

유한요소법에 의한 직방성재료 내 균열의 응력확대계수 결정

Determination of Stress Intensity Factor for the Crack in Orthotropic Materials Using the Finite Element Method

임 원 균* 조 형 석* 강 석 진* 이 성 근*
Lim, Won-Kyun Cho, Hyung-Suk Kang, Suk-Jin Lee, Sung-Guen
(논문접수일 : 2003년 8월 12일 ; 심사종료일 : 2004년 2월 9일)

요 지

응력확대계수는 균열진전경로의 수치해석적 연구에서 널리 사용되고 있다. 그러나 많은 경우에서 균열선단주위 응력의 급수 전개식 중 이어지는 항은 정량적으로 중요하다. 따라서 본 연구에서는 이의 항을 계산하기 위하여 등매개2차특이요소를 이용한 유한요소해석을 수행하였다. 일례로 단축하중을 받는 무한 직방성체 내 경사균열에 대하여 균열요소크기와 균열경사각을 달리 주어 가며 해석을 수행하였으며, 수치해석결과는 이론해와 비교하여 잘 일치하고 있다.

핵심용어 : 직방성재료, 유한요소법, 응력확대계수, 2항응력확대계수, 등매개특이요소

Abstract

The stress intensity factors have been widely used in numerical studies of crack growth direction. However in many cases, omissive terms of the series expansion are quantitatively significant, so we consider the computation of such terms. For this purpose, we used the finite element method with isoparametric quadratic quarter-point elements. For examples, infinite square plate with a slant crack subjected to a uniaxial load is analyzed. The numerical analysis were performed for the wide range of crack tip element lengths and inclined angles. The numerical results obtained are compared with the theoretical solutions. Also they were accurate and efficient.

Keywords : orthotropic material, minite element method, stress intensity factor, secondary stress intensity factor, isoparametric singular element

1. 서 론

파괴역학과 관련된 실제의 공학문제에서는 여러 조건의 하중을 받는 균열의 거동에 대한 해석을 필요로 한다. 변화하는 재료강도를 가진 이방성재료에 대한 해석은 등방성재료에서의 경우보다도 더욱 복잡하며, 이러한 문제들은 2차원 문제라 할지라도 수치해석의 수법이 사용되어야 할 만큼 복잡하다. 특히 유한요소법은 여러 가지 형상 및 하중조건에도 쉽게 적용될 수 있으며, 개념적으로도 간단하고, 컴퓨터에도 쉽게 적용될 수 있어 누구나 손쉽게 이용할 수 있다는 이점이 있다.

이방성재료 내 균열선단부근의 응력에 대한 급수전개식에

서 첫 번째 항의 계수가 응력확대계수로 알려져 있으며, 이는 이방성재료의 균열성장에 대한 수치해석적 연구에 널리 사용되고 있다. 그러나 많은 경우에서 급수전개식의 두 번째 항도 정량적으로 중요하며 이의 항을 내포하였을 때에 중요한 양적 변화가 일어날 수 있다. 이에 관련된 연구로서 임원균 등^{1)~4)}은 무한 직방성 평판 내 경사균열에 대하여 해석을 수행하였으며 두 번째 항이 균열선단 부근의 응력분포와 균열성장방향의 해석에 있어서 새로운 영향을 유발할 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 직방성재료 내 균열 문제에서 응력의 두 번째 항인 소위 2항응력확대계수와 응력확대계수를 계산할 수 있음을 제시하는데 있다. 이를 위하여

† 책임저자, 정회원 · 명지대학교 기계공학과 교수
전화: 031-330-6422 ; Fax: 031-321-4959
E-mail: limwk@mju.ac.kr

* 명지대학교 대학원 기계공학과

• 이 논문에 대한 토론을 2004년 6월 30일까지 본 학회에 보내주 시면 2004년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

등대개특이2차요소를 균열요소로 적용하여 해석을 수행한다.

2. 직방성재료 내 균열주위의 변위식

해석함수 $\phi(z_1)$ 과 $\psi(z_2)$ 로 나타낸 이방성재료에서의 응력과 변위성분은 다음과 같이 주어진다.⁵⁾

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2\text{Re} [s_1^2 \phi'(z_1) + s_2^2 \psi'(z_2)] \\ \sigma_{yy} &= 2\text{Re} [\phi'(z_1) + \psi'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= -2\text{Re} [s_1 \phi'(z_1) + s_2 \psi'(z_2)] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u(x, y) &= 2\text{Re} [p_1 \phi(z_1) + p_2 \psi(z_2)] \\ v(x, y) &= 2\text{Re} [q_1 \phi(z_1) + q_2 \psi(z_2)] \end{aligned} \quad (2)$$

상기식에서 $s_j = \alpha_j + i\beta_j$ ($j=1,2$)는 특성방정식의 근이며, p_j, q_j ($j=1, 2$)는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_1 &= a_{11}s_1^2 + a_{12} - a_{16}s_1, \\ p_2 &= a_{11}s_2^2 + a_{12} - a_{16}s_2 \\ q_1 &= \frac{a_{12}s_1^2 + a_{22} - a_{26}s_1}{s_1}, \\ q_2 &= \frac{a_{12}s_2^2 + a_{22} - a_{26}s_2}{s_2} \end{aligned}$$

여기서, a_{ij} ($i, j=1,2,6$)는 컴프라이언스 계수이다.

그림 1과 같은 x 축으로 σ_y^∞ , y 축으로 $k\sigma^\infty$ 의 2축하중을 받고 있는 무한이방성평판 내의 경사균열에 대한 해석함수와 이의 도함수는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁴⁾

$$\begin{aligned} \phi(z_1) &= \frac{s_2\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} [z_1 - \sqrt{z_1^2 - a^2}] + \Gamma_1 z_1 \\ \psi(z_2) &= -\frac{s_1\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} [z_2 - \sqrt{z_2^2 - a^2}] + \Gamma_2 z_2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \phi'(z_1) &= \frac{s_2\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} \left[1 - \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2 - a^2}} \right] + \Gamma_1 \\ \psi'(z_2) &= -\frac{s_1\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} \left[1 - \frac{z_2}{\sqrt{z_2^2 - a^2}} \right] + \Gamma_2 \end{aligned} \quad (4)$$

상기식에서 $\Gamma_1 = B^*$, $\Gamma_2 = (B^* + iC^*)$ 이며, 상수 B^* , B^* , C^* 는 외부하중과 이방성 재료특성치에 따라서 주어지는 값으로서 각각 다음과 같다.

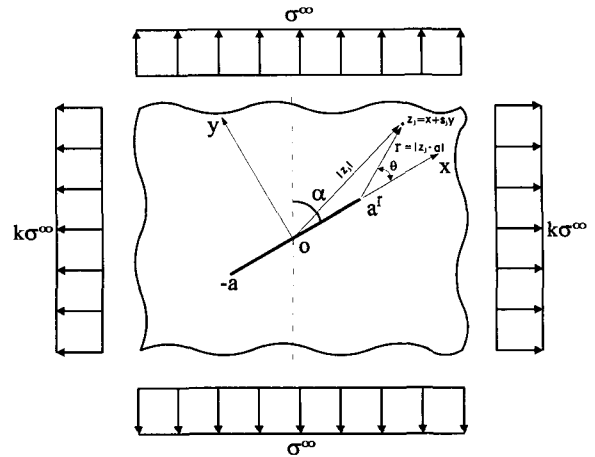


그림 1 Biaxially loaded inclined center-crack geometry.

$$\begin{aligned} B^* &= \frac{\sigma_x^{(\infty)} + (\alpha_2^2 + \beta_2^2)\sigma_y^{(\infty)} + 2\alpha_2\tau_{xy}^{(\infty)}}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \\ B^* &= \frac{[(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - 2\alpha_1\alpha_2]\sigma_y^{(\infty)} - \sigma_x^{(\infty)} - 2\alpha_2\tau_{xy}^{(\infty)}}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \\ C^* &= \left\{ \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\sigma_x^{(\infty)} + [\alpha_2(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \alpha_1(\alpha_2^2 - \beta_2^2)]\sigma_y^{(\infty)}}{2\beta_2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \right. \\ &\quad \left. + \frac{[(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - (\alpha_2^2 - \beta_2^2)]\tau_{xy}^{(\infty)}}{2\beta_2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2^2 - \beta_1^2)]} \right\} \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(\infty)} &= \sigma^\infty \cos^2 \alpha + k\sigma^\infty \sin^2 \alpha \\ \sigma_y^{(\infty)} &= k\sigma^\infty \cos^2 \alpha + \sigma^\infty \sin^2 \alpha \\ \tau_{xy}^{(\infty)} &= \sigma^\infty (1 - k) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

균열선단에서 시작하는 새로운 극좌표 ξ_j 를 도입하면, 해석함수와 이의 1차도함수는 복소변수 ξ_j 의 항으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(\xi_1) &= \frac{s_2\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} [(\xi_1 + a) - \sqrt{\xi_1^2 + 2\xi_1 a}] \\ &\quad + \Gamma_1(\xi_1 + a) \\ \psi(\xi_2) &= -\frac{s_1\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} [(\xi_2 + a) - \sqrt{\xi_2^2 + 2\xi_2 a}] \\ &\quad + \Gamma_2(\xi_2 + a) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\phi'(\xi_1) = \frac{s_2\sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} \left[1 - \frac{(\xi_1 + a)}{\sqrt{\xi_1^2 + 2a\xi_1}} \right] + \Gamma_1$$

$$\phi'(\xi_2) = - \frac{s_1 \sigma_y^{(\infty)} + \tau_{xy}^{(\infty)}}{2(s_1 - s_2)} \left[1 - \frac{(\xi_2 + a)}{\sqrt{(\xi_2^2 + 2a\xi_2)}} \right] + \Gamma_2 \quad (6)$$

여기서, $z_j - a = \xi_j = r(\cos \theta + s_j \sin \theta)$,
 $z_j = x + s_j y$, $0 < |\xi_j| = r \ll 1$, ($j=1, 2$)

한편, 균열선단에서의 응력확대계수는 다음과 같은 관계식들로부터 얻을 수 있다.⁶⁾

$$K_I + \frac{1}{s_2} K_{II} = -2\sqrt{2\pi} \left(\frac{s_1 - s_2}{s_2} \right) \lim_{z_1 \rightarrow a} \sqrt{z_1 - a} \phi'(z_1)$$

$$K_I + \frac{1}{s_1} K_{II} = 2\sqrt{2\pi} \left(\frac{s_1 - s_2}{s_1} \right) \lim_{z_2 \rightarrow a} \sqrt{z_2 - a} \phi'(z_2)$$

상기식에 식 (6)인 해석함수의 미분식을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$K_I + \frac{1}{s_2} K_{II} = (\sigma^\infty \sin^2 \alpha + k \sigma^\infty \cos^2 \alpha) \sqrt{\pi a} - \frac{1}{s_2} (k \sigma^\infty - \sigma^\infty) \sin \alpha \cos \alpha \sqrt{\pi a}$$

$$K_I + \frac{1}{s_1} K_{II} = (\sigma^\infty \sin^2 \alpha + k \sigma^\infty \cos^2 \alpha) \sqrt{\pi a} - \frac{1}{s_1} (k \sigma^\infty - \sigma^\infty) \sin \alpha \cos \alpha \sqrt{\pi a}$$

따라서 좌변 항과 우변 항을 서로 같게 놓으면 응력확대 계수 K_I 과 K_{II} 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$K_I = \frac{\sigma^\infty \sqrt{\pi a}}{2} [(1+k) - (1-k) \cos 2\alpha]$$

$$K_{II} = \frac{\sigma^\infty \sqrt{\pi a}}{2} (1-k) \sin 2\alpha \quad (7)$$

균열선단에서의 응력과 변위성분을 얻기 위해서는 해석 함수인 식 (5)와 (6)의 우변 항에 대한 급수전개가 필요하다. 복소변수로 표현되는 우변 증괄호 내의 둘째 항을 급수 전개한 후, $\xi^{-1/2}$ 항과 복소변수와 무관한 ξ^0 인 비특이항만 유지하고 나머지 고차항들을 생략하면, 해석함수는 다음과 같은 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \phi(\xi_1) \\ \phi(\xi_2) \end{aligned} \right\} \cong \mp \frac{\sigma^\infty a C_j}{\sqrt{2}(s_1 - s_2)} \left[\left(\frac{\xi_j}{a} \right)^{1/2} + \left(\Gamma_j \pm \frac{\sigma^\infty C_j}{2(s_1 - s_2)} \right) (\xi_j + a) \right]_{j=1,2} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi'(\xi_1) \\ \phi'(\xi_2) \end{aligned} \right\} \cong \mp \frac{\sigma^\infty C_j}{2\sqrt{2}(s_1 - s_2)} \left[\left(\frac{\xi_j}{a} \right)^{-1/2} + \left(\Gamma_j \pm \frac{\sigma^\infty C_j}{2(s_1 - s_2)} \right) \right]_{j=1,2} \quad (9)$$

여기서, C_j ($j=1, 2$) 는 각각 다음과 같다.

$$C_1 = s_2 (\sin^2 \alpha + k \cos^2 \alpha) + (1-k) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$C_2 = s_1 (\sin^2 \alpha + k \cos^2 \alpha) + (1-k) \sin \alpha \cos \alpha$$

따라서 식 (8)과 (9)를 해석함수로 표시된 응력과 변위의 관계식 (1)과 (2)에 대입하면 2축하중을 받는 이방성 재료 내 균열선단주위에서의 응력과 변위식을 얻을 수 있다. 이때 컴프라이언스 계수 $a_{16} = a_{26} = 0$ 으로 놓은 직교 이방성체 균열주위에서 x, y 방향으로의 응력과 변위식은 각각 다음과 같다.

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)} (s_2 \varphi_2^{-1/2} - s_1 \varphi_1^{-1/2}) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} (s_2^2 \varphi_2^{-1/2} - s_1^2 \varphi_1^{-1/2}) \right] + L_I \frac{2a_{11}}{(1-k) \cos^2 \alpha} \operatorname{Re} [(1+k s_1 s_2) \cos 2\alpha + (k + s_1 s_2) \sin^2 \alpha + (1-k)(s_1 + s_2) \sin \alpha \cos \alpha] (r \cos \theta + a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} (s_1 \varphi_2^{-1/2} - s_2 \varphi_1^{-1/2}) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} (\varphi_2^{-1/2} - \varphi_1^{-1/2}) \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)} (\varphi_1^{-1/2} - \varphi_2^{-1/2}) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} (s_1 \varphi_1^{-1/2} - s_2 \varphi_2^{-1/2}) \right] \quad (10)$$

$$u(x, y) = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} (s_1 d_2 \varphi_2^{1/2} - s_2 d_1 \varphi_1^{1/2}) \right] + K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} (d_2 \varphi_2^{1/2} - d_1 \varphi_1^{1/2}) \right]$$

$$\begin{aligned}
 &+ L_I \frac{2a_{11}}{(1-k)\cos^2\alpha} \operatorname{Re}[(1+k s_1 s_2)\cos 2\alpha \\
 &+ (k+s_1 s_2)\sin^2\alpha + (1-k)(s_1+s_2)\sin\alpha\cos\alpha] \\
 &(r\cos\theta+a) + L_{II} a_{11} \operatorname{Re}[s_1(s_1+s_2)]r\sin\theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v(x, y) = & K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \operatorname{Re}\left[\frac{1}{s_1-s_2}(s_1 q_2 \varphi_2^{\frac{1}{2}} - s_2 q_1 \varphi_1^{\frac{1}{2}})\right] \\
 &+ K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \operatorname{Re}\left[\frac{1}{s_1-s_2}(q_2 \varphi_2^{\frac{1}{2}} - q_1 \varphi_1^{\frac{1}{2}})\right] \\
 &- L_{II} a_{22} \operatorname{Re}[s_2^{-1}(s_1^{-1}+s_2^{-1})](r\cos\theta+a) \\
 &+ L_I \frac{2a_{12}}{(1-k)\cos^2\alpha} \operatorname{Re}[(1+k s_1 s_2)\cos^2\alpha \\
 &+ (k+s_1 s_2)\sin^2\alpha + (1-k)(s_1+s_2)\sin\alpha\cos\alpha] \\
 &r\sin\theta
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, $\varphi_1 = \cos\theta + s_1\sin\theta$, $\varphi_2 = \cos\theta + s_2\sin\theta$ 이며, L_I, L_{II} 는 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned}
 L_I &= \frac{\sigma^\infty(1-k)}{2} \cos 2\alpha, \\
 L_{II} &= \frac{\sigma^\infty(1-k)}{2} \sin 2\alpha
 \end{aligned} \tag{12}$$

3. 유한요소법에 의한 응력확대계수 결정

직교이방성체의 유한요소해석을 위한 분할요소로는 2차 등매개요소를 이용하였으며, 균열선단요소로는 1/4절점 특이요소를 적용하였다.

그림 2에 나타낸 1/4절점 균열선단요소에서 변A-C를 따르는 x, y 방향으로의 변위 u, v 는 각각 다음과 같이 주어진다.

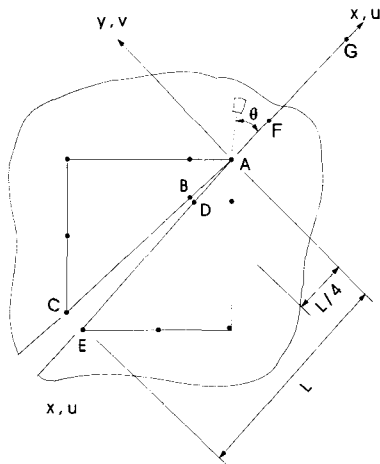


그림 2 Crack tip coordinate system.

$$\begin{aligned}
 u &= u_A + (-3u_A + 4u_B - u_C)\sqrt{\frac{r}{L}} \\
 &+ (2u_A - 4u_B + 2u_C)\frac{r}{L} \\
 v &= v_A + (-3v_A + 4v_B - v_C)\sqrt{\frac{r}{L}} \\
 &+ (2v_A - 4v_B + 2v_C)\frac{r}{L}
 \end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $u_A, v_A, u_B, v_B, u_C, v_C$ 는 균열선단을 포함하는 요소내 각 절점에서의 x, y 방향으로의 변위값이며, L 은 균열요소의 길이 그리고 r 은 균열선단으로부터의 거리이다.

2항응력확대계수 L_I 과 L_{II} 의 결정은 균열선단주위의 변위에 대한 이론식과 균열선단요소의 변위식과의 변위상관관계로부터 구하였다. 첫째로 식 (13)의 요소변위식과 식 (11)의 이론변위식에서 θ 에 무관한 r^0 차수인 상수항을 서로 같게 놓으면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L_I &= \frac{(1-k)\cos 2\alpha}{2a} \frac{u_A}{a_{11} \operatorname{Re}[Q]} \\
 L_{II} &= \frac{-v_A}{a_{22} \operatorname{Re}[s_2^{-1}(s_1^{-1}+s_2^{-1})]}
 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 $Q = (1+k s_1 s_2)\cos^2\alpha + (k+s_1 s_2)\sin^2\alpha + (1-k)(s_1+s_2)\sin\alpha\cos\alpha$ 로서 L_I 의 식을 간단히 나타내기 위하여 정의하였다.

둘째로 균열면인 $\theta = 180^\circ$ 에서 요소변위식과 이론변위식의 r 계수를 서로 같게 놓으면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L_I &= \frac{-(1-k)\cos 2\alpha (u_A - 2u_B + u_C)}{L a_{11} \operatorname{Re}[Q]} \\
 L_{II} &= \frac{2(v_A - 2v_B + v_C)}{L a_{22} \operatorname{Re}[s_2^{-1}(s_1^{-1}+s_2^{-1})]}
 \end{aligned} \tag{15}$$

셋째로 균열면 상하인 $\theta = \pm 180^\circ$ 에서 요소변위식의 평균값과 이론변위식의 r 계수와 같게 놓으면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L_I &= \frac{(1-k)\cos 2\alpha [2(u_B - u_D) - (u_C - u_E)]}{2L a_{11} \operatorname{Re}[Q]} \\
 L_{II} &= \frac{-[2(v_B - v_D) - (v_C - v_E)]}{L a_{22} \operatorname{Re}[s_2^{-1}(s_1^{-1}+s_2^{-1})]}
 \end{aligned} \tag{16}$$

마지막으로 $\theta = 0^\circ$ 인 균열선상의 이론변위식과 요소변

위식의 r 의 계수를 같게 놓으면, 또한 다음의 2항응력확대계수를 얻을 수 있는 관계식을 얻을 수 있다.

$$L_{I} = \frac{(1-k) \cos 2\alpha (u_A - 2u_F + u_G)}{L a_{11} \operatorname{Re}[Q]}$$

$$L_{II} = \frac{-2(v_A - 2v_F + v_G)}{L a_{22} \operatorname{Re}[s_2^{-1}(s_1^{-1} + s_2^{-1})]} \quad (17)$$

한편, 응력확대계수 K_I 과 K_{II} 는 $\theta = 180^\circ$ 에서 요소변위식과 이론식의 \sqrt{r} 의 계수를 서로 같게 놓음으로서 얻을 수 있다. 균열면에 있는 3개의 절점변위로 나타낸 이의 관계식은 다음과 같다.

$$K_I = \sqrt{\frac{\pi}{2L}} \frac{(-3v_A + 4v_B - v_C)}{\operatorname{Re}\left[\frac{i}{s_1 - s_2}(s_1 q_2 - s_2 q_1)\right]}$$

$$K_{II} = \sqrt{\frac{\pi}{2L}} \frac{(-3u_A + 4u_B - u_C)}{\operatorname{Re}\left[\frac{i}{s_1 - s_2}(p_2 - p_1)\right]} \quad (18)$$

4. 수치해석결과 및 토의

수치해석을 위한 모델로서 균열길이 $2a$ 인 경사균열을 내포하는 무한평판이 σ_0 인 인장하중을 받고 있는 직교이방성체에 대하여 해석을 수행하였다. 이방성재료의 특성치는 $E_{11} = 30,000\text{ksi}$, $E_{22} = 12,000\text{ksi}$, $\nu_{12} = 0.3$, $\mu_{12} =$

$7,320\text{ksi}$ 이며, 여기서 $a_{11} = 1/E_{11}$, $a_{22} = 1/E_{22}$, $a_{12} = -\nu_{12}/E_{11}$, $a_{66} = 1/\mu_{12}$ 로 넣었다. 해석모델의 기하학적 형상은 폭에 대한 균열길이의 비 $a/W = 0.1$ 이고, 폭에 대한 높이의 비 $H/W = 1$ 이며, 균열은 섬유주축과 일치하도록 하였다. 그림 3에 이의 형상을 도시하였다.

경사균열을 내포한 직교이방성체 내 균열에 대한 응력확대계수의 산출에 있어서 균열선단요소길이의 영향을 분석하기 위하여 균열요소의 길이 L/a 를 0.05에서 0.4까지 변화시키면서 해석을 수행하였다. 이때 균열경사각 $\alpha = 60^\circ$ 이고, 해석모델은 모두 272개의 요소로 분할하였다. 이의 분할모습을 그림 4에 나타내었다.

균열선단요소의 길이에 따른 2항응력확대계수 L_I , L_{II} 와 응력확대계수 K_I , K_{II} 의 값을 구하여 이의 결과를 이론해와의 오차로서 그림 5와 6에 나타내었다. 2항응력확대계수는 앞에서 언급하였듯이 4가지의 방법을 적용하여 구하였으며, 이의 결과를 상호 비교하여 도시하였다. 그림에서 보듯이 균열선단의 절점변위를 이용한 2항응력확대계수의 값은 변위식의 상수항을 서로 같게 놓아 얻은 관계식을 이용할 때에 가장 정확하게 구할 수 있으며, 이론해와의 오차는 매우 작다. 아울러 균열요소의 길이에 크게 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 또한 3절점 변위식을 이용한 응력확대계수의 결정에 있어서도 앞의 결과와 비슷한 모습을 보이고 있으며 모두 공학적으로 적용 가능한 오차범위에 있다.

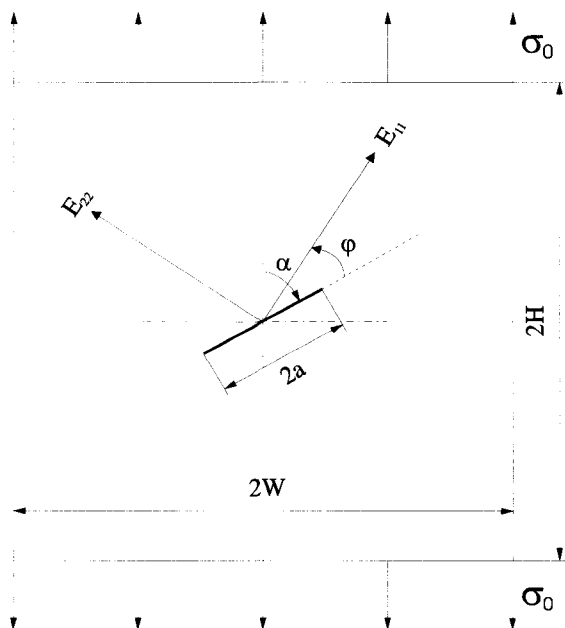


그림 3 Inclined crack in orthotropic square plate under tension.

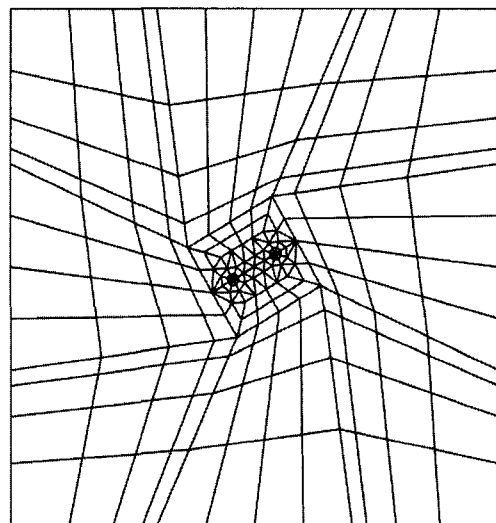


그림 4 Finite element discretization for an inclined angle $\alpha = 60^\circ$.

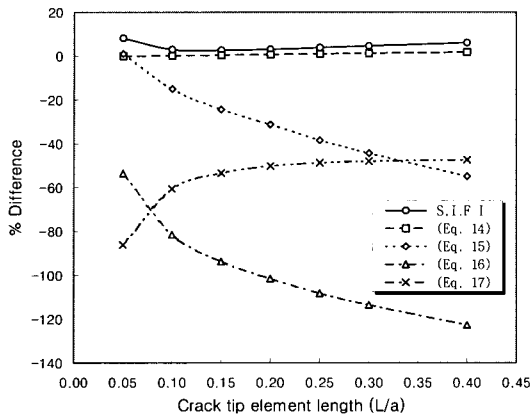


그림 5 Percentage difference for K_I and L_I .

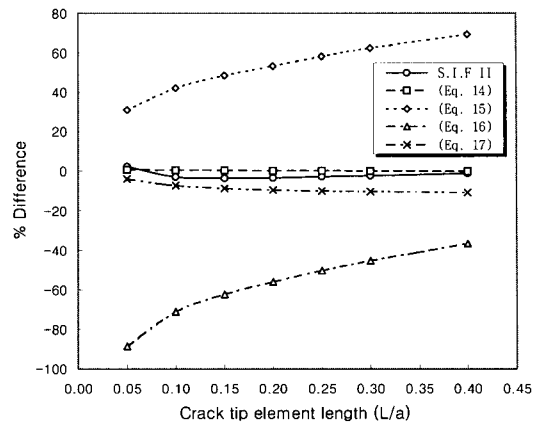


그림 6 Percentage difference for K_{II} and L_{II} .

표 1 Normalized secondary stress intensity factors for an inclined crack in orthotropic square plate.

$a/W = 0.1$	α	L_I/σ_0		L_{II}/σ_0	
		FEM	error(%)	FEM	error(%)
	90°	-0.501	0.2	0.0	0.0
	60°	-0.250	0.0	0.435	0.5
	45°	0.0	0.0	0.502	0.4
	30°	0.251	0.4	0.434	0.2

표 2 Normalized stress intensity factors for an inclined crack in orthotropic square plate :

$$K_0 = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

$a/W = 0.1$	α	K_I/K_0		K_{II}/K_0	
		FEM	error(%)	FEM	error(%)
	90°	1.015	1.5	0.028	N/A
	60°	0.778	3.7	0.436	0.7
	45°	0.526	5.3	0.493	-1.4
	30°	0.270	8.0	0.422	-2.5

다음으로 균열경사각에 따른 2항응력확대계수와 응력확대계수의 결정을 위하여 경사각 $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 로 변화를 주어가며 해석을 수행하였다. 이 때 균열선단요소의 길이 $L/a = 0.1$ 로 하였으며, 요소의 수는 272개로 모두 동일하게 분할하였다. 2항응력확대계수는 변위식의 상수항을 서로 같게 놓아 얻은 관계식(식 14)를 이용하여 구하였으며 응력확대계수는 3절점 변위법을 이용하였다. 이의 결과를 각각 표 1과 2에 나타내었다. 표에서 보듯이 균열면상의 변위들을 이용한 2항응력확대계수의 값은 L_I, L_{II} 모두 균열경사각의 변화에 관계없이 이론해와 거의 일치하는 정확한 값을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또한 응력확대계수의 결정에 있어서도 K의 값은 균열경사각에 상관없이 정확한 값을 얻을 수 있다.

5. 결 론

유한요소의 해석에 범용적으로 사용되는 표준2차등매개유한요소를 이용하여 직방성재료의 균열문제에서 2항응력확대계수와 응력확대계수를 단순하면서도 효율적으로 결정할 수 있음을 제시하였다. 이를 위하여 2축하중을 받는 직방성체 내 경사균열의 해석해로부터

터 비특이항을 포함하는 균열선단주위의 변위에 대한 이론식을 산출하였으며, 2항응력확대계수와 응력확대계수는 균열선단주위의 이론변위식과 요소변위식과의 변위상관법을 이용하여 유도하였다. 2항응력확대계수의 값은 상수항을 서로 같게 놓아서 얻은 변위관계식으로부터 정확하게 구할 수 있었으며, 응력확대계수의 값은 3절점 변위관계식을 적용함으로써 공학적으로 적용 가능한 범위의 정확한 값을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 임원균, 최승룡, 안현수, "단축하중을 받는 이방성체내 균열의 진전", 한국전산구조공학회논문집, 제12권, 제2호, 1999, pp.161~169
2. Lim, W.K., Choi, S.Y. and Sankar, B.V., "Biaxial Load Effects on Crack Extension in Anisotropic Solids", *Engng Fracture Mech.*, Vol. 68, 2001, pp.403~416
3. Lim, W.K., and Sankar, B.V., "Non-Singular Term Effects for the Inclined Crack Extension in Anisotropic Solids under Uniaxial Loading", *Journal of Composite Materials*, Vol. 36, 2002, pp.2031~2044

4. 임원균, 최승룡, “2축하중을 받는 직교이방성체내 경사균열진전의 해석”, 대한기계학회논문집A, 제26권, 제6호, 2002, pp.161~169
5. Sih, G.C., Crack in Materials Possessing Homogeneous Anisotropy, in Cracks Composite Materials(Edited by G.C.Sih) Martinus Nijthoff, Hague, 1981
6. Sih, G.C., Paris, P.C. and Irwin, G.R., “On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies”, *Int. J. Fracture*, Vol. 1, 1965, pp.189~203