

# 유전자 알고리즘을 이용한 동적 구조물의 가속도 최적화

정원지\*, 박창권<sup>+</sup>, 홍대선<sup>++</sup>

(논문접수일 2003. 11. 27, 심사완료일 2004. 1. 12)

## Acceleration Optimization of a Dynamic Structure Using a Genetic Algorithm

W. J. Chung\*, C. K. Park<sup>+</sup>, D. S. Hong<sup>++</sup>

### Abstract

This paper presents a new optimization technique of acceleration curve for dynamic structure's movement in which high speed and low vibration are desirable. This technique is based on a genetic algorithm with a penalty function for acceleration optimization under the assumption that an initial profile of acceleration curves constitutes the first generation of the genetic algorithm. Especially the penalty function consists of the violation of constraints and the number of violated constraints. The optimized acceleration of the crane through the genetic algorithm and commercial dynamic analysis software has shown to have accurate movement and low vibration, compared to the conventional accelerations with jerk discontinuity.

**Key Words :** Acceleration Optimization, Genetic Algorithm, Smooth Curve

## 1. 서론

현대 기계류는 고속화를 바탕으로 경량화<sup>(1)</sup>, 저진동화, 저소음화를 추구하고 있다. 이런 방향의 발전은 연구개발을 통해 원자재를 절감하고 고정밀도를 갖는 제품의 생산을 가능하게 한다.

엔지니어들은 기계산업의 여러 분야에서 이런 복합적인 문제를 해결하기 위해 여러가지 방법으로 최적화설계<sup>(2)</sup>에 대해 연구를 수행해왔다. 하지만 이송부가 있는 기계에 있

어서 이송부 속도를 향상시키는 문제에 있어서는 필연적으로 가속과 감속레벨에 따른 진동과 소음의 발생을 고려하여야 한다. 특히 진동의 경우 이송체의 정밀도 및 내구성에 직접적인 영향을 끼치게 된다.

이런점에서 기계의 고속화와 저진동화를 동시에 향상시키는 것은 대단히 어려운 문제다. 기계이송부의 진동을 감소시키기 위해서 우리는 기계의 운동시 가감속 특성을 최적화하여야 한다. 본 연구에서 우리는 유전자 알고리즘<sup>(3)</sup>을 이용하여 유연한 보의 가속도를 최적화 하였다. 본 연구

\* 주저자. 창원대학교 기계설계공학과 (wjchung@sarim.changwon.ac.kr)

주소: 641-773 경남 창원시 사림동 9번지

+ 창원대 기계설계공학과 대학원

++ 창원대 기계설계공학과

를 통해 최적화된 가속도특성을 이용하여 최종적인 시뮬레이션을 수행하였고, 기존 산업기계의 모터등을 제어하는 사각형가속도와 삼각형 가속도 프로파일과 성능비교를 통해 우수성을 검증하였다.

## 2. 가속도 최적화

### 2.1 가속도 최적화의 개념

모터등을 동력원으로 이용하는 일반 산업기계나 산업용 로봇등에서 모터의 입력값은 속도나 가속도이며 기본적인 그 형태는 Fig. 1과 같다.

그러나 구조물의 이송 시 Fig. 1과 같은 형태의 가속도 프로파일을 갖게 될 경우 가속도가 급격히 변하는 지점에 가속도의 1차 미분인 저크(jerk)의 불연속으로 인하여 진동이 발생하게 된다.

이러한 가감속의 특성으로 인한 진동발생을 최소화하기 위해서는 입력가속도의 형태가 곡선이어야 하며 이상적인 가속도 곡선은 저크가 연속인 부드러운 곡선이어야 한다. 저크가 연속인 부드러운 곡선을 입력가속도로 하여 구동을 시키면 진동발생을 최소화할 수 있어 고속화의 실현이 가능하다. 단 구조물의 형태, 질량분포 등에 따른 최적의 부드러운 가속도를 찾는 과정을 거쳐야 하는데 이는 저크가 연속인 가속도곡선 중에서도 가속도의 최대값을 얼마로 결정해야

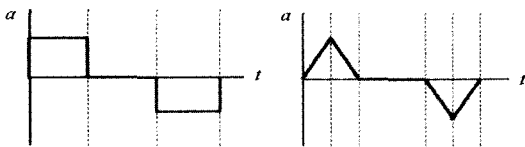


Fig. 1 Conventional acceleration profile

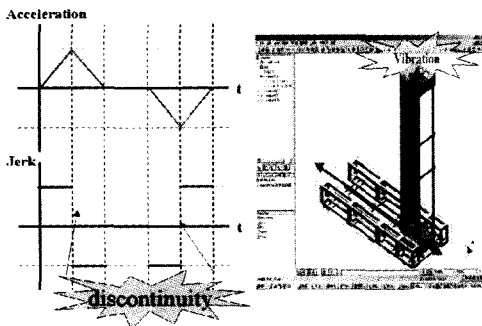


Fig. 2 Vibration from jerk discontinuity

하는지 가속도가 최대가 되는 시간을 시간 축 상의 어디에 위치시켜야 하는지에 대한 최적화과정을 수반하여야 한다.

### 2.2 유연한 보(Flexible beam)<sup>(4)</sup>

유연한 보의 모델링기법을 이용하여 저크(jerk)가 연속인 부드러운 가속도 곡선을 적용하여 보의 진동변위발생을 시뮬레이션하기 위해 다음과 같은 유연한 보를 고려하기로 한다.

Fig. 3에서와 같이 시뮬레이션에 이용할 보의 8개의 요소로 이루어져 있으며  $B_0$ 에서 구동부에 지지되어 있다. 구동부의 운동에 따라 유연한 보의 진동이 발생하게 되고 최상단에서 진동변위를 측정한다. 보의 운동은  $x$ 방향으로만 이루어지고 이 운동에 의한  $z$ 축으로의 인장(extension)과 뒤틀림(torsion), 그리고  $y$ 축으로의 굽힘(bending)현상은 발생하지 않는다고 가정하면 유연한 보의 전체스프링상수는 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

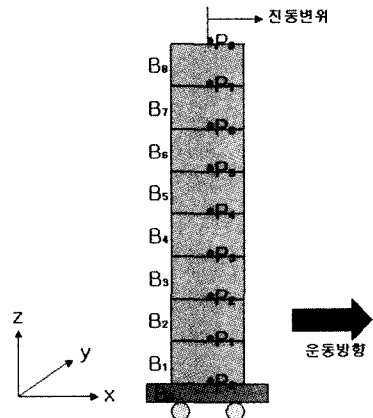


Fig. 3 Flexible beam for simulation

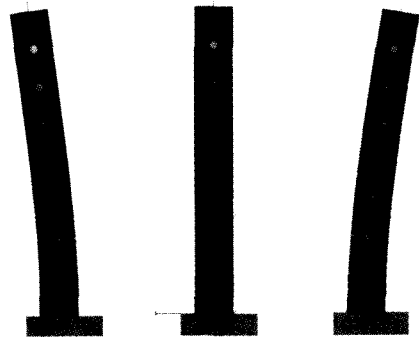


Fig. 4 Flexible beam modeling

$$K_1^\phi = \frac{EI}{L} \frac{6n}{3n-1} \quad (1)$$

$$K_i^\phi = \frac{EI}{L} \quad (i = 2, 3, \dots, 8) \quad (2)$$

식 (1), (2)를 이용하여 다음과 같은 유연한 보를 모델링 하였다.

### 2.3 저크(jerk)가 연속인 가속도곡선의 생성

유연한 입력가속도의 생성을 위해 저크 선도가 연속인 조건을 이용하여 다음과 같이 가속부와 감속부가 2차곡선 세 개로 이루어진 유연한 곡선을 생성한다.

Fig. 5로부터  $T_1$ 과  $T_2$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$T_1 = ST_{rf} \quad (3)$$

$$T_2 = T_{rf} - T_1 = (1-S)T_{rf} \quad (4)$$

여기서 S는  $T_{rf}$  구간중  $T_1$ 의 위치를 결정하는 비율이며 곡선의 형태를 결정한다. 또한  $T_\epsilon$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$T_\epsilon = \min\left(\frac{T_1}{2}, \frac{T_2}{2}\right) \quad (5)$$

$T_a$ 와  $T_b$ 는  $T_1$ 으로부터  $T_\epsilon$ 만큼 떨어진 시간이다.

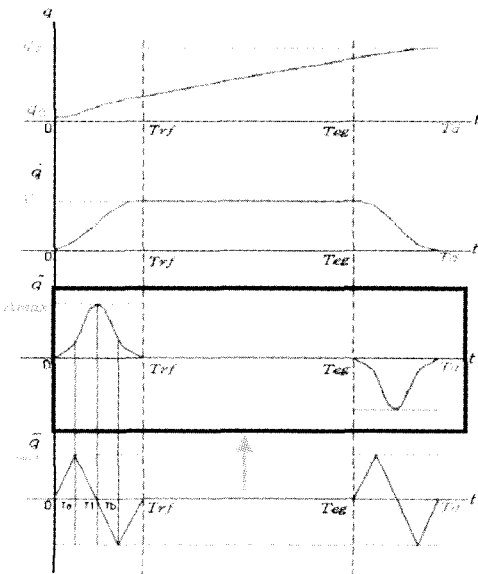


Fig. 5 Smooth acceleration profile

$$T_a = T_1 - T_\epsilon \quad (6)$$

$$T_b = T_1 + T_\epsilon \quad (7)$$

$$T_\epsilon = T_1 - T_a = T_b - T_1 \quad (8)$$

따라서 가속구간( $0 \sim T_{rf}$ )에서 가속도 곡선은 다음과 같이 나타난다.

$$\ddot{q} = a_1 t^2 \quad (0 \leq t \leq T_a) \quad (9)$$

$$\ddot{q} = -a_2(t-t_1)^2 + A \quad (T_a \leq t \leq T_b) \quad (10)$$

$$\ddot{q} = a_3(t-T_{rf})^2 \quad (T_b \leq t \leq T_{rf}) \quad (11)$$

여기서 세 곡선은  $T_a$ 와  $T_b$ 에서 연속이므로 연속조건을 이용하여 정리하면

$$T_a^2 a_1 + T_\epsilon^2 a_2 - A = 0 \quad (12)$$

$$T_\epsilon^2 a_2 + (T_{rf} - T_b)^2 a_3 - A = 0 \quad (13)$$

이 된다.

가속구간의 세 곡선을 정의하기 위해서는 식 (12)와 (13)에서 미지수  $a_1, a_2, a_3, A$ 를 찾아야 한다. 이러한 미지수를 찾기 위해 식 (9), (10), (11)를  $t$ 에 관해 적분한다.

$$\dot{q} = \frac{a_1}{3} t^3 \quad (0 \leq t \leq T_a) \quad (14)$$

$$\dot{q} = -\frac{a_2}{3}(t-T_1)^3 + At + \frac{1}{3}(a_1 T_a^3 - a_2 T_\epsilon^3) - AT_a \quad (T_a \leq t \leq T_b) \quad (15)$$

$$\dot{q} = \frac{a_3}{3}(t-T_{rf})^3 + V \quad (T_b \leq t \leq T_{rf}) \quad (16)$$

연속조건을 이용하여 식 (15)과 식 (16)을 정리하면

$$T_a^3 a_1 - 2T_\epsilon^3 A_2 + (T_{rf} - T_b)^3 a_3 + 6T_\epsilon A = 3V \quad (17)$$

가 된다. 여기서 V는 최대속도이다. 즉 정리된 식은 식 (12), (13), (17) 3개 밖에 없다. 그러나 미지수  $a_1, a_2, a_3, A, V$  5개이지만 속도를 적분한 이동변위를 알고 있으므로 최대 속도 V에 관한 식을 찾을 수 있다. 즉 가속구간의 전체 이동거리  $S_R$ 은

$$S_R = \frac{a_1}{12} T_a^4 + 2A T_\epsilon^2 + \frac{2}{3}(a_1 T_a^3 - a_2 T_\epsilon^3) T_\epsilon - \frac{a_3}{12} (T_{rf} - T_b)^4 + V(T_{rf} - T_b) \quad (18)$$

감속구간의 전체 이동거리  $S_F$ 는

$$S_F = VT_a - \frac{a_1}{12} T_a^4 + 2VT_\varepsilon - 2A T_\varepsilon^2 - \frac{2}{3}(a_1 T_a^3 - a_2 T_\varepsilon^3)T_\varepsilon + \frac{a_3}{12}(T_{rf} - T_b)^4 \quad (19)$$

따라서 전체 이동시간  $T_d$ 에 대한 전체이동거리는

$$S_R + V(T_{eq} - T_{rf}) + S_F = (V_{av})T_d \quad (20)$$

가 된다.

식 (20)를 식 (18)과 식 (19)을 이용하여 정리하면

$$V(T_{eq} - T_b) + VT_a + 2VT_\varepsilon = (V_{av})T_d$$

$$VT_{eq} = (V_{av})T_d$$

이 되어 결국 최대속도는

$$V = \frac{|q_f - q_0|}{T_{eq}} \quad (21)$$

이 된다.

세 개의 식 (12), (13), (17)으로 네 개의 미지수 ( $a_1, a_2, a_3, a_4$ )를 구하기 위해 Pseudoinverse<sup>(5)</sup>를 이용한다.

먼저 식 (12), (13), (17)을 행렬식으로 다시 쓰면

$$Ax = b \quad (22)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} T_a^3 & T_\varepsilon^2 & 0 & -1 \\ 0 & T_\varepsilon^2 & (T_{rf} - T_b)^2 & -1 \\ T_a^3 & -2T_\varepsilon^3 & (T_{rf} - T_b)^3 & 6T_\varepsilon \end{bmatrix} \in R^{3 \times 4}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3V \end{bmatrix} \in R^3 \quad x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ A \end{bmatrix} \in R^4$$

$A$ 의 rank를 구한결과 3이므로 식 (22)의 해는

$$x = A^+ b \quad (23)$$

여기서

$$A^+ = A^T(AA^T)^{-1} \text{ (Right Inverse)}$$

이다.

이상의 결과를 이용하여 MATLAB<sup>(6)</sup>을 이용하여 Fig. 6과 같이 저크가 연속인 가속도곡선을 생성하였다.

## 2.4 유전자 알고리즘을 이용한 가속도곡선 최적화

### 2.4.1 가속도곡선 최적화

2.3절에서 얻어진 곡선들은 최대가속도의 위치를 변화시키에 따라 Fig. 7과 같은 여러 가지 형태를 갖는다. 이런 여러 가지 곡선들 중에서 대상이 되는 구조물에 가장 적합한 최적의 가속도곡선을 찾기 위해서 유전자알고리즘을 사용하였다.

### 2.4.2 유전자알고리즘을 이용한 가속도 최적화 순서

초기에 난수를 이용하여 저크가 연속인 임의의 10개의 가속도곡선을 생성한다. 그 다음 각각의 가속도 곡선을 보의 운동의 입력가속도로 적용하여 동역학 해석 소프트웨어인 Visual Nastran 4D<sup>(7)</sup>로 시뮬레이션하고 보의 상부에 발생하는 진동변위를 평가하여 적합도를 계산한다. 그 세대에 종료조건을 만족하는 적합도를 가진 가속도곡선이 존재할

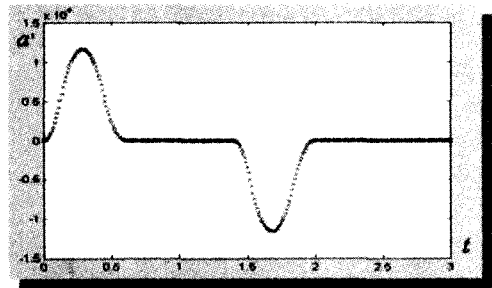


Fig. 6 Smooth acceleration profile

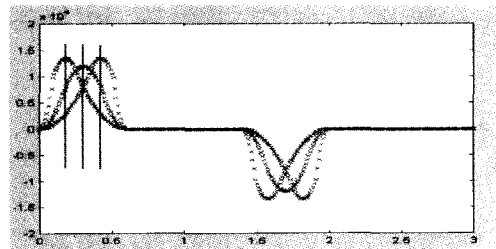


Fig. 7 Smooth Curve Shapes with Jerk Continuity

경우와 그 세대의 전체 가속도곡선들이 모두 같을 경우 최적화과정이 끝나도록 종료조건을 설정한다.

종료조건을 만족하지 못하는 경우 평가된 10개의 가속도 곡선을 2진수화하여 진화를 위한 염색체로 만들고 선택연산을 통해 성능이 좋은 개체가 많이 선택되도록 하여 새로운 10개의 염색체를 재생산한다. 이 10개의 염색체에 교배연산과 돌연변이연산을 수행하여 전혀 다른 다음세대의 모집단을 생성한 다음 시뮬레이션 입력 값인 10진수로 바꾸어 10개의 가속도곡선을 만든다. 이러한 과정을 반복하여 최적화를 수행한다.

**2.4.3 목적함수와 벌점함수**

Visual Nastran 4D를 이용하여 입력가속도를 적용한 시뮬레이션을 수행하게 되면 Fig. 8와 같은 진동변위가 발생한다.

최적화 문제는 임의의 가진력  $F(t)$ 에 대한 진동변위 응답  $x(t)$ 의 최소화문제라 할 수 있다. 임의의 가속도입력에 대해 유연한 보의 진동측정지점에 Fig. 9와 같은 진동변위가 발생하였다면 이를 통해 진동변위를 최소화하기 위한 목적함수를 다음과 같이 정하였다.

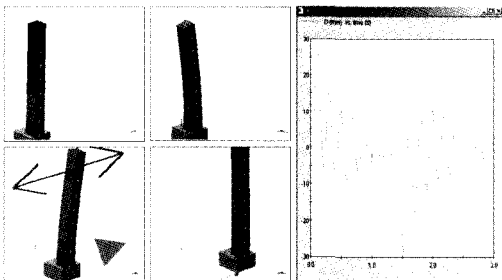


Fig. 8 Vibration displacement from simulation

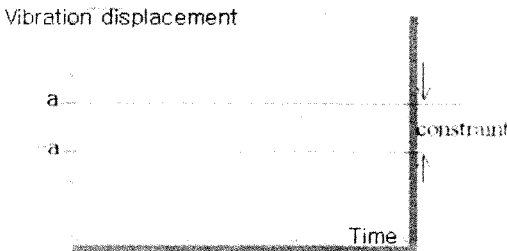


Fig. 9 Constraint for penalty function

$$F_{objective} = c_1 \frac{f_1}{f_1^*} + c_2 \frac{f_2}{f_2^*} \tag{24}$$

식 (24)에서  $f_1$ 은 진동변위의 합이며,  $f_2$ 는 진동횟수이다.  $f_1^*$ 와  $f_2^*$ 는 스케일 인자이며  $w_1$ 과  $w_2$ 는  $f_1$ 과  $f_2$ 간의 중요도를 반영하기 위한 가중치이다. 또한 진동변위응답  $x(t)$ 에 대해 구속조건을 다음과 같이 설정하였다.

Constraint  $g1: -a < x(t) < a$  (25)

Constraint  $g2: n \leq b$  (26)

여기서  $n$ 은 진동횟수이다.  $g1, g2$ 을 벗어나는 값들에 대해 벌점을 가해 다음세대에서 선택되지 못하도록 하기 위해 다음과 같은 형태의 벌점함수를 정하였다.

$$P(x) = \epsilon \cdot \delta \left( W1 \frac{\Phi_1(x)}{\Phi_1^*} + W2 \frac{\Phi_2(x)}{\Phi_2^*} \right) \tag{27}$$

식 (27)에서  $\Phi_1(x)$ 는 구속조건을 초과한 횟수이고,  $\Phi_2(x)$ 는 구속조건을 초과한 양이다.  $\Phi_1^*$ 와  $\Phi_2^*$ 는 스케일링 인자이며  $\delta$ 는 스케일 인자이다. 또한  $\epsilon$ 은 부호로써 최소화과정에서는 양의 부호를 갖는다.

식 (24)와 (27)로부터 최적화문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

minimize  $[F_{obj} + P]$  (28)

또한 가속도곡선을 평가하기 위한 평가함수는

$$F_{evaluation} = \frac{1}{F_{obj} + P} \tag{29}$$

로 정하였다.

**2.4.4 유전자 알고리즘을 이용한 최적화**

먼저 초기에 난수를 이용하여 그림과 같은 10개의 입력 곡선을 생성하였다.

초기 집단의 곡선을 각각 시뮬레이션하여 다음과 같은 진동특성 곡선을 얻는다.

앞서 제시한 목적함수와 벌점함수를 이용하여 진동특성 곡선들을 평가하여 유전인자를 이용하여 진화시키는 방식으로 최적화를 수행하였다. 그 결과 최종적으로 곡선들은 56세대에서 수렴하였다.

또한 최적화된 가속도 곡선을 이용하여 시뮬레이션하였

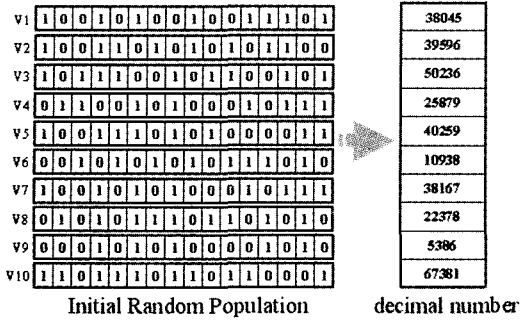


Fig. 10 Initial random population

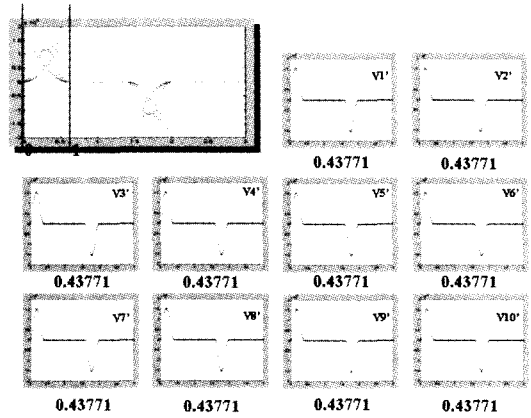


Fig. 13 Optimized acceleration curve (the 56th)

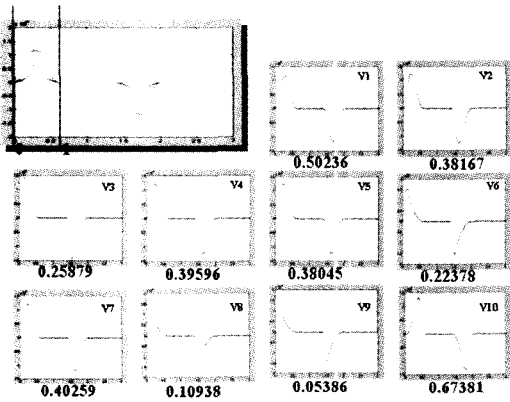


Fig. 11 Initial input acceleration curves

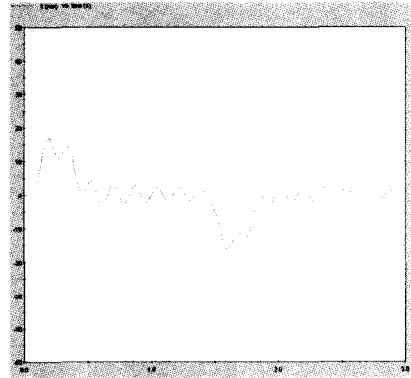
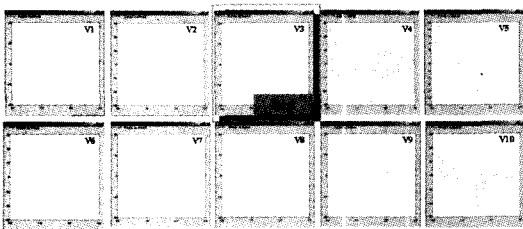


Fig. 14 Vibration displacement from optimized acceleration



Simulation with Visual Nastran4D

Fig. 12 Simulation results using initial acceleration curves

을 경우 진동특성곡선은 다음과 같이 나타났다.

### 2.5 사각형가속도 프로파일과의 비교

사각형 가속도를 적용하였을 경우와 최적화된 곡선가속도를 적용하였을 경우에 있어서 보의 상부 진동 측정지점의 변위곡선을 비교하여 Table 1에 나타내었다.

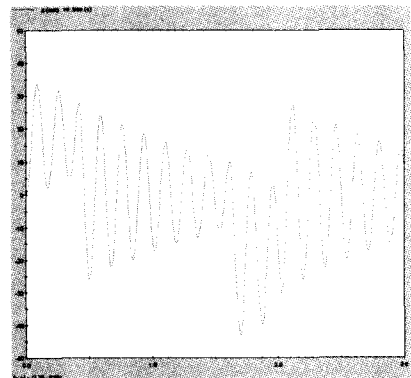


Fig. 15 Vibration displacement from rectangular acceleration

Table 1과 같이 최적화된 가속도곡선을 이용하여 보를 운동시켰을 경우 진동변위의 총량인 진동곡선이 그리는 내

Table 1 Results from simulation

	Inner area of vibration	Maximum vibration displacement	Number of Vibration
Rectangular Acceleration	$4.1633 \times 10^3$	43.0818	36
Optimized Acceleration	$1.0958 \times 10^3$	16.8581	32

Table 2 Results from simulation

	Inner area of vibration	Maximum vibration displacement	Number of Vibration
Triangular Acceleration	$2.1074 \times 10^3$	32.0147	32
Optimized Acceleration	$1.0958 \times 10^3$	16.8581	32

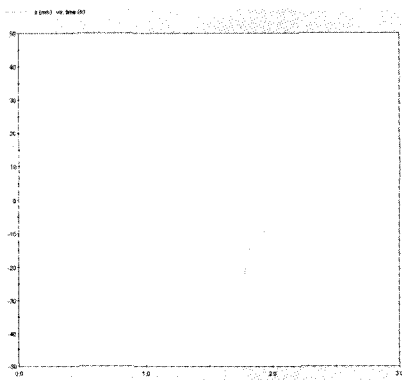


Fig. 16 Vibration displacement from triangular acceleration

부면적은 사각형 입력가속도로 보를 운동시킨 경우에 비해 73.7% 감소하였고, 최대진동변위는 60.1% 감소하였으며, 진동횟수는 11.1% 감소하였다. 이상의 결과로부터 최적화된 부드러운 가속도 입력이 전체적인 평가항목에 대해 대단히 좋은 특성을 나타냄을 알 수 있다.

### 2.6 삼각형가속도 프로파일과의 비교

삼각형 가속도를 적용하였을 경우와 최적화된 곡선가속도를 적용하였을 경우에 있어서 보의 상부진동측정지점의 변위곡선을 비교하여 Table 2에 나타내었다.

Table 2과 같이 최적화된 가속도곡선을 이용하여 보를 운동시켰을 경우 진동변위의 총량인 진동곡선이 그리는 내부면적은 삼각형 입력가속도로 보를 운동시킨 경우에 비해 48% 감소하였고, 최대진동변위는 47.3% 감소하였으며, 진동횟수는 동일하였다. 이상의 결과로부터 최적화된 부드러운 가속도 입력이 전체적인 평가항목에 대해 좋은 특성을 나타냄을 알 수 있다.

## 3. 결론

본 논문에서는 동적구조물이 형상과 중량이 고정된 상태에서 구동을 위한 입력가속도를 최적화하였다. 즉 입력가속도의 형태에 따라서 구조물에 발생하는 진동특성이 다르다는 데에 착안하여 동적구조물중 가장 단순한 형태인 유연한 보에 있어서, 진동을 가장 적게 유발하는 형태의 입력가속도로 저크(jerk)가 연속인 부드러운 가속도곡선을 제안하였고, 이 곡선을 수학적으로 생성하여 보의 특성에 맞는 최대가속도의 위치를 유전자알고리즘을 이용하여 최적화하였다.

본 논문에서 제안한 부드러운 곡선가속도프로파일을 이용하여 유연한 보를 운동시켰을 경우 보에 발생하는 진동변위는 현재 산업기계 등에 사용하는 가속도프로파일에 비해 현저히 작음을 알 수 있었다.

- (1) 최적화된 저크가 연속인 부드러운 곡선가속도로 보를 운동시켰을 경우 사각형입력가속도로 보를 운동시켰을 경우보다 진동곡선이 그리는 내부면적은 73.7% 감소하였고, 최대진동변위는 60.1% 감소하였으며, 진동횟수는 11.1% 감소하였다.
- (2) 최적화된 저크가 연속인 부드러운 곡선가속도로 보를 운동시켰을 경우 삼각형입력가속도로 보를 운동시켰을 경우보다 진동곡선이 그리는 내부면적은 48% 감소하였고, 최대진동변위는 47.3% 감소하였으며, 진동횟수는 동일하였다.
- (3) 본 연구를 통하여 동적구조물에 있어 사각형 입력가속도나 삼각형입력가속도에 비해 저크가 연속인 부드러운 곡선가속도가 적은 진동을 유발함을 확인할 수 있었다. 이를 통해 저크가 연속이면서 최대가속도가 구조물의 특성에 최적화된 부드러운 곡선 가속도가 유용함을 검증하였다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부 · 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다. 또한 본 결과물은 산업자원부 출연금 등으로 수행한 지역전략산업 석 · 박사 연구인력 양성사업의 연구결과입니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Han, S. Y., and Bae, H. W., 1999, "Development of Shape Optimization System using Stress Control", *Trans. of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 8, No. 3, pp. 52~58.
- (2) Bae, B. T., 2001, *Structural Design Optimization of a High-speed Feeding Body by Using a Multi-step Design Process and a Genetic Algorithm*, Changwon National University.
- (3) Gen, M., and Cheng, R., 1999, *Genetic Algorithms and engineering design*, John wiley & sons, pp. 1~96.
- (4) Mitiguy, P., and Banerjee, A, K., 2000, "Determination of spring constants for modeling flexible beams", *MSC technical report*.
- (5) Ben-Israel, A., Greville, T. N. E., 1998, *Generalized Inverse: Theory and application*, John Wiley & Sons, pp. 1~3.
- (6) Solc, F., 2000, "Matrix Model of Robot in Matlab Simulink", *Lecture notes in computer science*, pp. 250~258.
- (7) MSC. Software Corporation, *Visual Nastran 4D Manual Dynamics*, analysis software. USA.