

# 고차전단변형 판이론을 이용한 채널단면을 갖는 복합적층 절판 구조물의 유한요소 진동 해석

## Finite Element Vibration Analysis of Laminated Composite Folded Structures With a Channel Section using a High-order Shear deformation Plate Theory

이 상 열\*                      유 용 민\*                      장 석 윤\*\*  
Lee, Sang-Youl                      Yoo, Yong-Min                      Chang, Suk-Yoon  
(논문접수일 : 2003년 5월 19일 ; 심사종료일 : 2004년 2월 9일)

### 요 지

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 채널단면을 갖는 복합재료 적층 구조물의 자유진동을 다룬다. 복합적층 절판구조물에 고차항 판이론을 적용하기 위하여 개발된 유한요소 프로그램은 Lagrangian 및 Hermite 보간함수를 병용하여 면내회전각 자유도를 포함한 절점 당 8개의 자유도를 갖는다. 전단보정계수의 가정을 필요로 하지 않고 전단변형의 3차항 비선형 특성이 고려된 본 논문의 절판 요소는 국부좌표계와 전체좌표계에 대한 좌표변환행렬에 의하여 요소 당  $32 \times 32$ 의 국부요소행렬로 구성된다. 본 해석 프로그램의 결과는 기존의 고전적 이론 및 일차항 이론에 의한 문헌 결과와 비교·분석하였으며, 화이버 보강각도, 길이-두께비, 기하학적 형상 변화 등의 다양한 매개변수 연구를 수행하였다. 본 연구에서는 특히 경계조건 및 길이-두께비 변화에 따라 예측하기 힘든 복잡한 거동을 보이는 복합적층 채널단면 구조물의 자유진동에 대하여 정밀한 고차항 이론 적용에 의한 엄밀 해석의 필요성을 제기하였다.

**핵심용어** : 복합재료, 채널단면, 고차항 판이론, 면내회전각 자유도, 좌표변환행렬, 유한요소법

### Abstract

This study deals with free vibrations of laminated composite structures with a channel section using finite element method. In this paper, the mixed finite element method using Lagrangian and Hermite interpolation functions is adopted and a high-order plate theory is used to analyze laminated composite non-prismatic folded plates with a channel section more accurately for free vibration. The theory accounts for parabolic distribution of the transverse shear stress and requires no shear correction factors supposed in the first-order plate theory. An  $32 \times 32$  matrix is assembled to transform the system element matrices from the local to global coordinates using a coordinate transformation matrix, in which an eighth drilling degree of freedom (DOF) per node is appended to the existing 7-DOF system. The results in this study are compared with those of available literatures for the conventional and first-order plate theory. Sample studies are carried out for various layup configurations and length-thickness ratio, and geometric shapes of plates. The significance of the high-order plate theory in analyzing complex composite structures with a channel section is enunciated in this paper.

**Keywords** : laminated composite, channel section, a high-order plate theory, in-plane rotational degrees of freedom, coordinate transformation matrix, finite element method

### 1. 서 론

두 개 이상의 판을 접합시켜 만든 절판(Folded plate)

형식의 구조물은 항공기, 선박, 빌딩 및 교량 등과 같은 공학분야에서 널리 사용되고 있다. 특히 복합재료를 사용한 구조형식인 복합적층 절판구조물은 저중량, 고강도, 고강

† 책임저자, 정회원 · MIT 토목환경공학과 박사후 연구원  
전화 : 1-617-258-8366; Fax : 1-617-253-6044  
E-mail : leesy@mit.edu

\* 학생회원 · 서울시립대학교 토목공학과 박사과정

\*\* 서울시립대학교 토목공학과 교수 공학박사

• 이 논문에 대한 토론을 2004년 6월 30일까지 본 학회에 보내주 시면 2004년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

성 특징을 가지고 있으므로 최근 교량 등의 토목구조물에 다양한 적용이 시도되고 있다.

절판에 대한 역학적 특성을 규명하기 위하여 다양한 연구가 수행되었다. 최초로 Goldberg와 Leve가 절판에 대해 탄성법을 사용한 해석을 수행하였고<sup>1)</sup> Irie 등은 Ritz방법을 사용하여 등방성 캔틸레버 절판의 자유진동 해석을 하였다.<sup>2)</sup> Golley와 Grice는 절판을 해석하기 위해 유한대판법을 사용하였고<sup>3)</sup> Daniel 등은 스펙트럴요소법을 사용하였다.<sup>4)</sup> Liu와 Huang은 유한요소 변환행렬을 사용하여 해석하였으며<sup>5)</sup> Eratli와 Akoz는 모든 변위와 힘을 자유도로 가정하여 절판을 해석하였다.<sup>6)</sup> 절판구조물의 해석에서 중요한 사항은 좌표변환으로 인해 발생하는 면내회전각 변위로 설명되는 Drilling 자유도이다. Bathe<sup>7)</sup>와 Zienkeiwicz, Taylor<sup>8)</sup>는 절판구조물에 적용할 수 있는 Drilling 자유도 개념에 의한 평판 쉘 요소의 해석 방법을 제시하였다. 그러나 전술한 모든 연구에서 해석한 절판은 등방성 재료에 한정되었다.

최근 비등방성을 보이는 복합재료를 사용한 적층 절판의 진동 해석은 Niyogi 등<sup>9)</sup>에 의해 최초로 이루어졌다. 그러나 Niyogi의 절판 해석은 일차항 판이론에 근거한 것이다. 일차항 판이론에 의한 해석은 두꺼운 판의 횡방향 전단변형에 대하여 대부분 정확한 결과를 나타낼 수 있으나, 전단보정계수를 가정하여 사용함으로써 해석 모델에 따라서 결과의 정확성을 보장하지 못하는 경우가 발생한다. 반면 본 연구에서 적용한 고차항 판이론은 단면에 의해 가정된 전단보정계수를 필요로 하지 않으며, 횡단면 전단변형의 비선형 특성까지 고려함으로써 진동 특성을 더욱 정확히 표현할 수 있다.

고차항 판이론을 적용한 평판의 해석은 Lo 등이 수행하였다. 이전까지 연구된 고차항 이론을 비교하고 부족한 부분들을 보완하여 새로운 고차항 식을 유도하였으며<sup>10)</sup> 유도된 식을 적층판에 적용하여 해석하였다.<sup>11)</sup> 한편 Reddy는 전단응력을 포물선 형태로 나타냄으로서 상·하면에 전단응력이 없는 실구조와 유사하게 예측하여 해석하였다.<sup>12~14)</sup> Kant 등,<sup>15)</sup> Meim-aris와 Day<sup>16)</sup> 그리고 Maiti와 Sinha<sup>17)</sup>는 복합적층 판 및 쉘에 고차전단변형을 적용하여 진동해석을 수행하였다. 그러나 여기서 사용된 고차항 판이론은 절판이 아닌 일반 평판이나 적층판에 대한 것이다.<sup>19,21)</sup>

장석윤 등<sup>20)</sup>은 고차항 판이론을 적용한 임의 형상을 가지는 절판구조물에 대한 안정성 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 장석윤 등<sup>20)</sup>에 의해 유도된 고차항 이론을 사용한 복합재료 절판구조물의 정식화 기법에 근거하여 이를 자유진동해석으로 확대 적용하였다. 본 연구에서는 절판구조물 중에서 가장 일반적이고 광범위하게 이용되는 채널단면 형태의 절판구조물을 수치 해석 대상으로 하며, 등방성 재료 혹은 일차항 판이론을 사용한 기존 문헌의 진동<sup>2),5)</sup>해

석 결과와의 차이점을 비교하고 이러한 몇 가지 매개변수 연구를 통하여 난해하고 예측하기 어려운 복합재료 적층구조물의 자유진동 특성을 상세 분석함을 연구 목적으로 한다. 특히, 같은 재료에서도 다양한 진동 특성을 보이는 복합재료 절판구조물의 고차항 판이론 적용의 필요성과 화이버 보강각도의 합리적 설계방안을 제시하고자 한다.

## 2. 고차항 판이론의 유한요소 정식화

본 논문에서 적용한 고차항 판이론(HSDT)은 Reddy<sup>12)~14)</sup>에 의해 유도된 공식을 적용한다. 그림 1과 같이, 고차항 판이론은 변형 전 판에서 중립면의 수직관계는 변형 후에도 수직한다는 고전적판이론과 일차항 판이론의 기본가정과는 달리 변형 후에 중립면의 횡방향 변위는 비선형을 보이게 되며 실구조물과 같이 구조물의 상·하면에 전단응력이 0으로 나타나게 된다.

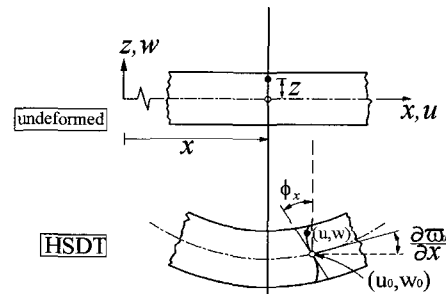


그림 1 비선형을 보이는 횡단면에서의 고차항 전단변형

### 2.1 평판 요소

#### 2.1.1 국부강성행렬

수식전개의 완전함을 위하여 먼저 평판 요소에 대한 고차항 이론을 사용한 유한요소의 정식화 과정을 기술한다. 판의 중립면에서의 x, y, 그리고 z 방향으로의 변위 ( $u_0, v_0, w_0$ )와 변위각 ( $w_{0,x}, w_{0,y}$ ), 그리고 회전각 ( $\phi_x, \phi_y$ )이 고려된 요소의 절점 당 7개의 자유도를 갖는 Nonconforming 요소가 사용되었으며, 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^4 \phi_j [I_4] \begin{Bmatrix} u_{0j} \\ v_{0j} \\ \phi_{xj} \\ \phi_{yj} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

그리고,

$$\begin{Bmatrix} w_0 \\ w_{0,x} \\ w_{0,y} \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^4 \begin{bmatrix} \Psi_j & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_j^\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_j^\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{0j} \\ w_{0j,x} \\ w_{0j,y} \end{Bmatrix} \quad (2)$$



여기서,

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} &= M_{\alpha\beta} - 4P_{\alpha\beta}/3h^2, \quad \bar{Q}_\alpha = Q_\alpha - 4R_\alpha/h^2 \\ I_i &= \sum_{k=1}^m \int_{z_k}^{z_{k+1}} \rho^{(k)} z^i dz \quad (i=0,1,2, \dots, 6) \\ J_i &= I_i - 4I_i/3h^2 + 2, \quad K_2 = I_2 - 8I_4/3h^2 + 16I_6/9h^4 \end{aligned}$$

식 (8)을 간단한 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\{S\} = [\rho] \{A\} \quad (9)$$

여기서,  $\{S\}$ ,  $[\rho]$ , 그리고  $\{A\}$ 는 외력벡터, 관성행렬, 그리고 가속도 벡터를 각각 의미한다. 국부좌표계 ( $\xi, \eta$ )에서의 평판 요소에서의 질량행렬은 다음과 같은 관계로 표시된다.

$$[M]_T = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\bar{H}]^T [\rho] [\bar{H}] J |d\xi d\eta \quad (10)$$

여기서,  $[\bar{H}]$ 는 Lagrangian과 Hermite 형상함수의 조합행렬이다.

### 2.2 절판 요소

채널단면과 같은 절판구조물의 해석에서 중요한 사항은 좌표변환으로 인해 불가피하게 발생하는 Drilling 자유도 ( $\phi_z$ )의 처리문제이다. 두 개 이상의 평판이 연결된 절판 구조물은 3차원 공간좌표계를 사용하게 되므로 각각의 국부좌표계에 의한 평판요소의 강성 및 질량행렬은 좌표변환 과정에 의하여 전체좌표계로 표시해야 한다.<sup>20)</sup>

그림 2와 같은 평판이 연결된 채널단면에서  $x, y, z$ 는 각 판의 좌표,  $x', y', z'$ 는 전체좌표이다.  $\alpha, \beta$ 는 절판의 각도이며, 채널단면의 경우는 90도가 된다. 또한,  $\theta$ 는 적층된 층의 화이버 보강각도를 의미한다.

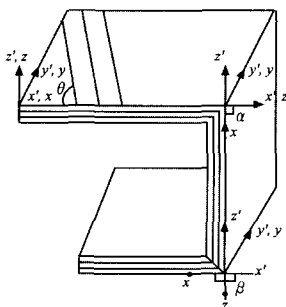


그림 2 절판요소의 국부 및 전체 좌표

식 (11)은 채널단면의 절판에 대하여 전체좌표와 국부좌표와의 변환관계를 나타낸 것이다. 평판 요소의 7개 자유도에 좌표변환에 의하여 면내 회전 자유도<sup>8)</sup> ( $\phi_z$ )가 추가로 발생됨으로 절판 요소의 절점당 자유도는 8개가 된다. 채널단면의 경우 판의 전체좌표계와 국부좌표계의 변환행렬은 직각관계에 의하여 다음 식과 같은 관계로 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \\ \phi'_x \\ \phi'_y \\ \phi'_z \\ w'_{,x} \\ w'_{,y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ w_{,x} \\ w_{,y} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)은  $\{u\} = [R] \{u'\}$ 의 형태로 간단히 요약할 수 있다. 절판 요소의 전체 강성 행렬은 다음과 같다.

$$[K] = [\bar{R}]^T [\bar{K}]_i [\bar{R}] \quad (12)$$

여기서,

$$[\bar{R}] = \begin{pmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{pmatrix}_{32 \times 32}$$

이고,

$$[\bar{K}]_i = \begin{pmatrix} [K]_T & [0] \\ [0] & [K]_A \end{pmatrix}_{32 \times 32} \quad \text{이다.}$$

$[K]_T$ 는 2.1절에서 기술한 평판 요소에서의 전체 행렬 ( $28 \times 28$ )이며,  $[K]_A$ 는 절판구조물을 해석하기 위하여 구성하는 Drilling 자유도 ( $\phi_z$ )에 관련된 행렬 ( $4 \times 4$ )이다. 면내 회전각 변위는 평판에서는 존재하지 않는 자유도이나 절판의 해석과정에서 좌표변환 관계에 의해서 발생하므로 이를 고려하여 강성행렬을 구성하면 강성행렬의 대각선에 0이 존재하는 문제가 발생하게 된다. 따라서 본 논문에서는 다른 강성행렬에 영향을 주지 않을 정도로 충분히 크며 수치해석의 복잡성을 피하고 정확성을 향상시키기 위하여  $10^{12}$ 을 면내 회전각 변위에 해당하는 강성행렬의 대각선에 대입하는 방법을 사용하였다.<sup>8)</sup> 한편 질량 행렬을 전체 강성행렬의 구성과 유사한 방식으로 구할 수 있으며 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$[M] = [\bar{R}]^T [\bar{M}]_i [\bar{R}] \quad (13)$$

진동 해석을 수행하기 위하여 식 (14)와 같이 강성행렬과 질량행렬을 이용한 고유치 문제로 표시할 수 있다. 식에서 구하고자 하는 값은 고유진동수  $\omega$ 이다.

$$\det |[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (14)$$

본 연구에서는 이러한 고유치문제에 대한 수치해석 기법으로 부영역반복법을 적용하였다. 이방법은 구하고자 하는 고유치의 개수를 부영역으로 설정하여 전체 행렬의 크기를 결정한 후, Jacobi 반복 방법이 Ritz의 기본벡터를 사용한 선택된 행렬에 대하여 적용된다. 이 방법은 효율적인 메모리관리가 가능하므로 전체행렬을 다루는 고전적인 방법에 비하여 매우 유용하다.

### 3. 해석 예 및 결과분석

#### 3.1 해석 모델

본 연구에서는 고차항 평판의 결과비교에 대하여 재료 I, 절판의 검증은 재료 III 및 IV를, 그리고 보강각도 및 형상변화에 대한 분석에서는 수치해석 연구에서 대표적으로 사용되는 재료 I과 II를 병용하였다. 해석 예제의 재료 물성은 표 1과 같으며 하중조건은 등분포하중인 경우이다. 표 1에서 재료 I 및 II는 무차원단위이며, 재료 III 및 IV에서 탄성계수 및 전단탄성계수  $E_1, E_2, G_{12}, G_{13}$  그리고  $G_{23}$ 의 단위는 GPa이며 밀도  $\rho$ 는  $\text{kg/m}^3$ 이다.

표 1 본 연구에서 사용한 재료의 물성

	$E_1$	$E_2$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu$	$\rho$
재료I	$40E_2$	-	$0.6E_2$	$0.5E_2$	$0.6E_2$	0.25	1.0
재료II	$25E_2$	-	$0.5E_2$	$0.2E_2$	$0.5E_2$	0.25	1.0
재료III	10.92	10.92	4.2	4.2	4.2	0.3	1000
재료IV	60.7	24.8	12.0	12.0	12.0	0.23	1300

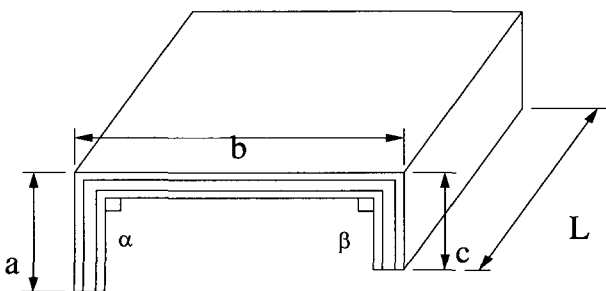


그림 3 절판 구조물의 기하학적 형상

수치해석을 위한 복합적층 절판구조물은 그림 3과 같다. 여기서 a, b, c는 각 판의 x축 길이이며, 전체 x축 길이를 X로 나타내었고 L은 y축 길이이며, 전체 적층두께는 h이다. 본 연구에서는 다양하게 사용되는 절판구조물 중에서  $\alpha, \beta$ 가 직각인 채널형태의 단면을 갖는 절판구조물을 해석 모델로 한다.

#### 3.2 기존 문헌과의 결과 비교

본 연구의 개발 프로그램을 검증 및 절판의 자유진동 해석에서의 고차항 이론 적용의 타당성을 제시하기 위하여 먼저 고차항이 적용된 평판에 대하여 비교한 후, 등방성 채널단면 절판, 그리고 일차항 판이론을 적용한 비등방성 채널단면 절판구조물에 대한 기존 연구문헌 결과와 비교하고 그 차이에 대하여 상세 분석한다.

##### 3.2.1 고차항 이론이 적용된 평판 해석과의 비교

고차항단변형을 고려하여 개발된 본 연구 프로그램의 타당성을 입증하기 위하여 먼저 고차항 이론이 적용된 (0 90)인 적층 평판과 비교한다. 표 2에서 F, S, C는 자유단, 단순지지 및 고정단을 의미하며 나머지 두 변은 단순지지된 경우이다. 또한, CLPT (Classical Plate Theory) 과 FSDT(First Shear Deformation Theory)는 고전적 판이론과 일차항단변형을 고려한 판이론을 의미한다. 표 2로부터 각 판이론에 따라 결과값이 큰 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. F-S 경계조건인 경우 일차항 판이론과 고차항 판이론에 의한 고유진동수는 큰 차이가 없으나, S-S 인 경우 약 5%, C-C인 경우 약 10%의 차이가 발생하며, 경계조건의 변화에 따라 고차항 이론의 필요성이 제기된다.

표 2 다양한 판 이론에 의한 복합 적층 평판의 고유 진동수 (재료 I,  $\omega = \omega L^2 \sqrt{\rho/W E_2}$ , 길이-두께비: 5)

	Ref. 18 (CLPT)	Ref. 18 (FSDT)	Ref. 18 (HSDT)	본연구결과 (HSDT)
F-S	7.279	6.219	6.192	6.083
S-S	11.192	8.837	9.103	9.914
C-C	18.694	10.906	12.053	11.972

##### 3.2.2 채널단면 절판 해석과의 비교

표 3은 등방성을 보이는 채널단면 절판에 대한 고유진동수 결과를 비교한 것이다. 길이-두께의 비는 50:1로서 두께가 얇은 등방성 평판의 경우 표에서 보는 바와 같이 각 판이론에 따른 고유진동수의 차이는 무시할 만하다. 반면, 채널단면을 갖는 절판의 경우는 동일한 얇은 판임에도 불

구하고 고차항을 적용한 본 연구의 결과와 기존의 결과는 다소 차이를 보임을 관찰할 수 있다. 이러한 차이는 표 4에서 보는 바와 같이 비등방성을 보이는 채널단면 절판의 경우에도 화이버 보강각도 및 각 모드에 따라 고유진동수는 차이를 보인다. 특히 [0 90]<sub>s</sub>의 경우 일차항이론과 고차항이론에 의해 계산된 고유진동수는 약 15%차이를 보이고 있음은 주목할만 하다. 일반적으로 평판의 경우는 고차항이론에 의한 판해석과 일차항 등에 의한 기존 판 해석과의 결과차이가 적은 것으로 알려져 있으나,<sup>11)~13)</sup> 본 연구에서 시도한 채널단면의 절판구조의 경우는 진동모드에 따라 고차항 전단변형효과에 영향을 주는 식 (7)에서의 F<sub>ij</sub> 와 H<sub>ij</sub> 등의 영향이 커져서 다른 진동 특성을 보이기 때문으로 판단된다.

표 3 등방성 평판 및 채널단면 절판과의 고유진동수 비교 (재료III,  $w = \bar{\omega}L\sqrt{\rho(1-\nu^2)/E_2}$ , a=b=c=L/3, 1변고정 3변 자유경계)

절판 각도	Mode	Ref. 2 (CLPT)	Ref. 5 (CLPT)	Ref. 9 (FSDT)	본연구결과 (HSDT)
평판	I	0.0201	0.0200	0.0200	0.0208
	II	0.0493	0.0492	0.0489	0.0504
	III	0.1234	0.1235	0.1230	0.1272
	IV	0.1577	0.1566	0.1567	0.1605
채널단면	I	-	0.1249	0.1249	0.1211
	II	-	0.1260	0.1252	0.1348
	III	-	0.2578	0.2697	0.2561
	IV	-	0.2892	0.2830	0.2869

표 4 비등방성 채널단면 절판의 고유진동수 비교 (재료IV,  $w = \bar{\omega}L\sqrt{\rho(1-\nu^2)/E_2}$ , a=b=c=L/3, 1변고정 3변 자유경계)

화이버 각도	Ref. 9 (FSDT)			본 연구결과 (HSDT)		
	모드 I	모드 II	모드III	모드 I	모드 II	모드III
[30-30] <sub>s</sub>	0.090	0.098	0.203	0.092	0.112	0.205
[0 90] <sub>s</sub>	0.089	0.093	0.204	0.105	0.115	0.199
[0 90] <sub>2</sub>	0.098	0.099	0.199	0.098	0.106	0.200
[45-45 45]	0.091	0.103	0.198	0.089	0.110	0.206

### 3.3 화이버 보강각도 변화

#### 3.3.1 고유진동수

3.2절에서 기술된 바와 같이 평판인 경우라 할지라도 경계조건에 따라 고차항이론에 의한 해석결과가 큰 차이를 보일 수 있으며, 특히 비등방성을 보이는 경우는 화이버 보

강각도 변화에 따라 고차항 판이론을 적용이 요구된다. 따라서 본연구는 고차항이론을 적용한 다양한 화이버 보강각도에 따른 고유진동수의 변화를 상세 분석한다. 경계조건은 양변고정이고 양변자유인 경우와 캔틸레버와 같은 한변고정이고 나머지는 자유단인 두가지 경우에 대하여 진동해석을 수행한다. 여기서, X/L=0.5, X/h=10인 경우이다.

표 5 크로스플라이의 고유진동수(재료 II,  $w = \bar{\omega}L\sqrt{\rho h/E_2}$ )

	한변 고정, 세변 자유	두변 고정, 두변 자유
[0 90]	10.154	26.538
[0 90 0]	7.626	24.418
[0 90] <sub>s</sub>	8.660	26.021
[0 90] <sub>2</sub>	10.045	28.514

표 5는 크로스플라이로 적층된 경우에 대한 고유진동수 결과이다. 두 개로 적층된 경우가 가장 큰 값을 나타내며 세층과 네층으로 적층된 경우는 유사하게 나타나지만 적층 배열과 경계조건에 따라서 틀려지는 것을 볼 수 있다. 표 5로부터 경계조건에 관계없이 [0 90 0]의 경우 가장 작은 고유진동수값을 가짐을 알 수 있다. 또한 비대칭 적층의 경우 대칭 적층인 경우보다 큰 고유진동수를 가지며, 이는 식 (6)의 B<sub>ij</sub> 및 E<sub>ij</sub>가 비대칭 적층으로 인하여 0이 아닌 값을 가지게 되어 절판 전체 강성에 영향을 주기 때문으로 사료된다.

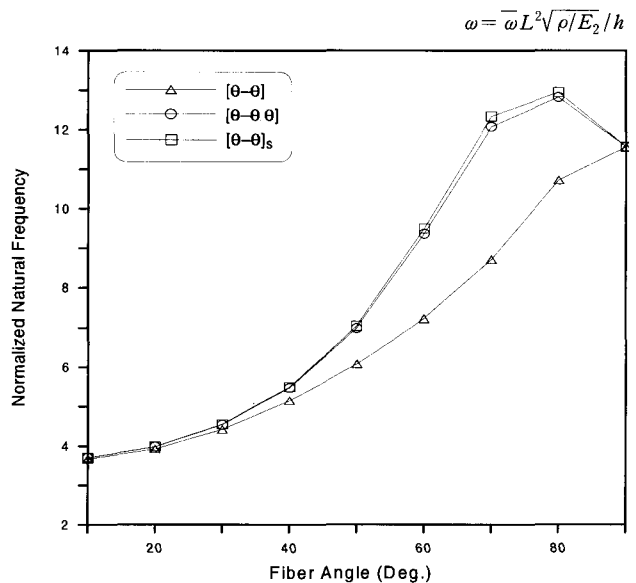


그림 4 화이버 보강각도에 의한 고유진동수 (재료 II)

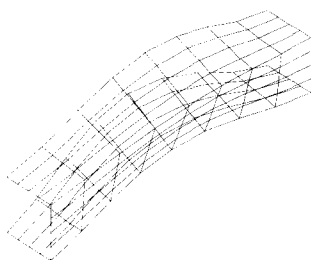
그림 4는 한변 고정인 경우이고 나머지 세변은 자유단인 채널단면 절판의 화이버 보강각도에 대한 고유진동수 결과

이다. 여기서 화이버 각도  $\theta$ 는 10~90°까지 순차적으로 변화시켰으며, 그림과 같이 동일한 재료임에도 화이버 보강각도에 의해서 다양한 고유진동 결과를 보인다. 이 경우, 일방향으로의 보강각도가 증가함에 따라 강성이 증가하며 절판의 무차원 고유진동수 값도 증가하는 경향을 보임을 알 수 있다.

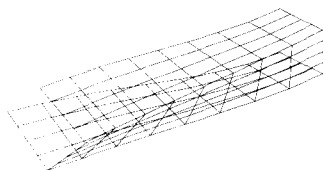
### 3.3.2 고유진동 모드

고유치로부터 계산되는 고유 벡터는 구조물의 상대적 동적 거동특성을 나타내주며 본 연구에서는 각 고유치로부터 계산된 채널단면을 갖는 절판구조물의 화이버 보강 각도 변화에 따른 고유 진동 모드를 분석한다.

그림 5는 (0 90)°s,  $X/L=0.5$ ,  $X/h=10$ 인 채널단면을 갖는 절판구조물의 경계조건에 의한 첫 번째 진동 모드를 나타낸 것이다. (a)는 양변고정 양변자유 경계이며, (b)는 캔틸레버 보와 같은 한변고정 경계조건이다. (a)에서는 양변이 고정되어 있으므로 중심부에서 중심으로 형상 변화가 발생하는 것을 볼 수 있으며, (b)에서는 한변 고정이므로 나머지 자유단에서 모드 형상이 달라지는 것을 관찰할 수 있다. 그러나 여기에서는 y축 길이인 L이 x축에 비해 크므로 두 경우 모두 y축에 대한 형상 변화가 우선적으로 발생한다는 점에 주목해야 한다.



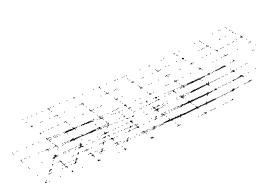
(a) Mode I : 21.682



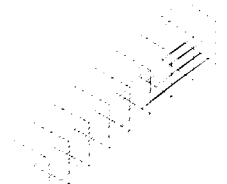
(b) Mode I : 8.443

그림 5 서로 다른 경계조건에 대한 고유 진동 모드 ((0 90)°s, 재료 I,  $\omega = \bar{\omega}L^2\sqrt{\rho/E_2/h}$ )

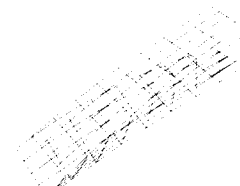
그림 6 (a)~(d)는  $X/L=0.2$ ,  $X/h=10$ 이며 경계조건이 한변 고정이며 [45 -45]°s 화이버 보강각도를 갖는 절판구조물의 고유진동 모드를 나타낸다. 또한 그림 7 (a)~(d)는 동일한 경우에 대하여 [60 -60]°s 로 적층된 경우이다. 화이버 보강방향에 대하여 고유 진동 모드도 변화하는 것을 관찰할 있으며, 모드 I 과 모드 II에서는 큰 차이를 보이지 않고 있으나, 모드 III 과 IV에서는 절판의 화이버 보강방향 변화에 따라 서로 상이한 모양을 보임을 알 수 있으며, 특히 [60-60]°s 의 보강각도인 경우에 대하여 모드 III과 IV에서는 휨보다는 뒤틀림에 지배받는 거동을 보임을 알 수 있다.



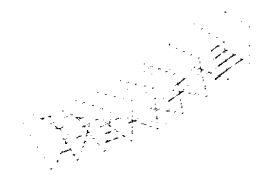
(a) Mode I : 7.741



(b) Mode II : 9.001

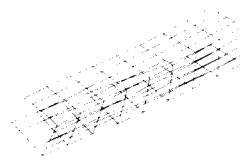


(c) Mode III : 18.874

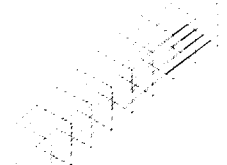


(d) Mode IV : 31.780

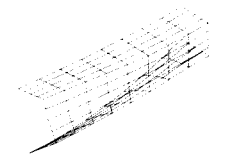
그림 6 [45-45]°s 보강각도에 의한 한변 고정 세변 자유단인 절판의 고유 진동 모드 (재료 II,  $\omega = \bar{\omega}L^2\sqrt{\rho/E_2/h}$ )



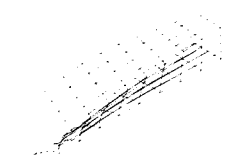
(a) Mode I : 9.794



(b) Mode II : 12.560



(c) Mode III : 24.861



(d) Mode IV : 32.729

그림 7 [60-60]°s 보강각도에 의한 한변 고정 세변 자유단인 절판의 고유 진동 모드 (재료 II,  $\omega = \bar{\omega}L^2\sqrt{\rho/E_2/h}$ )

3.4 길이-두께비 변화에 의한 해석

일반적으로 일차항 판이론을 사용하는 경우에도 가정된 전단보정계수에 의해서 두꺼운 평판의 경우 전단변형 영향을 효과적으로 나타낼 수 있다.<sup>21)</sup> 그러나 절판구조물의 경우에는 연결되는 절판의 좌표변환으로부터 횡방향 전단변형 효과가 길이-두께비에 따라 평판의 경우와는 다른 거동을 보일 수 있다.

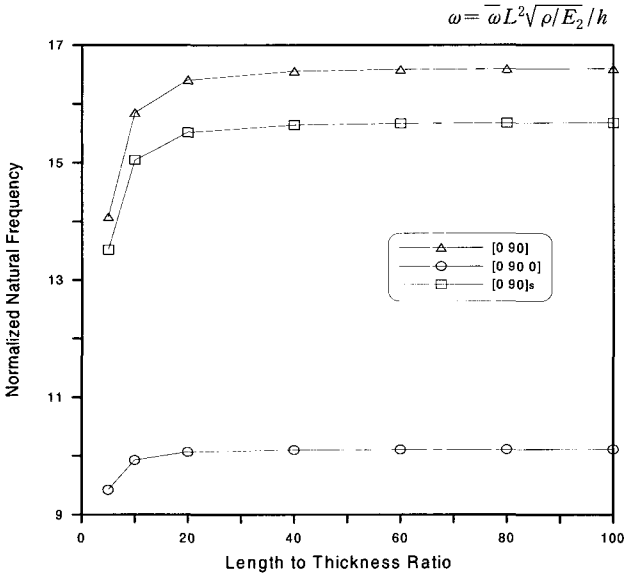


그림 8 길이-두께비에 변화에 따른 복합재료 평판의 고유진동수 (재료 1)

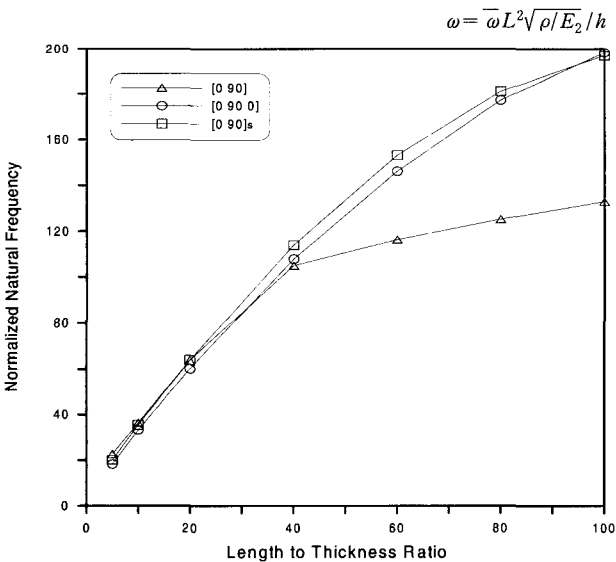


그림 9 길이-두께비 변화에 따른 복합재료 절판의 고유진동수 (재료 1)

그림 8은 크로스 플라이 복합재료 평판의 길이-두께비 변화에 대하여 고유진동수 값을 무차원한 것이며 그림 9는 채널단면 형태의 절판에 대한 고유진동수를 도시한 것이

다. 여기서  $X/L=0.4$ 이며 동일한 재료 I이 사용되었다.

표 6 형상 및 폭-두께비 변화에 의한 고유진동수 (재료 II,  $(455-45)_s$ ,  $\omega = \bar{\omega}L^2\sqrt{\rho/E_2}/h$ )

X (a.c)	L	X/h			
		10	25	50	100
10 (2.5)	50	9.775	19.525	34.540	64.202
	70	12.377	24.267	41.889	78.666
	90	13.484	28.345	49.531	94.444
20 (2.5)	50	5.438	8.877	14.834	26.562
	70	6.416	11.195	18.702	32.906
	90	7.651	13.704	22.691	39.093
20 (5.0)	50	6.586	13.638	25.554	48.964
	70	7.710	15.789	28.946	54.587
	90	9.058	18.247	32.643	60.779

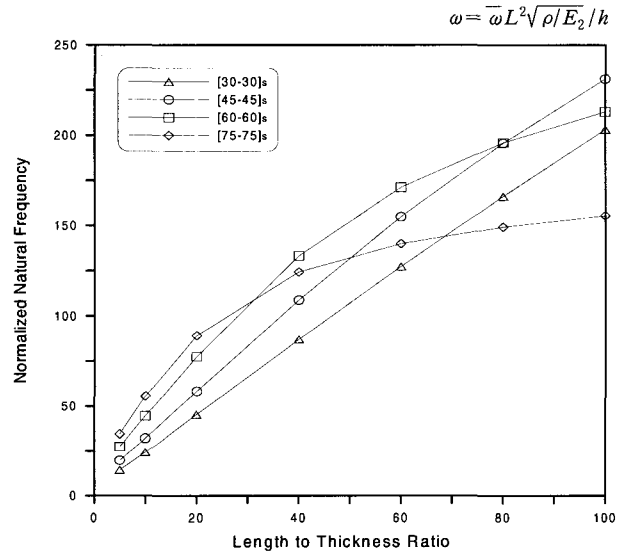


그림 10 대칭 적층 앵글플라이의 길이-두께비에 의한 고유진동수 비교 (재료 I,  $X/L=0.3$ )

또한 같은 조건에서 길이-두께비만 달리하여 변화시키며 판의 경계조건은 양변고정 양변자유이다. 그림 8에서 보는 바와 같이 잘 알려진 대로 길이-두께비가 1/20부터 일정한 값에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 판의 두께가 얇아질수록 횡단면 전단변형 효과는 감소하기 때문에 이러한 평판의 경우는 일차항 이론만으로도 만족할만한 결과를 얻을 수 있다. 반면, 채널단면의 절판구조물인 그림 9에서는 길이-두께비가 증가함에 따라서 무차원된 고유진동수 값이 계속 변화는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 채널단면 형태의 경우는 동일한 길이-두께비를 갖는 평판의 경우와 비교하여 횡방향 전단변형은 절판의 단면계수에 지배적인 영향을 주게 됨으로 설명할 수 있다. 이러한 결과는 표 6의  $(45-45)_s$ 의 앵글 크로스 플라이 대칭 적층인 경우에도 유



사함을 관찰할 수 있다. 표 6에서 y축 길이 L과 x축 길이 a, b, c를 중점적으로 변화시키면서 해석하였다. 표로부터 x축 길이에서 a, c의 길이변화보다 b의 길이변화에 고유진동수 변화가 큰 것을 볼 수 있다. 이와같이, 채널 단면을 갖는 복합재료 절판에 대하여 고차항 판이론에 의한 보다 정확한 해석이 필요로 되며, 이러한 경향은 그림 10과 같은 다양한 하이버 보강각도의 변화에도 역시 좌우된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 다양하게 적용 가능한 채널단면을 갖는 복합적층 절판구조물을 해석대상으로 삼았으며 횡방향 전단변형에 대해 정확한 진동 해석을 위하여 전단보정계수를 가정하여 사용하는 일차항 판이론 대신 횡방향 전단변형의 비선형 특성이 고려된 고차항 판이론에 근거한 상세 해석을 수행하였다. 기존의 일반 평판이나 적층판에 사용되던 고차항 판이론을 채널단면 절판구조물에 확대 적용하기 위하여 Lagrangian과 Hermite 보간함수를 병용한 절점당 8개의 자유도를 가지는 유한요소법을 사용하였으며 좌표변환에 대한 Drilling 자유도( $\phi_z$ )를 도입하였다.

본 연구에서는 경계조건의 변화에 대하여 평판에서도 일차항 판이론으로는 정확한 고유진동수를 구할 수 없으며 이러한 경우 고차항 판이론을 적용할 필요성이 있음을 제시하였다. 또한 절판구조물의 길이-두께비 변화에 따른 동적 거동도 평판의 경우와는 다른 결과를 보였다. 이러한 결과로부터 기존의 일차항 판이론만으로는 절판구조물의 길이-두께비에 대한 진동 해석 결과의 신뢰성을 보장하지 못할 수 있음을 주목해야 한다. 따라서 채널단면 복합재료 절판구조물의 자유진동해석에서 전단변형의 고차항 효과를 간과해서는 안되며, 본 연구의 해석 결과는 다양한 매개변수에 대한 횡방향 전단변형의 영향을 정확히 규명하는데 도움이 될 것으로 판단된다.

#### 참 고 문 헌

1. J. E. Goldberg and H. L. Leve, "Theory of prismatic folded plate structures", *Int. Association for Bridge and Structural Engineering J.*, Vol. 17, 1957
2. T. Irie, G. Yamada and Y. Kobayashi, "Free vibration of a cantilever folded plate", *J. of the Acoustical Society of America*, Vol. 76, No. 6, 1984, pp.1743~1748
3. B. W. Golley and W. A. Grice, "Prismatic folded plate analysis using finite strip element", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 76, 1989, pp.101~118
4. A. N. Daniai, J. E. Doyle and S. A. Rizzi, "Dynamic analysis of folded plate structures", *J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, 1996, pp.591~598
5. W. H. Liu and C. C. Huang, "Vibration analysis of folded plates", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 157, No. 1, 1992, pp.123~137
6. Nihal Eratli and A. Yalcin Akoz(2002), "Mixed finite element formulation for folded plates", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 13, No. 2, 2002, pp.155~170
7. K. J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Englewood Cliff
8. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method*, Vol. 2, 4th edition, McGraw-Hill, 1991
9. A. Guha Niyogi, M. K. Laha and P. K. Sinha, "Finite element vibration analysis of laminated composite folded plate structures" *Shock and Vibration*, Vol. 6, No. 5/6, 1997, pp.273~284
10. K. H. Lo, R. M. Christensen and E. M. Wu, "A higher-order theory of plate deformation, Part 1: homogeneous plates", *Journal of Applied Mechanics*, 1984, Vol. 44, pp. 663~668
11. K. H. Lo, R. M. Christensen and E. M. Wu, "A higher-order theory of plate deformation, Part 2: laminated plates", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 44, 1977, pp.669~676
12. J. N. Reddy, "A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation", *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 20, No. 9/10, 1984, pp.881~896
13. J. N. Reddy, "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 51, 1984, pp.745~752
14. J. N. Reddy, "A general non-linear third-order theory of plates with moderate thickness", *Int. J. of Non-Linear Mechanics*, Vol. 25, No. 6, 1990, pp.677~686
15. T. Kant, J. H. Varaiya and C. P. Arora(1990), "Finite element transient analysis of composite and sandwich plates based on are fined theory and implicit time integration schemes", *Computers and Structures*, Vol. 36, No. 3, 1990, pp.401~420
16. C. Meimaris and J. D. Day, "Dynamic response of laminated anisotropic plates", *Computers and Structures*, Vol. 55, No. 2, 1995, pp.269~278

17. D. K. Maiti and P. K. Sinha, "Impact response of doubly curved laminated composite shells using higher-order shear deformation theories", *Int. J. of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 15, No. 6, 1996, pp.575~601
18. J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plate*, CRC Press. 1997
19. 한성천, 윤석호, 장석윤, "비등방성 복합적층판 및 쉘의 고차전단변형을 고려한 비감쇄 동적응답", 한국강구조학회, Vol. 9, No. 3, 1997, pp.333~340
20. 유용민, 이상열, 장석윤, "고차 전단변형 이론을 이용한 임의의 각도를 갖는 비등방성 절판 구조물의 안정성", 대한토목학회, Vol. 23, No. 3-A, 2003, pp 527~535
21. 이상열, 백한솔, 장석윤, "비등방성 복합적층판의 고유진동 및 모드특성에 대한 수치비교연구", 대한토목학회, Vol. 20, No. 3-A, 2000, pp.357~366