

Fredholm 적분식을 이용하여 불확실성의 경계치를 추정하는 적응강인제어기 설계

論 文
53D-4-1

Design of a Continuous Adaptive Robust Control Estimating the Upper Bound of the Uncertainties using Fredholm Integral Formulae

劉 同 相*
(Dong Sang Yoo)

Abstract - We consider a class of uncertain nonlinear systems containing the uncertainties without a priori information except that they are bounded. For such systems, we assume that the upper bound of the uncertainties is represented as a Fredholm integral equation of the first kind and we propose an adaptation law that is capable of estimating the upper bound. Using this adaptive upper bound, a continuous robust control which renders uncertain nonlinear systems uniformly ultimately bounded is designed.

Key Words : Uncertain Dynamic System, Robust Control, Parameter Adaptation, Fredholm Integral

1. 서 론

최근, 모델 파라미터의 불확실성, 외란 및 측정 오차에서 기인되는 불확실한 요소를 가지는 불확실 동적 시스템을 제어하기 위한 케환 제어 알고리즘들이 많은 연구자에 의해 개발되어 오고 있다. 이런 시스템을 위한 케환 제어기를 설계하는데 있어 일반적으로 두 가지 방법이 생각할 수 있다. 즉, 확률론적 접근 방법 (Stochastic Approach)과 결정론적 접근 방법 (Deterministic Approach)를 고려할 수 있다. 만약 불확실성에 대한 통계적인 정보가 시스템 제어 설계자에게 유용하다면 확률론적 접근 방법을 활용할 수 있다. 다른 한편으로는 통계적인 정보는 없지만 불확실성의 그 경계치가 알려져 있다면 결정론적 접근 방법을 사용할 수 있다.

결정론적 접근 방법에 의한 많은 연구들은 다시 두 가지 그룹으로 분류할 수 있다. 첫 번째는 Lyapunov min-max 접근 방법 [1]-[4]을 기초로 한 케환 제어기를 설계하는 것이다. 결정론적 접근 방법의 또 하나의 방법은 앞에서 설명한 가변구조시스템 이론을 기초한 설계 방법이다 [5]-[6].

이런 결정론적 설계에 있어서는 불확실성은 그 크기가 제한되어 있고, 그 경계치가 설계자에게 유용하다는 가정을 포함하고 있다. 이 불확실성의 경계치는 불확실 동적 시스템의 접근 안정성이나 균일 궁극 한정성 (uniform ultimate boundedness)을 보장하는데 중요한 실마리가 된다.

최근의 연구에서 불확실성의 경계치를 추정하는 적응기법을 가진 제어 방법이 많은 연구자에 의해 제안되었다 [7]-[11]. Chen[7]과 Yoo와 Chung[8]은 불확실성의 경계치가 상태벡터의 절대값에 의해 원추 형태로 제한되었다고 가정하였고, Choi와 Kim[9], Brogliato와 Trofino Neto[10], 그

리고 Wu[11] 역시 불확실성의 경계치가 미지의 매개 변수들에 의한 선형 함수로 구성되었다고 가정하였으며 이 미지의 매개 변수들을 추정할 수 있는 적응기법을 제안하였다. 한편, 이들 연구에서는 불확실성에 대한 구조가 부분적으로 알려져 있다는 암시적 가정을 포함하고 있는데, 사실 많은 경우에 불확실성의 구조에 대한 정보를 획득하는 것은 쉽지 않다. 따라서 불확실성에 대한 가정을 보다 완화시킬 필요가 있다. 적분식 표현법[12]은 불확실성의 구조를 모르는 상태에서 불확실성의 경계치를 수학적으로 표현하는 방법을 제공한다. Messner, et all [13]와 Yoo[14]는 이런 적분식 표현 가정을 통해 비선형성/불확실성을 표현하고 이를 추정 기법과 제어기 설계에 적용하였다.

본 논문에서는 Brogliato와 Trofino Neto [10], 그리고 Wu [11]와는 달리 불확실성이 한정되어 있다는 것 외에는 어떤 정보도 가지고 있지 않는 불확실 동적 시스템의 강인 안정성 문제를 다룬다. 이와 같은 불확실 동적 시스템을 위해 Messner, et all [13]와 Yoo[14]처럼 불확실성의 경계치가 제 1 종의 Fredholm 적분식, 즉 미리 정의된 커널과 미지의 유도함수의 곱을 적분하는 형태로 표현할 수 있다고 가정하였으며, 이런 가정의 존재를 위한 충분조건을 제시한다. 또한, 이런 가정 하에 불확실성의 경계치를 추정할 수 있는 적응기법을 제안하고 궁극적으로 페루프 동적 시스템의 궁극 한정성을 보장하는 적응강인제어기를 제안한다.

2. 적응강인제어기 설계

Corless와 Leitman [2]이 사용했던 다음과 같은 불확실 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + B(x, t)(u(t) + e(x, t)) \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_0$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태벡터, $u(t) \in R^m$ 는 제어입력, $e(x, t)$ 는 불확실성을 나타낸다.

* 正 會 員 : 韓京大學校 電氣工學科 助教授 · 工博
接受日字 : 2004年 1月 19日
最終完了 : 2004年 3月 20日

알려진 함수 $f(\square): R^n \times R \rightarrow R^n$ 와 $B(\square): R^n \times R \rightarrow R^{n \times n}$ 뿐 아니라 미지의 함수 $e(\square): R^n \times R \rightarrow R^m$ 는 Caratheodory 함수이며, 모든 $t \in R$ 에 대해 $f(0, t) = 0$ 의 조건을 만족한다. 또한, 원점 $x = 0$ 은 공칭 시스템 $\dot{x}(t) = f(x, t)$ 에 대해 균일 점근 안정하다. 즉, 모든 $(x, t) \in R^n \times R$ 에 대해 다음과 같은 조건을 만족하는 연속적이면서 양의 값을 갖는 Lyapunov 함수 $V(\square): R^n \times R \rightarrow R_+$ 가 존재한다.

$$\gamma_1(\|x\|) \leq V(x, t) \leq \gamma_2(\|x\|) \tag{1}$$

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \nabla_x^T V(x, t) f(x, t) \leq -\gamma_3(\|x\|) \tag{2}$$

여기서 스칼라 함수 $\gamma_1(\square)$ 와 $\gamma_2(\square)$ 는 K_∞ 클래스에 속하며, $\gamma_3(\square)$ 는 K 클래스에 속한다.

불확실성의 경계치가 존재한다는 가정 하에 다음과 같은 조건이 성립된다고 가정한다.

가정 1: 모든 $(t, x) \in R \times R^n$ 에 대해 $\|e(x, t)\| \leq \rho(t)$ 을 만족하는 연속이며 양의 값을 갖는 스칼라 함수 $\rho(\square): R \rightarrow R_+$ 가 존재한다.

가정 2: 불확실성 경계치 함수 $\rho(\square)$ 는 제 1 종의 Fredholm 적분식으로 표현할 수 있다. 즉, $\rho(\square)$ 는 유한 구간 $[a, b] \subset R$ 에 대해 다음과 같이 미리 정의된 커널 $K(\square): R \times R \rightarrow R^1$ 와 미지의 유도 함수 $c(\square): R \rightarrow R^1$ 의 곱에 대한 적분 형태로 표현할 수 있다.

$$\rho(t) = \int_a^b K^T(t, \tau) c(\tau) d\tau. \tag{3}$$

주 1: 일반적으로 이런 적분식의 목적은 잘 알려진 함수 $\rho(\square)$ 와 $K(t, \tau)$ 가 주어졌을 때 미지의 함수인 $c(\square)$ 를 해석적 또는 수치해석적으로 결정하는 것이다. 만약 임의로 정의된 커널 $K(t, \tau)$ 에 대해 적절한 방법에 의해 미지의 $c(\square)$ 를 추정할 수 있다면 역으로 $\rho(\square)$ 의 추정치를 얻을 수 있다.

주 2: 가정 2는 설계자가 불확실성의 경계치가 존재한다는 것 외에는 어떤 정보도 가지고 있지 않는 경우에도 불확실성을 설계자가 선택한 커널함수와 미지의 유도함수를 이용하여 수학적으로 표현할 수 있게 해 준다.

위와 같은 가정 하에 불확실성의 경계치를 추정할 수 있는 다음과 같은 적용기법을 제안한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{c}(t, \tau) = \|\mu(x, t)\| |\Phi K(t, \tau) - \Phi \Gamma \tilde{c}(t, \tau)| \tag{4}$$

여기서 $\mu(x, t) = B^T(x, t) \nabla_x V(x, t)$ 이고, $\tilde{c}(\square): R \times R \rightarrow R^1$ 는 식 (3)에서 주어진 미지의 유도 함수 $c(\square)$ 의 추정치를 의미하며, $\Phi \in R^{1 \times n}$ 와 $\Gamma \in R^{1 \times n}$ 는 정의 대각 행렬로 적용 이득을 의미한다. 따라서 불확실성의 경계치 $\rho(\square)$ 의 추정 경계치 $\tilde{\rho}(\square)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\rho}(t) = \int_a^b K^T(t, \tau) \tilde{c}(t, \tau) d\tau \tag{5}$$

유도함수값 오차를 $\tilde{c}(t, \tau) = \tilde{c}(t, \tau) - c(\tau)$ 라 정의하고 식 (3)과 (4)를 이용하면, 다음과 같은 유도 함수값 오차와 불확실성의 경계치 오차를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{c}(t, \tau) = \|\mu(x, t)\| |\Phi K(t, \tau) - \Phi \Gamma \tilde{c}(t, \tau)| \tag{6}$$

$$\dot{\tilde{\rho}}(t) = \int_a^b K^T(t, \tau) \dot{\tilde{c}}(t, \tau) d\tau = \dot{\tilde{\rho}}(t) - \rho(t). \tag{7}$$

이제, Wu [11]에 의해 제안된 다음과 같은 제한제어기를 고려해 보자. 즉 주어진 $\epsilon > 0$ 에 대해,

$$u(t) = p(x, t) = - \frac{\mu(x, t) \tilde{\rho}(t)^2}{\|\mu(x, t) \tilde{\rho}(t)\| + \epsilon} \tag{8}$$

식 (8)을 식 (1)에 대입함으로써 다음의 동적 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + B(x, t)(p(x, t) + e(x, t)) \tag{9}$$

$$x(t_0) = x_0$$

불확실 동적 시스템의 균일 궁극 한정성에 대해 다음과 같이 정리할 수 있다.

정리 1: 주어진 시스템 (1)에 대해 만약 가정 1과 2가 유효하고 커널 함수 $K(\square)$ 에 대해 다음과 같은 조건이 만족하면,

$$\sup_{\tau \in [t, \infty)} \int_a^b K^T(t, \tau) K(t, \tau) d\tau = \kappa < \infty \tag{10}$$

강인제어 (8)과 적용기법 (4)와 (5)에 의해 $x(t)$ 과 $\tilde{\rho}(t)$ 는 균일 궁극 한정된다.

증명: 먼저, 다음과 같은 확장된 Lyapunov 함수를 도입한다.

$$V_a(x, \tilde{c}) = V(x, t) + 1/2 \int_a^b \tilde{c}^T(t, \tau) \Phi^{-1} \tilde{c}(t, \tau) d\tau \tag{11}$$

여기서 $V(x, t)$ 는 공칭 시스템에 대한 Lyapunov 함수로 식 (2)에서 정의되었으며, Φ 는 식 (4)에서 정의된 정의 대각 행렬이다. $V_a(x, \tilde{c})$ 를 페루프 시스템 (9)의 궤적을 따라 미분하면, 다음과 같은 수식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_a(x, \tilde{c}) &= \frac{\partial V}{\partial t} + \nabla_x^T V f + \nabla_x^T V B(p + e) + \int_a^b \tilde{c}^T \Phi^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{c} d\tau \\ &\leq -\gamma_3(\|x\|) + \mu^T(p + e) + \|\mu\| \int_a^b \tilde{c}^T \Phi^{-1} \Phi K d\tau - \int_a^b \tilde{c}^T \Phi^{-1} \Phi \Gamma \tilde{c} d\tau \\ &\leq -\gamma_3(\|x\|) - \frac{\|\mu\|^2 \tilde{\rho}^2}{\|\mu\| \tilde{\rho} + \epsilon} + \|\mu\| \rho + \|\mu\| \tilde{\rho} - \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau \\ &\leq -\gamma_3(\|x\|) - \frac{\|\mu\|^2 \tilde{\rho}^2}{\|\mu\| \tilde{\rho} + \epsilon} + \|\mu\| \tilde{\rho} - \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau \end{aligned} \tag{12}$$

위 식 오른쪽의 두 번째와 세 번째 항은 다음과 같이 간략하게 정리할 수 있다.

$$-\frac{\|\mu(x, t)\|^2 \tilde{\rho}^2(t)}{\|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) + \epsilon} + \|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) = \frac{\|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) \epsilon}{\|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) + \epsilon} \tag{13}$$

또한, $0 \leq \frac{cd}{c+d} \leq d, \forall c, d > 0$ 부등식에 의해 식 (13)은 다음의 부등식을 만족한다.

$$\frac{\|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) \epsilon}{\|\mu(x, t)\| \tilde{\rho}(t) + \epsilon} \leq \epsilon \tag{14}$$

한편, 행렬 연산을 통해

$$- \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau = -1/2 \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau - 1/2 \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau + 1/2 \int_a^b \tilde{c}^T \tilde{\Gamma} \tilde{c} d\tau$$

$$\leq -1/2 \int_a^b \dot{c}^T \Gamma \dot{c} d\tau + 1/2 \int_a^b c^T \Gamma c d\tau \quad (15)$$

와 같은 부등식을 얻을 수 있다. 식 (14)와 (15)를 (12)에 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_a(x, \dot{c}) &\leq -\gamma_3(\|x\|) - 1/2 \int_a^b \dot{c}^T \Gamma \dot{c} d\tau + \epsilon_1 \\ &\leq -\gamma_3(\|x\|) - 1/2 \lambda_{\min}(\Gamma) \int_a^b \|\dot{c}\|^2 d\tau + \epsilon_1 \\ &\leq -\tilde{\gamma}_3(\|\tilde{x}\|) + \epsilon_1 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= [x^T \dot{c}^T]^T, \quad \tilde{\gamma}_3(\|\tilde{x}\|) = \gamma_3(\|x\|) + 1/2 \lambda_{\min}(\Gamma) \int_a^b \dot{c}^T \dot{c} d\tau \\ \epsilon_1 &= 1/2 \int_a^b c^T \Gamma c d\tau + \epsilon \end{aligned} \quad (17)$$

이고, $\lambda_{\min}(\square)$ 는 주어진 행렬의 최소 고유값을 의미한다. 따라서 Corless와 Leitmann[2]의 결과에 의해 $x(t)$ 와 $\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau$ 는 균일 궁극 한정된다. 다음은 $\tilde{\rho}(t)$ 이 균일 궁극 한정되는 것을 보인다. 식 (7)의 절댓값을 취한 후 Schwarz 부등식 정리를 이용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} |\tilde{\rho}(t)| &= \left| \int_a^b K^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau \right| \\ &\leq \left[\int_a^b K^T(t, \tau) K(t, \tau) d\tau \right]^{1/2} \square \left[\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau \right]^{1/2} \\ &\leq \sqrt{\kappa} \left[\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau \right]^{1/2} < \infty \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)의 결과로부터, $\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau$ 이 균일 궁극 한정하므로 $\tilde{\rho}(t)$ 또한 균일 궁극 한정된다. □

주 3 : 식 (10)에 의해 주어진 미리 정의된 커널 함수에 제약 조건은 $\tilde{\rho}(t)$ 가 한정되기 위한 충분조건이다. 이 조건을 만족하는 많은 커널들이 존재하며, 예제에서 사용한 cosine 함수나 Gaussian distribution 함수를 예로 들 수 있다.

특별한 경우로, 다음과 같이 비선형 불확실성을 가진 선형 시스템을 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B(u(t) + e(x, t)) \\ x_0(t) &= x_0 \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 A 와 B 는 실수 행렬이며 B 의 계수는 m 이다. (A, B) 쌍은 완전 제어 가능하다. $e(x, t)$ 는 정합조건을 만족하는 비선형 및 불확실성을 나타낸다. 여기서도 앞에서 제시한 가정 1과 2가 유효하다고 가정한다.

다음과 같은 제어 입력을 고려하자.

$$u(t) = Gx(t) + p(x, t) \quad (20)$$

여기서 $G \square R^{n \times n}$ 는 $A_c = A + BG$ 이 안정하도록 하는 선형 상태제어 이득이다. $p(x, t)$ 는 비선형/불확실성의 영향을 억제하는 비선형 제어 입력을 나타내며 다음과 같이 주어진다. 즉, 주어진 $\epsilon > 0$ 에 대해,

$$p(x, t) = - \frac{B^T P x \tilde{\rho}^2(t)}{\|B^T P x\| \tilde{\rho}(t) + \epsilon} \quad (21)$$

여기서 $P \square R^{n \times n}$ 는 주어진 양의 대칭 행렬 $Q \square R^{n \times n}$ 에 대해 다음의 Lyapunov 방정식의 유일 해이다.

$$PA_c + A_c^T P = -Q \quad (22)$$

식 (4)와 (5)에 따라 불확실성의 경계치 추정 기법은 다음과 같이 기술된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{c}(t, \tau) = \|B^T P x\| \Phi K(t, \tau) - \Phi \Gamma \dot{c}(t, \tau) \quad (23)$$

$$\tilde{\rho}(t) = \int_a^b K^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau \quad (24)$$

여기서 $\Phi \square R^{l \times l}$ 와 $\Gamma \square R^{l \times l}$ 는 정의의 대각 행렬이다. 따라서 제어입력 (20)을 가진 동적 시스템 (19)의 균일 궁극 한정성을 검증할 수 있는 다음과 같은 정리를 제시한다.

정리 2: 주어진 시스템 (19)에 대하여 만약 가정 1과 2가 유효하고 커널 함수 $K(\square)$ 에 대해 다음과 같은 조건이 만족하면,

$$\sup_{\tau} \int_a^b K^T(t, \tau) K(t, \tau) d\tau = \kappa < \infty \quad (25)$$

강인제어 (20)과 적응기법 (23)와 (24)에 의해 $x(t)$ 과 $\tilde{\rho}(t)$ 는 균일 궁극 한정된다.

증명: 정리 1의 증명 과정처럼 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V(x, \dot{c}) = x^T P x + \int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \Phi^{-1} \dot{c}(t, \tau) d\tau \quad (26)$$

여기서 P 는 식 (22)에서 정의되었다. Rayleigh 원리로부터

$$\lambda_{\min}(P) \|x\|^2 \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) \|x\|^2 \quad (27)$$

$$\lambda_{\min}(\Phi^{-1}) \int_a^b \|\dot{c}\|^2 d\tau \leq \int_a^b \dot{c}^T \Phi^{-1} \dot{c} d\tau \leq \lambda_{\max}(\Phi^{-1}) \int_a^b \|\dot{c}\|^2 d\tau \quad (28)$$

$V(x, \dot{c})$ 를 페루프 시스템의 궤적을 따라 미분하고 정리 1의 결과를 이용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{dV(x, \dot{c})}{dt} &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 - \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\Gamma) \int_a^b \|\dot{c}\|^2 d\tau + \epsilon_1 \\ &\leq -\tilde{\mu} (\lambda_{\max}(P) \|x\|^2 + \lambda_{\max}(\Phi^{-1}) \int_a^b \|\dot{c}\|^2 d\tau) + \epsilon_1 \\ &\leq -\tilde{\mu} V(x, \dot{c}) + \epsilon_1 \end{aligned} \quad (29)$$

여기서

$$\tilde{\mu} = \min \{ \lambda_{\max}^{-1}(P) \lambda_{\min}(Q), 1/2 \lambda_{\max}^{-1}(\Phi^{-1}) \lambda_{\min}(\Gamma) \}$$

$$\epsilon_1 = 1/2 \int_a^b c^T \Gamma c d\tau + \epsilon/2$$

식 (29)로부터 $V(x, \dot{c})$ 는 다음의 컴팩트 세트에 도달할 때까지 단조 감소한다.

$$\Omega_f = \{ (x, \dot{c}) : V(x, \dot{c}) \leq V_f \}$$

여기서, $V_f = \tilde{\mu}^{-1} \epsilon_1$ 이다. 결론적으로 $x(t)$ 와 $\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau$ 는 균일 궁극 한정되며 식 (18)에 따라 $\int_a^b \dot{c}^T(t, \tau) \dot{c}(t, \tau) d\tau$ 이 균일 궁극 한정되므로 $\tilde{\rho}(t)$ 또한 균일 궁극 한정된다. □

3. 시뮬레이션 예제

제안된 방법의 효과성을 설명하기 위해 Brogliato와 Trofino Neto [10]가 사용했던 펜듈럼 시스템과 파라미터를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -245\cos(x_1(t)) + 5\tau(t) \end{aligned}$$

또한, 오차는 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(t) &= x_1(t) - x_{1d}(t), \quad \tilde{x}_2(t) = x_2(t) - x_{2d}(t) \\ y(t) &= \tilde{x}_2(t) + 5\tilde{x}_1(t) \end{aligned}$$

여기서 'd'는 목표값을 의미한다. 또한, 제어입력을 다음과 같이 선정하였다.

$$\tau(t) = 0.5(\dot{x}_{2d}(t) - 5\dot{\tilde{x}}_2(t)) + 50\cos(x_1(t)) - 10y(t) + u(t) + d(t)$$

$u(t)$ 는 보조 입력이고, $d(t) = 2\sin(15t)$ 는 시변외란을 나타낸다. 수식 전개를 통해 다음과 같은 오차 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{y}(t) = -50y(t) + 5(u(t) + e(y, t)) \quad (30)$$

여기서

$$e(y, t) = 0.3(\dot{x}_{2d} - 5\dot{\tilde{x}}_2) + \cos(x_1) + d(t)$$

만약 $V(y, t) = 0.1y^2$ 로 선택하면

$$\mu(y, t) = B^T(y, t)\nabla_y V(y, t) = y(t) = \tilde{x}_2(t) + 5\tilde{x}_1(t)$$

가 된다. 따라서 제어입력과 적응기법은 다음과 같이 결정된다.

$$u(t) = p(t) = -\frac{y(t)\bar{\rho}^2(t)}{|y(t)|\bar{\rho}(t) + \epsilon}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{c}(t, \tau) = |y(t)|\Phi K(t, \tau) - \Phi \Gamma \bar{c}(t, \tau)$$

또한 식 (25)와 (26)에서 사용되는 파라미터는 다음과 같이 선정하였다.

$$\begin{aligned} x_{1d}(t) &= \cos(2t), \quad x_0 = [0.50]^T \\ \epsilon &= 0.1, \quad \Phi = \text{diag}[50 \ 100], \quad \Gamma = \text{diag}[0.1 \ 0.1] \\ K(t, \tau) &= [1 \ 1 + \cos(t - \tau)], \quad [a \ b] = [0 \ 0.5] \end{aligned}$$

커널 $K(t, \tau)$ 은 식 (10)에서 제시한 충분조건을 만족하는 함수라면 어떤 함수라도 임의로 선정 가능하므로 제어 초기 과정의 많은 오차를 고려하여 초기에 파라미터 적용을 크게 할 수 있도록 Cosine 함수로 선정하였다.

시뮬레이션 결과는 그림 1과 2에서 보였다. 그림에서 보는 바와 같이 (30)에서 기술된 시스템은 불확실성의 존재 하에서도 균일 궁극 한정되고 있음을 알 수 있다.

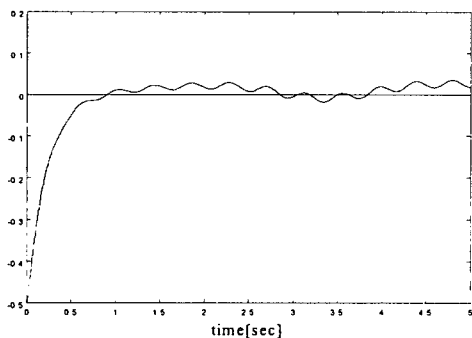


그림 1. 위치 추종 오차 $\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t)$
Fig. 1. Position tracking error $\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t)$

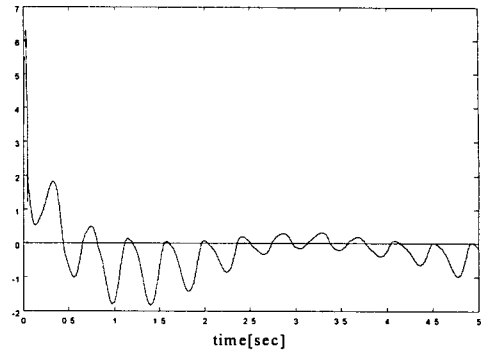


그림 2. 제어 입력 $u(t)$
Fig. 2. Control input $u(t)$

4. 결론

본 논문에서는 경계치가 존재한다는 것 외에는 어떤 정보도 없는 불확실성을 가진 동적 시스템의 강인성에 대해 연구하였다. 이와 같은 불확실 동적 시스템을 위해 불확실성의 경계치가 제 1 종의 Fredholm 적분식으로 표현할 수 있다고 가정하였으며 이런 가정의 존재를 위한 충분조건을 제시하였다. 이런 가정 하에 불확실성의 경계치를 추정할 수 있는 적응기법을 가진 강인 제어를 제안하였으며 페루프 동적 시스템이 불확실성하에서 균일 궁극 한정됨을 증명하였다. 예제 시뮬레이션을 통해 제안된 제어 시스템이 불확실 동적 시스템을 효과적으로 제어한다는 것을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] S. Gutman, "Uncertain dynamical systems - A Lyapunov min max approach", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 24, no. 3, pp. 437-443, March 1979
- [2] M. J. Corless and G. Leitman, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 26, no. 5, pp. 1139-1144, May 1981
- [3] B. R. Barmish, M. J. Corless, and G. Leitmann, "A new class of stabilizing controllers for uncertain dynamical systems", SIAM J. of Control and Optimization, vol. 21, no. 2, pp. 246-255, 1983
- [4] Y. H. Chen, "Design of robust controllers for uncertain dynamical systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 33, no. 5, pp. 487-491, May 1988
- [5] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, Feb. 1977
- [6] R. A. DeCarlo, S. H. Żak, and G. P. Mathews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial", IEEE Proceedings, vol. 76, pp. 212-232, 1988

[7] Y. H. Chen, "Robust control system design: non adaptive and adaptive", *International Journal of Control*, vol. 51, no. 6, pp. 1457-1477, 1990

[8] D. S. Yoo and M. J. Chung, "A Variable structure control with simple adaptation laws for upper bounds on the norm of the uncertainties", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 860-865, June 1992

[9] C.H. Choi and H.-S. Kim, "Adaptive regulation for a class of uncertain systems with partial knowledge of uncertainty bounds", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, no. 8, pp. 1246-1250, August 1993

[10] B. Brogliato and A. T. Neto, "Practical stabilization of a class of nonlinear systems with partially known uncertainties", *Automatica*, vol. 31, no. 1, pp. 145-150, 1995

[11] H. Wu, "Continuous adaptive robust controllers guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain nonlinear system", *International Journal of Control*, vol. 72, no. 2, pp. 115-122, 1999

[12] G. Arfken and H. Weber, *Mathematical methods for physicists*, Academic Press, New York, 1970

[13] W. Messner, R. Horowitz, W. W. Kao, and M. Boals, "A New Adaptive Learning Rule", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, no. 2, pp. 188-197, Feb. 1991

[14] 유 동상, "불확실성의 경계치 적응기법을 가진 슬라이딩 모드 제어기 설계", *대한 전기학회 논문지*, 제 52D권, 7호, pp. 418-423, 2003. 7.

저 자 소 개



유 동 상 (劉 同 相)

1962년 4월 12일생. 1985년 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1987년, 1992년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사, 공박). 1992년~2000년 LG 생산기술원 책임연구원. 2000년~현재 국립한경대학교 전기공학과 조교수

Tel : 031-670-5322

Fax : 031-670-5015

E-mail : dsyoo@hankyong.ac.kr