

퍼지 페트리네트를 이용한 구간값 퍼지 집합 후진추론

조상엽[†], 김기석^{**}

요 약

일반적으로 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 퍼지 명제의 확신도는 0과 1사이의 실수로 표현한다. 만일 퍼지 생성규칙의 확신도와 퍼지 명제의 확신도를 구간값 퍼지 집합으로 표현한다면, 규칙기반시스템이 더 유연한 방법으로 퍼지 추론을 하는 것이 가능하게 된다. 본 논문에서는 퍼지 페트리네트와 이 네트에 기반을 둔 규칙기반시스템을 위한 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안한다. 규칙기반시스템에 있는 퍼지 생성규칙은 퍼지 페트리네트로 모형화된다. 여기에서 퍼지 생성규칙에 나타나는 퍼지 명제의 확신도와 규칙의 확신도는 구간값 퍼지 집합으로 표현한다. 여기에서 제안한 알고리즘은 목표노드에서 시작노드까지 후진추론 통로를 찾아낸 후 목표노드의 확신도를 계산한다. 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘은 규칙기반시스템이 더 유연하고 사람들이 하는 것과 같은 퍼지 후진추론을 가능하게 한다.

Interval-Valued Fuzzy Set Backward Reasoning Using Fuzzy Petri Nets

Cho, Sang Yeop[†], Kim, Ki Seok^{**}

ABSTRACT

In general, the certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions appearing in the rules are represented by real values between zero and one. If it can allow the certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions to be represented by interval-valued fuzzy sets, then it can allow the reasoning of rule-based systems to perform fuzzy reasoning in more flexible manner. This paper presents fuzzy Petri nets and proposes an interval-valued fuzzy backward reasoning algorithm for rule-based systems based on fuzzy Petri nets. Fuzzy Petri nets model the fuzzy production rules in the knowledge base of a rule-based system, where the certainty factors of the fuzzy propositions appearing in the fuzzy production rules and the certainty factors of the rules are represented by interval-valued fuzzy sets. The algorithm we proposed generates the backward reasoning path from the goal node to the initial nodes and then evaluates the certainty factor of the goal node. The proposed interval-valued fuzzy backward reasoning algorithm can allow the rule-based systems to perform fuzzy backward reasoning in a more flexible and human-like manner.

Key words: Fuzzy reasoning(퍼지 추론), Fuzzy Petri nets(퍼지 페트리네트), Interval-valued fuzzy sets (구간값 퍼지 집합)

※ 교신저자(Corresponding Author) : 조상엽, 주소 : 충남 홍성군 홍성읍 남장리 산 29(350-701), 전화 : 041)630-3253, FAX : 041)634-8700, E-mail : sycho@mail.chungwoon.ac.kr

접수일 : 2003년 4월 15일, 완료일 : 2003년 10월 8일

[†] 청운대학교 인터넷컴퓨터학과

^{**} 순천향대학교 정보기술공학부

(E-mail : paperlion@dreamwiz.com)

1. 서 론

사람들이 사용하는 실제계의 불확실한 지식을 컴퓨터에 표현하고 처리하기 위한 다양한 지식표현방법이 연구되고 있다. 불확실한 지식을 표현하기 위해 많이 사용하는 지식표현 방법이 퍼지 생성규칙이다.

퍼지 생성규칙은 생성규칙에 나타나는 불확실한 정도를 퍼지이론[17]을 이용하여 확장한 규칙이다. 퍼지 생성규칙과 퍼지 추론과정을 모형화하는 데 많이 사용하는 도구가 퍼지 페트리네트(fuzzy Petri net)이다[2-6,9-11,15,18,19]. 퍼지 페트리네트는 기존의 페트리네트[14]에서 불확실한 지식을 표현할 수 있도록 퍼지 이론을 결합하여 확장한 네트로서, 정보의 흐름을 표현하기 위해 객체간의 입출력관계를 그래프를 이용하여 보여줄 수 있고, 병렬성, 비동기성 그리고 분산성을 갖는 정보처리시스템을 기술하거나 연구하는 데 유용한 도구이다.

[2]에서는 규칙기반시스템의 추론과정을 모형화하기 위해 계층 퍼지 페트리네트와 α -level 집합을 사용하는 방법을 제안하였다. [3]에서는 퍼지 시간규칙(fuzzy temporal rule)으로 구성된 퍼지 시간 지식베이스(fuzzy temporal knowledge base)의 모형을 소개하고, 퍼지 시간규칙을 퍼지 페트리네트로 표현하는 방법을 소개하였다. [4]에서는 퍼지 생성규칙의 확신도, 규칙에 나타나는 명제의 진리값과 규칙에 나타나는 명제의 중요도에 따라 부여하는 가중값(weight)을 퍼지 숫자로 설정하는 방법을 제안하였다. [6,15]에서는 규칙베이스에 있는 퍼지 생성규칙을 퍼지 페트리네트로 표현하는 방법과 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 퍼지 집합으로 표현하는 방법과 퍼지 추론 알고리즘을 제안하였다. [9]에서는 퍼지 생성규칙에 나타나는 퍼지 명제의 불확실성을 추론하기 위해 구조화된 퍼지 추론엔진으로서 퍼지 페트리네트를 이용하는 방법을 제안하였다. 여기에서 사용하는 믿음갱신(belief-revision)은 기존의 확률적인 방법과는 달리 퍼지 집합을 사용하였다. [10]에서는 규칙기반 의사결정에 사용하기 위해 기존의 페트리네트를 퍼지 페트리네트로 확장하고, 여기에 사용하기 위한 퍼지 추론 알고리즘은 퍼지 집합을 표현하는 퍼지 행렬을 기반으로 개발하였다. [11]에서는 퍼지 페트리네트의 축소(reduction)를 이용하여 퍼지 지식베이스의 일관성을 검사하고, 정리증명을 위한 반박(refutation)방법을 제안하였다. [18]에서는 퍼지 생성규칙의 믿음값과 규칙에 나타나는 명제의 믿음값을 퍼지 집합을 기반으로 하여 표현하고, 규칙의 전제부와 결론부에 있는 명제에 퍼지 개념의 유무에 따라 결론의 믿음값을 평가하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 확신도만을 따로 계산

하는 방법과 달리 규칙에 있는 명제의 퍼지 개념을 고려하여 결론의 확신도를 계산하였다.

그러나 [2,3,4,6,9-11,15] 그리고 [18]에서 제안한 퍼지 추론방법은 전진추론만을 다루었고 후진추론은 다루지 않았다. Arnould, T.는 [1]에서 후진추론에서는 목표(goal)를 증명하기 위해 이 목표와 관련된 정보만을 고려하기 때문에, 특정한 목표를 증명하려고 할 때에는 증명에 필요한 정보의 양이 더 적은 후진추론이 전진추론보다 더 효과적이라고 주장하였다. 그리고 규칙의 확신도를 구간값 퍼지 집합에 기반을 둔 구간으로 표현하고, 일반화된 modus ponens에 기반을 둔 퍼지 후진추론방법을 제안하였다. [5]에서 Chen, S.와 [19]에서 조상엽은 후진추론을 하는 능력을 컴퓨터에 허용한다면 컴퓨터 시스템이 더 유연(flexible)하고 더 지적(intelligent)이게 된다고 지적하고, 퍼지 페트리네트를 사용하는 규칙기반시스템을 위한 퍼지 후진 추론알고리즘을 제안하였다. [5]에서는 규칙의 확신도를 0과 1사이의 실수로 표현하고, 규칙의 확신도를 구하기 위해 단순히 min과 max 연산을 사용하는 방법을 제안하였다. [19]에서는 규칙의 믿음값을 0과 1사이의 실수로 표현하고, 규칙의 믿음값을 구하기 위해, 규칙에 나타나는 퍼지 개념의 유무에 따라 믿음값을 믿음값 평가함수로 평가하는 방법을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 목표노드에서 시작노드까지 후진추론 통로를 찾아낸 후 목표노드의 확신도를 계산한다. 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘은 규칙기반시스템이 더 유연한 방법으로 사람들이 하는 것 같은 퍼지 후진 추론을 가능하게 한다.

본 논문에서는 구간값 퍼지 집합(interval-valued fuzzy set)에 기반을 둔 구간을 표현할 수 있는 퍼지 페트리네트를 정의하고, 이 네트를 기반으로 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안한다. 퍼지 페트리네트에서는 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 퍼지 집합을 기반으로 하는 실수[5,19]가 아닌 구간값 퍼지 집합에 기반을 둔 구간으로 표현하기 때문에 확신도를 더 유연하게 표현할 수 있다. 여기에서 구간값 퍼지 집합은 [16]에서 Turksen, I. B.가 정규형식(normal form)을 기반으로 결합 개념(combined concept)을 표현하기 위해 사용한 구간값 퍼지 집합의 정의를 사용하였다. [1]에서 제안한 후진 추론알고리즘은 실제세계의 응용을

실행하는 데 많은 시간이 걸리므로 효율적인 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘의 개발이 필요하다. 퍼지 후진 추론 알고리즘을 개발하기 위해 [5]와 [19]의 알고리즘을 기반으로 하여 퍼지 페트리네트에서 후진추론 문제를 다룰 수 있는 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구간값 퍼지 집합에 대하여 간단하게 살펴본다. 3장에서는 지식베이스에 사용되는 규칙을 살펴보고, 추론방법을 기술한다. 4장에서는 퍼지 페트리네트를 정의한다. 5장에서는 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안하고, 예를 보인다. 마지막으로 6장에서는 결론으로 마무리한다.

2. 구간값 퍼지집합

이 장에서는 구간값 퍼지 집합(interval-valued fuzzy set)에 대하여 간단하게 살펴본다. 만일 퍼지 집합이 구간값 소속함수로 표현된다면 이러한 집합을 구간값 퍼지 집합이라고 부른다[7,8,12,13,16]. 전체집합(universe of discourse) $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 의 구간값 퍼지 집합 A 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\}$$

여기에서 구간 $[a_{i1}, a_{i2}]$ 은 구간값 퍼지 집합 A 의 소속도 u_i 가 a_{i1} 과 a_{i2} 사이의 값이다. $0 \leq a_{i1} \leq a_{i2} \leq 1, 1 \leq i \leq n$.

A 와 B 가 전체집합 U 의 구간값 퍼지 집합이라고 하자. 여기에서,

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\},$$

$$A = \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\} \\ = \{(u_i, [a_{i1}, a_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

$$B = \{(u_1, [b_{11}, b_{12}]), (u_2, [b_{21}, b_{22}]), \dots, (u_n, [b_{n1}, b_{n2}])\} \\ = \{(u_i, [b_{i1}, b_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

구간값 퍼지 집합의 합집합, 교집합 그리고 여집합은 다음과 같이 정의된다.

$$A \cup B = \{(u_i, [c_{i1}, c_{i2}]) \mid c_{i1} = \text{Max}(a_{i1}, b_{i1}), \\ c_{i2} = \text{Max}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

$$A \cap B = \{(u_i, [d_{i1}, d_{i2}]) \mid d_{i1} = \text{Min}(a_{i1}, b_{i1}), \\ d_{i2} = \text{Min}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

$$A' = \{(u_i, [x_{i1}, x_{i2}]) \mid x_{i1} = 1 - a_{i2}, \\ x_{i2} = 1 - a_{i1} \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

만일 $\forall i \ a_{i1} = b_{i1}$ 그리고 $a_{i2} = b_{i2}$ 라면 구간값 퍼지 집합 A 와 B 는 동치($A=B$)이다. $1 \leq i \leq n$.

3. 지식표현과 추론

퍼지 생성규칙은 실세계에서 사람이 사용하는 불확실하고 애매한 지식을 표현할 수 있다. 퍼지 생성규칙은 두 명제사이의 퍼지 관계를 기술한다[4-6,15,18,19]. 이 장에서는 구간값 퍼지 집합을 이용한 지식표현과 퍼지 추론에 대하여 기술한다.

사례 1 : 다음과 같은 규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_j \Rightarrow d_k \text{ (CF} = [\beta_{i1}, \beta_{i2}])$$

여기에서 Rule_i 는 규칙의 이름이고, d_j 와 d_k 는 각각 퍼지 변수를 포함하는 퍼지 명제이다. $[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ 는 확신도이다. $0 \leq \beta_{i1} \leq \beta_{i2} \leq 1$. d_j 의 인스턴스의 확신도가 $[\beta_{j1}, \beta_{j2}]$ 라고 하자. $0 \leq \beta_{j1} \leq \beta_{j2} \leq 1$. 퍼지 명제 d_k 의 확신도가 $[\beta_{k1}, \beta_{k2}]$ 라고 하자. $0 \leq \beta_{k1} \leq \beta_{k2} \leq 1$. 그러면 d_k 의 확신도는 $\beta_{k1} = \beta_{j1} \times \beta_{i1}$ 와 $\beta_{k2} = \beta_{j2} \times \beta_{i2}$ 로 평가할 수 있다.

사례 2 : 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_k \text{ (CF} = [\beta_{i1}, \beta_{i2}])$$

여기에서 $[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ 는 규칙 Rule_i 의 확신도이다. $0 \leq \beta_{i1} \leq \beta_{i2} \leq 1$. 퍼지 명제 $d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jm}$ 과 d_k 의 확신도가 각각 $[\beta_{j11}, \beta_{j12}], [\beta_{j21}, \beta_{j22}], \dots, [\beta_{j m1}, \beta_{j m2}]$ 과 $[\beta_{k1}, \beta_{k2}]$ 라고 하자. $0 \leq \beta_{j11} \leq \beta_{j12} \leq 1, 0 \leq \beta_{j21} \leq \beta_{j22} \leq 1, \dots, 0 \leq \beta_{j m1} \leq \beta_{j m2} \leq 1$ 과 $0 \leq \beta_{k1} \leq \beta_{k2} \leq 1$. 그러면 d_k 의 확신도는 $\beta_{k1} = \min(\beta_{j p1}) \times \beta_{i1}$ 과 $\beta_{k2} = \min(\beta_{j p2}) \times \beta_{i2}$ 로 평가할 수 있다. $p=1, 2, \dots, m$.

사례 3 : 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_j \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} \text{ (CF} = [\beta_{i1}, \beta_{i2}])$$

여기에서 $[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ 는 규칙 Rule_i 의 확신도이다. $0 \leq \beta_{i1} \leq \beta_{i2} \leq 1$. 퍼지 명제 $d_j, d_{k1}, d_{k2}, \dots, d_{kn}$ 의 확신도가 각각 $[\beta_{j1}, \beta_{j2}], [\beta_{k11}, \beta_{k12}], [\beta_{k21}, \beta_{k22}], \dots, [\beta_{kn1}, \beta_{kn2}]$ 라고 하자. $0 \leq \beta_{j1} \leq \beta_{j2} \leq 1, 0 \leq \beta_{k11} \leq \beta_{k12} \leq 1, 0 \leq \beta_{k21} \leq \beta_{k22} \leq 1, \dots, 0 \leq \beta_{kn1} \leq \beta_{kn2} \leq 1$. 그러면 $d_{k1}, d_{k2}, \dots, d_{kn}$ 의 확신도는 $\beta_{kp1} = \beta_{j1} \times \beta_{i1}$ 과 $\beta_{kp2} = \beta_{j2} \times \beta_{i2}$ 로 평가할 수

있다. $p=1, 2, \dots, n$.

사례 4 : 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_k \quad (CF=[\beta_{i1}, \beta_{i2}])$$

여기에서 $[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ 는 규칙 Rule_i 의 확신도이다. $0 \leq \beta_{i1} \leq \beta_{i2} \leq 1$. 퍼지 명제 $d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jm}$ 과 d_k 의 확신도가 각각 $[\beta_{j11}, \beta_{j12}], [\beta_{j21}, \beta_{j22}], \dots, [\beta_{jm1}, \beta_{jm2}]$ 과 $[\beta_{k1}, \beta_{k2}]$ 라고 하자. $0 \leq \beta_{j11} \leq \beta_{j12} \leq 1, 0 \leq \beta_{j21} \leq \beta_{j22} \leq 1, \dots, 0 \leq \beta_{jm1} \leq \beta_{jm2} \leq 1$ 과 $0 \leq \beta_{k1} \leq \beta_{k2} \leq 1$. 그러면 d_k 의 확신도는 $\beta_{k1} = \max(\beta_{jp1} \times \beta_{i1})$ 과 $\beta_{k2} = \max(\beta_{jp2} \times \beta_{i2})$ 로 평가할 수 있다. $p=1, 2, \dots, m$.

4. 퍼지 페트리넷

이 장에서는 구간값 퍼지 집합추론을 모형화하기 위한 퍼지 페트리넷 구조(Fuzzy Petri Net: FPN)를 다음과 같이 정의한다[4~6,15,18,19].

정의 1 : 퍼지 페트리넷 $\text{FPN}=(P, T, D, I, O, \tau, \alpha, \beta)$

여기에서 $P=\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 은 플레이스(place)의 유한집합이고, $T=\{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ 은 트랜지션(transition)의 유한집합이며, $D=\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 은 명제의 유한집합이다. $P \cap T = \emptyset, P \cup T \neq \emptyset$. $I: T \rightarrow P^\infty$ 은 트랜지션을 입력 플레이스에 사상시키는 입력함수이고, $O: T \rightarrow P^\infty$ 은 트랜지션을 출력 플레이스에 사상시키는 출력함수이다. $\tau: P \rightarrow [\beta_1, \beta_2]$ 는 플레이스에 있는 토큰을 구간값으로 사상시키는 토큰함수이다. $0 \leq \beta_1 \leq \beta_2 \leq 1$. $\alpha: P \rightarrow D$ 는 플레이스를 명제에 사상시키는 전단사함수이다. $\beta: T \rightarrow [\beta_1, \beta_2]$ 는 트랜지션을 0과 1사이의 실수로 사상시키는 트랜지션함수이다. $0 \leq \beta_1 \leq \beta_2 \leq 1$.

$[\beta_{i1}, \beta_{i2}] = \tau(p_i)$ 는 플레이스 p_i 에 있는 토큰의 확신도이고, $[\beta_{a1}, \beta_{a2}] = \beta(t_a)$ 는 트랜지션 t_a 의 입력 플레이스와 출력 플레이스의 관계의 정도를 나타내는 확신도이다. 실행 가능한(enable) t_a 는 입력 플레이스에서 토큰을 제거하고 출력 플레이스에는 토큰을 출력하면서 실행(fire)되게 된다. 출력 플레이스에 나타나는 토큰의 확신도는 트랜지션의 확신도와 실행전의 입력 플레이스에 있는 토큰의 확신도를 이용하여 계산한다.

만일 $p_i \in I(t_a)$ 이고 $p_j \in O(t_a)$ 이라면, p_i 는 p_j 에서 직

접 후진 도달이 가능하다(direct backward reachable). p_j 에서 직접 후진 도달 가능한 플레이스의 집합 $\text{DBRS}(p_j)$ 을 직접 후진 도달 집합(direct backward reachability set)이라고 한다. p_i 가 p_j 에서 직접 후진 도달가능하고, p_j 는 p_k 에서 직접 후진 도달가능하다면, p_i 는 p_k 에서 후진 도달 가능하다(backward reachable). 이러한 플레이스의 집합을 후진 도달 집합(backward reachability set) $\text{BRS}(p_i)$ 라고 한다. 후진 도달관계는 직접 후진 도달관계의 반사 추이 폐포(reflexive transitive closure)가 된다.

$p_i \in I(t_a)$ 이고 $p_j \in I(t_a)$ 이라면 p_j 를 t_a 에 대한 p_i 의 이웃플레이스(neighbor place)라고 한다. 이러한 p_j 의 집합을 이웃플레이스 집합(neighbor place set)이라고 하고 $\text{NPS}(p_i)$ 로 표시한다. 그리고 $|\text{NPS}(p_i)|$ 는 원소의 수이다.

그림 1부터 4는 각각 사례 1, 2, 3, 4의 퍼지 생성규칙에 대한 퍼지 페트리넷을 표현한 것이다.

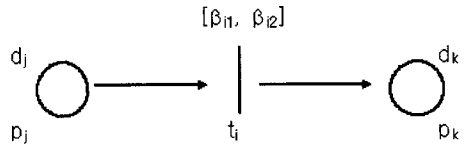


그림 1. 사례 1 규칙에 대한 FPN

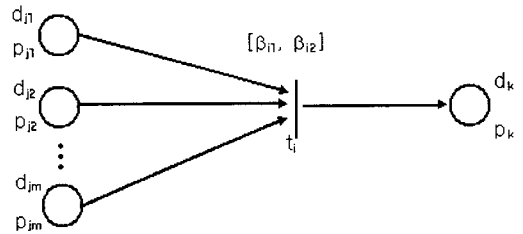


그림 2. 사례 2 규칙에 대한 FPN

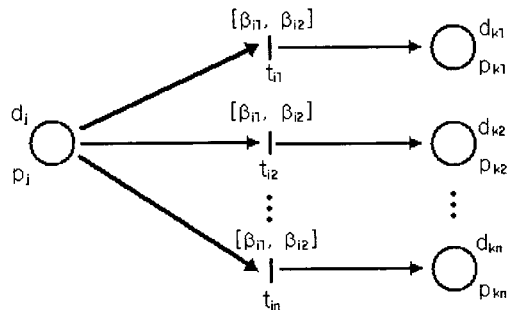


그림 3. 사례 3 규칙에 대한 FPN

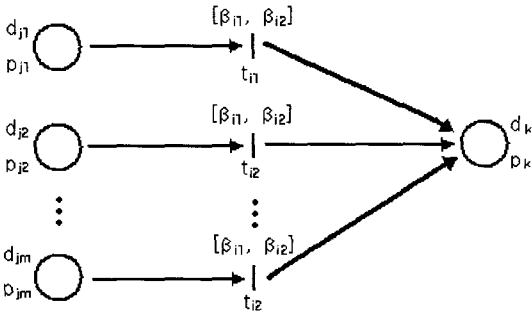


그림 4. 사례 4 규칙에 대한 FPN

5. 후진추론 알고리즘

이 장에서는 퍼지 페트리네트에서 사용하기 위한 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘은 목표노드에서 시작노드까지의 후진추론 통로를 찾아낸 후, 목표노드의 확신도를 계산한다.

GOAL은 목표노드의 리스트이다. OPEN은 부모노드를 찾기 위해 현재 처리중인 플레이스, 즉 현재노드의 리스트이다. PARENTS와 PARENTHSHIP은 현재 처리중인 노드의 부모노드를 저장하는 리스트이다. PLACES와 TRANSITIONS는 목표노드에서 시작노드사이의 후진추론 통로 상에 있는 플레이스와 트랜지션을 저장하는 리스트이다. STARTS는 시작노드를 저장하는 리스트이다. TOKENPLACES는 현재 토큰을 가지고 있는 플레이스를 저장하는 리스트이다. ENABLES는 현재 실행 가능한 트랜지션의 리스트이다. t_{ik} 는 플레이스 p_i 와 p_k 사이에 있는 트랜지션이다. $I(t_a)$ 는 트랜지션 t_a 에 대한 입력플레이스의 수이다. $\beta(p_{j1})^{old}$ 와 $\beta(p_{j2})^{old}$ 는 다른 추론통로를 통해서 먼저 계산되어 TOKENPLACES에 이미 존재하는 플레이스 p_j 의 확신도이다.

구간값 후진 추론 알고리즘에서 단계 1과 2는 목표노드에서 시작노드까지 후진추론 통로를 찾아준다. 단계 3은 시작노드의 확신도를 사용자로부터 입력받고, 단계 4와 5 그리고 단계 6은 목표노드의 확신도를 계산한다.

구간값 후진추론 알고리즘
 입력: GOAL
 출력: 목표노드의 확신도 β_{j1}, β_{j2}
 단계 1: OPEN=GOAL

단계 2: repeat until (OPEN == \emptyset)
 PARENTS = \emptyset
 do for each p_k in OPEN
 OPEN -= $\{p_k\}$
 PLACES $\cup = \{p_k\}$
 PARENTHSHIP = \emptyset
 if (DBRS(p_k) != \emptyset)
 then do for each p_i in DBRS(p_k)
 PARENTHSHIP $\cup = \{p_i\}$
 TRANSITIONS $\cup = \{t_{ik}\}$
 else do for each p_i in DBRS(p_k)
 STARTS $\cup = \{p_i\}$
 PARENTS $\cup =$ PARENTHSHIP
 OPEN = PARENTS

단계 3: Input $\forall p_i \in$ STARTS

단계 4: TOKENPLACES = STARTS

단계 5: repeat until (TRANSITIONS == \emptyset)

do for each t_a in TRANSITIONS
 if $I(t_a) \subseteq$ TOKENPLACES
 then ENABLES $\cup = \{t_a\}$
 TRANSITIONS -= $\{t_a\}$
 do for each t_a in ENABLES; $p_j \in O(t_a)$
 If $|I(t_a)| \geq 2$
 then $\beta_{j1} = \text{Min}\{\beta_{i1} \mid I[\beta_{i1}, \beta_{i2}] = \beta(p_i), \forall p_i \in I(t_a)\} \times \beta(t_a)$
 $\beta_{j2} = \text{Min}\{\beta_{i2} \mid I[\beta_{i1}, \beta_{i2}] = \beta(p_i), \forall p_i \in I(t_a)\} \times \beta(t_a)$
 else $\beta_{j1} = \beta_{i1} \times \beta(t_a)$,
 $\beta_{j2} = \beta_{i2} \times \beta(t_a)$
 If $p_j \in$ TOKENPLACES
 then Max($\beta(p_{j1}), \beta(p_{j1})^{old}$)
 Max($\beta(p_{j2}), \beta(p_{j2})^{old}$)
 else TOKENPLACES $\cup = \{p_j\}$
 ENABLES -= $\{t_a\}$

단계 6: return β_{j1} and β_{j2}

5.1 예

$d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7$, 그리고 d_8 을 퍼지 명제라고 하자. 그리고 다음과 같은 퍼지 생성규칙이 규칙베이스시스템의 지식베이스에 있다고 가정하자[4~6]:

Rule₁: IF d_1 THEN d_2 ($\beta = [[0.85, 0.90]]$)

- Rule2: IF d_2 THEN d_3 ($\beta=[0.80, 0.85]$)
- Rules: IF d_2 THEN d_4 ($\beta=[0.80, 0.85]$)
- Rule4: IF d_1 THEN d_5 ($\beta=[0.90, 0.95]$)
- Rules: IF d_5 THEN $d_4 \wedge d_8$ ($\beta=[0.95, 1.00]$)
- Rules: IF $d_1 \wedge d_7$ THEN d_6 ($\beta=[0.90, 0.95]$)
- Rule7: IF d_6 THEN d_4 ($\beta=[0.90, 0.95]$)

위의 규칙들을 퍼지 페트리네트표현은 그림 5와 같다. 사용자가 원하는 것은 명제 d_4 의 확신도라고 가정한다. 그러므로 d_4 는 목표명제가 된다. $\alpha(p_4)=d_4$ 이므로 p_4 는 목표플레이스가 된다.

그림 5에서 p_4 에서 직접후진 도달 가능한 플레이스는 p_2, p_5 와 p_6 이다. 그러므로 이 플레이스들이 p_4 의 직접후진도달집합 DBRS(p_4)가 된다. 각 플레이스에 대한 직접 후진 도달집합 DBRS(p_i)는 표 1과 같다. 그림 5에서 트랜지션 t_6 에 대해 입력플레이스 p_1 과 p_7 는 출력플레이스 p_6 에 대하여 서로 이웃플레이스(neighbor place)의 관계를 가진다. 각 플레이스에 대한 이웃플레이스집합은 표 2와 같다.

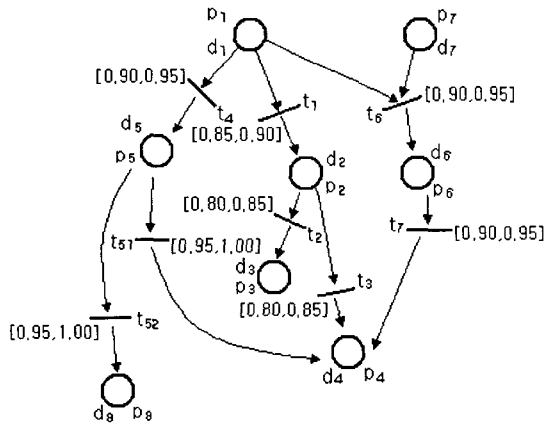


그림 5. 퍼지 페트리네트표현

표 3. 직접 후진 도달집합

플레이스	DBRS(p_i)
p_1	\emptyset
p_2	$\{p_1\}$
p_3	$\{p_2\}$
p_4	$\{p_2, p_5, p_6\}$
p_5	$\{p_1\}$
p_6	$\{p_1, p_7\}$
p_7	\emptyset
p_8	$\{p_5\}$

표 4. 이웃플레이스 집합

플레이스 p_i	플레이스 p_k	NPS $_{ik}$
p_1	p_2	\emptyset
	p_5	\emptyset
	p_6	$\{p_7\}$
p_2	p_3	\emptyset
	p_4	\emptyset
p_5	p_4	\emptyset
	p_8	\emptyset
p_6	p_4	\emptyset
p_7	p_6	$\{p_1\}$

알고리즘의 단계 1과 2를 실행하게 되면 그림 6과 같은 AND-OR그래프가 생성된다. 그림 6에서 사용한 기호, [?]는 퍼지 명제의 확신도를 알지 못한다는 것을 나타낸다. 그림 6에서 노드 p_4 는 그림 5에서의 목표플레이스에 대응되고, p_4 의 자식노드인 p_2, p_5, p_6 은 p_4 의 직접후진 도달 가능한 플레이스로 구성된다. p_1 과 p_7 은 그림 5의 시작노드에 대응된다.

그림 6에는 네 개의 터미널노드가 생성된다. 단계 3에서 STARTS에 있는 시작노드 d_1 과 d_7 의 확신도를 사용자가 입력하는 것을 요구한다. 사용자가 d_1 과 d_7 의 확신도를 각각 $\tau(d_1)=[0.80, 0.85]$ 과 $\tau(d_7)=[0.70, 0.75]$ 로 입력한 것으로 가정한다. p_6 의 확신도는 p_1 과 p_7 의 확신도를 고려하여 평가한다. $\beta_{61}=\min(0.80, 0.70) \times 0.90=0.63$, $\beta_{62}=\min(0.85, 0.75) \times 0.95=0.71$. 목표노드 p_4 의 확신도는 세 개의 서로 다른 추론 통로를 통해 ($p_4, [0.54, 0.65]$), ($p_4, [0.68, 0.81]$)와 ($p_4, [0.57, 0.67]$)가 계산된다. 그래서 p_4 의 확신도는 $\beta_{41}=\max(0.54, 0.68, 0.57)=0.68$, $\beta_{42}=\max(0.65, 0.81, 0.67)=0.81$ 이므로 $\beta_4=[0.68, 0.81]$ 이 된다. 이와 같이 확신도를 평가한 AND-OR그래프가 그림 7에 나타난다.

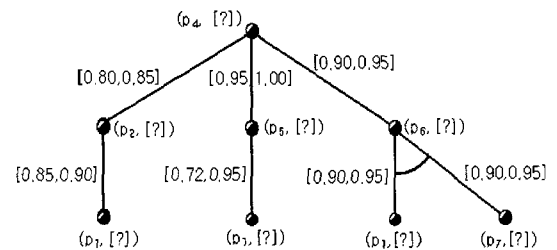


그림 6. 후진추론으로 생성된 AND-OR 그래프

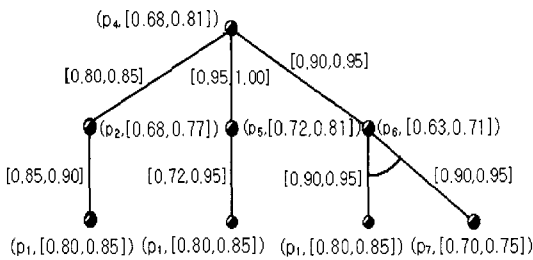


그림 7. p₁과 p₇에 확신도를 입력한 후, 각 노드의 확신도가 평가된 AND-OR 그래프

6. 결 론

기존의 퍼지 규칙기반시스템에서는 규칙베이스에 나타나는 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도 또는 가중값을 표현하기 위해 퍼지 집합에 기반을 둔 0과 1사이의 실수 또는 퍼지 숫자를 사용하였다. 본 논문에서는 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 표현하기 위해 기존의 퍼지 집합이 아닌 구간값 퍼지 집합을 이용한 퍼지 페트리네트 표현을 제안하고, 퍼지 페트리네트에서 사용할 수 있는 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 제안하였다. 후진추론 알고리즘은 시작노드의 수보다 목표노드의 수가 적은 문제에서 전진추론보다 더 유용한 방법이다. 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘은 목표노드에서 시작하여 시작노드까지 후진추론 통로를 찾아낸 후, 시작노드의 확신도를 사용자로부터 입력받으면, 목표노드의 확신도를 계산한다. 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 기존의 퍼지 집합이 아닌 구간값 퍼지 집합에 기반을 둔 구간을 사용하기 때문에 0과 1사이의 실수를 사용하는 방법보다 유연하게 확신도를 부여할 수 있다. 그러므로 구간값 퍼지 집합 후진추론 알고리즘을 사용하는 규칙베이스시스템이 더 유연하게 퍼지 추론을 하는 것을 가능하게 한다.

참 고 문 헌

[1] Arnould, T., and Tano, S., "Interval-valued Fuzzy Backward Reasoning," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 3, pp. 425-437, 1995.
 [2] Camargo, H., and Gomide, F., "Hierarchical Fuzzy Petri Nets and α -level Sets Inference,"

Int'l J. Intelligent Systems, Vol. 14, No. 8, pp. 859-871, Aug. 1999.
 [3] Carinena, P., Bugarin, A., Fraga, S., and Barro, S., "Enhanced Fuzzy Temporal Rules and Their Projection onto Fuzzy Petri Nets," *Int'l J. Intelligent Systems*, Vol. 14, No. 8, pp. 775-804, Aug. 1999.
 [4] Chen, Shyi-Ming, "Weighted Fuzzy Reasoning Using Weighted Fuzzy Petri Nets." *IEEE Trans. on KED*, Vol. 14, No. 2, March/april, pp. 386-397, 2002.
 [5] Chen, Shyi-Ming, "Fuzzy Backward Reasoning Using Fuzzy Petri Nets." *IEEE Trans. on SMC-Part B: Cybernetics*, Vol. 30, No. 6, pp. 864-856, 2000.
 [6] Chen, Shyi-Ming, Ke, J., and Chang, J., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri-nets," *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 2, No. 3, Sep., pp. 311-319, 1990.
 [7] Chen, Shyi-Ming, and Hsiao, Wen-Hoar, "Bi-directional Approximate Reasoning For Rule-based Systems Using Interval-valued Fuzzy Sets," *Fuzzy Sets and Systems* 113, pp. 185-203, 2000.
 [8] Chen, Shyi-Ming, Hsiao, Wen-Hoar, and Jong, Hwei-Tzy, "Bidirectional Approximate Reasoning Based on Interval-valued Fuzzy Sets," *Fuzzy Sets and Systems* 91, pp. 339-353, 1997.
 [9] Konar, A., and Mandel, A. K., "Uncertainty Management in Expert Systems Using Fuzzy Petri Nets," *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 8, No. 1, pp. 96-105, 1996.
 [10] Looney, G. C., "Fuzzy Petri Nets for Rule-based Decision Making," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 18, No. 1, Jan./Feb., 1988.
 [11] Garg, M. L., Ahson, S. I., and Gupta, D. V., "A Fuzzy Petri-nets for Knowledge Representation and Reasoning," *Information Processing Letters*, 39, pp. 165-171, 1992.
 [12] Gorzalczany, M. B., "A Method of Inference in Approximate Reasoning Based in Interval-valued Fuzzy Sets," *Fuzzy Sets and Systems*

21, pp. 1-17, 1987.

- [13] Gorzalczany, M. B., "An Interval-valued Fuzzy Inference Method-Some Basic Properties," *Fuzzy Sets and Systems* 31, pp. 243-251, 1989.
- [14] Peterson, J. L., *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*, Prentice-hall, 1981.
- [15] Sheng-Ke Yu, "Comments on Knowledge Representation Using Fuzzy Petri Nets," *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 7, No. 1, Feb., pp. 190-192, 1995.
- [16] Turksen, I. B., "Interval-valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms," *Fuzzy Sets and Systems* 20, pp. 191-210, 1986.
- [17] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," *Information and Control* 8, pp. 338-353, 1965.
- [18] 조상엽, 김기태, "퍼지페트리네트를 이용한 퍼지생성규칙의 표현", 한국정보과학회 논문지, 제21권, 제2호, pp. 298-306, 1994.
- [19] 조상엽, "퍼지생성규칙을 위한 퍼지페트리네트 표현에서 후진추론," 한국정보처리학회 논문지, 제5권, 제4호, pp. 1047-1054, 1998.



조 상 엽

1986년 한남대학교 전자계산학과(학사)
 1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(석사)
 1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(박사)
 1995년~현재 청운대학교 인터

넷컴퓨터학과 교수
 관심분야 : 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용, 인터넷



김 기 석

1997년 2월 청운대학교 전자계산학과(공학사)
 1999년 2월 순천향대학교 대학원 전산학과(공학석사)
 2003년 2월 순천향대학교 대학원 전산학과(공학박사)
 2003년 3월~현재 PND 산업기

술연구소 연구소장
 2003년 8월~현재 순천향대학교 산업대학원 정보통신과 강사
 관심분야 : 영상처리, 컴퓨터비전, 저작권보호(워터마킹), 3D 그래픽스, RP 시스템