

동특성 변화로부터 구조물의 변경질량 위치 해석

이정윤*

(논문접수일 2004. 1. 31, 심사완료일 2004. 3. 5)

Analysis of Mass Position Detection Using the Change of the Structural Dynamic Characteristics

Jung Youn Lee*

Abstract

This study proposed the analysis of mass position detection due to the change of the mass and stiffness of structure by using the original and modified dynamic characteristics. The method is applied to examples of the cantilever beam and the 3 degrees of freedom system by modifying the mass. The predicted detection of the mass positions and magnitudes are in good agreement with the present study from the structural reanalysis using the modified mass.

Key Words : Mass Matrix(질량행렬), Sensitivity Coefficient(감도 계수), F.E.M(유한요소법), Dynamic Characteristics(동특성), Inverse Problem(역치리 문제)

1. 서론

최근 컴퓨터 분야의 지속적인 발전으로 복잡한 대형 구조물의 유한요소해석이 가능하게 되었다. 이러한 유한요소 모델을 이용하면 실험이 어려운 다양한 해석을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 근사적으로 계산할 수 있다.

구조해석을 통하여 얻어진 정적 및 동적 특성이 요구되는 범위를 벗어나게 된 경우 재설계가 이루어진다. 설계를 변경할 경우, 구조의 어느 부분을 얼마나 변경해야 하는가는 매우 어려운 문제이며 많은 시간과 계산이 소요된다. 이

분야는 실험으로 측정된 고유치와 모드 형상으로 유한 요소 모델의 정확도를 높이기 위해 질량과 강성행렬을 보정하는 유한요소모델보정 분야^(1,2)와 구조 변수 규명⁽³⁾, 주어진 동특성으로부터 강성변화를 구하고 이로부터 구조물의 손상을 예측하는 분야⁽⁴⁾, 질량변화를 구하여 구조물의 부가 질량을 찾아내는 연구⁽⁵⁻⁷⁾로 구분된다. 최근에 위에 관한 연구들이 기계, 항공우주, 해양, 토목공학 등의 분야에서 활발히 진행되고 있다.

그러나 그 동안 다양한 연구 노력에도 불구하고 감도계수로부터 구조물의 질량부가 위치와 크기를 정확히 예측하

* 주저자, 경기대학교 기계시스템디자인공학부 (jylee@kyonggi.ac.kr)
주소: 442-760 경기도 수원시 영통구 의의동 산94-6

는데 어려움이 있었다. 구조물에 질량이 부가되면 질량 행렬이 변하게 된다. 이 변경된 질량 행렬을 구할 때 구조 변경 후 모드의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 오차가 증가하여 구조물에 적용하는데 한계가 있었다.

구조물의 부가된 질량의 위치와 크기를 예측하는 문제는 구조물의 설계파라미터 변경에 의한 동특성 변화의 역치리 문제(inverse problem)이다.

본 연구에서는 이를 바탕으로 구조물의 질량 변경 전의 고유진동수, 진동모드, 강성행렬, 질량행렬과 구조 변경 후 고유진동수, 진동모드를 이용하여 감도계수를 해석한 다음, 이 감도계수로부터 모드변화에 의한 질량변화를 반복법을 이용하여 해석하고 이로부터 구조물의 부가된 질량 위치 및 크기를 예측하는 방안을 제시하였으며 외팔보와 3자유도계에 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 유효성을 검증한다.

2. 이론

구조물에 질량이 변경되면 동특성이 변하게 된다. 이때 구조 변경 전 후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o) \phi_o = 0 \quad (1)$$

$$(K - \lambda M) \phi = [K_o - (\lambda_o + \Delta\lambda)] \phi_o \quad (2)$$

$$(M_o + \Delta M) (\phi_o + \Delta\phi) = 0$$

여기서 K_o 와 $M_o, K, M, \Delta M$ 은 각각 구조 변경 전의 강성행렬과 질량행렬, 변경 구조물의 강성 행렬 및 질량행렬, 질량행렬의 변화량이며 λ 와 $\phi, \lambda_o, \phi_o, \Delta\lambda, \Delta\phi$ 는 각각 구조 변경 후의 고유치와 고유벡터, 구조 변경 전의 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

2.1 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

Fox⁽⁸⁾는 고유 벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형 결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta\phi\}_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\phi_o\}_k \quad (3)$$

여기서 $\{\Delta\phi\}_i$ 는 i 차 모드의 고유벡터 변화량이고 α_{ki} 는 k 차 모드에 대한 i 차 모드의 감도계수이며 $\{\phi_o\}_k$ 는 구조 변경 전 k 차 모드이다. 식 (3)을 행렬식으로 나타내면 다음 식으로 표현된다.

$$[\Delta\phi] = [\alpha][\phi_o] \quad (4)$$

$$[\alpha] = [\Delta\phi][\phi_o]^{-1} \quad (5)$$

여기서 $[\Delta\phi]$ 와 $[\alpha], [\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수행렬, 구조 변경 전 고유벡터행렬이다. 즉 감도계수행렬은 구조 변경 전 고유벡터행렬과 변경후의 고유벡터 변화량행렬로부터 구할 수 있으며 이것은 감도해석의 역변환 문제이다.

2.2 기존의 감도해석 방법

Fox⁽⁸⁾는 감도계수를 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha_{ii} = - \frac{\Delta M_{ii}}{2} \quad (6)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta K_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \quad (7)$$

$$\Delta M_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j, \quad (8)$$

$$\Delta K_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j \quad (9)$$

여기서 ΔM_{ij} 와 ΔK_{ij} 는 각각 모드변화에 의한 질량 및 강성 변화량이며 ω_{oi}^2 와 ω_{oj}^2 는 λ_{oi} 와 λ_{oj} 이다.

식 (8)과 식 (9)을 행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\phi_o]^T [\Delta M] [\phi_o] = [\Delta M_{ij}] \quad (10)$$

$$[\phi_o]^T [\Delta K] [\phi_o] = [\Delta K_{ij}] \quad (11)$$

그러나 위 방법은 구조물에 질량이나 강성 변경 후에도 고유 벡터의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 변경량이 많으면 감도 계수의 오차가 증가하여 실제 구조물의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제점을 개선하기 위해서 다른 방법^(10,11)이 제안되었다.

$$\alpha_{ii} = - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i=j \quad (12)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} \\
& + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \} \quad i \neq j \quad (13)
\end{aligned}$$

2.3 변경된 질량 위치 및 크기 해석

2.3.1 Fox 이론의 감도계수를 사용한 경우

질량만 변경될 경우 $\Delta K_{ij} = 0$ 이므로 식 (6)과 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{\Delta M_{ii}}{2} \quad (14)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \quad (15)$$

여기서 ΔM_{ij} 을 구하기 위해 식 (5)에서 구한 감도계수 α_{ki} 를 식 (14)와 식 (15)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta M_{ii} = -2\alpha_{ii} \quad i = j \quad (16)$$

$$\Delta M_{ij} = -\frac{(\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2)}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} \quad i \neq j \quad (17)$$

한편 식 (10)으로부터

$$[\Delta M] = \{[\phi_o]^T\}^{-1} [\Delta M_{ij}] [\phi_o]^{-1} \quad (18)$$

이 $[\Delta M]$ 을 유한요소법의 질량행렬과 비교하여 질량 변경 위치 및 크기를 구할 수 있다.

2.3.2 새로 제한한 감도계수를 사용한 경우

질량만 변경될 경우 $\Delta K_{ij} = 0$ 이므로 식 (12)와 식 (13)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\alpha_{ii} = & -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} \right. \\
& \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i = j \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{ij} = & \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} \\
& - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \Delta M_{ij} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} \\
& + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \} \quad i \neq j \quad (20)
\end{aligned}$$

식 (19), (20)은 (14), 식 (15)에 비해 복잡하므로 식 (16)과 식 (17)과 같이 쉽게 ΔM_{ij} 을 구할 수는 없으므로 다른 방법으로 구해야 한다. 여기서는 반복법을 사용하여 ΔM_{ij} 를 다음과 같이 해석하였다. 먼저 초기치 값을 식 (16)과 식 (17)에서 구하여 식 (21), (22)로 하고 이를 바탕으로 식 (19), (20)에서 오른쪽 항에 있는 ΔM_{ii} 와 ΔM_{ij} 를 왼쪽으로 이동하여 정리하면 다음식과 같이 반복식의 알고리즘이 유도된다.

$$\Delta M_{ii}^{(1)} = -2\alpha_{ii} \quad i = j \quad (21)$$

$$\Delta M_{ij}^{(1)} = -\frac{(\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2)}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} \quad i \neq j \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\Delta M_{ii}^{(i+1)} = & -2\alpha_{ii} + \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik}^{(i)} \right. \\
& \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk}^{(i)} \right\} \quad i = j \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta M_{ij}^{(i+1)} = & -\frac{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} + \frac{1}{\omega_{oj}^2} \\
& \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \right. \\
& \left. \Delta M_{kj}^{(i)} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik}^{(i)} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \right. \\
& \left. \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk}^{(i)} \right\} \quad i \neq j \quad (24)
\end{aligned}$$

여기서 $\Delta M_{ij}^{(i)}$ 와 $\Delta M_{ij}^{(i+1)}$ 는 각각 i 번과 $(i+1)$ 번 반복했을 때 구한 ΔM_{ij} 값이다. 이 ΔM_{ij} 을 $[\Delta M_{ij}]$ 행렬로 고친 다음 식 (18)을 사용하여 $[\Delta M]$ 을 해석하고 질량의 변경위치 및 크기를 구한다.

3. 결과 및 고찰

3.1 적용 예

Fig. 1은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 외팔보 및 3자유도계의 모델을 나타낸다. 구조 변경 전의 외팔보의 질량, 길이, 탄성계수는 1로 하였으며 질량의 변화를 주기 위해서 2번과 4번, 5번 요소에 각각 요소 질량의 10%와 20%, 15%를 추가하여 질량 위치 및 크기를 구하였

고 강성의 변화는 없는 것으로 가정하였다.

3자유도계의 구조 변경 전 질량은 각각 1kg과 2kg, 1kg 강성은 1N/m와 1N/m, 2N/m로 하였으며, 질량의 변화는 1번과 2번 요소에 각각 0.5kg과 0.3kg을 추가하여 질량 위치 및 크기를 구하였다

3.2 고유진동수 변화 검토

외팔보의 요소가 5개이므로 10개의 고유진동수가 존재하며 Table 1은 10차까지 고유진동수 변화를 나타낸 표이다. 질량 증가에 따라 최대 6.74%, 최소 3.46%가 감소하였다.

Table 2는 3자유도계의 3차까지 고유진동수 변화를 나타낸 표로 1차는 5.92%, 2차는 15.57%, 3차는 4.12% 감소하였다.

3.3 모드변화 검토

Fig. 2는 외팔보 및 3자유도계의 구조물에 질량을 추가하

기 전 후의 고유모드이다. 외팔보의 경우 10개의 모드 중 1차에서 4차 모드까지 나타내었으며 고유모드가 변화하였음을 알 수 있다. 3자유도계 경우 3개의 모드 모두 나타내었으며 고유모드가 변화하였음을 알 수 있다.

Fig. 3은 고유벡터 변화량을 확대하여 나타낸 그림으로 대체로 자신의 모드형상과 유사한 모양임을 알 수 있다. 고유벡터 변화량은 Fig. 2에서 질량 변경 후 와 변경 전 고유벡터의 차로 구하였으며 외팔보의 경우 고유벡터 변화량의 크기는 고유벡터의 약 5%, 3자유도계의 경우 약 20%이다.

3.4 감도계수의 해석

Fig. 4는 외팔보 및 3자유도계의 질량 변경 후 동특성 변화인 Fig. 3으로부터 식 (5)를 이용하여 감도계수를 해석한 결과이다. 외팔보의 경우 10개의 모드를 사용하였기 때문에 i, j 모드가 가까울수록 감도계수의 크기가 대체적으로 크게 나타났다. 이는 구조 변경 시 가까이 있는 모드가 멀리

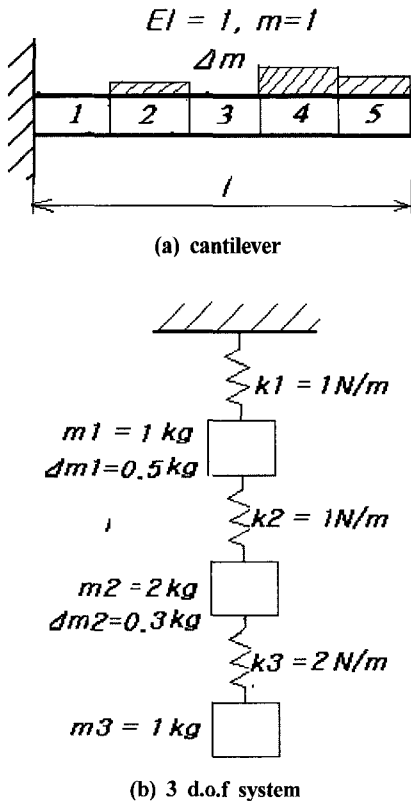


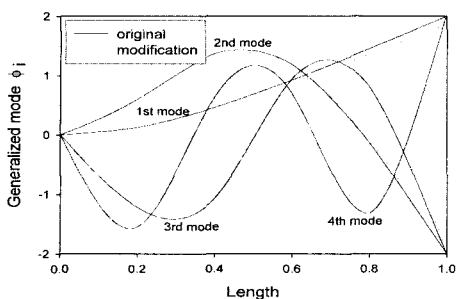
Fig. 1 Model of cantilever and 3 d.o.f system

Table 1 Comparison of natural frequencies by modifying structure in cantilever beam

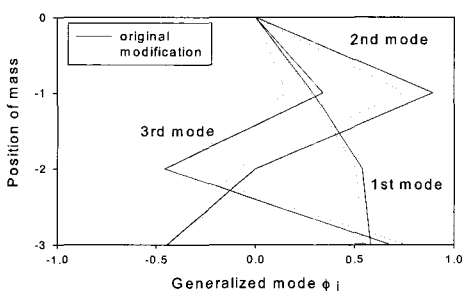
mode	modification		$\frac{\omega_i - \omega_{oi}}{\omega_{oi}}$ (%)
	before ω_{oi}	after ω_i	
1	3.516	3.281	-6.683
2	22.046	21.173	-3.959
3	61.919	58.499	-5.523
4	122.319	117.670	-3.800
5	203.020	194.527	-4.183
6	337.274	323.280	-4.149
7	493.263	473.267	-4.053
8	715.338	679.992	-4.941
9	1016.189	981.006	-3.462
10	1494.874	1394.116	-6.740

Table 2 Comparison of natural frequencies by modifying structure in 3 d.o.f system

mode	modification (rad/s)		$\frac{\omega_i - \omega_{oi}}{\omega_{oi}}$ (%)
	before ω_{oi}	after ω_i	
1	0.3863	0.3634	-5.928
2	1.4142	1.1939	-15.577
3	1.8305	1.7550	-4.124

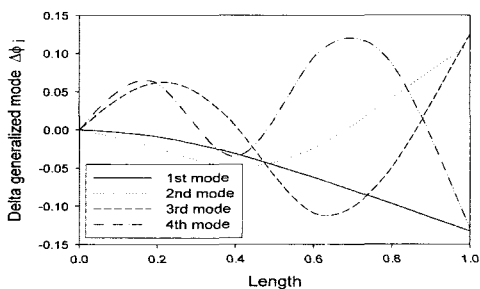


(a) cantilever

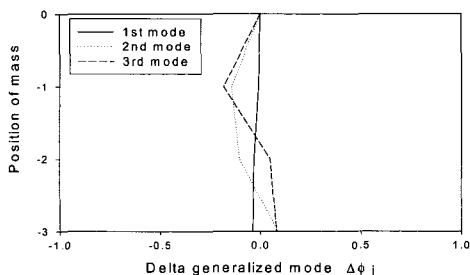


(b) 3 d.o.f

Fig. 2 Comparison of mode shapes in cantilever and 3 d.o.f system



(a) cantilever



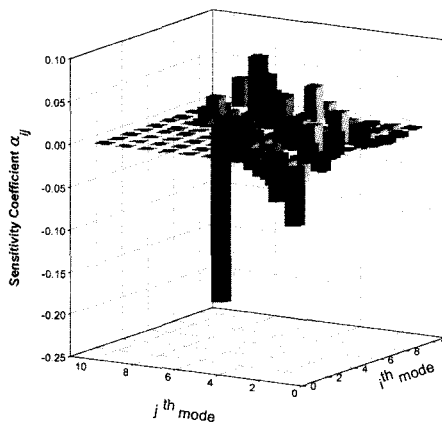
(b) 3 d.o.f system

Fig. 3 Comparison of delta mode shapes in cantilever and 3 d.o.f system

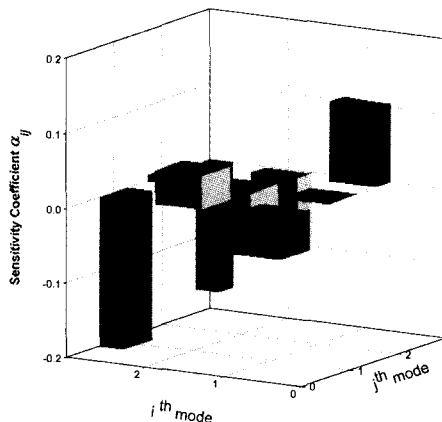
떨어진 모드보다 고유벡터의 변화에 더 많은 기여를 하기 때문에 이것은 식 (13)에서 두 모드가 가까울수록 분모가 작아지기 때문이다. 그러나 $i = j$ 인 경우에는 오히려 작게 나타났으며 이는 식 (12)에서 질량 변경만 고려하기 때문이다.

3.5 변경된 질량 위치 및 크기의 해석

Table 3은 외팔보 질량을 변경시킨 후 모드의 변화량으로부터 질량 변경 위치와 크기를 해석하여 나타낸 표이다. Fox이론의 감도계수를 사용한 경우 식 (16) ~ (18)을 이용하여 변경된 질량 위치 및 크기를 예측하였다. 최대오차는 4번 요소에서 11.7% 발생하였으며 1번과 3번 요소에는 질



(a) cantilever



(b) 3.d.o.f

Fig. 4 Sensitivity coefficient of cantilever and 3 d.o.f system

Table 3 Predictive mass in cantilever

(a) Method using Fox's sensitivity coefficient

Element No.	mass			ratio $\Delta m_p / \Delta m$ (%)
	original m	additive Δm	predictive Δm_p	
1	0.2	0	0.00039	-
2	0.2	0.020	0.01869	94.80
3	0.2	0	0.00594	-
4	0.2	0.040	0.03532	88.30
5	0.2	0.030	0.02700	90.00

(b) Method using proposed sensitivity coefficient

Element No.	mass			ratio $\Delta m_p / \Delta m$ (%)
	original m	additive Δm	predictive Δm_p	
1	0.2	0	0	100.00
2	0.2	0.020	0.02000	100.00
3	0.2	0	0	100.00
4	0.2	0.040	0.04000	100.00
5	0.2	0.030	0.02999	99.96

량 추가가 없었는데도 추가 질량이 있는 것으로 예측되었다. 이는 모드 변화에 의한 질량 변화량의 비선형량을 고려하지 않았기 때문이다. 새로 제안한 방법은 2, 4, 5번 요소에 각각 추가시킨 질량 10%, 20%, 15%의 위치 및 크기를 잘 예측하였다.

Table 4는 3자유도계의 경우로 최대오차는 1번 요소에서 22.44% 발생하였으며 2번 요소에서는 5.86% 발생하여 Table 3과 유사한 결과를 얻었다.

4. 결론

구조물의 변경 전, 후의 동특성을 이용하여 구조물의 질량 변경 위치와 크기를 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 구조 변경 전 진동모드와 구조 변경 후 진동모드를 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였으며 이를 이용하여 변경된 질량 행렬 해석하는 알고리즘을 개발하

Table 4 Predictive mass in 3 d.o.f system

(a) Method using Fox's sensitivity coefficient

Element No.	mass(kg)			ratio $\Delta m_p / \Delta m$ (%)
	original m	additive Δm	predictive Δm_p	
1	1.0	0.50	0.3878	77.56
2	2.0	0.30	0.3176	105.86
3	1.0	0	0.0152	-

(b) Method using proposed sensitivity coefficient

Element No.	mass(kg)			ratio $\Delta m_p / \Delta m$ (%)
	original m	additive Δm	predictive Δm_p	
1	1.0	0.50	0.5000	100.00
2	2.0	0.30	0.3000	100.00
3	1.0	0	0	100.00

였다.

- (2) 변경된 질량 행렬로부터 유한요소법의 질량행렬을 이용하여 구조물의 질량 변경 위치 및 크기 해석하는 방안을 제안하였다.
- (3) 본 방법을 구조 변경 한 외팔보와 3자유도계에 적용한 결과 기존의 Fox방법은 외팔보에서 질량 크기의 예측이 최대 11.7%, 3자유도계에서는 22.44%의 오차가 발생하였으나 새로 제안한 방법은 구조물 변경 후 질량 변경 위치 및 크기를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후기

이 논문은 2002학년도 경기대학교 교내학술 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고 문헌

- (1) Ahmadian, H., Mottershead, J. E., and Friswell M. I., 1998, "Regularisation Methods for Finite Element Model Updating", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 47~64.

-
- (2) Friswell, M. I., Inman, D. J., and Pilkey, D. F., 1998, "The Direct Updating of Damping and Stiffness Matrices", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 3, pp. 491 ~ 493.
 - (3) Fritzen, C. P., 1986, "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems", *ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 108, No. 1, pp. 9 ~ 16.
 - (4) Lam, H. F., Ko, J. M., and Wong, C. W., 1998, "Localization of Damaged Structural Connections Based on Experimental Modal and Sensitivity Analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, No. 1, pp. 91 ~ 115.
 - (5) Wei, F. S., and Zhang, D. W., 1989, "Mass Matrix Modification Using Element Correction Method", *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 1, pp. 119 ~ 121.
 - (6) Ole, D., 1991, "Prediction of Transducer Mass -Loading Effects and Identification of Dynamic Mass", *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference*, pp. 306 ~ 312.
 - (7) Lee, S. B., and Im, H. J., 2004, "Analysis of Dynamic Characteristics Change of Middle-sized Bus by Attachment of Trim Components", *Journal of KSMTE*, Vol. 13, No. 1, pp. 88 ~ 93.
 - (8) Fox, R. S., and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors", *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426 ~ 2429.
 - (9) Lee, J. Y., 2000, "Prediction of Modified Structural Natural Frequencies and Modes using Iterative Sensitivity Coefficient", *Journal of KSMTE*, Vol. 9, No. 5, pp. 40 ~ 46.
 - (10) Lee, J. Y., 2002, "A Structural Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter", *Transactions of KSME A*, Vol. 26, No. 4, pp. 739 ~ 744.