

절대절점좌표를 이용한 탄성 다물체동역학 해석에서의 동응력 이력 계산에 관한 연구

서종휘#, 정일호*, 박태원**

Computation of Dynamic Stress in Flexible Multi-body Dynamics Using Absolute Nodal Coordinate Formulation

Jong-Hwi Seo[#], Il-Ho Jung^{*}, Tae-Won Park^{**}

ABSTRACT

Recently, the finite element absolute nodal coordinate formulation (ANCF) was developed for the large deformation analysis of flexible bodies in multi-body dynamics. This formulation is based on the finite element procedures and the general continuum mechanics theory to represent the elastic forces. In this paper, a computation method of dynamic stress in flexible multi-body dynamics using absolute nodal coordinate formulation is proposed. Numerical examples, based on an Euler-Bernoulli beam theory, are shown to verify the efficiency of the proposed method. This method can be applied for predicting the fatigue life of a mechanical system. Moreover, this study demonstrates that structural and multi-body dynamic models can be unified in one numerical system.

Key Words : Absolute Nodal Coordinates (절대절점좌표), Large Deformation (대변형), Dynamic Stress (동응력), Flexible Multi-body Dynamics (탄성 다물체동역학), Dynamic Stress Time History (동응력 이력), Deformable Body (탄성체)

1. 서론

다양한 기계분야에서 시스템의 고속화, 경량화로 인한 부품의 잦은 탄성변형(Elastic Deformation)은 제품의 피로파괴를 유발하는 주요한 원인이 되고있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 부품의 탄성변형을 고려한 동역학 해석으로부터 피로의 주요한 원인인 정확한 동응력(Dynamic Stress)을 계산하려는 많은 연구가 진행되어 왔다.¹⁻³ 특히, 시제

품에 대한 내구도 시험 없이 경제적이고 효율적으로 피로수명(Fatigue Life)을 예측하기 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션 기술이 효과적으로 사용될 수 있다. 그 대표적인 방법들로는 모드좌표(Modal Coordinates)를 이용한 탄성 다물체동역학 해석기술⁴⁻⁶ 과 상용 유한요소해석 프로그램을 이용하는 방법 등을 들 수 있다.

모드좌표를 이용한 탄성 다물체동역학 방법은, 고려되는 시스템의 독립좌표수가 적어 수치적인

접수일:2003년 9월 18일; 게재 승인일:2004년 2월 20일
교신저자, 아주대학교 대학원 기계공학과
Email: jonghwi@ajou.ac.kr Tel. (031) 219-2952
* 아주대학교 대학원 기계공학과
** 아주대학교 기계공학부

효율성은 있으나, 물체의 변형이 클 경우 선형 탄성영역을 벗어나는 대변형 현상은 잘 표현할 수가 없으며, 더욱이 부품의 탄성변형모드(Elastic Deformation Modes)를 구하기 위해 유한요소해석을 별도로 수행해야 하므로 피로수명의 예측에 필요한 동응력 이력(Dynamic Stress Time History)을 계산하는 것은 매우 번거로운 과정이 될 수 있다.

진동해석이나 정적해석 기능을 제공하는 상용 유한요소해석 프로그램도 비선형 기계계의 동역학 해석까지 할 수 있게 되었고, 비교적 정확한 동응력을 계산할 수 있지만 시스템이 복잡해지거나 물체의 변형이 클 경우 많은 노력이 필요하게 된다.

최근, 절대절점좌표(Absolute Nodal Coordinates)를 이용하여 물체의 탄성 대변형을 고려할 수 있는 방법⁷⁻⁸이 제안되었는데, 이는 형상함수를 이용한 연속체 개념의 도입과 유한요소방법을 이용한 것으로, 모드좌표를 이용한 기존의 선형 탄성 다물체동역학의 한계를 극복할 수 있으며, 부품의 비선형적인 대변형 현상을 신뢰성 있게 표현할 수 있다는 것이 실제 시험으로도 검증되고 있다.⁹

이에 본 연구에서는, 절대절점좌표를 이용하여 한 번의 해석만으로도 물체의 변위, 속도, 가속도, 힘 등의 동적 특성은 물론, 물체의 구조적인 특성인 변형량(Strain)이나 동응력까지도 동시에 계산할 수 있는 방법과 절차를 제안하였으며 일반 상용해석 프로그램인 NASTRAN¹⁰로 계산한 결과와 비교하였다.

본 연구의 의미는, 다물체동역학이라는 학문분야가 구조동역학(Structural Dynamics) 분야와 동시 접목이 가능함을 보이는 것이며 나아가, 기계 시스템의 피로해석 분야까지도 연계가 될 수 있도록 하는 것이다.

2. 절대절점좌표를 이용한 운동방정식

2.1 변위 관계식

Fig.1은 한 탄성체(Deformable Body) i 를 구성하는 2 차원 빔 요소 j 의 관성좌표계(Global Reference Frame)에 대한 양 끝 절대절점의 위치와 기울기를 나타내고 있으며, 식(1)은 탄성체를 구성하는 빔 요소내의 임의의 위치를 요소의 형상함수와 절대절점좌표로 나타낼 수 있음을 보이고 있다. 절대절점좌표를 이용한 동역학 운동방정식은 물체의 위치를 모두 관성좌표계에 대해 나타내기 때문

에 좌표변환을 위한 변환행렬이 필요하지 않다.⁷⁻⁸

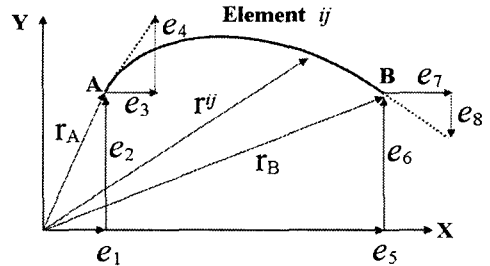


Fig. 1 The global position of an arbitrary point on a beam element j on the deformable body i .

$$\mathbf{r}^{ij}(x, t) = \begin{bmatrix} r_x^{ij} \\ r_y^{ij} \end{bmatrix} = \mathbf{S}^{ij}(x) \mathbf{e}^{ij}(t) \quad (1)$$

여기서, \mathbf{r}^{ij} 는 빔 요소의 관성좌표계에 대한 위치를 나타내고, \mathbf{S}^{ij} 는 요소의 형상함수로서 축 방향과 축에 수직인 방향의 변형에 대해 동일한 삼차다항식(Cubic Polynomial)을 이용하여 식(2)와 같이 표현된다. 이때 형상함수는 절점좌표계가 아닌 관성좌표계에서 정의된 것이다.

$$\mathbf{S}^{ij}(x) = \begin{bmatrix} S_x^{ij} \\ S_y^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & S_2 & 0 & S_3 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & S_2 & 0 & S_3 & 0 & S_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$S_1 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}, \quad S_2 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

$$S_3 = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}, \quad S_4 = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

여기서, l 은 빔 요소 ij 의 변형되기 전의 길이이고 x 는 축 방향에 대한 임의의 위치이다. (Fig.2 참고)

\mathbf{e}^{ij} 는 요소의 두 끝 노드점 A, B에 대한 위치와 기울기(Slope)를 나타내는 절대절점좌표벡터로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}^{ij} = [e_1^{ij} \ e_2^{ij} \ e_3^{ij} \ e_4^{ij} \ e_5^{ij} \ e_6^{ij} \ e_7^{ij} \ e_8^{ij}]^T \quad (3)$$

여기서, $e_1^{ij}, e_2^{ij}, e_3^{ij}, e_4^{ij}$ 는 노드점 A, B의 절대절점변위이고, $e_5^{ij}, e_6^{ij}, e_7^{ij}, e_8^{ij}$ 은 기울기로서 식(4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} e_1^{ij} &= r_x^{ij}(x=0) , e_2^{ij} = r_y^{ij}(x=0) \\ e_3^{ij} &= \frac{\partial r_x^{ij}(x=0)}{\partial x} , e_4^{ij} = \frac{\partial r_y^{ij}(x=0)}{\partial x} \\ e_5^{ij} &= r_x^{ij}(x=1) , e_6^{ij} = r_y^{ij}(x=1) \\ e_7^{ij} &= \frac{\partial r_x^{ij}(x=1)}{\partial x} , e_8^{ij} = \frac{\partial r_y^{ij}(x=1)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

이상의 변위관계식을 이용하여 탄성체 i 에 대한 빔 요소 j 의 운동에너지는 식(1)을 이용하여 식(5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T^{ij} &= \frac{1}{2} \int_{V^{ij}} \rho^{ij} \dot{\mathbf{r}}^{ijT} \dot{\mathbf{r}}^{ij} dV^{ij} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^{ijT} \left(\int_{V^{ij}} \rho^{ij} \mathbf{S}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} dV^{ij} \right) \dot{\mathbf{e}}^{ij} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^{ijT} \mathbf{M}^{ij} \dot{\mathbf{e}}^{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, ρ^{ij} 와 V^{ij} 는 탄성체 i 의 빔 요소 j 에 대한 밀도와 부피이고 \mathbf{M}^{ij} 은 요소의 질량행렬이며, 대칭행렬(Symmetric Matrix)의 특징을 갖는다. 또한 형상함수 \mathbf{S}^{ij} 에 의해서만 정의되기 때문에 시간에 대해서 일정한 특징을 가지며 시스템이 결정되면 한번만 계산을 하면 된다. 그리고 빔 요소의 길이 l 과 질량 m 에 대한 함수이므로 식(6)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}^{ij} = \int_{V^{ij}} \rho^{ij} \mathbf{S}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} dV^{ij} = m^{ij} \int_0^l \mathbf{S}^{ijT} \mathbf{S}^{ij} dz \quad (6)$$

2.2 탄성력 계산

빔 요소의 질량행렬은 식(6)과 같이 시간에 관계없는 상수행렬이지만 빔의 변형에 의한 탄성력(Elastic Force)은 시간에 대해 비선형적이다. 빔의 탄성력은 축 방향과 전단방향의 변형에 대한 변형에너지(Strain Energy)를 구하고 이를 적분함으로써 얻을 수 있다. 본 연구에서는 고전적인 Euler-Bernoulli 빔 이론에 기초하여 탄성력을 구한다. 먼저 빔의 임의의 위치에서 축 방향과 전단방향의 변형에 대한 개념을 Fig.2 에서 보여주고 있으며 식(7)을 이용하여 임의의 점에 대한 변형량을 계산할 수 있다.

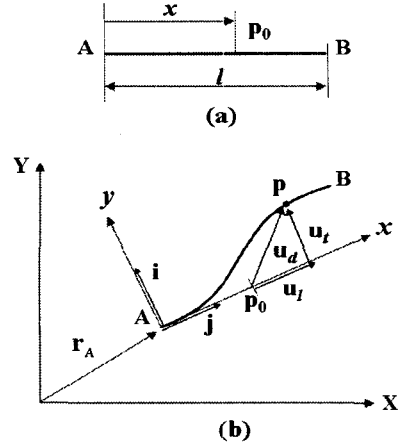


Fig. 2(a) Original and (b) Current deformation of longitudinal and transverse

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_A = (\mathbf{S} - \mathbf{S}_A) \mathbf{e} \\ \mathbf{u}_d &= \begin{bmatrix} u_l \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T \mathbf{i} - x \\ \mathbf{u}^T \mathbf{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x i_x + u_y i_y - x \\ u_x j_x + u_y j_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $\mathbf{S}_A = \mathbf{S}|_{x=0}$ 이고, \mathbf{i}, \mathbf{j} 는 빔의 기준좌표계의 x, y 축에 대한 단위벡터이다. 빔의 전체 변형에너지를 식(8)과 같이 임의의 점에서 생기는 변형에너지를 축 전체길이에 대해 적분하여 구할 수 있다.¹¹

$$\begin{aligned} U^{ij} &= \frac{1}{2} \int_0^l \left(Ea \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 u_t}{\partial x^2} \right)^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^{ijT} \mathbf{K}_a^{ij} \mathbf{e}^{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, E 는 종탄성계수, a 는 축의 단면적, I 는 빔 요소의 2 차 관성모멘트를 나타낸다. 또한 \mathbf{K}_a^{ij} 는 요소의 강성행렬(Stiffness Matrix)로 절대절점좌표에 대한 비선형 함수로 표현된다. 결국, 탄성력은 식(9)와 같이 전체 변형에너지를 일반좌표로 편미분해서 얻을 수 있으며 시간에 따라서 변하기 때문에 계산량이 질량행렬보다는 많게 된다.

$$\left(\frac{\partial U^{ij}}{\partial \mathbf{e}^{ij}} \right) = \mathbf{Q}_k^{ij} \quad (9)$$

절대절점좌표에 사용되는 요소의 변형에 의한 탄성력의 계산과정의 예를 보이기 위해 지금까지 고전적인 Euler-Bernoulli 빔에 대해 설명을 하였지만 Shabana¹²⁻¹⁵ 등은 Timoshenko 빔 이론에 기초한 3 차원 빔 요소뿐만 아니라, Plate 와 Shell 요소에 대해서도 절대절점좌표를 이용한 탄성력을 계산할 수 있는 방법을 제안하였다.

2.3 구속식 및 외력

절대절점좌표를 이용한 운동방정식에서는 두 종류의 구속형태가 있다. 하나는 한 탄성체를 구성하는 유한요소와 유한요소의 연결구속(Connectivity Constraints)이며 다른 하나는 두 물체를 연결하는 조인트 구속(Joint Constraints)이다. 구속은 구속력을 발생시키는데, 한 물체내의 유한요소와 유한요소의 연결에 의한 구속력은 유한요소법에서 사용하는 일반적인 Assemble 방법을 이용하여 전체시스템 방정식에서 완전 제거될 수 있다.¹⁶ 그러나 조인트에 의한 구속식의 자코비안은 라그랑지 승수벡터(Lagrange Multiplier) λ 와 곱해져 조인트에 의한 구속반력이 되며 식(10)의 유연체 i 에 대한 운동방정식에서 고려된다.¹⁷

$$M^i \ddot{e}^i + \Phi_{e^i}^T \lambda + Q_k^i = Q_e^i \quad (10)$$

여기서, Φ 는 구속식을 의미하고, Φ_{e^i} 는 이에 대한 자코비안 행렬이다. Q_k^i 는 탄성력 벡터이고, Q_e^i 는 중력과 Spring-Damper 등에 의한 외력벡터이며 식(11)과 같이 쓸 수 있다.

$$M^i = \begin{bmatrix} M^{i1} & 0 \\ & M^{i2} \\ & \vdots \\ 0 & M^{in_e} \end{bmatrix}, e^i = \begin{bmatrix} e^{i1} \\ e^{i2} \\ \vdots \\ e^{in_e} \end{bmatrix}, Q_k^i = \begin{bmatrix} Q_k^{i1} \\ Q_k^{i2} \\ \vdots \\ Q_k^{in_e} \end{bmatrix}, Q_e^i = \begin{bmatrix} Q_e^{i1} \\ Q_e^{i2} \\ \vdots \\ Q_e^{in_e} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, n_e 는 유연체 i 를 구성하는 전체 유한요소의 수이다.

2.4 시스템 운동방정식

구속식 Φ 에서 시간에 대하여 2 차 미분을 수행하면 식(12)와 같이 구속식에 대한 가속도항을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi(e, t) &= 0 \\ \Phi_e \ddot{e} &= -(\Phi_e \dot{e})_e \dot{e} - 2\Phi_{e\dot{e}} \dot{e} - \Phi_{tt} = \gamma \end{aligned} \quad (12)$$

식(10)과 식(12)를 행렬형태로 다시 쓰면 식(13)과 같이 절대절점좌표를 이용한 전체 시스템의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M^a & \Phi_e^T \\ \Phi_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{e} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^a \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, $M^a = \text{diag}[M^i], i=1,2,\dots,n_b$, $Q^a = Q_e - Q_k$ 이며 n_b 는 전체 탄성체의 수이다. 참고로, 탄성체와 강체(Rigid Body)의 운동을 동시에 고려하기 위해서는 절대절점좌표계와 강체를 정의하는 각각의 좌표계를 포함하는 새로운 좌표계 $q = [r^T, e^T]$ 를 정의해야 하며, 구속식은 $\Phi(r, e, t) = 0$ 이 되고 질량행렬도 재정의 되어서 식(13)은 아래 식(14)와 같이 탄성 대변형과 강체운동을 동시에 해석할 수 있는 최종적인 운동방정식이 된다.

$$\begin{bmatrix} M^r & 0 & \Phi_r^T \\ 0 & M^a & \Phi_e^T \\ \Phi_r & \Phi_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{e} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^r \\ Q^a \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, 강체좌표계 $r = [r^1, r^2, \dots, r^{nr}]$ 이고, nr 은 강체의 수이다. 또한 $r^k = [x^k, y^k, \theta^k]^T$ 이며, M^r 은 강체의 질량행렬, Φ_r 은 강체좌표계에 대한 자코비안 행렬, Q^r 은 강체좌표계에 대한 외력이다.

식(13), (14)는 미분대수방정식 (DAE: Differential Algebraic Equations)이며 이 식을 효율적으로 풀기 위한 많은 방법들이 제안되어 있다.¹⁷

이상에서 설명한 절대절점좌표를 이용한 운동방정식을 살펴보면, 유한요소에 대해서는 형상함수를 이용한 연속체 개념을 사용하게 되므로 기하학적 비선형성을 고려할 수 있게 된다. 그리고 FEM 개념을 도입하여 탄성체에 대한 다물체동역학 운동방정식이 유도되므로 구조동역학과 다물체동역학을 동시에 고려할 수 있으며, 이러한 절차를 활용으로써 시스템의 동역학 해석 중에 바로 유연체 부품에 대한 변형율과 동응력을 계산할 수 있게 된다.

본 논문에서는, 절대절점좌표를 이용한 동역학 해석과정에서 특히, 빔 요소의 동응력을 계산할 수 있는 방법을 제안하였으며 상용 FEM 프로그램을 이용한 동응력 해석결과와 비교하였다. 본 논문에서 제안한 동응력 계산방법은 향후, plate 나 shell 과 같은 다른 유한요소에도 적용이 될 수 있으며, 이는 복잡한 기계시스템에 대해서도 한번의 시뮬레이션만으로도 효율적으로 동역학 해석과 피로해석까지의 연계를 가능하게 할 수 있다.

3. 절대절점좌표를 이용한 빔의 동응력 계산

Fig.2 에서 빔의 변형전과 후의 임의의 위치 p_0 와 p 에 대하여 Euler-Bernoulli 빔 이론을 적용하고 확대하여 다시 그리면 Fig.3 과 같다.

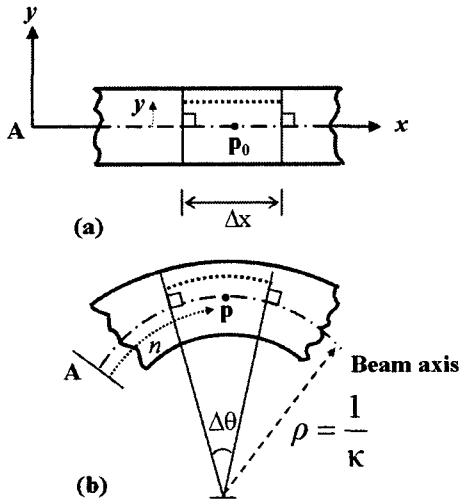


Fig. 3(a) Undeformed and (b) Deformed beam segment

여기서, ρ 는 곡률(Curvature)반경을 나타내며 곡률 κ 의 역수이다. 이때, 변형된 빔의 임의의 위치 p 에서의 굽힘모멘트는 빔의 곡률 또는 곡률반경을 이용하여 식(15)와 같이 쓸 수 있다.¹⁸

$$M = EI\kappa = \frac{EI}{\rho} \quad (15)$$

여기서, 곡률 κ 는 Serret-Frenet 의 식²⁰에 의하여 식(16)과 같이 쓸 수 있다.

$$\kappa = \frac{d^2\mathbf{r}}{dn^2} = \frac{|\mathbf{r}' \times \mathbf{r}''|}{|\mathbf{r}'|^3} = \frac{\mathbf{r}''^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}' \mathbf{r}'|^{3/2}} = \frac{\mathbf{r}''^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{r}'}{f^3} \quad (16)$$

$$dn = \sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'} dx, \quad \mathbf{r}' = \frac{d\mathbf{r}}{dx}$$

여기서, n 은 변형된 빔의 곡률방향 길이를 나타내고 $\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $f = |\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'|^{1/2}$ 이다. 만약 축 방향에 대한 변형이 미소하다면 $f \approx 1$ 이 되고 식(16)은 식(1)을 이용하여 식(17)과 같이 쓸 수 있다.

$$\kappa \approx \left| \frac{d^2 \mathbf{r}^{ij}(x,t)}{dx^2} \right| = |\mathbf{r}''| = \left| \left[\frac{d^2}{dx^2} \mathbf{S}^{ij}(x) \right] \mathbf{e}^{ij}(t) \right|$$

$$(\mathbf{S}^{ij})'' = \begin{bmatrix} S_x'' \\ S_y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1'' & 0 & S_2'' & 0 & S_3'' & 0 & S_4'' & 0 \\ 0 & S_1'' & 0 & S_2'' & 0 & S_3'' & 0 & S_4'' \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$S_1'' = -\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3}, \quad S_2'' = -\frac{4}{l} + \frac{6x}{l^2}, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$S_3'' = \frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}, \quad S_4'' = -\frac{2}{l} + \frac{6x}{l^2}$$

그러나 축 방향의 변형을 무시할 수 없다면, 식(16)에서 f 의 값을 충분히 고려해야 한다.

굽힘변형된 빔의 임의의 위치에서 시간에 대한 변형율과 응력은 굽힘에 의한 모멘트와 단면의 형상, 빔 내에서의 위치(y)에 대하여 일반적으로 식(18)과 같이 쓸 수 있다.¹⁸

$$\epsilon_x(x, y, t) = y \kappa(x, t) = \frac{y}{\rho} \quad (18)$$

$$\sigma_x(x, y, t) = E\epsilon_x = E y \kappa = \frac{M y}{I}$$

이상에서 설명한 바와 같이, 시스템의 해석 중에 동역학적인 관성효과가 충분히 고려된 빔 요소의 두 끝 노드 점의 위치 $\mathbf{e}^{ij}(t)$ 가 계산되면 식(17)에 의해 빔 요소의 임의의 위치에서 곡률을 계산할 수 있고 식(18)을 이용하여 동응력(분포)을 계산할 수 있게 된다. 이 계산된 동응력을 피로해석을 위한 입력으로 사용하기 위해서는 최대응력을 찾거나 또는 Barlow point¹⁹에서의 응력을 사용할 수도 있을 것 이며, 이는 전적으로 피로해석을 수행할 엔지니어의 판단에 의존하게 된다.

4. 수치 예제

4.1 해석 조건

본 연구에서는 동응력을 계산할 수 있는 식 (17), (18)을 포함하여 식(14)에서 설명한 절대절점 좌표와 강체좌표를 이용한 시스템의 운동방정식을 해석할 수 있는 2 차원 대변형 해석프로그램을 개발하고, 이를 활용하여 캔틸레버 빔의 시간에 대한 동응력을 계산하였다. 개발한 프로그램의 신뢰성은 참고문헌⁹에 제시된 결과들과 비교하여 검증하였다. Fig.4 와 Table 1 에서는 시뮬레이션에 사용된 빔의 형상과 데이터를 나타내고 있다.

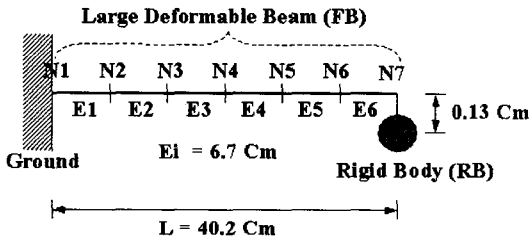


Fig. 4 Simulation model for calculating the dynamic stress of large deformable beam

Table 1 Simulation model data

Body	Data	비고
FB	2, 6, 8, 12 Beam Elements (Circular Section)	Very Flexible
	Total Mass (kg): 0.0025	
	Diameter (mm): 1.0	
	Cross Area (m ²): 7854×10 ⁻⁹	
	I (m ⁴): 4.909×10 ⁻¹⁴	
RB	E (GPa): 200.0	Rigid
	Mass (kg): 0.02	
Ground	Inertia (kg · m ²): 1.58×10 ⁻⁶	Fix

보다 정확한 해석을 위해서는 빔의 구조적인 댐핑특성의 영향까지 고려해야 할 것이나 해석의 대상이 되는 재질이 고탄소강이므로 무시하였다.

빔 모델에서 동응력의 계산위치는, 응력이 가장 많이 걸리는 곳이 표면일 것이므로 $y = \pm 0.5mm$ 로 하였다. 또한 축 방향의 변형은 미소할 것이므

로 식(17)을 그대로 이용하였으며 향후에는 전단 변형을 고려한 연구도 진행되어야 할 것이다.

4.2 해석결과 분석

Fig.4 의 모델에 대하여 해석을 수행하고 대변형 현상을 구현하였으며 이때의 빔 요소에 대한 동응력을 계산하였다. Fig.5 는 빔 요소의 수를 달리하여 3 초 동안 해석을 수행했을 때, 노드 N7 의 시간에 대한 y 방향의 변위를 보여주고 있으며, 요소 6 개 이상을 사용하면 충분히 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있을 것으로 보인다.

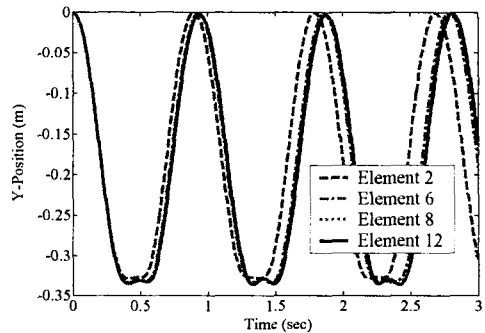


Fig. 5 Y-Positions of node N7

Fig.6 은 시간에 대한 빔의 대변형 거동을 보여주고 있다.

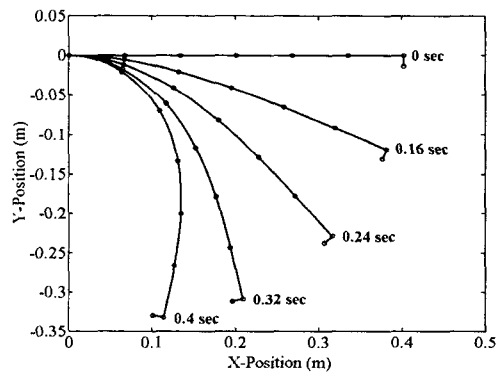


Fig. 6 Large deformation shape of flexible beam

Fig.7 은 노드 N7 의 y 방향 변위에 대하여 제안방법에 의한 계산결과와, 참고문헌⁹에서 수행한 실제 시험 데이터, 그리고 상용 구조해석 프로그램인 NASTRAN 의 비선형 과도응답해석(Nonlinear

Transient Response Analysis¹⁰⁾ 결과를 비교하여 보여주고 있다. NASTRAN 에 의한 결과를 검토할 때, 변위의 최대값은 제안된 방법과 시험에 의한 결과와 비슷하나 위상에서 약간의 차이를 보이고 있는데, 이는 시간에 대한 증분방법(Incremental Method)이나 사용된 빔 요소의 특성 때문으로 사료된다.

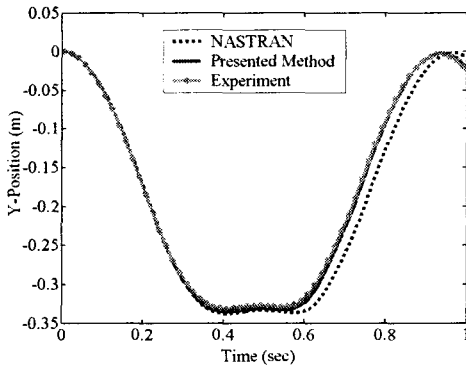


Fig. 7 Analysis result of large displacement

Fig.8 은 첫 번째 요소 (E1)의 중간 위치 표면에서의 동응력 이력을 NASTRAN 해석결과와 비교하여 보여주고 있다.

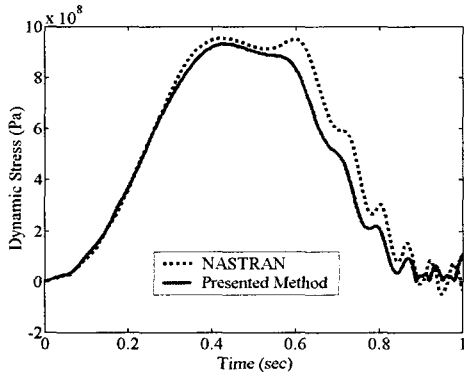


Fig. 8 Analysis result of dynamic stress

Fig.9 는 제안한 방법으로 빔 요소 8 개를 사용하고 3 초 동안 해석을 수행했을 때, 빔의 전체 길이에 대한 동응력의 분포를 보여주고 있다.

Fig.10 에서는 빔의 최대 변형상태에서, 본 연구에서 제안한 방법과 NASTRAN 으로 계산한 응

력의 크기를 보여주고 있다.

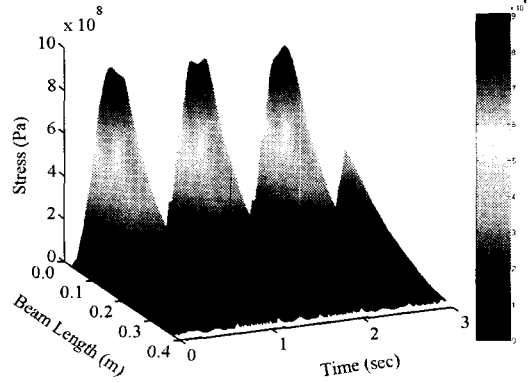


Fig. 9 Stress distribution of beam length

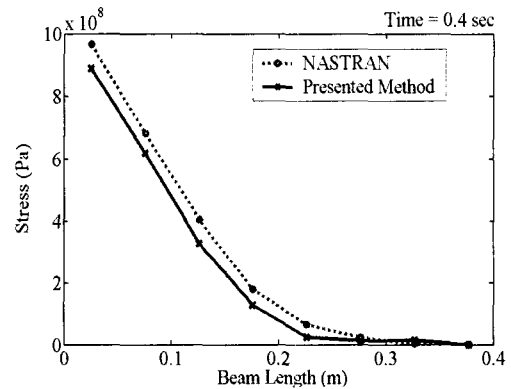


Fig. 10 Stresses by NASTRAN and presented method

5. 결론

본 논문에서는 절대절점좌표를 이용한 동역학 해석과정에서 대변형 탄성체 요소의 동응력을 계산할 수 있는 절차를 제안하였으며 이는, 기존의 모드좌표를 이용한 방법으로는 어려웠던 대변형 물체의 탄성체동역학 해석과 동응력의 계산을 동시에 가능하게 하며 나아가, 기계 시스템의 동역학 해석에서부터 부품의 피로수명 예측까지 한 번의 해석으로 가능하게 할 수 있음을 의미한다. 본 연구의 적용 대상으로는, 로봇 시스템의 하니스(Harness), 프린터내의 잉크 케이블, 고속전철의 판토틀레프(Pantograph)와 접촉하는 가선(Trolley Wire)의 동응력 계산 등 다양한 산업분야에 실질적인 적용이 가능할 것이다.

현재까지의 연구에서는 Euler-Bernoulli 이론에 기초한 빔 요소에 대해서만 설명을 하였지만 향후에는, 전단변형이 고려된 Timoshenko 빔과 그리고 plate, shell 요소 등에 대해서도 계속 연구가 진행이 될 것이며, 실제 스트레인게이지를 이용한 응력의 측정시험을 통하여 본 연구의 효율성과 신뢰성의 검증작업이 계속 진행될 계획이다.

마지막으로, 동응력의 계산을 위해 현재 널리 사용되고 있는 방법인 모드좌표를 이용한 모드응력합성법²¹, 또는 하이브리드 방법¹³에 의해 계산된 결과와도 비교분석이 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

1. Choi, I. S., "Calculation of dynamic stress time history of a component using computer simulation," Ajou University M.S Thesis, 1999.
2. Yim, H. J., Lee, S. B., "An integrated CAE system for dynamic stress and fatigue life prediction of mechanical systems," J. of the KSPE, Vol. 10, No. 2, pp. 158-168, 1996.
3. Ryu, J. H., Kim, H. S., Yim, H. J., "An efficient and accurate dynamic stress calculation by flexible multibody dynamic system simulation and reanalysis," International J. of the KSME, Vol. 11, No. 4, pp. 386-396, 1997.
4. Kim, C. B., Baek, Y. K., "Dynamic analysis of a flexible body in multibody system using DADS and MSC/NASTRAN," J. of KSPE, Vol. 18, No. 2, pp. 63-70, 2001.
5. LMS, DADS Flex Manual Revision 9.5, The LMS Corporation 2001.
6. Yoo, W. S., Haug, E. J., "Dynamic of articulated structures, Part 1: Theory," J. of Structural Mechanism, Vol. 14, No. 1, pp. 105-126, 1986.
7. Shabana, A. A., "Computer Implementation of the absolute nodal coordinate formulation for flexible multibody dynamics," J. of Nonlinear Dynamics, Vol. 16, pp. 293-306, 1998.
8. Escalona, J. L., Hussien, H. A., Shabana, A. A., "Application of the absolute nodal coordinate formulation to multibody system dynamics," J. of Nonlinear Dynamics, Vol. 16, pp. 293-306, 1998.
9. Yoo, W. S., Lee, J. H., Sohn, J. H., "Physical experiments for large deformation problems," Proc. of the KSME Spring Conference, No. 03S115, pp. 705-710, 2003.
10. MSC/NASTRAN Manual, The Macneal-Schwendler Corporation, 1996.
11. Shabana, A. A., "Definition of the elastic forces in the finite-element absolute nodal coordinate formulation and the floating frame of reference formulation," J. of Multibody System Dynamics, Vol. 5, pp. 21-54, 2001.
12. Omar, M. A., Shabana, A. A., "A Two-dimensional shear deformable beam for large rotation and deformation problems," J. of Sound and Vibration, Vol. 243, No. 3, pp. 565-576, 2001.
13. Shabana, A. A., Yakoub, R. Y., "Three dimensional absolute nodal coordinate formulation for beam elements," J. of Mechanical Design, Vol. 123, pp. 606-621, 2001.
14. Shabana, A. A., Christensen, A. P., "Three-dimensional absolute nodal coordinate formulation: Plate Problem," J. of Numerical Methods in Engineering, Vol. 40, pp. 2775-2790, 1997.
15. Mikkola, A. M., Shabana, A. A., "A Non-Incremental finite element procedure for the analysis of large deformation of plates and shells in mechanical system applications," J. of Multibody System Dynamics, Vol. 9, pp. 283-309, 2003.
16. Kenneth, H. H., Thornton, E. A., "The Finite Element Method for Engineers," John Wiley & Sons, Inc, pp. 38-46, 1995.
17. Haug, E. J., "Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems," Allyn and Bacon, pp. 218-230, 1989.
18. Craig, R. R., "Mechanics of Materials," John Wiley & Sons, pp. 258-265, 1996.
19. Barlow, J., "Optimal Stress Locations in Finite Element Models," J. of Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 243-251, 1976.
20. Goetz, A., "Introduction to Differential Geometry," Addison Wesley Publishing Company, 1970.
21. Liu, T. S., "Computational methods for life prediction of mechanical components of dynamic system," Iowa University Ph. D. Thesis, 1987.