

강건 실험계획법을 이용한 열화자료의 분석

서 순근 · 하 천수

동아대학교 산업시스템공학과

Analysis of Degradation Data Using Robust Experimental Design

Seo, Sun-Keun · Ha, Chen-Soo

Dept. of Industrial & Systems Engineering, Dong-A University

Key Words : Degradation data, Robust experimental design, Pseudo failure time, Simple random coefficient degradation model

Abstract

The reliability of the product can be improved by making the product less sensitive to noises. Especially, it is important to make products robust against various noise factors encountered in production and field environments.

In this paper, the phenomenon of degradation assumes a simple random coefficient degradation model to present analysis procedures of degradation data for robust experimental design. To alleviate weak points of previous studies, such as Taguchi's, Wasserman's, and pseudo failure time methods, novel techniques for analysis of degradation data using the cross array that regards amount of degradation as a dynamic characteristic for time are proposed. Analysis approach for degradation data using robust experimental design are classified by assumptions on parametric or nonparametric degradation rate(or slope). Also, a simulation study demonstrates the superiority of proposed methods over some previous works.

1. 서 론

기술발달에 따른 고 신뢰성 제품의 평가 시 사용현장에서 필요한 자료수집이 어려울 뿐만 아니라 수명정보를 획득하기 위한 (가속)수명시험을 통해서도 적절한 수명정보의

추정이 용이하지 않을 경우가 대부분이다. 최근 제품의 성능자료를 관측하거나 열화량을 측정하여 제품의 신뢰성을 추정하는 열화자료 분석의 중요성이 점차 증가되고 있으므로 이러한 열화자료의 체계적인 통계적 분석 및 활용에 관한 연구가 요망되고 있다.

일반적으로 제품 및 공정과 같은 시스템은 다양한 환경 하에서도 의도한 기능을 일관성 있게 유지하는 것이 바람직하다. 따라서 가장 중요한 성능 특성 중 하나인 제품의 신뢰성을 적은 비용으로 제품의 품질을 향상시키기 위한 효과적인 방법으로서 널리 사용되고 있는 다구치의 강건설계(robust design)와 결합하게 되면, 설계단계에서부터 강건한 신뢰성을 획득할 수 있다 「김민파 염봉진, 2002」.

품질특성치가 열화량인 제품의 신뢰성 실험계획에 관한 기존 연구는 수명자료의 분석에 비하여 충분하지 못한 실정이다. 열화자료를 이용하여 신뢰성 실험계획에 관련된 기존 연구들로는, 먼저 가장 단순하며 쉽게 적용 가능한 Taguchi 방법으로 시간에 비례하여 열화하는 특성치를 손실로 보고 열화율을 망소특성으로 간주하였으며, 실제 계산시 오차항을 무시한 SN비로 최적조건을 결정하였다 「다구치, 1989」. Tseng, Hamada & Chiao(1995)는 형광등의 신뢰도를 향상시키기 위하여 수명과 직접 관련이 있는 형광물질의 광속의 열화정도를 측정하여 수명개선을 위한 연구를 수행하였으며, 열화모형의 모수를 추정한 후, 의사 고장시간을 추정하여 분석하는 방법을 제안하였다. Chiao & Hamada(1996)는 LED의 강건신뢰도를 달성하기 위하여 신뢰성 실험계획을 이용한 분석을 실시하였다. 이때 관측된 열화량을 이용하여 열화모형의 모수를 최우추정법으로 구한 후 의사 고장시간을 추정하였으며, 각 설계조건에서 의사 고장시간을 망대특성으로 삼아 기대 손실이 최소가 되는 조건을 결정하는 방법을 제시하였다. Wasserman(1996)은 열화 혹은 마모 등의

현상을 제어할 수 없는 내부잡음의 효과로 파악하여 비선형 열화모형을 이용하여 열화현상을 설명하였다. 또한 열화량을 이용한 적용사례로서 Jeng(1999)은 신뢰도 개선을 위한 자동 용접 시스템의 알루미늄 합금 레일의 마모에 대하여 전통적 실험계획법으로 분석하였다.

본 연구에서는 신뢰성 향상을 위한 강건실험계획법에 관한 연구로서 열화량을 시간에 대한 동특성으로 파악하여 신뢰성 실험계획을 이용한 열화자료의 새로운 분석방법을 제시하고자 한다. 먼저 열화율의 분포에 관한 가정이 없는 경우에 각 설계조건에서 잡음인자를 고려한 실험결과를 이용하여 최소제곱법(least squared estimation, LSE)으로 열화율(기울기)을 추정하여 SN비를 구한 후 최적 설계조건을 제시하는 방법과 열화율이 Reciprocal-Weibull 분포(이하 R-Weibull)와 대수정규분포를 따를 경우에 각 설계조건에서 잡음인자를 고려한 실험결과를 이용하여 최우추정법으로 열화율(기울기)을 추정하고 SN비를 구한 후 최적 설계조건을 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 또한 단순 확률계수 모형과 열화율 분포하에서 전술한 두 가지 방법보다 비교적 단순한 분석방법인 측정된 열화량을 이용하여 근사적 열화자료 분석시에 사용되는 의사(pseudo) 고장시간을 구하여 기대손실을 최소화하는 최적 설계조건을 결정하는 방법도 제안하고자 한다.

그리고 제시한 방법의 유용성을 파악하기 위하여 Fortran 프로그램으로 도출된 가상 열화자료를 이용하여 기존의 연구와 제시한 분석방법과의 시뮬레이션 비교분석을 실시하고자 한다.

2. 동특성을 이용한 열화자료의 분석방법

본 연구에서 분석하고자 하는 열화현상은 다음 식 (1)과 같이 단순 확률계수(random coefficient) 열화모형을 따른다고 가정한다 「서순근과 하천수, 2002」. 이 모형은 각 시험표본에 대하여 열화현상을 개별적으로 표현할 수 있는 확률계수 모형으로 일정비율을 모형에 비하여 현실적이며 활용도가 높다.

$$y_i(t) = \theta(\mathbf{d}, \mathbf{n}) \cdot t + \varepsilon \quad (1)$$

단, $y_i(t)$: i 번째 시험단위의 측정

시점 t 에서 특성값(열화량),

θ : 열화율(확률계수),

t : 열화량 측정시점(신호인자),

\mathbf{d} : 설계인자(vector),

\mathbf{n} : 잡음인자(vector),

ε : 오차(측정오차 등), 분포에

상관없이 평균이 0, 분산이 σ_ε^2 을

따른다. θ 와 ε 은 독립임.

열화모형 $y(t)$ 의 평균과 분산은 다음 식 (2)와 (3)을 이용하여 구할 수 있다.

$$E[y(t)] = t \cdot E[\theta(\mathbf{d}, \mathbf{n})] \quad (2)$$

$$Var[y(t)] = t^2 \cdot Var[\theta(\mathbf{d}, \mathbf{n})] + \sigma_\varepsilon^2 \quad (3)$$

따라서 손실함수를 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} L(y(t)) &= (y(t) - \beta_0 t)^2 \\ &= (\theta t + \varepsilon - \beta_0 t)^2 \\ &= (\theta - \beta_0)^2 t^2 + \varepsilon^2 + 2(\theta - \beta_0)t\varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

단, 비례상수는 “1”로 둠.

여기서, β_0 는 정특성에서 망목특성의 목표치 개념에 대응되는 값으로 동특성일 경우 이상적 기울기로서 설정될 수 있다. 본 연구에서 β_0 는 가장 이상적인 열화율을 의미하며 상수라고 가정한다.

또한 기대손실은 다음 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} L &= E[L(y(t))] \\ &= t^2 \cdot E[(\theta - E[\theta] + E[\theta] - \beta_0)^2] \\ &\quad + E[\varepsilon^2] + 2tE[\theta - \beta_0] \cdot E[\varepsilon] \\ &= t^2 \cdot E[(\theta - E[\theta])^2] \\ &\quad + t^2 \cdot E[(E[\theta] - \beta_0)^2] + \sigma_\varepsilon^2 \\ &= t^2 \cdot Var(\theta) + t^2 \cdot (bias)^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned} \quad (5)$$

어떠한 t_0 시점에서 목표값($\beta_0 t_0$)에 대한 열화량은 동특성이 되므로 SN비를 식 (5)의 기대손실을 이용하여 다음 식 (6)과 같이 계산할 수 있다.

$$SN비 = -10 \log(\text{기대손실}) \quad (6)$$

2.1 열화율 분포의 가정이 없는 경우 의 SN비

SN비 계산시 필요한 열화율(기울기)과

$\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$ 의 추정방법을 설명하기 위해서 다음 <표 1>에는 3수준의 잡음 하($r=3$)에서 k 번째의 측정시점에서 측정된 열화자료를 나타내고 있으며 식 (1)로부터 $y_{ij}(t_l)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$y_{ij}(t_l) = \theta_{ij}(\mathbf{d}_i, \mathbf{n}_j) \cdot t_l + \varepsilon_{ijl}$$

여기서, $E(\varepsilon_{ijl})=0$, $Var(\varepsilon_{ijl})=\sigma_{\epsilon}^2$, $E(\theta_{ij})=\mu_i$, $Var(\theta_{ij})=\sigma_{\theta_i}^2$, $i=1, 2, \dots, n$ (설계조건의 수), $j=1, 2, \dots, r$ (잡음인자 수 준 수 또는 신호인자의 수준에서 반복수), $l=1, 2, \dots, k$ (측정회수).

<표 1> 3수준 잡음인자를 갖는 실험계획 배치

처리 i	잡음 인자 j	신호인자(l)			
		t_1	t_2	...	t_k
1	1	$y_{11}(t_1)$	$y_{11}(t_2)$...	$y_{11}(t_k)$
	2	$y_{12}(t_1)$	$y_{12}(t_2)$...	$y_{12}(t_k)$
	3	$y_{13}(t_1)$	$y_{13}(t_2)$		$y_{13}(t_k)$
2	1	$y_{21}(t_1)$	$y_{21}(t_2)$...	$y_{21}(t_k)$
	2	$y_{22}(t_1)$	$y_{22}(t_2)$...	$y_{22}(t_k)$
	3	$y_{23}(t_1)$	$y_{23}(t_2)$		$y_{23}(t_k)$
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
n	1	$y_{n1}(t_1)$	$y_{n1}(t_2)$...	$y_{n1}(t_k)$
	2	$y_{n2}(t_1)$	$y_{n2}(t_2)$...	$y_{n2}(t_k)$
	3	$y_{n3}(t_1)$	$y_{n3}(t_2)$		$y_{n3}(t_k)$

열화율 분포의 가정이 없는 경우의 i 번째 설계조건에서의 기울기 θ_i 와 오차 $\sigma_{\epsilon_i}^2$

의 추정은 2단계 추정법(two-stage estimation, Lu & Meeker, 1993)을 이용하여 추정할 수 있다.

먼저 1단계는 최소제곱법을 이용하여 추정하며 다음 식 (7)을 최소로 하는 값으로 설정한다.

$$SSE(\theta_{ij}) = \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^k (y_{ij}(t_l) - \theta_{ij} t_l)^2 \quad (7)$$

$$\text{단, } y_{ij}(t_l) = \theta_{ij} t_l + \varepsilon_{ijl}, \\ i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, r, \\ l = 1, 2, \dots, k.$$

설계조건 i 번째의 잡음인자 j 의 기울기 추정치 $\hat{\theta}_{ij}$ 는 식 (7)을 θ_{ij} 에 대해 미분하여 0으로 두면 식 (8)과 같이 최소제곱추정량을 구할 수 있다.

$$\hat{\theta}_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^k y_{ij}(t_l) \cdot t_l}{\sum_{l=1}^k t_l^2} \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}_{\epsilon_i}^2 = \frac{\sum_{l=1}^k (y_{ij}(t_l) - \hat{\theta}_{ij} t_l)^2}{k-1}, \\ \text{단, } \hat{y}_{ij}(t_l) = \hat{\theta}_{ij} \cdot t_l$$

1단계 추정과정에서 설계조건 i 에서 열화율을 최소제곱법으로 추정한 후에, 1단계에서 구한 $\hat{\theta}_{ij}$ 와 $\hat{\sigma}_{\epsilon_i}^2$ 를 이용하여 2단계에서 $\hat{\theta}_i$, $\hat{\sigma}_{\theta_i}^2$ 를 구한다. 이때 식 (9)와 같이 설계조건 i 에서 $E[\theta_i]$ 의 추정치로

$\hat{\theta}_i$ 를 사용한다. 각 측정시점에서의 측정오차 등으로 인한 변동인, 최소제곱법을 이용한 추정량 $\hat{\theta}_{ij}$ 의 분산은 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\theta}_i = \widehat{E[\hat{\theta}_{ij}]} = \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\theta}_{ij}}{r} \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}_{\theta_i}^2 = \widehat{Var}\left(\sum_{j=1}^r \hat{\theta}_{ij}\right) = \frac{\sum_{j=1}^r \widehat{Var}(\hat{\theta}_{ij})}{r^2}$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 &= \widehat{Var}(\hat{\theta}_{ij}) = \widehat{Var}\left(\frac{\sum_{l=1}^k y_{ij}(t_l) \cdot t_l}{\sum_{l=1}^k t_l^2}\right) \\ &= \frac{\hat{\sigma}_{\epsilon_{ij}}^2}{\sum_{l=1}^k t_l^2} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (11)은 θ_i 의 고유변동을 나타내는 추정치로서, θ_i 의 측정오차 등에 기인한 분산과 시험단위간의 확률계수 변동값을 동시에 고려한 식으로 표현되므로 기대손실 계산시 필요한 $\sigma_\theta^2 = Var(\theta)$ 의 추정값은 식 (12)를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Var(\hat{\theta}_i) &= E[S_{\theta_i}^2] \\ &= Var(\theta_i) + Var(\hat{\theta}_i | \theta_i) \\ &= \sigma_{\theta_i}^2 + \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}_{\theta_i}^2 = \widehat{Var}(\hat{\theta}_i) = \max(S_{\theta_i}^2 - \hat{\sigma}_{\theta_i}^2, 0) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 &= \widehat{Var}(\hat{\theta}_i | \theta_i) \\ &= \frac{\sum_{j=1}^r \widehat{Var}(\hat{\theta}_{ij} | \theta_i)}{r^2} = \frac{\sum_{j=1}^r \hat{\sigma}_{\epsilon_{ij}}^2}{r^2} \\ S_{\theta_i}^2 &= \frac{\sum_{j=1}^r (\hat{\theta}_{ij} - \hat{\theta}_i)^2}{r-1} \end{aligned} \quad (13)$$

그리고 각 설계조건 i 에서 $\sigma_{\epsilon_i}^2$ 의 추정량은 합동추정량인 다음 식 (14)를 이용한다.

$$\hat{\sigma}_{\epsilon_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^k (y_{ij}(t_l) - \hat{y}_{ij}(t_l))^2}{rk-1} \quad (14)$$

$$\text{단, } \hat{y}_{ij}(t_l) = \hat{\theta}_i \cdot t_l$$

따라서 열화율 분포의 가정이 없는 경우 t 가 t_0 로 설정되면 i 번째 설계조건의 SN비는 다음 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} SN_i &= -10 \log [\{ \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 + (\hat{\theta}_i - \beta_0)^2 \} t_0^2 \\ &\quad + \hat{\sigma}_{\epsilon_i}^2] \end{aligned} \quad (15)$$

2.2 열화율이 특정분포를 따를 경우의 SN비

각 열화율 분포의 모수를 추정하기 위해서는 먼저 측정된 열화량을 측정시점으로 나눈 다음 식 (16)과 같이 열화율을 구한 후, 주어진 설계조건하에서 열화율 분포의 모수를 최우추정법을 이용하여 추정한다.

$$\theta_{ij} = \frac{y_{ij}(t_l)}{t_l} \quad (16)$$

단, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, r$, $l=1, \dots, k$

각 설계조건에서의 θ_i 의 분포 모수의 최우추정량을 이용하여 열화율이 R-Weibull 분포와 대수정규분포를 따를 경우 각각 식 (17)과 (18)과 같이 $E[\theta_i]$ 의 추정치로 $\hat{\theta}_i$ 를 사용하고 $Var(\theta_i)$ 의 추정치로는 $\hat{\sigma}_{\theta_i}^2 = \widehat{Var}(\theta_i)$ 을 이용한다.

- 열화율이 R-Weibull 분포일 경우 :

설계조건 i 에서의 MLE($\hat{\alpha}_i$, $\hat{\beta}_i$)

$$\hat{\theta}_i = \widehat{E}[\theta_i] = \frac{1}{\hat{\alpha}_i} \Gamma\left(1 - \frac{1}{\hat{\beta}_i}\right) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 &= \widehat{Var}(\theta_i) \\ &= \frac{1}{\hat{\alpha}_i^2} \left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{\hat{\beta}_i}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\hat{\beta}_i}\right) \right] \end{aligned}$$

- 열화율이 대수정규분포일 경우 :

설계조건 i 에서의 MLE($\hat{\mu}_i$, $\hat{\sigma}_i^2$)

$$\hat{\theta}_i = \widehat{E}[\theta_i] = \exp\left[\hat{\mu}_i + \frac{\hat{\sigma}_i^2}{2}\right] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\theta_i}^2 &= \widehat{Var}(\theta_i) \\ &= \exp(2\hat{\mu}_i + \hat{\sigma}_i^2) \{ \exp(\hat{\sigma}_i^2) - 1 \} \end{aligned}$$

그리고 설계조건 i 에서의 $\sigma_{\epsilon i}^2$ 의 추정량은 전술한 식 (14)를 이용한다.

여기서 추정된 열화율 분포의 모수를 이용한 $\hat{\theta}_i$, $\hat{\sigma}_{\theta_i}^2$ 와 $\hat{\sigma}_{\epsilon i}^2$ 으로부터 설계조건별로 식 (19)와 같이 SN비를 구하고 SN비의 수준별 합계와 분산분석을 수행하여 유의한 인자와 최적수준을 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} SN_i = -10 \log & [\{\hat{\sigma}_{\theta_i}^2 + (\hat{\theta}_i - \beta_0)^2\} t_0^2 \\ & + \hat{\sigma}_{\epsilon i}^2] \end{aligned} \quad (19)$$

2.3 의사 고장시간을 이용한 분석 방법

Chiao & Hamada(1996, 2001), Tseung, Hamada, & Chiao(1995)은 열화자료로부터 수명분포를 추정하기 위해 예측된 고장시간을 대상자료로 삼고 이를 분석하는 방법을 제안하였으나 수명분포를 추정한 후 최적조건을 결정하는 구체적인 방법을 제시하지는 않았다.

본 절에서는 열화율의 분포가 R-Weibull, 대수정규분포를 따를 때 수명분포로 Weibull, 대수정규분포를 따르는 관계를 활용하여(서순근과 하천수, 2002) 두 가지 분포에 관한 열화자료를 이용한 의사고장시간을 추정한 후 이를 이용하여 최적조건을 결정하는 방법을 제안하고자 한다.

2.3.1 의사 고장시간 계산

고장나지 않은 시험단위의 열화정보를 이용하여 근사적인 열화분석시에 사용되는 의사 고장시간을 기준 열화량이 D 일 때 다음 식 (20)에 의해 구할 수 있다 「Meeker & Escobar, 1998」.

$$\hat{t}_{ij} = \frac{D}{\hat{\theta}_{ij}}, \text{ 단, } \hat{\theta}_{ij} = \frac{y_{ij}(t_l)}{t_l} \quad (20)$$

2.3.2 손실함수와 SN 비

특성치인 의사 고장시간을 망대특성(의사 고장시간 방법 I)으로 파악하면, 손실함수는 식 (21)과 같이 되며 기대손실은 식 (22)와 같다. 열화율이 R-Weibull 분포와 대수 정규분포일 경우에 각각 의사고장시간은 Weibull 분포와 대수정규분포를 따른다는 점을 이용하여 i 번째 설계조건의 기대손실 L_i 는 각각 식 (23)과 (24)로 나타낼 수 있다(의사고장시간 방법 II). 따라서 식 (6)을 이용하여 SN비를 쉽게 구할 수 있다.

$$L(\hat{t}_{ij}) = \frac{1}{\hat{t}_{ij}^2} \quad (21)$$

$$L_i = \left(\frac{1}{\mu_i^2} \right) \left(1 + \frac{3\sigma_i^2}{\mu_i^2} \right) \quad (22)$$

• 열화율이 R-Weibull 분포일 경우

(수명 : Weibull 분포)

$$L_i = \left(\frac{1}{\hat{\alpha}_i^2 I^2 \left(1 + \frac{1}{\hat{\beta}_i} \right)} \right) \times \left(1 + \frac{3\hat{\alpha}_i^2 \left(\Gamma \left(1 + \frac{2}{\hat{\beta}_i} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\hat{\beta}_i} \right) \right)}{\hat{\alpha}_i^2 I^2 \left(1 + \frac{1}{\hat{\beta}_i} \right)} \right) \quad (23)$$

단, $\hat{\alpha}_i = \hat{\alpha}_{Di} D$, $\hat{\beta}_i = \hat{\beta}_{Di}$

• 열화율이 대수정규분포일 경우

(수명 : 대수정규분포)

$$L_i = \left(\frac{1}{\hat{\mu}_i^2} \right) \left(1 + \frac{3\hat{\sigma}_i^2}{\hat{\mu}_i^2} \right) \quad (24)$$

단, $\hat{\mu}_i = \ln D - \hat{\mu}_{Di}$, $\hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_{Di}$

다음 <표 2>에는 기존 분석방법과 제시한 방법과의 특징(열화모형, 잡음반영, 모수추정 방법, 특성치 분류 등)이 정리되어 있다.

<표 2> 기존 분석방법과의 특징 비교

분석방법 항목	Taguchi 방법	의사 고장 시간 방법 I	Wasserman 방법	제시한 방법		
				열화율 분포 가정 없음	열화율 분포 가정 있음.	의사 고장 시간 방법 II
열화모형	선형/ 일정계수	선형/ 확률계수	비선형/ 확률계수	선형/ 확률계수	선형/ 확률계수	선형/ 확률계수
잡음반영여부	미반영	미반영	반영	반영	반영	반영
모수추정법	LSE	MLE	LSE	LSE	MLE	MLE
특성치 분류	망소특성	망대특성	망목, 망소	동특성		망대특성
비 고	가장 단순합	단순, 근사적 방법	대수정규 분포	측정오차, 시험 제품간의 가변성 등의 오차 고려	열화율은 R-Weibull, 대수정규분포	근사적 방법, 수명분포적합

<표 3> Jeng의 제어인자와 수준

인자	현 수준 (1)	대안 수준 (2)
A. Material of rails	A-6061 T aluminium	SS41 carbon steel
B. Material of bearing rollers	Steel	Plastic steel
C. Weight of welding unit	30kg	35kg
D. Tightness between rollers and rails	50psi	100psi
E. Waste of welding	Removed every 1h	Removed every 2h
F. Pollution of dust	50,000ppm	10,000ppm
G. Moving speed	10 ms^{-1}	15 ms^{-1}

3. 실제 열화자료를 이용한 분석

Jeng은 자동 용접 시스템의 알루미늄 합금 레일의 마모에 대하여 신뢰도 개선을 위한 실험을 실시하였으며, 분석을 위한 열화자료의 측정은 50cycle마다 1,000cycle까지의 마모량을 측정하여 분석하였다. <표 3>과 <표 4>는 Jeng 실험의 제어인자의 수준과 직교표와 인자배치를 나타내고 있으며, <표 5>와 같이 Jeng의 자료 중에서 일부분(100cycle마다 1,000cycle까지의 10개의 측정지점에서의 마모량의 평균값을 이용)을 대상으로 수치예를 작성하였다(단, $D = 2.5$ 임).

3.1 열화율 분포의 가정이 없는 경우

다음 <표 6>은 열화율의 분포에 관한 가정이 없는 경우에 제시한 방법을 이용하여 각 설계조건에서의 열화율 $\hat{\theta}_i$ 와

$\hat{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$ 을 추정한 값과 SN비를 계산한 결과이다. <표 7>에는 본 절에서 제시된 방법을 이용한 최적조건의 결과를 정리하였다. 여기서, SN비 계산시 적용된 이상적

인 열화율 β_0 는 0.00이며 t_0 는 1,000으로 설정하였다.

<표 4> Jeng의 $L_8(2^7)$ 실험배치

설계 조건	Column						
	1 C	2 D	3 B	4 E	5 F	6 G	7 A
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

분산분석 결과인 <표 7>로부터 C, D, E, G가 SN비에 유의한 영향을 미친다고 보면 최적수준은 $C_2D_2E_2G_1$ 으로 결정된다.

3.2 열화율 분포의 가정이 있는 경우

먼저 Jeng의 자료의 열화율이 어떤 분포를 따르는지 알아보기 위해서 각 설계

<표 5> Jeng의 실험결과 자료

실험조건	Cycles									
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
1	0.085	0.213	0.413	0.619	0.900	1.139	1.451	1.787	2.150	2.591
2	0.087	0.211	0.413	0.643	0.922	1.170	1.493	1.843	2.224	2.661
3	0.084	0.212	0.421	0.604	0.889	1.131	1.460	1.766	2.178	2.608
4	0.086	0.212	0.416	0.625	0.882	1.130	1.433	1.767	2.121	2.550
5	0.092	0.221	0.420	0.630	0.900	1.165	1.459	1.793	2.136	2.577
6	0.082	0.203	0.410	0.616	0.872	1.139	1.734	1.784	2.114	2.514
7	0.087	0.207	0.413	0.613	0.860	1.134	1.454	1.762	2.119	2.559
8	0.108	0.257	0.455	0.665	0.909	1.166	1.479	1.803	2.167	2.619

<표 6> 열화율 분포의 가정이 없을 때 열화율과 SN 비 추정

실험조건	θ_i	$\hat{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$	SN 비
1	0.00221	0.05125	12.506
2	0.00228	0.05535	12.179
3	0.00222	0.05496	12.227
4	0.00219	0.04793	12.781
5	0.00222	0.04683	12.861
6	0.00223	0.04921	12.661
7	0.00219	0.05017	12.600
8	0.00225	0.04451	13.047

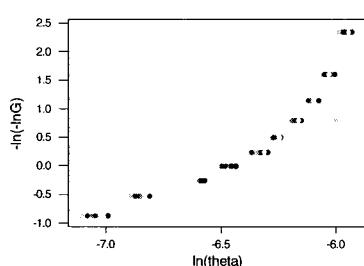
<표 7> 분산분석표 : 열화율 분포의 가정이 없는 경우

인자	제곱합	자유도	V	F_0
C	0.27249	1	0.27249	145.72***
D	0.02496	1	0.02496	13.35**
B	0.00486	1	-	-
E	0.02803	1	0.02803	14.99**
F	4.70E-5	1	-	-
G	0.29219	1	0.29219	156.25***
A	0.00069	1	-	-
(e)	(0.00560)	(3)	(0.00187)	
Total	0.62317	7		

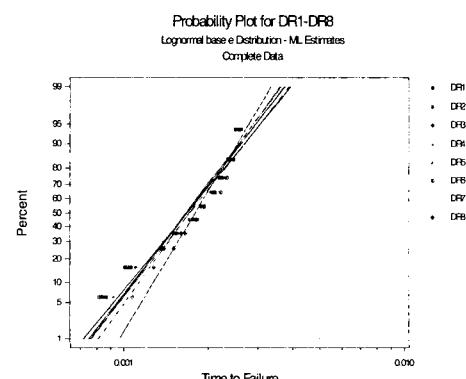
단, *(**, ***)는 유의수준 $\alpha = 0.1(0.05, 0.01)$.

조건별로 R-Weibull 분포와 대수정규분포 확률지에 분포적합 여부를 살펴보기 위해 Minitab 프로그램을 활용하여 <그림 1>와 <그림 2>에 도시하였다. 이 때 각 설계조건과 측정시점에서의 열화율이 독립이라고 가정하여 모든 자료를 열화율을 구하여 각각 R-Weibull 분포 확률지와 대수정규분포 확률지에 타점하였다.

확률지 도시 그림을 살펴보면 R-Weibull 분포 적합 보다는 대수정규분포에 잘 적합되므로 이후의 분석은 열화율의 분포를 대수정규분포라고 가정하여 분석한다.



<그림 1> R-Weibull 확률지 도시 결과



<그림 2> 대수정규확률지 도시 결과

<표 8>은 열화율이 대수정규분포를 따를 경우에 모두 추정과 SN비 계산 결과를 <표 9>는 본 연구에서 제시된 방법을 이용한 분산분석 결과를 정리하였다.

<표 9>로부터 D, E, A가 SN비에 유의한 영향을 미친다고 보면 최적수준은 $D_2E_2A_1$ 으로 결정되어 분포에 대한 가정이 없는 경우와 차이가 발생된다.

<표 8> 열화율이 대수정규분포를 따를 때 열화율과 SN 비 추정

실험조건	MLE		$\hat{\theta}_i$	$\hat{\sigma}^2_{\theta_i} \times 10^{-7}$	$\hat{\sigma}^2_{\epsilon_i}$	SN 비
	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\sigma}_i$				
1	-6.3837	0.34274	0.001791	3.99	0.1281	-5.723
2	-6.3614	0.35092	0.001837	4.42	0.1392	-5.972
3	-6.3864	0.34651	0.001789	4.04	0.1342	-5.727
4	-6.3894	0.33476	0.001776	3.74	0.1202	-5.621
5	-6.3667	0.32067	0.001809	3.54	0.1180	-5.734
6	-6.3835	0.36611	0.001806	4.67	0.1270	-5.861
7	-6.3940	0.33754	0.001769	3.78	0.1252	-5.602
8	-6.31607	0.26786	0.001873	2.61	0.1056	-5.882

<표 9> 분산분석표 : 열화율이 대수정규분포를 따를 경우

인자	제곱합	자유도	V	F_0
C	0.00016	1	-	-
D	0.02612	1	0.02612	9.86*
B	0.00698	1	0.00698	2.62
E	0.03791	1	0.03791	14.31*
F	0.00870	1	0.00870	3.28
G	0.00513	1	-	-
A	0.03240	1	0.03240	12.23*
(e)	(0.00529)	(2)	(0.00265)	
Total	0.1174	7		

단, *(**, ***)는 유의수준 $\alpha = 0.1(0.05, 0.01)$.

<표 10> 의사 고장시간과 대수정규분포의 모수추정, SN비 계산

실험조건	의사고장시간 (D=2.5)					$\hat{\mu}_i$	$\hat{\sigma}_i$	SN 비
	100	200	300	...	1000			
1	2,941	2,347	1,816	...	964.9	1,569.765	554.2180	6.2537
2	2,874	2,370	1,816	...	939.5	1,539.545	557.3240	6.2308
3	2,976	2,358	1,781	...	958.6	1,576.115	562.9484	6.2544
4	2,907	2,358	1,803	...	980.4	1,574.557	542.2085	6.2621
5	2,717	2,262	1,786	...	970.1	1,532.061	504.1853	6.2484
6	3,049	2,463	1,829	...	994.4	1,582.556	599.3559	6.2433
7	2,874	2,415	1,816	...	976.9	1,583.353	550.0281	6.2650
8	2,315	1,946	1,648	...	954.6	1434.020	391.1078	6.2256

<표 11> 분산분석표 : 의사 고장시간 방법 II의 경우

인자	제곱합	자유도	V	F_0
C	4.42E-5	1	-	-
D	0.000120	1	0.000120	5.22
B	0.000137	1	0.000137	5.96
E	0.000444	1	0.000444	19.30**
F	0.000107	1	0.000107	4.65
G	1.67E-6	1	-	-
A	0.000526	1	0.000526	22.87**
(e)	(0.000046)	(2)	(0.000023)	
Total	0.001381	7		

단, *(**, ***)는 유의수준 $\alpha = 0.1(0.05, 0.01)$.

3.3 의사고장시간 방법 II 일 경우

먼저, $D = 2.5$ 일 경우 식 (20)을 이용하여 의사고장 시간을 구하고, 이를 대상으로 각 실험조건에서의 모수를 최우추정법으로 추정하고 식 (24)에 의해 기대손실을 구하였다. 그리고 각 실험조건에서의 SN비를 구하여 <표 10>에 정리하였으며, <표 11>

에는 본 연구에서 제시된 의사고장시간 방법 II에 대한 분산분석표가 정리되어 있다.

<표 11>로부터 E, A가 SN비에 유의한 영향을 미친다고 보면 최적수준은 E_2A_1 으로 결정되어 열화율 분포에 대한 가정 유·무에 따른 경우와 차이가 발생되나 분포의 가정이 없는 경우와 결과가 유사하다.

4. 기존 실험계획 분석 방법과의 비교 실험

본 절에서는 다음 가정사항과 같은 실험 조건 하에서 Fortran 프로그램으로 작성한 시뮬레이션 방법으로 도출된 가상 열화자료를 이용하여 Taguchi 방법(Taguchi, 1989)과 Wasserman(1996) 방법 그리고 의사 고장시간(망대특성)을 이용한 방법의 최적조건 결정 결과와 제시한 분석방법(열화율 분포의 가정 유·무)의 결과와 비교하여 후자의 유용성을 살펴보자 한다.

4.1 가상 열화자료의 도출

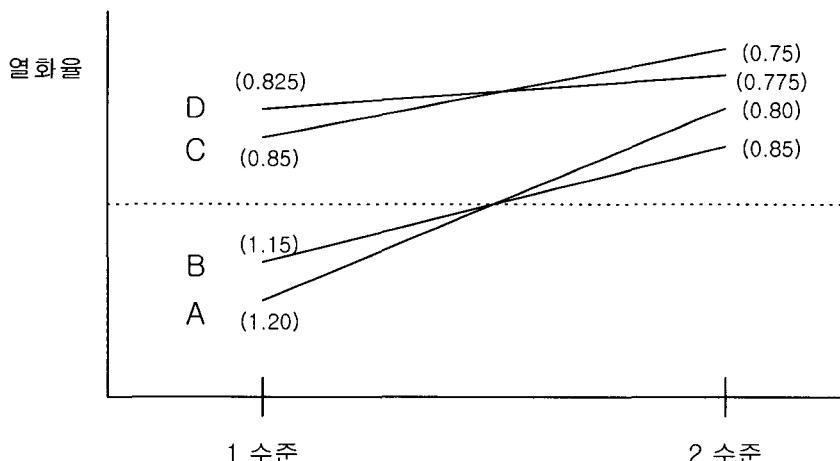
본 절에서 기존 분석방법과 제시된 분석 방법의 비교를 위해서 제품의 수명이 Weibull 분포를 따르는 경우에 다음과 같은 실험조건에서 작성된 Fortran 프로그램을 이용하여 열화량의 자료를 도출하였다.

- 실험조건 및 가정사항

(i) 수명분포 : 척도모수(α) 1,000(시간), 형상모수(β) 2 또는 3인 Weibull 분포. 즉, Weibull(1000, 2), Weibull(1000, 3) 임(기준 열화량 : $D = 10$).

(ii) 제어인자(4개) : 열화율(수명)에 유의한 인자 : A, B (A가 B보다 더 유의), 열화율(수명)에 유의하지 않은 인자 : C, D(오차항으로 pooling). <그림 3> 과 같이 제어인자의 수준을 설정하였으며 최적조건은 A_1B_1 일 때 임. 또한 그림에서 각 인자의 수준에 제시된 팔호 안의 수치 값은 각 실험조건에서 열화율(수명)에 영향을 미치도록 가정한 척도 모수에 곱해지는 계수값을 나타냄.

(iii) 잡음인자(1개) : $N(3$ 수준 : $0.95\beta, 1.00\beta, 1.05\beta$ 또는 $0.9\beta, 1.0\beta, 1.1\beta$) 시뮬레이션은 20,000번을 수행하여 이 중 인자 A는 유의수준 5%($\alpha = 0.05$), 인자 B는 유의수준 10%($\alpha = 0.1$)에서 동시에 유의한



<그림 3> 제어인자의 수준과 열화율과의 관계

비율(최적조건 A_1B_1)을 구하여 <표 10>과 <표 11>에 정리하였다.

4.2 모수 추정과 SN비 계산

먼저 Taguchi 방법은 열화율(θ)은 망소 특성으로 하여 각 실험조건에서의 SN비를 계산하였다. 그리고 Wasserman 방법은 비선형 모형이므로 열화량에 대수를 취한 식 ($\ln y(t) = \ln a + b \ln t + \ln \varepsilon$)을 이용하여 최소제곱법에 의한 \hat{a} , \hat{b} , $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ 을 추정하였다. 또한 의사고장시간은 식 (21)을 이용하여 각 실험조건의 열화자료에 대한 의사고장시간을 계산하여 의사고장시간만을 망대 특성으로 파악한 경우(의사고장시간 I)와 제품의 수명이 Weibull 분포를 따른다는 점을 적용하여 기대손실을 최소화(의사고장시간 II)하는 두 가지 경우로 구분하여 적용하였다. 또한 3절에서 제안한 방법을 분포에 대한 가정없는 경우와 R-Weibull 분포일 경우로 구분하여 계산하였으며 적용된 식은 다음과 같다.

- Taguchi 방법 :

$$SN_i = -10 \log \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 \theta_{ij}^2 \right\},$$

단, $i = 1, \dots, 10$, $j = 1, 2, 3$.

- Wasserman 방법 :

$$SN_i = -10 \log \{ \hat{a}^2 t_0^{2b} \exp(2\hat{\sigma}_\varepsilon^2) \},$$

단, $i = 1, \dots, 10$. $t_0 = 1,000$.

- 의사고장시간 I :

$$SN_i = -10 \log \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\gamma_{ij}^2} \right\},$$

단, $i = 1, \dots, 10$, $j = 1, 2, 3$.

- 의사고장시간 II :
 - 수명이 Weibull 분포일 경우 : 식 (23).
 - 열화율 분포의 가정이 없는 경우 :
 - 식 (15), 단, $t_0 = 1,000$, $\beta_0 = 0.00$.
 - R-Weibull 분포일 경우 : 식 (19),
 - 단, $t_0 = 1,000$, $\beta_0 = 0.00$.

4.3 시뮬레이션 실험 결과

<표 12>과 <표 13>의 각 방법의 우수성 측도인 유의회수 비율을 살펴보면 다음과 같이 요약할 수 있다.

먼저 잡음인자의 변동비율이 클수록 모든 방법들의 유의성 비율이 감소함을 알 수 있다. 그리고 형상모수가 클 경우(열화·마모율 또는 수명의 고장률의 증가율이 크면) 모든 방법들의 유의성 비율이 크게 증대됨을 파악 할 수 있다.

기존 분석방법 중에서는 단순한 Taguchi 방법이 비교적 우수한 유의성 비율을 보여주고 있으며, 근사적인 열화자료분석 방법인 의사고장시간 방법 중 이를 망대특성으로 파악한 경우(방법 I)가 크게 유의성 비율이 떨어짐을 알 수 있다. 그러나 제품의 수명이 Weibull 분포를 따른다는 점을 적용하여 최우 추정법으로 모수를 추정하여 분석한 의사고장시간 방법 II는 유의성 비율이 상당히 높음을 파악할 수 있다. 또한 제시된 방법 중 R-Weibull 방법도 잡음에 둔감하면서 최적조건을 꽤 잘 결정하고 있는데, 열화율 분포보다 수명분포를 가정한 실험상황에 따라 의사고장시간 방법 II 보다 성능측도가 조금 떨어지고 있다.

즉 열화율(기울기)만을 망소특성으로 파악하여 분석하는 Taguchi의 분석방법이나 의사고장시간을 구하여 수명을 망대특성으로 파악

<표 12> $\beta=2$ 인 경우의 수치실험 비교 결과

구 분	잡음인자 $\beta \pm 5\%$ 유의 횟수 (비율)	잡음인자 $\beta \pm 10\%$ 유의 횟수 (비율)
Taguchi 방법	4,929 (24.65%)	4,746 (23.73%)
Wasserman 방법	3,655 (18.28%)	3,537 (17.69%)
의사고장시간 방법 I	2,265 (11.33%)	2,134 (10.67%)
제안 방법	의사고장시간 방법 II	13,694 (68.47%)
	열화율 분포의 가정이 없는 경우	4,681 (23.41%)
	R-Weibull 방법	11,489 (57.45%)

단, 유의성 여부 판단 기준(인자 A는 $\alpha = 0.05$, 인자 B는 $\alpha = 0.1$ 동시 만족)

<표 13> $\beta=3$ 인 경우의 수치실험 비교 결과

구 분	잡음인자 $\beta \pm 5\%$ 유의 횟수 (비율)	잡음인자 $\beta \pm 10\%$ 유의 횟수 (비율)
Taguchi 방법	12,909 (64.55%)	12,679 (63.40%)
Wasserman 방법	10,756 (53.78%)	10,580 (52.90%)
의사고장시간 방법 I	9,401 (47.01%)	9,007 (45.04%)
제안 방법	의사고장시간 방법 II	18,836 (94.18%)
	열화율 분포의 가정이 없는 경우	12,617 (63.09%)
	R-Weibull 방법	17,814 (89.07%)

단, 유의성 여부 판단 기준(인자 A는 $\alpha = 0.05$, 인자 B는 $\alpha = 0.1$ 동시 만족)

하여 분석하는 방법 I은 기법의 단순성에 비해 발생할 수 있는 유의한 인자의 오추정 가능성성이 상당함을 파악하였다. 또한 비선형 열화모형을 이용하여 특정 시점의 측정된 열화

량만을 이용하여 분석하는 Wasserman의 분석방법은 열화율의 과대 혹은 과소 추정과 같은 오추정 때문에 타 방법에 비해 통계적 분석 능력이 가장 떨어짐을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 각 시험표본에 대하여 열화현상을 표현할 수 있는 단순 확률계수 모형을 활용하여 기존 연구의 분석방법의 일부 약점을 해소할 수 있도록 시간을 신호인자로 설정하고 열화률을 동특성으로 정의함으로써 잡음에 둔감하면서 오차를 반영하여 유의한 인자를 적절하게 찾는 강건 실험계획법을 제시하였다.

즉, 열화율의 분포에 관한 가정이 없는 경우에 각 설계조건하에서 잡음인자를 고려한 실험결과를 이용하여 최소제곱법으로 열화율을 추정하여 SN비를 구한 후 최적 설계조건을 설정하는 방법과 열화율이 R-Weibull 분포와 대수정규분포를 따를 경우에 각 설계조건하에서 최우추정법으로 열화율을 추정하여 SN비를 구한 후 최적 설계조건을 결정하는 방법을 제시하였으며, 더불어 의사고장시간을 활용하는 방법도 제안하였다.

또한 동일한 실험조건하에서 Fortran 프로그램에 의해 도출된 가상 열화자료를 이용하여 기존 분석방법과 제시된 방법의 결과를 비교하여 후자의 우수성을 조사하였다.

추후 연구과제로 제시된 방법의 유용성을 입증하기 위하여 실제 열화자료를 이용한 사례연구와 다양한 실험조건에서의 (가상) 열화자료를 이용한 심층적 비교 분석이 요망된다.

참고문헌

- [1] 김민, 염봉진(2002), “가속수명시험과 다구치 방법을 활용한 신뢰성 설계 방법의 개발”, 「대한산업공학회지」, 28권, 4호, pp. 407-414.
- [2] 다구치(1989), 「품질공학 설계집 일본편·일반, 품질공학강좌 5」, 한국공업표준협회.
- [3] 서순근, 하천수(2002), “단순 확률계수 열화모형하에서 수명시험과 열화시험의 비교연구”, 「대한설비관리학회지」, 7권, 2호, pp. 53-69.
- [4] Chiao, C. H. and Hamada, M.(1996), "Robust Reliability for Light Emitting Diodes using Degradation Measurements," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 12, pp. 89-94.
- [5] Chiao, C. H. and Hamada, M.(2001), "Analyzing Experiments with Degradation Data for Improving Reliability and for Achieving Robust Reliability," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 17, pp. 333-344.
- [6] Hamada, M. and Wu, F. J.(1991), "Analysis of Censored Data From Highly Fractionated Experiments," *Technometrics*, Vol. 33, pp. 25-38.
- [7] Jeng, Y. C.(1999), "Improving the Lifetime of an Automatic Welding System," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 15, pp. 47-55.
- [8] Lu, C. J. and Meeker, W. Q.(1993), "Using Degradation Measures to Estimate a Time-to-Failure Distribution," *Technometrics*, Vol. 35, No. 2, pp. 161-174.
- [9] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A.(1998),

Statistical Methods for Reliability Data,
Wiley.

- [10] Tseng, S. T., Hamada, M., and Chiao, C. H.(1995), "Using Degradation Data to Improve Fluorescent Lamp Reliability," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 363-369.
- [11] Wasserman, G. S.(1996), "A Modeling Framework for Relating Robustness Measures with Reliability," *Quality Engineering*, Vol. 8, pp. 681-692.