

# 사각 단면 관 내부의 발달하는 층류 유동 유사성에 종횡비가 미치는 영향

이 공 희\* · 백 제 현†

(2003년 10월 20일 접수, 2004년 2월 25일 심사완료)

## Effect of Aspect Ratio on the Similarity of Developing Laminar Flows in Rectangular Ducts

Gonghee Lee and Jehyun Baek

**Key Words :** Aspect Ratio(종횡비), Centrifugal Force(원심력), Coriolis Force(코리올리력), Developing Laminar Flow(발달 층류유동), Duct Flow(덕트 유동), Secondary Flow(2차 유동)

### Abstract

A numerical study was conducted to show the effect of aspect ratio on the analogy of the developing laminar flows between in orthogonally rotating straight duct and in a stationary curved duct of rectangular cross-section. In order to clarify the similarity of two flows, dimensionless parameters  $K_{LR} = Re/\sqrt{Ro}$  and Rossby number,  $Ro = w_m/\Omega d_h$ , in a rotating straight duct were used as a set corresponding to Dean number,  $K_{LC} = Re/\sqrt{\lambda}$ , and curvature ratio,  $\lambda = R/d_h$ , in a stationary curved duct. Four different aspect ratios  $A=0.25, 0.5, 2$  and  $4$  were considered. Under the condition that the magnitudes of  $Ro$  and  $\lambda$  were large enough to satisfy the 'asymptotic invariance property' and the aspect ratio was larger than 1, there were strong quantitative similarities between the two flows such as flow patterns, friction factors, and maximum axial velocity magnitudes for the same values of  $K_{LR}$  and  $K_{LC}$ . On the other hand, as the aspect ratio decreased below 1 ( $A=0.25$  and  $0.5$ ), the difference of the secondary flow intensity between these two flows was enhanced and therefore the analogy of two flows was not so evident as that of the larger aspect ratio ( $A=2$  and  $4$ ).

### 기호설명

$A$  : 종횡비 =  $b/a$   
 $a$  : 관 넓이  
 $b$  : 관 높이  
 $d_h$  : 수력 지름 =  $2ab/(a+b)$   
 $f$  : Fanning 관 마찰계수  
 $f_0$  : 정지 직관에서의 관마찰계수

$K_{LR}$  : 회전 직관 유동의 지배 무차원 변수  
 $= Re/\sqrt{Ro}$   
 $K_{LC}$  : 정지 곡관 유동의 지배 무차원 변수  
 또는 Dean 수 =  $Re/\sqrt{\lambda}$   
 $l$  : 축방향 길이척도  
 $= d_h/\sqrt{Ro}$  또는  $d_h/\sqrt{\lambda}$   
 $p$  : 정압  
 $p^*$  : 원심력이 포함된 수정 압력  
 $= p - \frac{1}{2}\rho\Omega^2(x^2 + z^2)$   
 $R$  : 유로의 곡률반경  
 $Re$  : Reynolds 수 =  $w_m d_h/\nu$

† 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과  
 E-mail : jhbaek@postech.ac.kr  
 TEL : (054)279-2168 FAX : (054)279-3199

\* 회원, 포항공과대학교 기계공학과

$Ro$	: Rossby 수 = $w_m/\Omega d_h$
$u, v, w$	: $x, y, z$ 방향의 속도 성분
$V_s$	: 2차 유동 속도 = $\sqrt{u^2 + v^2}$
$w_m$	: 평균 속도
$Z_R$	: 회전 직관에서 무차원 축방향 거리 = $z/(d_h \sqrt{Ro})$
$Z_C$	: 정지 곡관에서 무차원 축방향 거리 = $Ro/(d_h \sqrt{\lambda}) = z/(d_h \sqrt{\lambda})$

## 그리스문자

$\lambda$	: 곡률비 = $R/d_h$
$\nu$	: 유체 점도
$\theta$	: 곡관의 휨 각도
$\rho$	: 유체 밀도
$\Omega$	: 회전 각속도
$\Psi$	: 흐름 함수

## 1. 서 론

## 1.1 연구배경

회전 또는 곡률이 존재하는 관 내부의 유동 현상은 터빈 블레이드의 냉각 유로, 원심압축기 회전차, 열교환기 및 냉각 장치등과 같이 다양한 공학 응용 분야에 관련되어 있기 때문에 관심 있게 연구가 수행되어 왔다.

이러한 실질적인 관심을 받아온 이유 중의 하나가 바로 회전 및 유선 곡률의 영향으로 인한 2차 유동 현상의 발생이다.

먼저 주유동 방향에 수직인 축을 중심으로 회전하는 직관의 경우에 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 관 내부에 2차 유동이 형성된다. Baura<sup>(1)</sup>는 회전 각속도가 작은 원관 내부의 완전 발달된 층류 유동을 섭동 전개법(perturbation expansion)을 사용해서 계산하였는데 관 내부의 2차 유동이 서로 엇회전하는 한 쌍의 와류 형태로 나타나는 것을 확인하였다. Ito 와 Nanbu<sup>(2)</sup>는 회전이 원관 마찰계수 변화에 미치는 영향을 실험적 방법을 통해서 살펴보았는데 회전의 영향은 난류 유동에 비해서 층류 유동에서 보다 명확하게 나타났다. Yang 등<sup>(3)</sup>은 회전관 유동에 관한 선행 연구들을 회전 형태 별로 분류해서 자세히 정리하였다.

다음으로 정지한 곡관의 경우에 곡관 중심의 속도가 빠른 유동은 벽 근처의 속도가 느린 유동에 비해 원심력의 영향을 더욱 크게 받게 되어서 회전 직관의 경우와 유사한 형태의 주유동에 수직하면서 서로 반대 방향으로 회전하는 2차 유동

(Ekman vortices)이 발생하게 되며, 이로 인해 압력 손실과 열전달율이 상당히 증가하게 된다. 곡관 내부의 층류 유동 해석을 이론적인 측면에서 최초로 접근한 Dean<sup>(4)</sup>은 곡관 내부의 완전 발달된 유동은 주로 Dean 수의 영향을 받는다는 것을 밝혔다. 이후로 많은 이론, 실험 및 계산이 시도되었는데, Soh<sup>(5)</sup>는 정사각 단면 곡관 유동에서 입구 유동 조건에 따라 유동은 하류에서 매우 다른 형태로 발달하며, 곡률비가 적은 경우에는 주유동의 박리가 발생할 수도 있다는 사실을 수치 계산을 통해서 제시하였다. Berger 등<sup>(6)</sup>은 곡관 유동에 대한 기존의 연구들을 체계적으로 종합, 정리하였다.

한편 실험 측정 상의 어려움으로 유동 특성에 대한 이해가 상대적으로 부족했던 회전하는 직관 내부의 유동 발달 특성을 정지한 곡관 유동으로부터 유추하기 위해서 앞서 언급된 수직으로 회전하는 직관과 정지한 곡관에서 볼 수 있는 유동 형태의 유사성을 입증하기 위한 연구가 단순한 정성적인 접근 방법으로 주로 원형 단면 관에 대해서 수행되어 왔다. 반면에 저차<sup>(7,8)</sup>는 원형 단면 관 유동에 대해서 Trefethen<sup>(9)</sup> 및 Ishigaki<sup>(10)</sup>에 의해서 제안된 무차원 변수들을 이용해서 사각 단면 관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서 이러한 두 유동 사이에 강한 정량적인 유사성이 존재한다는 사실을 이미 밝힌 바 있다.

## 1.2 연구목적

본 연구에서는 이미 정사각 단면 관 내부의 완전 발달된 층류 유동 해석에 사용되어 타당성이 입증된 무차원 변수 및 무차원 축방향 거리를 적용하여 임의의 중형비를 가지는 사각 단면 관 내부의 발달하는 층류 유동에서도 역시 이러한 정량적인 유사성이 존재하는지의 여부를 조사하고자 한다.

## 2. 지배방정식 및 수치해법

## 2.1 지배방정식

Fig. 1 과 2 는 주유동에 수직인 축을 중심으로 일정한 각속도  $\Omega$ 로 회전하는 사각 단면 직관과 곡률 반경이  $R$ 로 표시된 곡관 내부의 발달하는 층류 유동을 해석하기 위해 사용된 계산 모델의 개략도 및 좌표계를 나타낸다. 각각의 유동에 대한 무차원화된 지배 방정식의 유도 및 사용된 무차원 변수는 참고 문헌<sup>(11,12)</sup>에 자세히 설명되어 있으므로 이를 참조하기 바라며, 여기서는 결과식만을 제시하기로 한다.

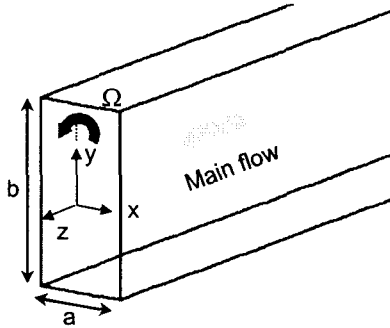


Fig. 1 Coordinate system for a straight duct in a spanwise rotation

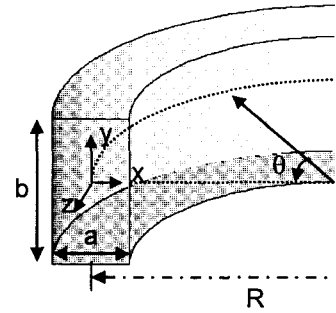


Fig. 2 Coordinate system for a stationary curved duct

2.1.1 회전 직관

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial x} + \frac{1}{K_{LR}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{1}{Ro} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) + 2\tilde{w} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial y} + \frac{1}{K_{LR}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial y^2} + \frac{1}{Ro} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial z} + \frac{1}{K_{LR}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2} + \frac{1}{Ro} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{Ro} \tilde{u} \quad (4)$$

여기서  $p^*$ 은 수정된 압력을 나타내며,

$$p^* = p - \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (x^2 + z^2) \quad (5)$$

로 정의된다. 식 (2)~(4)에서 볼 수 있듯이 코리올리력에 대한 관성력의 비를 나타내는 Rossby 수  $Ro = w_m / \Omega d_h$  와 2 차 유동의 대표 속도 크기에 기초한 Reynolds 수를 의미하는  $K_{LR} = Re / \sqrt{Ro}$  이 회전하는 직관 내부의 층류 유동 특성을 설명하기 위한 지배 무차원 변수로 사용되었다. 만일  $Ro$  가 충분히 큰 값을 가지게 되면, 식 (4)에서  $Ro$  를 포함한 항은 사라지게 되고, 회전하는 직관 내부의 유동은 오직  $K_{LR}$  에 의해서만 영향을 받게 되는 ‘점근적인 불변 특성’ (asymptotic invariance property) 을 가지게 된다.<sup>(10)</sup>

2.1.2 정지 곡관

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} + \frac{\tilde{u}}{\lambda + \bar{x}} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \tilde{w} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{1}{K_{LC}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{(\lambda + \bar{x})^2} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{K_{LC}} \left( \frac{1}{\lambda + \bar{x}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \frac{2\lambda}{(\lambda + \bar{x})^2} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} - \frac{\tilde{u}}{(\lambda + \bar{x})^2} \right) + \frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \tilde{w}^2 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \tilde{w} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \frac{1}{K_{LC}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{(\lambda + \bar{x})^2} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial z^2} + \frac{1}{\lambda + \bar{x}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \tilde{w} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} + \frac{\tilde{u}\tilde{w}}{\lambda + \bar{x}} = -\frac{\lambda}{\lambda + \bar{x}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \frac{1}{K_{LC}} \left( \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{(\lambda + \bar{x})^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

식 (6)~(9)에서  $K_{LC} = Re / \sqrt{\lambda}$  는 곡관 유동에서 주요 변수 중의 하나인 Dean 수를, 곡률비  $\lambda = R/d_h$  는 원심력에 대한 관성력의 비를 나타낸다. 이처럼  $K_{LC}$  와  $\lambda$  는 정지한 곡관 내부의 층류 유동을 특징짓는 중요한 변수임을 알 수 있다. Ito<sup>(13)</sup> 및 Austin 과 Seader<sup>(14)</sup>의 연구 결과에 의하면  $\lambda$  가 충분히 큰 값을 가지는 경우  $\lambda$  의 영향은 실제로 무시할 수 있을 정도로 작은 것으로 알려져 있다. 결과적으로 식 (6)~(9)에서 곡률비  $\lambda$  는 유동 특성에 영향을 미치지 않게 되고,  $K_{LC}$  만이 정지한 곡관 내부의 유동 특성을 결정하는 지배적인 변수가 된다. 한편 식 (6)~(9)에서  $\lambda \rightarrow \infty$  를 취하게 되면 회

전 직관에 대한 무차원화된 지배방정식인 식 (1)~(4)와 비교했을 때 코리올리력(식 (2)) 및 원심력(식 (7))을 제외한 나머지 항들은 동일한 형태를 나타내게 된다.

2.1.3 무차원 축방향 거리

기존의 회전하는 직관 및 정지한 곡관에서의 발달하는 유동에 대한 실험 및 계산 결과는 대부분 형식적인 무차원 거리  $z/d_h$  또는 곡관의 휨 각도  $\theta$  로 표시되었기 때문에 두 유동 사이의 유사성 비교가 힘든 것이 사실이었다. 따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하고 발달하는 유동의 유사성 확인을 용이하게 하기 위해서 축방향 길이 척도  $l$  을 식 (10)과 같이 정의하였다.<sup>(11)</sup>

$$l = d_h \sqrt{Ro} = d_h \sqrt{\lambda} \tag{10}$$

식 (10)의 유도 과정을 자세히 살펴보면 단면 내의 길이 척도를  $d_h$ , 축방향 속도 척도를  $w_m$  으로 두면, 단면내의 유동이 2 차 유동 속도  $w_m/\sqrt{Ro}$  또는  $w_m/\sqrt{\lambda}$  로 거리  $d_h$  만큼 이동하는 동안 축방향 유동은  $w_m$  의 속도로 거리  $l$  만큼 이동하는 것을 의미한다. 본 연구에서는 두 유동의 유사성 비교를 위해 다음과 같은 무차원 축방향 거리를 사용하였다.<sup>(11)</sup>

$$Z_R = z/l = z/(d_h \sqrt{Ro}) \tag{11}$$

$$Z_C = z/l = R\theta/(d_h \sqrt{\lambda}) = z/(d_h \sqrt{\lambda}) \tag{12}$$

2.2 수치해법

Fractional-step 방법을 사용해서 회전 직관 및 정지 곡관 내부의 발달하는 층류 유동을 해석하였다. 대류항은 2 차 상류 차분법을, 점성항과 압력항은 2 차 중앙 차분법을 이용해서 차분화하였다. 비엇갈림 격자계의 사용을 통하여 경계조건의 부가를 용이하게 하였고, 각각의 변수값 저장시 요구되는 부가적인 기억장소를 감소시켰다.

회전 직관 및 정지 곡관 내부의 발달하는 유동에서 특정 임계값 ( $K_L$ )<sub>crit</sub> 을 초과하는 경우 축방향으로 유동이 진행하면서 유동 불안정성 발생으로 인한 비대칭 구조의 부가적인 와류가 발생할 수 있으므로 전체 관 단면에 대해서 계산을 수행하였다<sup>(15)</sup>. 주유동과 2 차 유동이 급격하게 변화하는 관 입구 및 벽 근처에서는 격자를 조밀하게 배치하였다. 계산 결과의 격자 의존도를 파악하기 위해 종횡비  $A=2$  에서 축방향, 폭방향 및 높이방향으로 100×25×49, 100×35×69, 100×45×89 및 150×35×69

의 격자수에 대해서 계산을 수행하였다. Fig. 3 은 최대 축방향 속도비( $w_{max}/w_m$ )의 변화를 나타낸다. 축방향 격자수의 증가는 계산 결과에 별다른 영향을 미치지 않았으며, 계산 시간 및 정확도를 고려하여  $A=2$  인 경우 100×35×69 개의 격자를 사용하였다. 다른 종횡비에 대한 격자수는 Table 1 에 나타내었다. 계산에 적용된 경계조건은 다음과 같다.

- 입구 조건 ; 균일 유동
- 출구 조건 ; 2 차 정확도를 가진 외삽법
- 점착 조건 ;  $u=v=w=0$  at  $x=\pm a, y=\pm b$

3. 결과 및 토의

유동장이 ‘점근적인 불변특성’을 나타내는  $Ro$  및  $\lambda$ 의 범위에서 회전 직관 및 정지 곡관 내부의 발달하는 층류 유동의 유사성을 살펴보기 위해  $K_{LR}=K_{LC}=125$  및  $Ro=\lambda=20$  인 경우에 대해서 계산을 수행하였다. 또한 종횡비 변화가 유동 유사성에 미치는 영향을 조사하기 위해 4 가지 다른 종횡비 ( $A=0.25, 0.5, 2, 4$ )에 대해서 계산을 수행하였다. 종횡비  $A=1$  에 대한 결과는 참고문헌<sup>(12)</sup>에 자세히 설명되어 있으므로 본 논문에서는 생략하기로 한다.

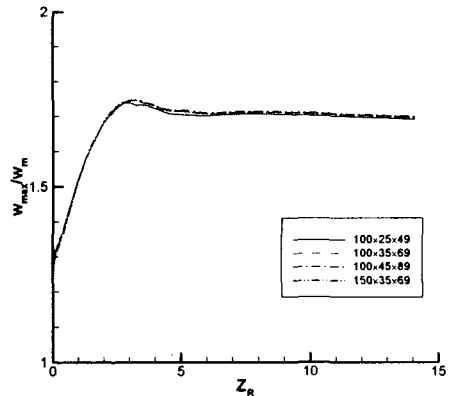


Fig. 3 Grid independency check: Axial variation of maximum axial velocity ratio ( $A=2, K_{LR}=125, Ro=20$ )

Table 1 Grid system

		Aspect ratio ( $A=b/a$ )			
		0.25	0.5	2	4
Grid size	Axial	100	100	100	100
	Radial	135	69	35	35
	Spanwise	35	35	69	139

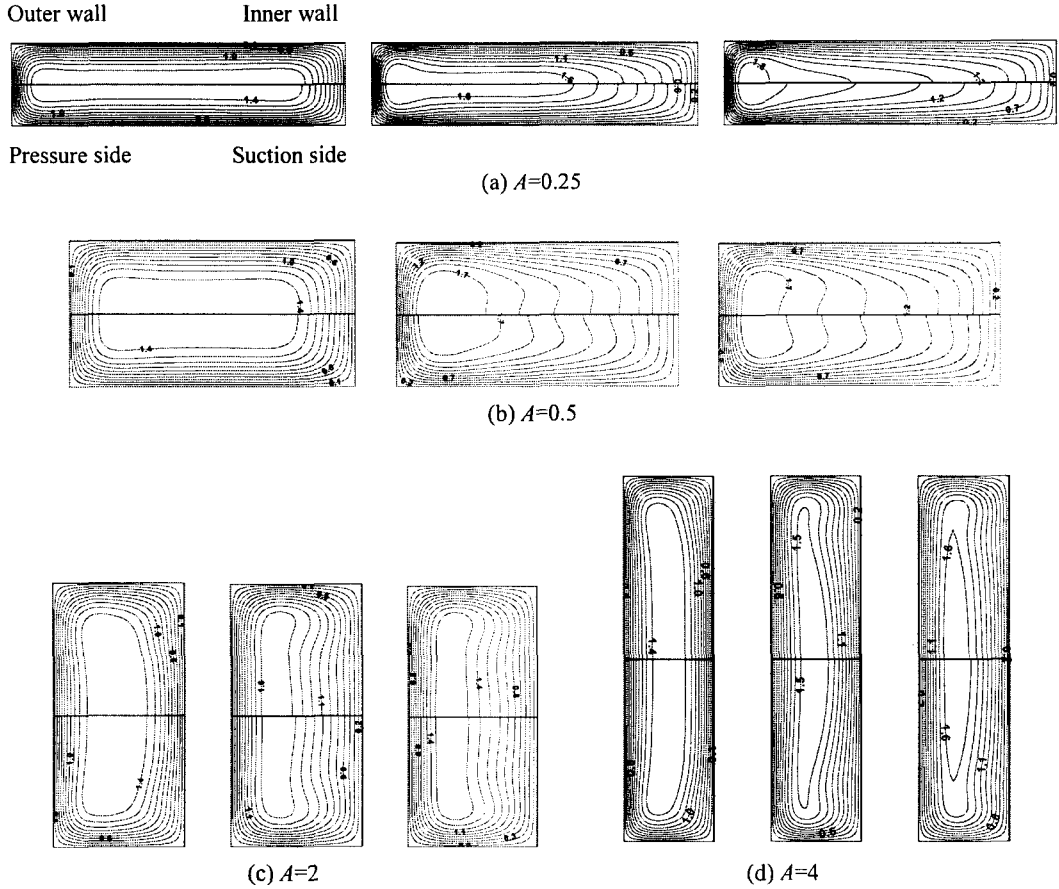


Fig. 4 Development of dimensionless axial velocity contours:  $Z=1.16$ (left);  $Z=3.12$ (center);  $Z=12.6$ (right)

3.1 일반적인 유동 형태

Fig. 4는 무차원화된 축방향 속도 contour를 나타낸다. 사각 단면 관 상반부는 정지 곡관을, 하반부는 회전 직관을 나타낸다. 결과적으로 정지 곡관의 외부벽은 회전 직관의 압력면(pressure side)에, 내부벽은 흡입면(suction side)에 해당한다. 먼저 회전 직관의 경우, 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 축방향 거리  $Z_R$ 이 증가할수록 직관 중심의 속도가 빠른 유동이 압력면으로 이동한다. 정지 곡관의 경우 회전 직관의 경우와 유사하게 곡률에 의한 원심력이 작용하면서  $Z_C$ 가 증가할수록 곡관 중심의 운동량이 큰 비점성 특성을 가지는 유동이 외부벽으로 이동하는 것을 볼 수 있다. 종횡비가 1보다 작은  $A=0.25$  및  $0.5$ 인 경우 축방향 거리  $Z$ 가 증가할수록 두 유동의 형태가 점차적으로 차이가 발생하는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상이 발생하는 이유는 식 (2)와 (7)에서 확인할 수 있듯이 회전 직관 유동의 경우 코리올리력은  $\tilde{w}$ 에 비해

하나, 정지 곡관 유동에서 원심력은  $\tilde{w}^2$ 에 비해하기 때문에, 2차 유동은 관 단면에서 국부적인 차이를 나타내게 된다. 또한 종횡비가 작을수록 이러한 2차 유동의 차이는 증가하게 되고 결과적으로 축방향 속도 분포에도 상당한 영향을 미치게 된다. 반면에 종횡비가 1보다 큰  $A=2$  및  $4$ 인 경우 축방향 속도 분포가 전체적으로 잘 일치하였다.

Fig. 5는 2차 유동 속도 벡터와 유선을 나타낸다. 속도 벡터의 경우 2차 유동을 명확히 나타내기 위해 2개의 격자 간격마다 표시하였으며,  $Z=1.16$ 에서는 2차 유동의 강도가 크지 않아 2차 유동 형태를 유선으로 명확히 표현할 수 없어 생략하였다. 회전 직관에서는 코리올리력의 영향으로 엇회전하는 한 쌍의 와류(Ekman vortices)가 발생한다. 반면에 정지 곡관에서는 곡관 중심의 속도가 빠른 유동이 벽 근처의 속도가 느린 유동에 비해서 원심력의 영향을 더욱 크게 받게 되어 유동이 외부벽으로 이동하면서 주유동 방향에 수직

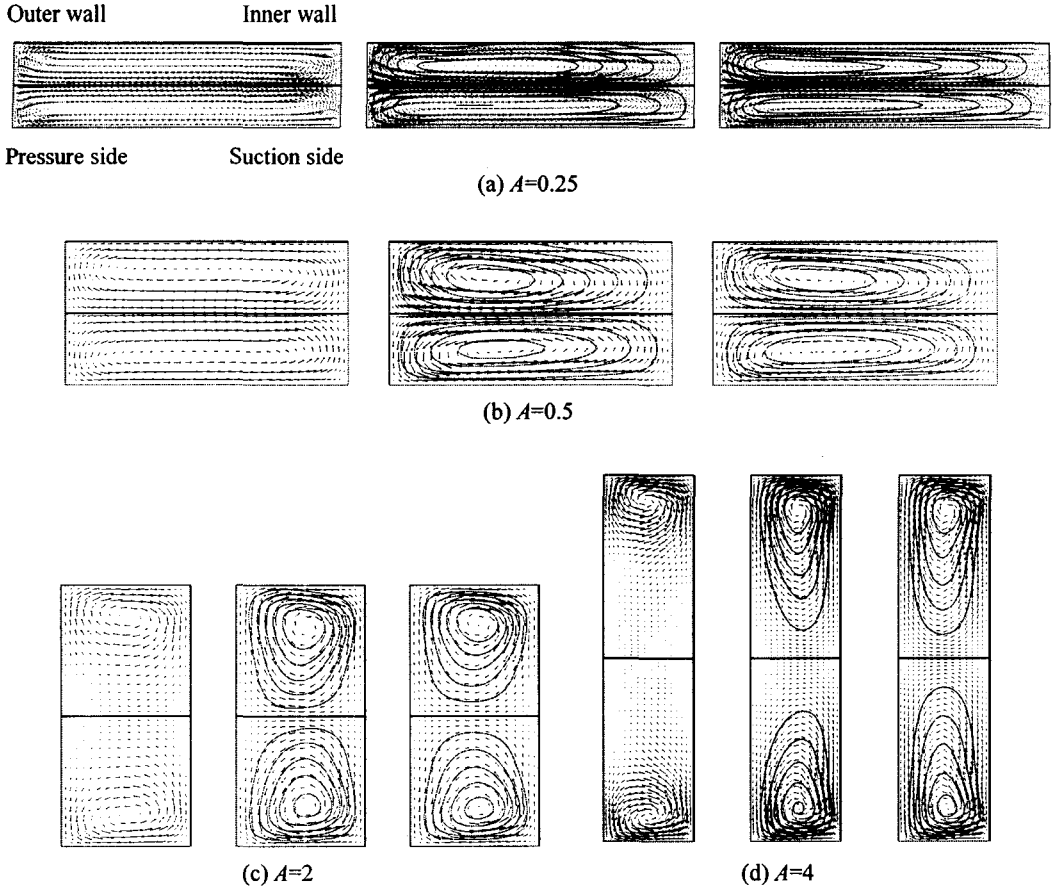


Fig. 5 Development of secondary velocity vector and streamlines:  $Z=1.16$ (left);  $Z=3.12$ (center);  $Z=12.6$ (right)

한 2 차 유동이 발생한다. 조사된 축방향 위치에서 2 차 유동 형태는 대략적으로 잘 일치하였다. 참고로 관성력과 코리올리력 사이의 불균형(회전 직관) 또는 반경 방향 압력 구배 및 원심력의 불균형(정지 곡관)으로 인해 압력면 또는 외부벽에서 발생하는 부가적인 와류 구조인 Coriolis vortices 와 Dean vortices 는 본 연구에서는 발생하지 않았다.

3.2 마찰계수

관 유동 해석에서 마찰계수를 정확하게 구하는 것은 압력 손실을 계산하기 위한 필수적인 작업이다. Fig. 6 은 마찰계수 비의 축방향 변화를 나타내는데, 여기서  $f_0$  는 정지한 직관 내부의 완전 발달 유동에 대한 평균 마찰계수이다. 단면적이 동일한 경우 종횡비가 작을수록 마찰계수는 상대적으로 큰 값을 가졌다.  $f/f_0$  가 일정한 값을 가지는 완전 발달 영역에서는  $A=0.5$  에서 가장 큰 값을,  $A=4$  에서 가장 작은 값을 나타내었다. 계산된 두 유동의 마찰계수의 비는 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

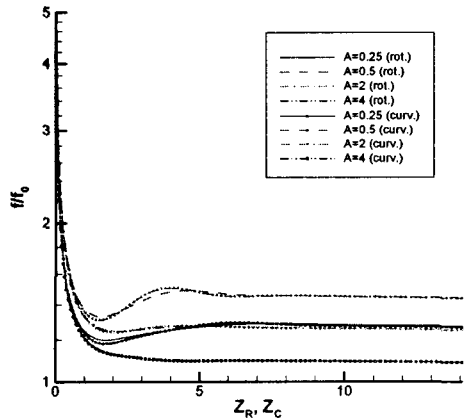


Fig. 6 Axial variation of average friction factor ratio

3.3 다른 유동 특징들

Fig. 7 은 최대 축방향 속도의 비( $w_{max}/w_m$ )를 나타내고 있다. 마찰계수 비와 유사하게 단면적이 동

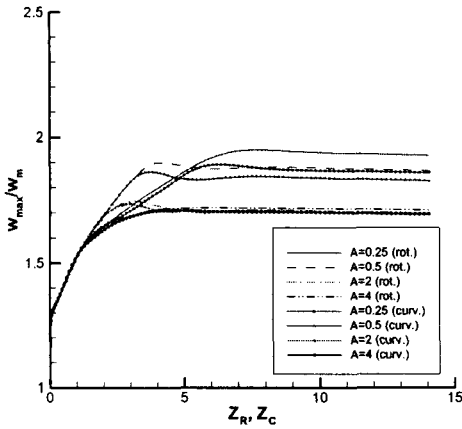


Fig. 7 Axial variation of maximum axial velocity ratio

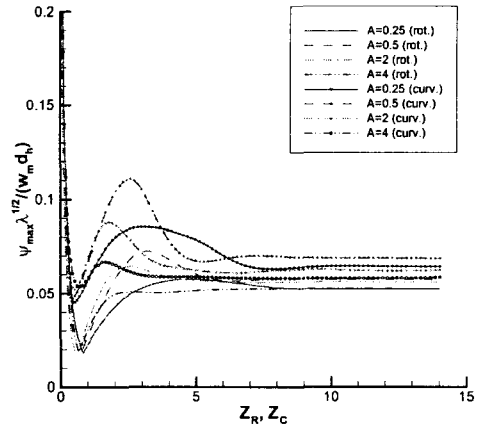


Fig. 9 Axial variation of maximum value of stream function

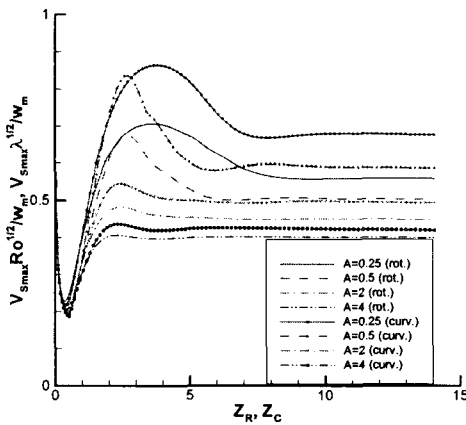


Fig. 8 Axial variation of maximum secondary velocity intensity

일한 경우 종횡비가 작을수록  $w_{max}/w_m$  의 크기는 상대적으로 큰 값을 가졌다. 종횡비가 1 보다 큰 경우 최대 축방향 속도의 비는 전반적으로 일치하는 반면 종횡비가 1 보다 작은 경우 속도비의 불일치 정도는 종횡비가 작아질수록 커지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8 은 무차원화된 2 차 유동 강도의 축방향 변화를 나타낸다. Fig. 6 의 마찰계수와 같은 적분 물성치(integral property)의 경우 정량적인 유동 유사성이 만족되는 반면, 2 차 유동 강도와 같은 국부적인 값은 약간의 차이를 보여주고 있다. 종횡비가 감소할수록 2 차 유동 강도의 크기는 증가하며, 두 유동의 상대적인 차이도 커지는 것을 볼 수 있다.

이러한 결과는 앞서 Fig. 4 의 축방향 속도 분포에서 종횡비가 작아질수록 유동 형태의 차이가 커지는 사실을 뒷받침한다.

Fig. 9 는 무차원화된 최대 흐름 함수값의 축방향 변화를 나타낸다. 최대값은 Fig. 5 에서 살펴본 와류의 중심에 위치한다. 단면적이 동일한 경우 종횡비가 작을수록 최대 흐름 함수값은 상대적으로 큰 값을 가졌다. 완전 발달 영역에서는  $A=0.5$  에서 가장 큰 값을,  $A=4$  에서 가장 작은 값을 나타내었다. 계산된 두 유동의 최대 흐름 함수값은 종횡비가 작아질수록 차이가 커짐을 알 수 있다.

#### 4. 결론

주유동에 수직한 축을 중심으로 회전하는 사각 단면 직관과 정지한 곡관에서의 층류 발달 유동의 유사성 성립 여부에 종횡비가 미치는 영향을 밝히기 위해 물리적으로 타당한 상사변수와 고차의 정확도를 가지는 수치 해법을 이용하여 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 원형 단면 관 유동의 유사성을 파악하기 위해 Trefethen<sup>(9)</sup> 및 Ishigaki<sup>(10)</sup>에 의해서 제안된 무차원 변수는 원형 관 직경 대신 수력직경을 사용함으로써 종횡비가 1 보다 큰 사각 단면 관 유동에 대해서 신뢰할 수 있는 수준으로 사용할 수 있음을 확인하였다. 즉, 회전하는 직관 유동의 해석에 사용된 무차원 변수  $K_{LR}$  과 Rossby 수  $Ro$  는 정지한 곡관 유동에서 Dean 수  $K_{LC}$  와 곡률비  $\lambda$  에 각각 대응하였다.

(2) 종횡비가 1 보다 큰 경우,  $Ro$  와  $\lambda$  가 ‘점근적인 불변 특성’을 만족하는 범위에서 두 유동의 정량적인 유사성이 동일한  $K_L$  및 축방향 위치  $Z$  에 대해서 성립하였다. 평균 마찰계수, 주유동의 형태 및 단면의 최대 축방향 속도는 전반적으로 일치하였다.

(3) 종횡비가 1 보다 작은 경우, 2 차 유동 강도의 증가로 두 유동의 유사성은 다소 훼손되며, 불일치의 정도는 종횡비가 작아질수록 두드러지는 것을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 BK21 지원 사업으로 수행되었습니다.

### 참고문헌

- (1) Baura, S. N., 1954, "Secondary Flow in a Rotating Straight Pipe," *Proc. Royal Society London*, A 227, pp. 133~139.
- (2) Ito, H. and Nanbu, K., 1971, "Flow in Rotating Straight Pipes of Circular Cross Section," *ASME J. Basic Engineering*, Vol. 93, pp. 383~394.
- (3) Yang, W. J., Fann, S. and Kim, J. H., 1994, "Heat and Fluid Flow Inside Rotating Channels," *Applied Mechanics Review*, Vol. 47, pp. 367~396.
- (4) Dean, W. R., 1927, "Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe," *Philosophical Magazine*, Vol. 4, pp. 208~223.
- (5) Soh, W. Y., 1988, "Developing Fluid Flow in a Curved Duct of Square Cross-Section and Its Fully Developed Dual Solutions," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 188, pp. 337~361.
- (6) Berger, S. A., Tabolt, L. and Yao, L.-S., 1983, "Flow in Curved Pipes," *Annual Review Fluid Mechanics*, Vol. 15, pp. 461~512.
- (7) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2000, "Study on the Similarity of Laminar Flows between in Orthogonally Rotating Square Duct and Stationary Curved Square Duct," *Trans. KSME(B)*, Vol. 24, No. 12, pp. 1683~1691.
- (8) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2002, "A Numerical Study of the Similarity of Fully Developed Laminar Flows in Orthogonally Rotating Rectangular Ducts and Stationary Curved Rectangular Ducts of Arbitrary Aspect Ratio," *Computational Mechanics*, Vol. 29, pp. 183~190.
- (9) Trefethen, L. M., 1957, "Flow in Rotating Radial Ducts," *General Electric Report*, No.55GL350-A.
- (10) Ishigaki, H., 1994, "Analogy between Laminar Flows in Curved Pipes and Orthogonally Rotating Pipes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 268, pp. 133~145.
- (11) Ishigaki, H., 1999, "Analogy between Developing Laminar Flows in Curved Pipes and Orthogonally Rotating Pipes," *JSME Int. J.(B)*, Vol. 42, pp. 197~205.
- (12) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2001, "A Numerical Study on the Similarity of the Developing Laminar Flows Between in Orthogonally Rotating Square Duct and Stationary Curved Square Duct," *J. Computational Fluids Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 21~30.
- (13) Ito, H., 1959, "Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Basic Engineering*, Vol. 81, pp. 123~134.
- (14) Austin, L. R. and Seader, J. D., 1973, "Fully Developed Viscous Flow in Coiled Circular Pipes," *AIChE J.*, Vol. 19, pp. 85~93.
- (15) Jen, T.-C. and Lavine, A. S., 1992, "Laminar Heat Transfer and Fluid Flow in the Entrance Region of a Rotating Duct with Rectangular Cross Section: The Effect of Aspect Ratio," *J. Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 574~581.