

# 동일 채널 간섭이 존재하는 나카가미 채널에서 임의 직사각 QAM 신호의 MRC 다이버시티 수신 성능

정회원 현 광 민\*, 윤 동 원\*, 박 상 규\*

## Performance Analysis of Arbitrary Rectangular QAM over Nakagami Fading Channels with MRC in the Presence of Co-channel Interference

Kwangmin Hyun\*, Dongweon Yoon\*, Sang Kyu Park\* *Regular Members*

### 요 약

MRC 다이버시티 수신 시스템에서 상호 독립적이고 동일한 전력을 갖는 동일 채널 간섭자들이 존재할 경우, Gray 부호화된 임의 직사각 QAM 신호의 성능을 분석하였다. 본 논문에서는 L개의 수신 안테나를 갖는 MRC 수신 다이버시티 시스템에서 N명의 서로 독립적이고 동일한 나카가미 분포를 갖는 동일 채널 간섭자들의 신호가 수신되는 경우의 폐쇄형 (closed-form) 평균 비트 오류 확률 수식을 유도하였다. 이 수식은 수치 계산에 의해 쉽게 계산되는 초기화 함수를 이용하여 표현되었다.

### ABSTRACT

General closed-form expression is derived and analyzed for the exact bit error rate (BER) performance of the arbitrary rectangular Gray coded QAM signal in conjunction with maximal-ratio combining (MRC) diversity on frequency non-selective slow m-distributed Nakagami fading channel in the presence of co-channel interference. Numerical results demonstrate error performance improvement with the use of MRC diversity reception. The new expressions presented here are suitable for evaluating various cases of practical interest on wireless communication channels.

**Keyword:** QAM; MRC; Diversity; Fading; Co-channel Interference.

### I. 서 론

이동 통신 환경에서 광대역 전송을 실현하기 위해서는 다중 경로 페이딩, 동일 채널 신호들 간의 간섭, 그리고 정보 복구를 위한 신호 대 잡음비 확보 방안 등을 고려해야 한다. 이러한 문제들을 해결하기 위한 방안으로, 페이딩 현상으로 인한 시스템 성능의 저하를 극복하고 안정적인 정보의 전송을 위하여 여러 개의 안테나를 이용한 다이버시티 수

신 방법이 적용 되고 있고, 대역폭 활용 효율을 높이기 위해 동일한 주파수 대역폭 내에서 더 높은 전송율을 갖는 다치 (Multi-level) 변조 방식 중의 하나인 QAM (quadrature amplitude modulation)에 많은 관심을 보이고 있다 [1]-[5]. 그러므로 QAM 방식을 이용하여 정보를 전송하는 무선 통신 시스템의 성능 개선을 위하여 페이딩 현상과 다이버시티 수신, 그리고 QAM 방식간의 상호 관계를 고찰 할 필요가 있다.

페이딩 현상은 정도에 따라 통신 시스템 성능에

\* 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부 (skpark@hanyang.ac.kr)  
논문번호 : 030478-1103, 접수일자 : 2003년 11월 3일

치명적으로 영향을 줄 수 있으며, 로그 노말(log-normal), 레일레이(Rayleigh), 라이산(Rician), 나카가미(Nakagami) 등 여러 가지 형태로 모델링되어 통신 채널 분석에 이용이 되고 있다. 특히,  $m$  분포라고 불리는 나카가미 페이딩 모델은 실험적 이론적으로 도심에서 무선 다중 경로 채널에 가장 적합한 것으로 알려져 있고, 특히 나카가미 페이딩 모델링은 페이딩 파라미터의 조정을 통하여 레일레이와 라이산 페이딩 모델링으로 변화 시킬 수 있는 모델이다 [6][7]. 이러한 페이딩 현상을 극복하기 위하여 공간 디버시티, 시간 디버시티, 주파수 디버시티등 여러 가지 방식의 페이딩 영향을 줄이기 위한 연구가 진행되어 왔다. 많은 논문들에서 나카가미 페이딩 모델링을 이용하여 최대비 합성 디버시티(MRC; maximum ratio combining) 수신 시스템의 성능을 분석하였다 [6]-[11].

또한, 동일 채널 간섭은 이동 통신에 있어서 고려해야 하는 중요한 성능 저하 요인 중의 하나이다. 특히, 효율적인 주파수 재사용과 적정한 채널 용량을 유지하기 위해서는 동일 채널 간섭의 최소화 와 이에 대한 효과적인 제거기술을 필요로 한다. 이러한 동일 채널 간섭에 대해서는 동일 채널 내에서 간섭을 일으키는 사용자의 수, 간섭의 강도 및 수신 안테나 수의 관계에 따라 수식의 복잡도가 달라진다[7]-[12]. 특히 Aalo 와 Zhang [11]은 MRC 수신 시스템에서 동일 채널 간섭이 존재할 때, 여러 가지 PSK, FSK 계열 변조 신호들의 성능을 일반화 하였다. 그러나 이러한 페이딩 현상을 극복하기 위하여 사용되는 MRC 수신 방식 동일 채널 간섭에 의한 성능 저하를 극복하기 위한 방법의 하나로 사용되는 MRC 수신 방식의 성능을 해석한 많은 논문들 중에서 아직까지 동일 채널 간섭이 존재하는 경우의 임의 직사각(arbitrary rectangular) QAM(AR-QAM)에 대한 성능 분석은 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 AR-QAM 성능 계산 논문 [5]와 Aalo의 논문 [11]을 바탕으로 AR-QAM으로 변조하여 전송된 신호가 나카가미 다중 경로 페이딩 현상을 겪고, 동일 채널 간섭 신호들이 MRC 수신 시스템을 통하여 같이 수신되었을 경우의 AR-QAM 수신 시스템의 비트 오율을 폐쇄형으로 도출하였다. 2장에서는 시스템의 모델과 가산 백색 잡음 환경에서의 AR-QAM의 성능을 설명하고, 3장에서는 MRC 수신 시스템에서 동일 채널 간섭이 존재할 때의 확률 밀도 함수(PDF; probability density function)와 그에 따른 AR-QAM 성능을 해석을 한

다. 4장에서는 3장에서 계산된 수식을 이용하여 실 험상에서 얻은 안테나간의 상관 값을 적용한 수치 해석과 그 결과를 논하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

변조된 AR-QAM 신호는 페이딩이 느리고 주파수 비선택적인 나카가미 페이딩 채널을 통하여 전송된다고 가정한다. 따라서, 수신된 신호의 순간 신호대 잡음비 (instantaneous SNR)  $\gamma$ 의 PDF는 다음 식과 같이 표현된다[6].

$$f(\gamma) = \frac{\gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\gamma} \right)^m \exp\left(-\frac{m}{\gamma}\right), \gamma \geq 0 \quad (1)$$

여기에서,  $\bar{\gamma}$ 는 평균 SNR을 의미하고,  $\Gamma()$ 는 감마 함수[14]이다. 또한,  $m$  ( $m \geq 0.5$ )은 페이딩 영향의 정도를 나타낸다.  $m$  분포는 특별한 경우로써 half-Gaussian ( $m=0.5$ ), 레일레이 ( $m=1$ ), 그리고 페이딩이 없는 경우 ( $m=0$ )를 포함하고, 적절한 파라메터를 선택함으로써 라이산이나 로그 노말(log-normal) 분포로도 근사화 될 수 있다.

$I$  (inphase) 축의 신호점 수가  $U$ 개이고  $J$  (quadrature) 축의 신호점 수가  $V$ 개일 경우,  $U \times V$  직사각 QAM에서는  $\log_2(U \cdot V)$  비트의 데이터가 2차원 신호 성상도(constellation)의 한 점에 사상된다. 이 데이터 중  $\log_2 U$  비트는 그 진폭이  $A_I$ 이고  $I$  축의 신호점 집합  $\{\pm d_I, \pm 3d_I, \dots, \pm (U-1)d_I\}$ 에 사상된다. 같은 방식으로  $\log_2 V$  비트는 그 진폭이  $A_J$ 이고  $J$  (quadrature) 축의 신호점 집합  $\{\pm d_J, \pm 3d_J, \dots, \pm (V-1)d_J\}$ 에 사상된다. 여기에서  $I$  축의 신호 점간 거리를 결정하는 파라메터인  $d_I = \sqrt{(3 \log_2 U \cdot E_b) / (U^2 - 1)}$ ,  $J$  축의 신호 점간 거리를 결정하는 파라메터인  $d_J = \sqrt{(3 \log_2 V \cdot E_b) / (V^2 - 1)}$ 이고,  $E_b$ 는 비트 에너지를 의미한다. 그럼 1은  $d_I = d_J = d$ 인 경우, 2차원 Gray 부호를 이용한  $4 \times 2$  직사각 QAM 신호 성상도 상의 신호점들 위치를 보여준다. 또한,  $I$  축의 i1 영역과 i2 영역,  $J$  축의 q 영역은 한 심벌

(symbol)을 구성하는 3개 비트 데이터들이 각각 1인 경우 해당 비트 결정 영역을 보여준다.[14].

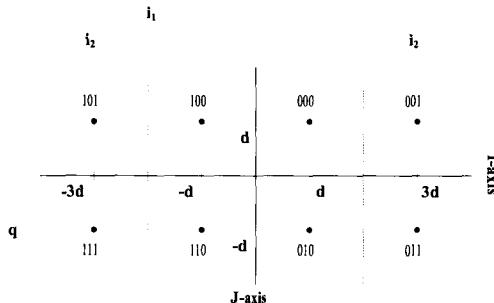


그림 1. 2차원 Gray 부호를 이용한  $4 \times 2$  직사각 QAM의 신호 공간그림

수신된 QAM 신호의 복조는 2개의 병렬 PAM(pulse amplitude modulation) 신호 복조기가 사용된다. 본 논문에서는 복조기에서 반송파와 심벌 동기는 완벽하게 이루어 졌다고 가정한다.

AWGN (additive white Gaussian noise) 환경에서 직사각 QAM 신호의 비트 오률(BER; bit error rate)의 조건부 확률은 다음과 같이 주어진다 [5].

$$P_b(e | \gamma) = \frac{1}{\log_2(U \cdot V)} \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor \log_2 U \rfloor} P_f(k) + \sum_{l=1}^{\lfloor \log_2 V \rfloor} P_j(l) \right) \quad (2)$$

여기서,  $P_f(k)$ 와  $P_j(l)$ 은  $k$ 번째  $I$  배열의 PAM 비트와  $l$ 번째  $J$  배열의 PAM 비트의 비트 오율을 각각 의미하고, 이들은 다음과 같이 나타낸다.

$$P_f(k) = \frac{1}{U} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})U-1} [\Theta(i, k, U) \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma \cdot \mathcal{Q}(i, U, V)})] \quad (3a)$$

$$P_j(l) = \frac{1}{V} \sum_{j=0}^{(1-2^{-l})V-1} [\Theta(j, l, V) \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma \cdot \alpha^2 \cdot \mathcal{Q}(j, U, V)})] \quad (3b)$$

여기서,

$$\Theta(a, b, c) = (-1)^{\lfloor \frac{a \cdot 2^{b-1}}{c} \rfloor} \cdot \left( 2^{b-1} - \lfloor \frac{a \cdot 2^{b-1}}{c} \rfloor + \frac{1}{2} \right) \quad (3c)$$

$$\mathcal{Q}(a, b, c) = \frac{3(2a+1)^2 \cdot \log_2(bc)}{(b^2-1) + \alpha^2(c^2-1)} \quad (3d)$$

이다. 식(3)에서  $a$ 는  $I$ 축과  $J$ 축 간의 최소 거리의 비를 의미하고,  $k \in \{1, 2, \dots, \lfloor \log_2 U \rfloor\}$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, \lfloor \log_2 V \rfloor\}$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$ 는 Floor 함수를 의미한다. 만일  $I$ 축과  $J$ 축 신호 점들의 갯수가 같고,  $\alpha = 1$ 이면 정사각 QAM 신호의 BER이 된다[15].

페이딩 채널에서 합성된 신호의 SNR이  $\gamma_b$ 인 다이버시티 수신 시스템의 평균 BER,  $\overline{P}_b$ 는 식(5)와 같이 계산된다.

$$\overline{P}_b = \int_0^\infty P_b(e | \gamma) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma \quad (4)$$

여기서,  $P_b(e | \gamma)$ 는 AWGN에서의 BER이고,  $f_{\gamma_b}(\gamma)$ 는 다이버시티를 통하여 합성 수신된 신호의 PDF를 의미한다.

식(4)에 식(3)을 대입하면  $\overline{P}_b$ 는 식 (5)와 같이 2개의 적분 형태로 표현되고, 이들은 각각  $I$ 와  $J$ 축의 비트 오류 확률을 나타낸다 [5].

$$\overline{P}_b = \frac{1}{\log_2(U \cdot V)} \times \left\{ \frac{1}{U} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})U-1} [\Theta(i, k, U) \cdot \Psi_f(i, U, V)] + \frac{1}{V} \sum_{j=0}^{(1-2^{-l})V-1} [\Theta(j, l, V) \cdot \Psi_j(j, U, V)] \right\} \quad (5a)$$

여기서,

$$\Psi_f(i, U, V) = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma \cdot \mathcal{Q}(i, U, V)}) \cdot f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma \quad (5b)$$

$$\Psi_j(j, U, V) = \int_0^\infty \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma \cdot \alpha^2 \cdot \mathcal{Q}(j, U, V)}) \cdot f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma \quad (5c)$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (5d)$$

이다. 식(6)은 평균 BER  $\overline{P}_b$ 가  $\Psi_f(i, U, V)$ 와

$\Psi_F(j, U, V)$ 에 의해 특징 지워짐을 보인다. 본 논문에서는  $\Psi_F(i, U, V)$ 와  $\Psi_F(j, U, V)$ 는 내부 파라메터들 중  $\alpha$ 변수만이 차이가 있으므로  $I$ 축 상에 서의  $\Psi_F(i, U, V)$ 만을 구하는 것만을 보인다. 즉,  $\Psi_F(i, U, V)$ 에서  $\overline{\gamma_{\text{대신}} \alpha^2 \gamma}$ 를 대입함으로써  $\Psi_F(j, U, V)$ 를 쉽게 구할 수 있기 때문이다.

### III. 동일 채널 간섭이 존재하는 경우의 평균 BER

1. 동일 채널 간섭이 존재하는 경우의 확률 분포  
다중 경로 페이딩과 잡음에 못지않게 간섭은 무선 통신 시스템의 성능에 영향을 주는 중요한 요소 중의 하나이다. 다중 경로 페이딩은 통신 시스템의 성능을 저하시키는 역할을 하고, 동일 채널 간섭은 시스템 용량을 제한하게 되는 요인으로 작용한다. 본 논문에서는  $L$ 개의 수신 안테나를 갖는 MRC 수신 다이버시티 시스템에서  $N$ 명의 서로 독립적이고 동일한 나카가미 분포를 갖는 동일 채널 간섭자들의 신호가 수신되는 경우를 가정한다. 실제적으로 간섭자들의 신호는 거의 동일한 통계적 특성을 가지고 수신되고, 다이버시티 안테나 수는 간섭자의 수보다 적은 것이 일반적이다. 그러므로, 각 안테나 가지에는 동일한 간섭 신호들이 수신되고, 동일 채널 간섭 신호들은 기준 사용자의 신호보다 더 심한 페이딩을 겪는다고 가정한다. 이때, MRC 수신 다이버시티 시스템을 통하여 수신된 신호의 신호대간섭과 잡음의 비(SINR; signal to interference and noise ratio)  $\gamma_b$ 는 식(6)과 같이 정의 할 수 있다 [11].

$$\gamma_b = \frac{\sum_{i=1}^L S_i}{\sigma^2 + \sum_{j=1}^N P_j} = \frac{S}{1 + \sum_{j=1}^N Y_j} \quad (6)$$

여기서,  $S_i$ 는  $i$ 번째 안테나 가지로 수신되는 기준 사용자 신호를,  $S$ 는 합성 출력 단에서의 SNR, 그리고  $Y_j$ 는 간섭 신호  $P_j$  대 잡음비 (INR; interference to noise ratio)를 의미한다. 또한, 각 안테나 가지의 잡음 전력  $\sigma^2$ 은 동일하다고 가정한다. 따라서, 수신 다이버시티 시스템에서 합성된 기준 사용자 신호 SNR의 PDF는 다음과 같이 주어진다[11].

$$f_S(\gamma) = \frac{\gamma^{Lm_s - 1}}{\Gamma(Lm_s)} \left( \frac{m_s}{\gamma_s} \right)^{Lm_s} \exp \left( - \frac{m_s}{\gamma_s} \gamma \right), \gamma \geq 0 \quad (7)$$

여기서,  $\overline{\gamma_s}$ 는 기준 사용자 신호의 SNR을,  $m_s$ 는 나카가미 페이딩 파라미터를 의미하다.

간섭자들의 신호가 동일 거리에서 동일한 전력의 세기로 신호를 송신한다고 했을 경우, 수신 다이버시티 시스템에 수신된 동일 채널 간섭자들의 신호 세기들은 동일하다고 볼 수 있다. 그러므로 수신된 간섭신호의 합은  $Y = \sum_{j=1}^N Y_j$  라 놓을 수 있고, 총 INR의 PDF는 식(7)과 동일한 형태로 식(8)로 나타낼 수 있다 [11].

$$f_Y(y) = \frac{\gamma^{Nm_F - 1}}{\Gamma(Nm_F)} \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F} \exp \left( - \frac{m_F}{\gamma_F} y \right), y \geq 0 \quad (8)$$

여기서,  $\overline{\gamma_F}$ 는 평균 INR이고,  $m_F$ 는 간섭 신호에 대한 나카가미 페이딩 파라미터이므로 SINR  $\gamma_b$ 의 PDF는 [16]

$$f_{\gamma_b}(\gamma) = \int_0^\infty (1+y) f_S[(1+y)\gamma] f_Y(y) dy, \gamma \geq 0 \quad (9)$$

와 같다. 식(7)과 (8)을 (9)에 대입하면[11]

$$\begin{aligned} f_{\gamma_b}(\gamma) &= \frac{(m_s/\overline{\gamma_s})^{Lm_s} (m_F/\overline{\gamma_F})^{Nm_F} \gamma^{Nm_F - 1}}{\Gamma(Lm_s) \Gamma(Nm_F)} \\ &\times e^{-(m_s/\overline{\gamma_s})} \cdot \int_0^\infty (1+y)^{Lm_s} \cdot y^{Nm_F - 1} \\ &\cdot e^{-(m_s/\overline{\gamma_s} + m_F/\overline{\gamma_F})} dy \\ &= (m_s/\overline{\gamma_s})^{Lm_s} (m_F/\overline{\gamma_F})^{Nm_F} \gamma^{Nm_F - 1} \\ &\times e^{-(m_s/\overline{\gamma_s})} \cdot U\left( Nm_F; Lm_s + Nm_F + 1 \right) \\ &\cdot \frac{m_s}{\overline{\gamma_s}} \gamma + \frac{m_F}{\overline{\gamma_F}}, \quad \gamma \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

이 된다. 여기서  $U(a; b, x)$ 는 2차 confluent 초기화 함수 (hypergeometric function)로 식(11)과 같이 적분형으로 정의된다 [17].

$$U(a; b, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty t^{a-1} (1+t)^{b-a-1} \cdot \exp(-xt) dt, \quad a > 0 \quad (11)$$

식(10)에서 만일 페이딩 파라미터  $m_s$ 가 정수라면 식(12)와 같이 변형할 수 있다 [11].

$$f_{\gamma_s}(\gamma) = \frac{1}{I(Lm_s)} \left( \frac{m_s}{\gamma_s} \right)^{Lm_s} \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F} \times \gamma^{Lm_s - 1} \exp \left( - \frac{m_s}{\gamma_s} \gamma \right) \sum_{k=0}^{Lm_s} \binom{Lm_s}{k} \cdot \frac{(Nm_F)_k}{\left( \frac{m_s}{\gamma_s} \gamma + \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F + k}}, \quad \gamma \geq 0 \quad (12)$$

여기서  $(a)_k = I(a+k)/I(a)$ 를 의미한다.

## 2. AR-QAM 신호의 비트 오류 확률

식(5)와 식(10)을 식(4)에 대입하면 동일 채널 간섭이 존재하는 경우의 MRC 수신 다이버시티 시스템에서 합성된 AR-QAM 신호의 BER을 계산할 수 있다. 여기에서는 앞서 설명한 바와 같이

$\Psi_A(i, U, V)$ 을 계산하는 것을 보인다.

식(5b)에

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{\left( m_s/\sqrt{\gamma_s} \right)^{Lm_s} \left( m_F/\sqrt{\gamma_F} \right)^{Nm_F}}{I(Lm_s)I(Nm_F)} \\ &\times \int_0^{\infty} (1+y)^{Lm_s} \cdot y^{Nm_F - 1} \cdot e^{\left( -m_F \cdot y/\sqrt{\gamma_F} \right)} \\ &\cdot \int_0^{\infty} erfc(\sqrt{\gamma \cdot \Omega_S(i, U, V)} \cdot \gamma^{Lm_s - 1}) \\ &\cdot e^{-\left( m_s y/\sqrt{\gamma_s} + m_F y/\sqrt{\gamma_F} \right)} dy dy \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)의 내부 적분을 초기화 함수로 표현하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{\left( \frac{\Omega_S(i, U, V)}{m_s} \sqrt{\gamma_s} \right)^{1/2} \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F}}{\sqrt{\pi} I(Lm_s + 1) I(Nm_F)} \\ &\times I\left(Lm_s + \frac{1}{2}\right) \\ &\times \int_0^{\infty} (1+y)^{Lm_s} \cdot y^{Nm_F - 1} \cdot e^{\left( -m_F \cdot y/\sqrt{\gamma_F} \right)} \\ &\cdot \left\{ \frac{\Omega_S(i, U, V)}{m_s} \sqrt{\gamma_s} + 1 + y \right\} \\ &\cdot {}_2F_1\left(1, Lm_s + \frac{1}{2}; Lm_s + 1; \frac{(1+y)}{[(\Omega_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_s}/m_s) + 1 + y]}\right) dy \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} {}_2F_1\left(1, n + \frac{1}{2}; n + 1; x\right) &= \frac{\sqrt{\pi} I(n+1)}{I\left(n + \frac{1}{2}\right) x^n} \\ &\times \left\{ (1-x)^{-\frac{1}{2}} - \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2k}{k} \left(\frac{x}{4}\right)^k \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

이다 [11].

$\mu(i, U, V) = (\Omega_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_s}/m_s) + 1$ 라 정의하고 식(15)을 이용하여 식(14)를 전개하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= 1 - \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F} \frac{\sqrt{1-z(i, U, V)}}{z(i, U, V)} \\ &\times \sum_{x=0}^{Lm_s - 1} \binom{2x}{x} \left( \frac{z(i, U, V)}{4} \right)^x \\ &\cdot \sum_{y=0}^x \binom{x}{y} \frac{I(Nm_F + y)}{z(i, U, V)^y I(Nm_F)} \\ &\cdot U\left(Nm_F + y, Nm_F + y - x + \frac{1}{2}\right) \\ &; \frac{m_F}{z(i, U, V) \sqrt{\gamma_F}} \end{aligned} \quad (16a)$$

여기서,

$$z(i, U, V) = \frac{m_s}{m_s + \Omega_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_s}} \quad (16b)$$

이다. 부록 A에서 식(14)를 수식 전개하여 식(16)의 결과를 얻는 과정을 자세히 설명한다.

만일,  $m_s = m_F = 1$ 이면 식(16)은 레일레이 채널에서 레일레이 간섭 분포를 갖는 동일 채널 간섭 신호들이 기준 사용자 신호와 합성된 MRC 수신 다이버시티 시스템의 BER을 의미한다. 또, 나카가미 채널에서 간섭 신호가 없는 경우에는  $N=0$ 가 되어 식(16)은

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= 1 - \sqrt{1-z(i, U, V)} \sum_{x=0}^{Lm_s - 1} \binom{2x}{x} \\ &\cdot \left( \frac{z(i, U, V)}{4} \right)^x \end{aligned} \quad (17)$$

가 된다. 이 식을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{I(Lm_s + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi \cdot I(Lm_s + 1)}} \\ &\times \sqrt{\frac{\Omega_S(i, U, V) \cdot \sqrt{\gamma_s}}{m_s + \Omega_S(i, U, V) \cdot \sqrt{\gamma_s}}} \\ &\times \left( \frac{\Omega_S(i, U, V) \cdot \sqrt{\gamma_s}}{m_s + \Omega_S(i, U, V) \cdot \sqrt{\gamma_s}} \right)^{Lm_s} \\ &\times {}_2F_1\left(1, Lm_s + 1/2; Lm_s + m_s/[\Omega_S(i, U, V) \cdot \sqrt{\gamma_s}]\right) \end{aligned} \quad (18)$$

이 된다[18].

#### IV. 수치 계산 및 분석

식(16)을 이용하면 여러 가지 환경 파라미터, 변조 레벨  $U \times V$ , 안테나의 수  $L$ , 페이딩 지수  $m_F$ , 동일 채널 간섭자의 수  $N$ 이 존재하는 경우에서 SINR의 변화에 따른 임의 직사각 QAM의 BER 성능을 수치적으로 계산할 수 있다.

그림 2는  $L$ 과  $N$ 이 주어졌을 경우 평균 SINR의 변화에 따른 BER 성능을 나타낸 것이다. 여기에서 동일 채널 간섭 신호들은 기준 사용자 신호에 비해 상대적으로 심한 페이딩을, 즉,  $m_S \geq m_F \geq 1/2$ , 겪는다고 가정했다. 그림에서 볼 수 있듯이 특정 BER을 기준으로 관찰할 경우, 안테나의 수  $L$ 을 증가시키면 요구되는 SINR은 적어지게 되므로 시스템의 용량은 증가하게 됨을 확인할 수 있다. 또한, 변조 레벨이 커지더라도 안테나의 수  $L$ 이 증가하게 되면 BER 성능이 증가됨도 확인할 수 있다. 예를 들어, BER이  $10^{-3}$ 을 기준으로 관찰할 때 16-QAM과 8-QAM 변조 방식을 이용할 경우 안테나의 수  $L = 2$ 이면 약 4dB의 디버시티 이득을 얻을 수 있다. 표 1은 BER이  $10^{-3}$ 을 기준으로 여러 가지 페이딩 지수  $m_S$ 와 안테나의 수가  $L$ 개 존재하고 16-QAM과 32-QAM 신호를 수신할 경우 각각의 디버시티 이득을 나타낸다. 이때, 간섭 신호의 페이딩 지수  $m_F = 1$ 이다. 이 표는 기준 사용자 신호의 페이딩 지수가 작을수록 디버시티 이득이 커지게 되어 채널 환경이 나쁠수록 더 큰 이득을 얻을 수 있음을 보여준다. 또한, 동일한 채널 환경 일 경우 고차(high order) QAM 변조의 경우 높은 SINR을 요구함에도 불구하고 저차(low order) QAM과 동일한 성능을 보임을 확인할 수 있다.

#### V. 결 론

본 논문에서는 나카가미 페이딩 채널을 통하여 전송된 Gray 부호화된 임의 직사각 QAM 신호가 MRC 디버시티 수신 시스템을 통하여 동일 채널 간섭자들의 신호와 합성된 경우 평균 오류 확률을 계산하였다. 또한, 나카가미 페이딩 채널은 주파수 비선택적이고 느린 페이딩 영향을 고려했다. 디지털 이동 통신 시스템에서 동일 채널 간섭자들의 수는 일반적으로 수신 안테나 수보다 많고 거의 동일한

통계적 성질을 갖고 있으며, 기준 사용자 신호에 비해 더 심한 페이딩 현상을 겪는다. 따라서, 수신 안테나로 수신되는 동일 채널 간섭 신호들은 서로 독립적이고 동일한 간섭 전력이 수신된다고 가정하였다.

수치 해석의 결과, MRC 수신 디버시티 시스템은 동일 채널 간섭을 고려하지 않은 상태에서 최적화 되었기 때문에 동일 채널 간섭이 존재하는 경우 성능의 저하가 일어나게 된다. 그러나 수신 안테나 수를 늘림으로써 시스템의 용량을 증대 시킬 수 있기 때문에 제한된 간섭이 존재하는 환경에서 MRC 시스템은 효율적으로 응용이 가능함을 보였다. 또한, 결과로 제시된 평균 비트 오류 확률은 폐쇄형태를 가지므로 평균 오류 확률을 분석하는데 유용하게 사용될 수 있다.

표 1. 16-QAM과 32-QAM 신호를 전송할 때 BER 성능이  $10^{-3}$ 일 경우의 디버시티 이득 ( $L = 2, 4, m_S = 1, 2, 4, m_F = 1$ , and  $N=6$ )

$m_S$	16-QAM		32-QAM	
	$L=2$	$L=4$	$L=2$	$L=4$
1	12.1	18.7	12.1	18.6
2	6.7	11.3	6.5	10.9
4	4.5	8.2	4.4	8.1

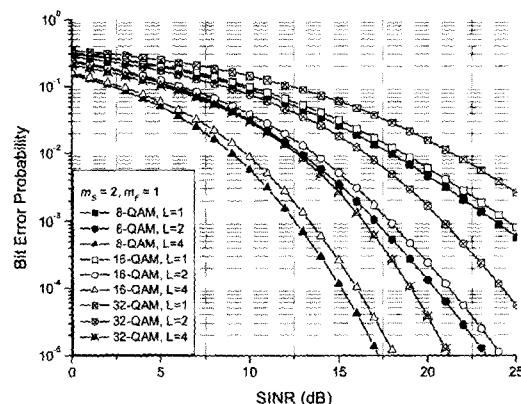


그림 2 SINR 변화에 따른 임의 직사각  $(U \times V)$ -QAM 신호의 BER 성능 ( $U \times V = 8, 16, 32, L = 1, 2, 4, m_S = 2, m_F = 1, \gamma_F(\text{INR}) = 5\text{dB}$ , and  $N=6$ )

## [부록 A]

식(14)에  $\mu(i, U, V) = (\mathcal{Q}_S \sqrt{\gamma_S} / m_S) + 1$  와 식(15)를 대입하여 전개하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{(\mathcal{Q}_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_S} / m_S)^{1/2} (m_F / \sqrt{\gamma_F})^{Nm_F} \Gamma(Lm_S + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(Lm_S + 1) \Gamma(Nm_F)} \\ &\cdot \int_0^\infty \frac{(1+y)^{Lm_S} \cdot y^{Nm_F-1} \cdot e^{(-m_F \cdot y / \sqrt{\gamma_F})}}{\left\{ \frac{\mathcal{Q}_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_S}}{m_S} + 1 + y \right\}^{Lm_S + \frac{1}{2}}} \cdot \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(Lm_S + 1)}{\Gamma(Lm_S + \frac{1}{2}) \left( \frac{\mu(i, U, V)(y+1)}{\mu(i, U, V)y+1} \right)^{Lm_S}} \\ &\cdot \left\{ \left( 1 - \frac{\mu(i, U, V)(y+1)}{\mu(i, U, V)y+1} \right)^{-\frac{1}{2}} - \sum_{k=0}^{Lm_S-1} \binom{2k}{k} \left( \frac{1}{4} - \frac{\mu(i, U, V)(y+1)}{\mu(i, U, V)y+1} \right)^k \right\} dy \end{aligned} \quad (A.1)$$

와 같고, 이식을 정리하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{(\mathcal{Q}_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_S} / m_S)^{1/2} (m_F / \sqrt{\gamma_F})^{Nm_F}}{\Gamma(Nm_F)} \\ &\cdot \left\{ \int_0^\infty (1+y)^{Lm_S} \cdot y^{Nm_F-1} \cdot e^{(-m_F \cdot y / \sqrt{\gamma_F})} \cdot \mu(i, U, V)^{\frac{1}{2}} (1+y)^{-Lm_S} (1 - \mu(i, U, V))^{-\frac{1}{2}} dy \right. \\ &- \int_0^\infty (1+y)^{Lm_S} \cdot y^{Nm_F-1} \cdot e^{(-m_F \cdot y / \sqrt{\gamma_F})} \cdot (1 + \mu(i, U, V)y)^{-\frac{1}{2}} \mu(i, U, V)^{\frac{1}{2}} \\ &\cdot (1+y)^{-Lm_S} (1 - \mu(i, U, V))^{\frac{1}{2}} \cdot \left. \sum_{k=0}^{Lm_S-1} \binom{2k}{k} \left( \frac{1}{4} - \frac{\mu(i, U, V)(y+1)}{\mu(i, U, V)y+1} \right)^k dy \right\} \end{aligned} \quad (A.2)$$

i) 된다. 식(A.2)의 첫 번째 적분 항을 정리하면

$$\left( \frac{\mu(i, U, V)}{1 - \mu(i, U, V)} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty (1+y)^0 y^{Nm_F-1} \exp \left( - \frac{m_F}{\gamma_F} y \right) dy \quad (A.3)$$

이고, 두 번째 적분 항은

$$\sum_{k=0}^{Lm_S-1} \binom{2k}{k} \left( \frac{1}{4} \right)^k \mu(i, U, V)^{\left( \frac{1}{2} + k \right)} \int_0^\infty (1+y)^k y^{Nm_F-1} (1 + \mu(i, U, V)y)^{-\left( \frac{1}{2} + k \right)} \exp \left( - \frac{m_F}{\gamma_F} y \right) dy \quad (A.4)$$

가 된다. 따라서 i) 결과를 이용하여 식(A.2)을 정리하면

$$\begin{aligned} \Psi_A(i, U, V) &= \frac{(\mathcal{Q}_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_S} / m_S)^{1/2} (m_F / \sqrt{\gamma_F})^{Nm_F}}{\Gamma(Nm_F)} \left( \frac{\mu(i, U, V)}{1 - \mu(i, U, V)} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\cdot \int_0^\infty (1+y)^0 y^{Nm_F-1} \exp \left( - \frac{m_F}{\gamma_F} y \right) dy \\ &- \frac{(\mathcal{Q}_S(i, U, V) \sqrt{\gamma_S} / m_S)^{1/2} (m_F / \sqrt{\gamma_F})^{Nm_F}}{\Gamma(Nm_F)} \sum_{k=0}^{Lm_S-1} \binom{2k}{k} \left( \frac{1}{4} \right)^k \mu(i, U, V)^{\left( \frac{1}{2} + k \right)} \\ &\cdot \int_0^\infty (1+y)^k y^{Nm_F-1} (1 + \mu(i, U, V)y)^{-\left( \frac{1}{2} + k \right)} \exp \left( - \frac{m_F}{\gamma_F} y \right) dy \end{aligned} \quad (A.5)$$

가 된다. 따라서 i) 식의 첫째 항과 둘째 항을 각각 다시 풀어 쓰면 첫째항은 식(11)번 형태와

$$U(a; a+n; x) = x^{-a} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \frac{\Gamma(a+k)}{x^k \Gamma(a)} \quad (\text{A.6})$$

[11]을 이용하면

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\mathcal{Q}_S(i, U, V) \gamma_S}{m_S} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F} \left( \frac{\mu(i, U, V)}{1 - \mu(i, U, V)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\Gamma(Nm_F)} \int_0^\infty (1+y)^{Nm_F-1} e^{-\left(\frac{m_F}{\gamma_F} y\right)} dy \\ &= \left( \frac{\mathcal{Q}_S(i, U, V) \gamma_S}{m_S} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_F}{\gamma_F} \right)^{Nm_F} \left( \frac{\mu(i, U, V)}{1 - \mu(i, U, V)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\Gamma(Nm_F)} U\left(Nm_F; Nm_F + 1; \frac{m_F}{\gamma_F}\right) \\ &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

이 되고, 두 번째 항에서 적분 항을 초기화 함수로 정리하기 위하여  $t = \mu(i, U, V)$  변수를 변환하고, 대수 정리 [18]

$$(a+b)^k = \sum_{i=0}^k a^i b^{k-i} \quad (\text{A.8})$$

을 적용하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty (1+y)^k y^{Nm_F-1} (1 + \mu(i, U, V)y)^{-\left(\frac{1}{2}+k\right)} \exp\left(-\frac{m_F}{\gamma_F} y\right) dy \\ &= \frac{1}{\mu(i, U, V)^{Nm_F}} \sum_{l=0}^k \binom{k}{l} \frac{\Gamma(Nm_F+l)}{\mu(i, U, V)^l} U\left(Nm_F + k; Nm_F + l - k; \frac{m_F}{\mu(i, U, V) \gamma_F}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

이 된다. 그러므로 식(A.7)와 (A.9)을 (A.5)에 대입하여 정리하면 식 (16)이 된다.

## 참 고 문 헌

- [1] L. Hanzo, W. Webb, and T. Keller, Single- and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation, John Wiley & Sons, 2000.
- [2] M. P. Fitz and J. P. Seymour, "On the Bit Error Probability of QAM Modulation," International Journal of Wireless Information Networks, vol. 1, no. 2, pp.131-139, 1994.
- [3] J. Lu, K. B. Letaief, J. C-I Chuang, and M. L. Liou, "M-PSK and M-QAM BER Computation Using Signal-Space Concepts," IEEE Trans. on Comm., vol. 47, no. 2, pp. 181-184, Feb. 1999.
- [4] L. Yang and L. Hanzo, "A Recursive Algorithm for the Error Probability Evaluation of M-QAM," IEEE Comm. Letters, vol. 4, no. 10, pp.304-306, Oct. 2000.
- [5] K. Cho and D. Yoon, "On the General BER Expression of One and Two Dimensional Amplitude Modulations," IEEE Trans. on Comm., vol. 50, no. 7, pp.1074-1080, July 2002.
- [6] M. Nakagami, "The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading," in: Statistical methods in radio wave propagation, W. G. Hoffman, Oxford, England: Pergamon Press, 1960.
- [7] M. K. Simon, and M. Alouini, Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. John Wiley & Sons, 2000.
- [8] V. Aalo and S. Pattaramalai, "Average error rate for coherent MPSK signals in Nakagami fading channels," Electronic Letters, vol. 32, no. 17, pp. 1538-1539, 1996.

- [9] A. Annamalai, "Error Rates for Nakagami-m Fading Multichannel Reception of Binary and M-ary signals," IEEE Trans. on Comm., vol. 49, no. 1, pp. 58-68, Jan. 2001.
- [10] V. Aalo, "Performance of Maximal-Ratio Diversity Systems in a Correlated Nakagami-Fading Environment," IEEE Trans. on Comm., vol. 43, no. 8, pp. 2360-2369, Aug. 1995.
- [11] V. Aalo and J. Zhang, "Performance Analysis of Maximal Ratio Combining in the Presence of Multiple Equal-Power Cochannel Interferers in a Nakagami Fading Channel," IEEE Trans. on Vech. Tech., vol. 50, no. 2, pp. 497-503, Mar. 2001.
- [12] C. M. Lo and W. H. Lam, "Performance of Generalized Selection Combining for Mobile Radio Communications with Mixed Cochannel Interferences," IEEE Trans. on Vech. Tech., vol. 51, no. 1, pp. 114-121, Jan. 2002.
- [13] D. Zwillinger, CRC Standard Mathematical Tables and Formulae, Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [14] W. J. Weber, III, "Differential Encoding for Multiple Amplitude and Phase Shift Keying Systems," IEEE Trans. on Comm., vol. 26, no. 3, pp.385-391, Mar. 1978.
- [15] 이영환, 이재윤, 윤동원, 조평동, "m-분포 나카가미 폐이딩 채널에서 정방형 M-QAM의 MRC 다이버시티 성능분석," 한국통신학회논문지, vol.28, No.11C, Nov. 2003.
- [16] M. D. Springer, The Algebra of Random Variables, John Wiley & Sons, 1979
- [17] L. J. Slater, Confluent Hypergeometric Functions. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1960.
- [18] K. Hyun, D. Yoon, S. K. Park, "Performance analysis of MRC Diversity for Arbitrary Rectangular QAM Signals over Nakagami Fading Channels", IEICE Trans. on Comm., (Accepted).
- [19] I. S. Gradshteyn, and I. M. Ryzhik, Tables of integral, series and products., New York: Academic Press, 2000.

현 광 민(Kwangmin Hyun)



정회원

1989년 2월 : 한양대학교 (공학사)

1995년 2월 : 한양대학교 (공학석사)

1998년 3월~현재 : 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부 박사과정

1989년 ~1994년 : 대우통신  
1995년 ~1996년 : (사) 고등

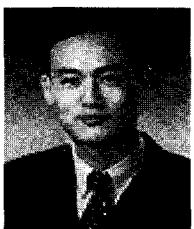
기술연구원

1997년 ~2001년 : (주) 케이엠더블유

2002년 ~현재 : 동아방송대학 겸임교수

<관심분야> 디지털통신, 이동통신, SDR

윤 동 원(Dongweon Yoon)



정회원

1989년 2월 : 한양대학교 (공학사)

1992년 2월 : 한양대학교 전자통신공학 (공학석사)

1995년 2월 : 한양대학교 전자통신공학 (공학박사)

1995년 ~ 1997년 : 동서대학교 정보통신부 정보통

신공학과 전임강사

1997년 ~ 1997년 : 한국전자통신연구원 초빙연구원

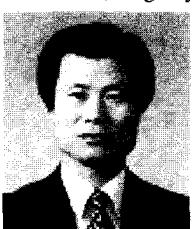
2001년 ~ 2002년 : 페실베니아주립대 방문교수

1997년 ~ 2003년 : 대전대학교 정보통신인터넷공학부 부교수

2004년 ~ 현재 : 한양대학교 공과대학 전자전기컴퓨터공학부 부교수

<관심분야> 디지털통신, 확산대역통신, 무선 통신, 무선 멀티미디어

박 상 규(Sang Kyu Park)



정회원

1974년 2월 : 서울대학교 전기공학 (공학사)

1980년 5월 : Duke Univ. 통신공학 (공학석사)

1987년 5월 : Univ. of Michigan (공학박사)

1976년 ~ 1978년: 국방과학연구소

1990년 8월 ~ 1991년 8월 : Univ. of Southern California 객원교수

1987년 3월 ~ 현재 : 한양대학교 공과대학 전자전기컴퓨터공학부 교수

<관심분야> 디지털통신, 확산대역통신, 부호이론, PCS, IMT-2000