량을 줄일 수 있다. 이러한 제안 알고리즘의 수렴속도와 계산량 면에서의 성능 향상을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 제안한 부밴드 인접투사 알고리즘은 많은 계산량으로 제약을 받는 응용분야에서 성능 저하 없이 적은 계산량으로 구현할 수 있을 것으로 기대된다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (과제번호 R05-2002-000-00237-0)지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

1. S. Haykin, *Adaptive Filter theory*, 4th Ed. Prentice-Hall, 2002.
2. B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
3. P. P. Vaidyanathan, *Multirate System and Filter Banks*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
4. W. Kellermann, "Analysis and design of multirate systems for cancellation of acoustical echoes," Proc. IEEE ICASSP, 2570-2573, 1988.
5. A. Gilloire and M. Vetterli, "Adaptive Filtering in Subbands with Critical Sampling: Analysis, Experiments, and Application to Acoustic Echo Cancellation," IEEE Trans. on Signal Proc. 40 (8), August 1992.
6. S. S. Pradhan and V. U. Reddy, "A New Approach to Subband Adaptive Filtering", IEEE Trans. on Signal Proc. 45 (3), 655-664, Mar. 1999.
7. K. Ozeki and T. Umeda, "An Adaptive Filtering Algorithm using an Orthogonal Projection to an Affine Subspace and Its Properties," Electron. Commun. Japan. 67-A (5), 19-27, 1984.
8. S. L. Gay and J. Benesty, *Acoustic Signal Processing for*

*Telecommunication*, Kluwer Academic Press, 2000.

9. S. L. Gay and S. Tavathia, "The fast affine projection algorithm," in Proc. IEEE ICASSP 1995, 5, 3023-3026, Detroit, May 1995.
10. M. Tanaka, S. Makino, J. Kojima, "A Block Exact Fast Affine Projection Algorithm," IEEE Trans., Speech and Audio Processing, 7, 79-86, Jan. 1999.
11. M. Tanaka, Y. Kameda, S. Makino, and J. Kojima, "Fast projection algorithm and its step size control," in Proc. IEEE ICASSP 1995, 945-948, Detroit, May 1995.
12. S. G. Sankaran and A. A. Beex, "Convergence Behavior of the Affine Projection Algorithm," IEEE Trans. on Signal Proc. 48 (4), 1086-1097, April 2000.
13. G. Strang and T. Nguyen, "Wavelets and Filter Banks," Wellesey-Cambridge Press, 1997.
14. E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
15. Y. R. Zheng and R. A. Goubran, "Adaptive Beamforming using Affine Projection Algorithms," Signal Processing Proc. WCCC-ICSP 2000, Int. Conf. 3, 1929-1932, 2000.

---

## 저자 약력

---

• **최 훈 (Hun Choi)**



1996년 8월: 충북대학교 전자공학과 공학사.  
 1995년 11월~1998년 3월: LG빈도체 제품개발실.  
 2001년 2월: 충북대학교 전자공학과 석사.  
 2001년 3월~현재: 충북대학교 전자공학과 박사과정.  
 \* 주관심분야: 적응신호처리, 다중신호처리, 통신신호 처리

• **배현덕 (Hyeon Deok Bae)**



1977년 2월: 현양대학교 전자공학과 공학사.  
 1980년 2월: 서울대학교 전자공학과 석사.  
 1992년 2월: 서울대학교 전자공학과 박사.  
 1994년~1995년: 미국 시라큐스 대학 전기전자공학과 방문교수.  
 1987년 3월~현재: 충북대학교 전자공학과 교수.  
 \* 주관심분야: 적응신호처리, 다중신호처리, 웨이블릿 변환의 신호처리 응용