

2자유도 모델을 이용한 디스크 브레이크의 면외 운동에 미치는 접촉강성의 영향 분석

신기홍^{*1)} · 조용구²⁾ · 차병규²⁾ · 오재응³⁾

안동대학교 기계공학부¹⁾ · 한양대학교 대학원 자동차공학과²⁾ · 한양대학교 기계공학부³⁾

Analysis of the Effect of Contact Stiffness on the Out-of-plane Motion of a Disc Brake System using 2-DOF Model

Kihong Shin^{*1)} · Yonggoo Joe²⁾ · Byeonggyu Cha²⁾ · Jaeung Oh³⁾

¹⁾School of mechanical Engineering, Andong National University, Andong 760-749, Korea

²⁾Department of Automotive Engineering, Graduate School, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

³⁾School of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received 27 August 2003 / Accepted 16 December 2003)

Abstract : A two degree-of-freedom mathematical model is presented to investigate the friction mechanism of a disc brake system. A contact parameter is introduced to describe the coupling between the in-plane and the out-of-plane motions. The model with the contact parameter is considered under the assumption that the out-of-plane motion depends on the friction force along the in-plane motion. In order to describe the relationship between the friction force and the out-of plane motion, the dynamic friction coefficient is considered as a function of both relative velocity and normal force. Using this friction law, a contact stiffness matrix along the normal direction can be obtained. The out-of-plane motion is then investigated by both the stability analysis and the numerical analysis for various parametric conditions. The results show that the stiffness parameters of the pad and the disc must be controlled at the same time. Also, the numerical analysis shows the existence of limit cycle caused by the effect of intermittent contact stiffness.

Key words : Squeal noise(스켈 소음), Stability(안정성), Limit cycle(한계 순환), Out-of-plane motion(면외 운동), Contact stiffness(접촉강성)

1. 서론

디스크 브레이크의 소음은 진동하고 있는 패드와 디스크의 접촉면 사이의 마찰 작용에 의해 기인된 자려진동과 매우 밀접한 관계가 있으며 스켈 소음이 대표적인 예이다. 이러한 마찰에 의해 유발된 진동 해석에 있어서 가장 중요하게 고려되어야 할 사항은 마찰력을 표현할 수 있는 마찰 접촉 메커니즘

과 동마찰 계수 모델이라 할 수 있다.

따라서, 디스크 브레이크 소음에 대한 마찰 접촉 메커니즘의 안정성(stability) 해석은 지난 수십 년 동안 여러 연구자들에 의해 연구되었으며,¹⁻⁵⁾ 특히 브레이크 스켈 소음의 많은 경우가 불안정성으로 인한 디스크와 패드의 면외방향 운동의 연성 때문에 발생한다고 보고 되고 있다. 그리고 안정성 해석에 바탕을 둔 유한요소법(FEM)에 대한 연구도 많이 발표되고 있다.⁶⁻¹⁰⁾ 이러한 FEM과 같은 방법은 주요한 연구 흐름이었으나 일반적으로 많은 수의 자유도로

*To whom correspondence should be addressed.
kshin@andong.ac.kr

인하여 해석된 결과의 물리적인 의미를 파악하는데 어려움이 따른다. 한편 최근에 Shin 등^{11,12)}은 마찰 메커니즘의 영향과 패드와 디스크 모드의 상호작용을 보이는 2자유도계 시스템을 제안하여 물리적인 현상 파악에 중점을 두었다. 그러나 이 연구에서는 면내(in-plane) 운동만 다루었기 때문에 실제 소음과 관련된 면외(out-of-plane) 운동에 대한 현상과는 다소 거리가 있다.

따라서, 본 연구에서는 패드와 디스크 사이의 접촉강성이 면외 운동에 미치는 영향에 대해 초점을 맞추었다. 면외 방향에 대한 2자유도계 단순모델을 구성하고 접촉강성의 영향을 파악하기 위하여 Nack⁹⁾이 제안한 방법을 사용하였다. 그리고 면외 운동의 안정성 해석과 간헐적으로 접촉이 일어나는 비선형 현상을 수치해석을 통하여 소음 발생의 경향을 기술하였다. 마찰 계수는 서로 독립적인 면내 방향의 상대속도와 면외 방향의 수직력에 의존한다고 가정하였다. 이러한 마찰 메커니즘은 면외 진동에서 음의 강성으로 작용하며 이 때 비대칭 강성항이 생기고, 시스템 파라미터가 변함에 따라 특성방정식에서 복소근을 갖게 된다. 따라서 복소고유치 해석이 소음의 경향을 찾기 위해 수행된다. 그 결과는 패드와 디스크의 파라미터들이 동등하게 중요하고 면외 진동에서는 감쇠와 더불어 강성이 매우 중요함을 보여준다. 비선형 시스템의 수치해석 결과에서는 패드와 디스크 사이의 간헐적인 접촉강성의 변화에 의한 비선형 효과로 인하여 한계 순환의 존재를 보여주며, 또한 접촉강성의 변화가 한계 순환의 크기와 모양에 큰 영향을 미치는 사실을 도출하였다.

2. 2자유도계 모델과 안정성 해석

이 절에서는 마찰에 기인한 패드와 디스크의 면외 운동을 나타내기 위한 2자유도계 모델과 안정성 해석을 기술하였다. 동마찰계수는 상대속도(면내 방향)와 수직력(면외 방향)의 함수이고, 수직력은 수직 상대변위에 따라 변한다고 가정하면 마찰계수는 $\mu(v_r, N)$ 이 되며 이 때 v_r 은 면내 방향으로 작용하는 패드와 디스크의 상대속도이다. 이러한 2자유도계 면외 모델과 접촉강성 k_c 를 Fig. 1에 나타내었다.

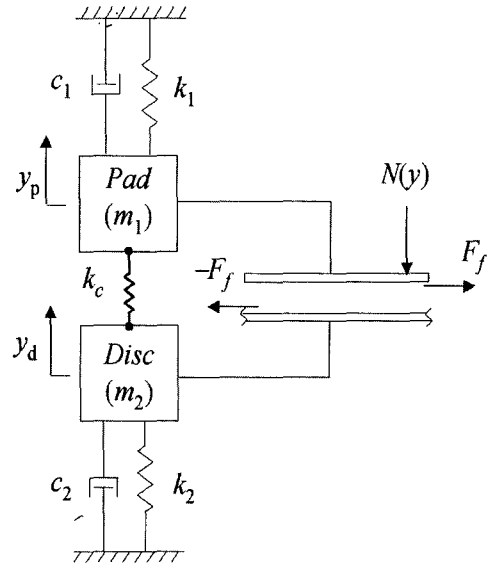


Fig. 1 Two-degree-of-freedom out-of-plane motion

이 때 수직력은 면내 방향의 마찰력에만 영향을 미치고 수직방향 진동에는 직접적인 영향을 주지 않기 때문에 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M] \ddot{y} + [C] \dot{y} + [K + K_c(y)] y = 0 \quad (1)$$

여기서, $[K_c]$ 는 접촉강성 행렬이다. 이 경우에 수직력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N(y) = k_c(y_p - y_d) \quad (2)$$

따라서 마찰력은 다음과 같다.

$$F_f = -\mu(v_r, N) k_c(y_p - y_d) \quad (3)$$

마찰력이 면내 방향으로 작용하지만 면외 방향의 변위에 의존하기 때문에 마찰력의 효과가 접촉강성 내에서 표현된다. 선형화된 접촉강성 행렬은 Nack⁹⁾에 의해 다음과 제안되었다.

$$[K_c] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_f}{\partial y_p} & -\frac{\partial F_f}{\partial y_p} \\ -\frac{\partial F_f}{\partial y_d} & \frac{\partial F_f}{\partial y_d} \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)를 이용하면 접촉강성 행렬은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[K_c] = -\mu(v_r, N) \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix}$$

$$-k_c \begin{bmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) - \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) \\ \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) - \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) \end{bmatrix} \quad (5)$$

만약 마찰계수가 상대속도만의 함수라면, 즉 ‘ $\mu(v_r)$ ’이면, 접촉강성 행렬은 다음과 같다.

$$[K_c] = -\mu(v_r, N) \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

마찰계수가 항상 양($\mu(v_r) > 0$)인 것을 고려하면, $[K_c]$ 는 음의 강성으로 작용하는 것을 알 수 있으며, 이 때 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_p + c_1 \dot{y}_p + (k_1 - \mu(v_r)k_c) y_p + \mu(v_r)k_c y_d &= 0 \\ m_2 \ddot{y}_d + c_2 \dot{y}_d + (k_2 - \mu(v_r)k_c) y_d + \mu(v_r)k_c y_p &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

이 식은 ‘ μk_c ’ 항이 음의 강성으로써 작용하는 때 우 중요한 요소라는 것을 나타낸다. 식 (7)의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda^2 + c_{11}\lambda + k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & \lambda^2 + c_{22}\lambda + k_{22} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

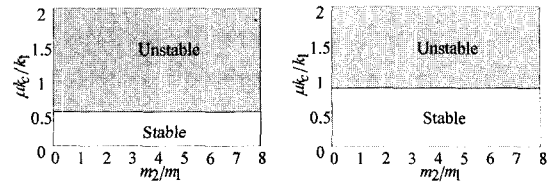
여기서

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{c_1}{m_1}, c_{22} = \frac{c_2}{m_2}, k_{11} = \frac{k_1 - \mu k_c}{m_1}, \\ k_{22} &= \frac{k_2 - \mu k_c}{m_2}, k_{12} = \frac{\mu k_c}{m_1}, k_{21} = \frac{\mu k_c}{m_2} \end{aligned}$$

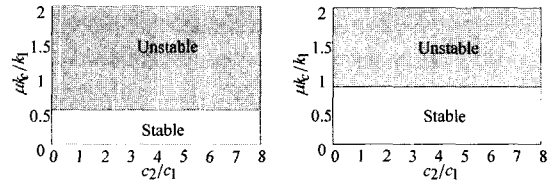
식 (8)은 $\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$ 의 형태로 나타내어지며, Routh 판별식을 이용하여 안정성 해석을 할 수 있다.

안정성 해석은 다양한 ‘ μk_c ’ 값에 대하여 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 2에 나타내었다. ‘ μk_c ’항은 강성계수와 같은 단위이기 때문에 편의를 위하여 k_1 에 대하여 정규화된 무차원수 ($\mu k_c / k_1$)를 사용하였고, 정규화된 시스템 파라미터 (m_2/m_1 , k_2/k_1 와 c_2/c_1)에 대하여 각각 비교하였다.

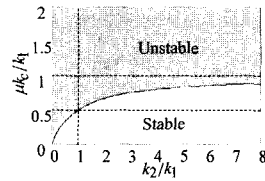
우선 정규화된 ‘ $\mu k_c / k_1$ ’항은 Fig. 2(a) ~ (d)에서와 같이 다양한 질량항과 감쇠항에 대해 나타내었다. 이 결과는, 시스템의 안정성에 있어서 패드와 디스크의 고유진동수는 중요하지 않고 감쇠나 질량에 대하여 무관하며, 단지 강성의 크기만이 시스템의



(a) ‘ μk_c ’ vs. m_2/m_1 ($c_2=c_1, k_2=k_1$) (b) ‘ μk_c ’ vs. m_2/m_1 ($c_2=c_1, k_2=5k_1$)



(c) ‘ μk_c ’ vs. c_2/c_1 ($m_2=m_1, k_2=k_1$) (d) ‘ μk_c ’ vs. c_2/c_1 ($m_2=m_1, k_2=5k_1$)



(e) ‘ μk_c ’ vs. k_2/k_1 ($m_2=m_1, c_2=c_1$) or ($m_2 \neq m_1, c_2 \neq c_1$)

Fig. 2 Stability area of the ‘ μk_c ’ term vs. system parameters

안정성에 영향을 미친다는 것을 나타낸다.

다음으로 강성항과 ‘ $\mu k_c / k_1$ ’의 관계를 Fig. 2(e)에 나타내었다. 강성이 클수록 시스템이 더욱 안정해지고 또한 안정한 영역은 수직축에서 정규화된 ‘ $\mu k_c / k_1$ ’항의 값 ‘1’을 넘지 않음을 볼 수 있다. 그리고 정규화된 강성 ‘ k_2 / k_1 ’이 ‘ $\mu k_c / k_1$ ’항보다 2배 이상 큰 경우 시스템은 항상 안정한 것을 알 수 있다. 이것은 $2\mu k_c$ 값이 패드와 디스크의 강성 파라미터 k_1 , k_2 보다 작다면 시스템은 항상 안정하다는 것을 의미한다. 따라서, 시스템의 안정성 조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min(k_1, k_2) > 2\mu k_c \quad (9)$$

식 (9)는 패드와 디스크의 강성항 모두가 중요하다는 것을 말해주고 있으며, 음의 강성의 효과를 억제하기 위해서는 충분한 강성이 필요하다는 것을 나타내고 있다.

3. 복소 고유치 해석과 갈래질(Bifurcation)

시스템 파라미터가 변함에 따라 운동역학의 정성적인 변화가 일어날 때, 이를 갈래질(Bifurcation)이라 한다. 본 절에서는 앞 절에서 고려하지 않은 접촉강성의 비대칭향을 고려한 복소 고유치 해석을 통하여 시스템의 정성적인 현상을 고찰하고자 한다. 감쇠가 있는 안정한 선형시스템의 경우 응답은 '0'으로 수렴하며 위상평면에서는 나선형의 궤적을 그리며 중심의 평형점으로 근접한다. 식 (8)의 근은 실수부분과 허수부분으로 나누어 근계적선도에 나타낼 수 있으며, 선형 시스템의 감쇠가 '0'보다 작을 때는 근의 궤적은 불안정한 평면으로 향하며, '0'보다 큰 경우에는 안정한 쪽으로 향한다. 이러한 시스템에서의 감쇠계수는 앞 절의 결과와 달리 시스템의 안정성을 좌우하는 중요한 파라미터가 된다. 만약 수직력과 면내 방향의 상대속도가 서로 독립적이라고 가정하면 동마찰계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu(v_r, N) = \mu(v_r)\mu(N) \tag{10}$$

마찰계수는 낮은 속도에서 상수로 가정할 수 있기 때문에 편의상 $\mu(v_r) = 1$ 로 두면 접촉강성 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K_c] = -\mu(N) \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} - k_c \begin{bmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) & -\frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) \\ \frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) & -\frac{\partial \mu}{\partial N} k_c (y_p - y_d) \end{bmatrix} \tag{11}$$

이 경우 접촉 강성 행렬은 다음과 같은 네개의 파라미터 ' $\mu(N), k_c, \frac{\partial \mu}{\partial N}, y_p - y_d$ '로 이루어진 음의 강성항과 비대칭항을 동시에 갖는다. 따라서 Routh 판별식을 이용하여 안정성을 해석하는 것은 매우 복잡하며 시스템을 불안정하게 만드는 주요한 파라미터를 수치적으로 찾는 복소 고유치 해석이 더 용이하다. 복소 고유치 해석을 위한 운동방정식은 다음과 같다.

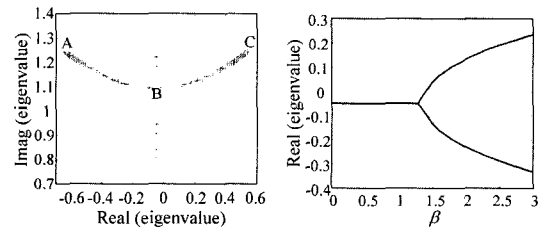
$$\begin{aligned} m_p \ddot{y}_p + c_1 \dot{y}_p + (k_1 - \mu(N)k_c - k_c^2 \beta \Delta) y_p &+ (\mu(N)k_c + k_c^2 \beta \Delta) y_d = 0 \\ m_d \ddot{y}_d + c_2 \dot{y}_d + (k_2 - \mu(N)k_c - k_c^2 \beta \Delta) y_d &+ (\mu(N)k_c + k_c^2 \beta \Delta) y_p = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

여기서,

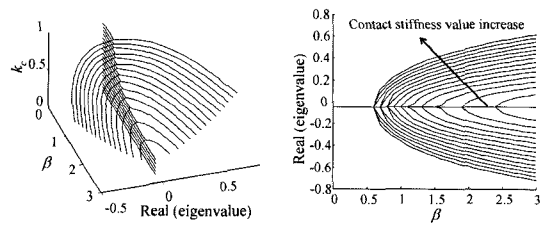
$$\beta = \frac{\partial \mu(N)}{\partial N}, \Delta = y_p - y_d$$

복소 고유치 계산 결과를 이용하여 근 궤적 선도를 나타내면 Fig. 3(a)에서 나타낸 것과 같이, 초기에는 특정한 점 'B'로 수렴하다가 그 후에는 β 가 증가함에 따라 다시 분리되어 한 쌍의 근은 좌측 평면에 놓이고 다른 한 쌍은 우측평면에 위치하게 된다. 궤도 'A-B-C'에 따라 놓여 있는 근들은 'B'지점에 대하여 대칭적으로 위치하며 이는 두 개의 모드가 서로 연성되어 있음을 의미한다.

Fig. 3(b)에서는 β 가 일정 지점까지 증가하는 동안에는 고유치들의 실수 부분이 같은 값을 가지다가 그 이후 두 개의 반대되는 방향으로 분리되는 것을 볼 수 있다. 여기서 양의 방향쪽은 불안정상태를 의미한다. β 는 마찰계수와 밀접한 관련이 있으며, 접촉강성 k_c 는 시스템의 안정성에 큰 영향을 미친다. 이 영향을 Fig. 4에 나타내었다. 시스템의 고유치는 β 가 '0'에서 '2'로, 접촉강성이 '0'에서 '1'로 증가함에 따라 계산되었다. 접촉 강성이 클수록 더 빠른 갈래



(a) Root locus diagram (b) Bifurcation diagram
Fig. 3 Complex eigenvalues for $k_c = k_1/2$
($m_1 = m_2 = 1, k_1 = 1, k_2 = 2k_1, c_1 = c_2 = 0.1$)



(a) 3-D plots (b) 2-D plots
Fig. 4 Bifurcation diagram for various values of parameters β and contact stiffness k_c ($c_1 = c_2 = 0.1$)

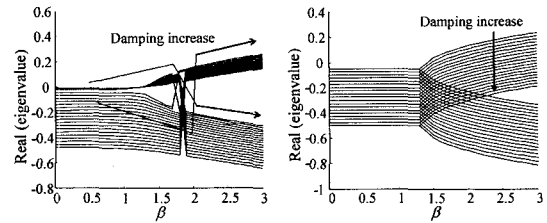
질이 일어나며, 고유치들의 실수 부분의 폭도 더욱 커지는 데, 이는 비대칭 접촉강성 행렬의 영향 때문이라고 할 수 있다.

앞 절에서는 시스템의 안정성에 대하여 대칭인 음의 강성항을 중요하게 고려하였다. 그러나 본 절에서는 마찰계수가 수직력에 크게 의존하는 경우에는 비대칭 강성항이 시스템의 안정성에 큰 영향을 미치게 됨을 알 수 있다. 또한, 마찰계수가 상대속도에만 의존하는 경우, 시스템의 감쇠는 앞 절에서 보인 바와 같이 그다지 중요한 요인이 아니지만, 면외 운동에 대한 상대변위에 의존하는 경우 시스템의 감쇠는 시스템 안정성의 중요한 요소로서 고려되어야 한다. 따라서, 본 절에서는 감쇠의 변화에 따른 안정성의 경향도가 아래와 같이 논의되었다.

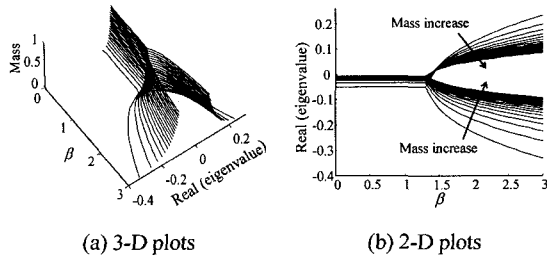
Fig. 5(a)는 패드의 감쇠만을 증가시킨 경우를 나타내며, 패드의 감쇠가 증가함에 따라 고유치의 실수 부분은 β 가 증가함에 따라 한쪽은 양의 방향으로 다른 한쪽은 음의 방향으로 나아가다가 β 가 계속 증가하면 서로 교차하며 방향을 바꾼 뒤 고유치의 크기는 더욱 커진다. 이는 패드 또는 디스크의 어느 한 쪽에만 많은 감쇠가 가해질 경우 다른 부분은 불안정해 질 수 있다는 의미를 내포하고 있다. Fig. 5(b)는 양쪽의 감쇠를 동시에 증가시키는 경우를 나타낸 것으로, 이 경우 갈래질의 지점을 바꾸는 것이 아니라 고유치의 실수 부분을 음의 방향으로 향하게 하여 시스템을 더욱 안정하게 만들 수 있다는 것을 보여준다. 그러나 갈래질의 지점이 항상 일정하기 때문에 다른 파라미터의 영향에 따라 갈래질의 폭이 커지는 경우 감쇠의 효과는 적어질 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7은 질량과 강성의 영향을 나타내고 있다. 이 그림들에서 보는 바와 같이 질량은 갈래질 지점에 전혀 영향을 주지 않고 단지 고유치의 실수 부분 사이의 거리에만 영향을 미치지만 시스템의 강성이 증가하면 갈래질 지점이 우측으로 움직이는 것을 볼 수 있다. 그러므로 강성의 보강은 소음이 일어나는 시스템을 안정화 시키는 데 가장 효과적인 방법이 될 수 있음을 보여준다.

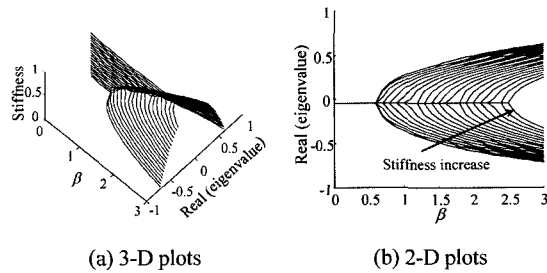
다음 장에서는 간헐적 접촉 강성을 고려한 비선형 시스템의 경우에 대한 강성의 영향을 논의하였다.



(a) c_1 is increased ($c_2=0.1$) (b) Both c_1 and c_2 are increased
Fig. 5 2-D Bifurcation diagrams for various damping values at $k_c = k_1/2$



(a) 3-D plots (b) 2-D plots
Fig. 6 Bifurcation diagrams for various values of parameters β and mass at $k_c = k_1/2$, ($c_1 = c_2 = 0.1$)



(a) 3-D plots (b) 2-D plots
Fig. 7 Bifurcation diagrams for various values of parameters β and stiffness at $k_c = k_1/2$, ($c_1 = c_2 = 0.1$)

4. 비선형 시스템의 수치해석

패드와 디스크가 면외 방향으로 진동할 때 균일하고 일정하게 접촉하고 있는 것이 아니라 접촉 영역에서 간헐적인 분리가 일어난다. 즉, 시스템은 간헐적인 접촉이 이루어지는 스위칭 비선형 특성을 갖는다고 가정할 수 있다. 이는 두 개의 질량이 떨어지는 순간부터 다시 만나는 순간까지는 시스템의 면외 운동에서 접촉 강성은 존재하지 않는 것을 의미한다. 간헐적인 접촉 영역을 고려한 시스템 강성 행렬은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$[K_s] = \begin{cases} [K_0] + [K_c] & \text{for } \eta \leq \varepsilon \\ [K_0] & \text{for } \eta > \varepsilon \end{cases} \quad (13)$$

여기서 $[K_0]$: $k_c=0$ 일 때의 강성행렬

η : 패드와 디스크 사이의 상대 변위

ε : 간헐적 접촉 영역

시스템의 운동 방정식은 다음과 같은 1차 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

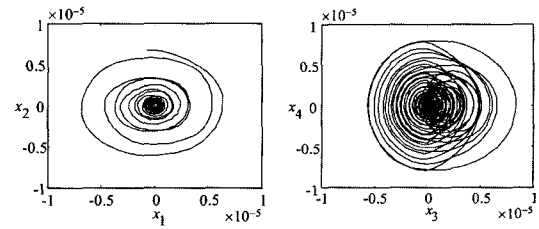
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_s(1,1)}{m_1}x_1 - \frac{c_1}{m_1}x_2 - \frac{k_s(1,2)}{m_1}x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{k_s(2,1)}{m_1}x_1 - \frac{k_s(2,2)}{m_2}x_3 - \frac{c_2}{m_2}x_4 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $k_s(i, j)$ 는 $[K_s]$ 의 i, j 요소이다.

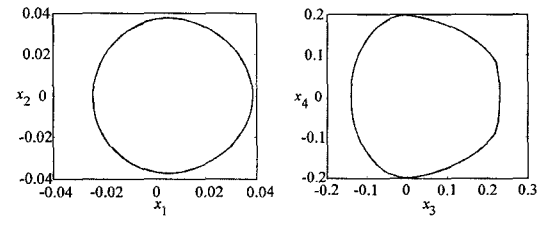
수치해석을 통한 다양한 접촉강성에 대한 응답을 상태공간 상에 Fig. 8(a) ~ (d)와 같이 나타내었다. Fig. 8(a)는 패드와 디스크의 두 강성 모두가 접촉강성보다 큰 경우, 선형해석결과와 마찬가지로 시스템이 안정하며 응답이 고정점으로 수렴하고 있는 것을 볼 수 있다. Fig. 8(b) ~ (c)는 $k_c=k_1$ 와 $k_c > k_1$ 인 경우를 각각 나타내며, 이 때 고유치의 양의 값이 존재하고 시스템은 불안정하다고 볼 수 있으며 한계순환의 존재를 보여준다. 또한 접촉강성의 크기에 따라 한계순환의 크기와 모양이 변하는 것을 볼 수 있다. 그리고 Fig. 8(d)에서 나타낸 것과 같이 접촉강성이 매우 커지면 상태공간상의 응답은 혼돈 현상과 유사한 응답을 보이기도 한다. 그러나 본 논문에서는 이러한 현상들은 자세히 분석하지 않고 향후 과제로 남겨 두었다.

본 절에 나타낸 결과는 앞절의 복소고유치 해석결과와 유사함을 알 수 있다. 즉 간헐적인 접촉을 고려한 비선형 시스템의 경우에도 시스템의 강성이 안정성에 크게 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

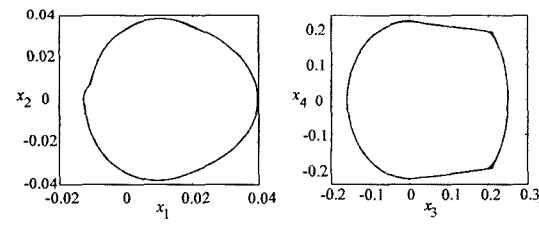
실제로, 디스크 브레이크 시스템의 접촉 강성은 패드와 디스크의 모드 강성 사이에 존재하고 각각의 크기는 '패드의 모드 강성 < 접촉강성 < 디스크의 모드 강성' 순으로 나타나며 측정된 접촉강성은 디스크 보다는 패드의 강성에 좀 더 가깝게 나타나는 것이 실험적으로 검증되었다.¹³⁾ 이러한 사실은 일반적으로 대부분의 브레이크 시스템에서 받아들여지고 있다. 이는 곧 스켈과 같은 마찰에 기인된 소음을



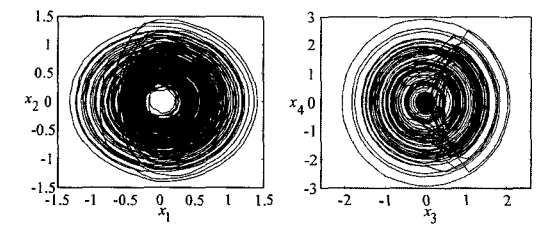
(a) (for $k_1=1, k_2=2k_1, k_c=k_1/2$)



(b) (for $k_1=1, k_2=2k_1, k_c=k_1$)



(c) (for $k_1=1, k_2=2k_1, k_c=k_1+k_1/5$)



(d) (for $k_1=1, k_2=2k_1, k_c=2k_1$)

Fig. 8 Phase portraits of the pad and disc at the initial condition $x_0 = [-0.3 \ 0 \ 0.3 \ 0]$ with parameters $c_1 = c_2 = 0.01$ and $\beta = 0.7$

저감시키기 위해서는 디스크 보다는 패드의 강성을 증가시켜야 함을 의미한다.

5. 결 론

본 논문에서는 마찰에 기인된 디스크 브레이크의 소음과 관련된 면외 진동에 대한 마찰 메커니즘을 기술하기 위하여 2자유도계 모델을 제안하였고 패드와 디스크 사이의 접촉 강성을 고려함으로써 패드와 디스크 사이의 상호 운동에 대하여 기술하였다. 먼저, 안정성 해석과 복소 고유치 해석으로부터 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 마찰계수가 면내 방향의 상대속도에만 의존하는 경우 소음을 저감하기 위한 가장 중요한 항은 강성 항이고 접촉강성의 효과를 억제하기 위해서는 그 값이 충분히 커야함이 밝혀졌다. 안정성 해석의 결과가 자세한 운동역학을 묘사하진 못하지만, 면외 진동에서 마찰 메커니즘의 역할을 바라보는 유용한 관점을 제시하였다. 즉, 속도에 의존하는 마찰계수는 면내방향 진동에서는 음의 감쇠로 작용하는 반면¹¹⁾, 면외 진동에서는 음의 강성으로 작용하였다.

둘째, 동마찰계수가 면외 방향의 상대변위에도 의존하는 경우 음의 강성항과 비대칭 강성항을 포함하는 두 종류의 접촉강성 행렬이 존재하였다. 이러한 경우 복소 고유치 해석을 통하여, 패드와 디스크의 감쇠를 동시에 증가 시킴으로써 어느정도 효과를 볼 수 있으며, 패드와 디스크의 강성을 동시에 증가시키면 가장 효과적으로 시스템을 안정화시킬 수 있음을 알 수 있었다.

마지막으로 비선형 시스템의 수치해석을 통하여 면외 운동에서 한계순환의 존재와 접촉강성의 변화가 한계순환의 형상에 큰 영향을 미친다는 사실을 보였다. 또한 패드와 디스크 사이의 간헐적인 접촉강성의 영향으로 인한 비선형 효과 때문에 혼돈 현상까지도 일어날 수 있음을 보였다.

본 논문의 해석 결과들과 실험결과¹³⁾의 비교로부터 디스크 브레이크 소음의 발생을 저감시키기 위해서는 접촉강성의 영향을 상쇄시키기 위한 패드의 강성을 보강시켜야 함을 보여준다.

후 기

본 연구는 2003년도 안동대학교 학술연구지원사

업에 의하여 연구되었습니다.

References

- 1) Y. S. Choi, S. K. Jung, "Friction-Induced Vibration of Brake Lining Pad," Transactions of the KSAE, Vol.2, No.5, pp.93-100, 1994.
- 2) J. Jakobsen, "On Damping of Railway Brake Squeal," Noise Control Engineering Journal, September-October, pp.46-51, 1986.
- 3) R. Krupka, T. Walz, A. Etemeyer, "New Techniques and Applications for 3D-Brake Analysis," Dr. ETTEMYER Application Report No.04-00, 2000.
- 4) J. D. Fieldhouse, T. P. Newcomb, "An Experimental Investigation into Disc Brake Noise," Proceedings of IMechE. Vol. C444/036/93, pp.145-159, 1993.
- 5) K. A. Cunefare, R. Rye, "Investigation of Disc Squeal via Sound Intensity and Laser Vibrometry," SAE 2002-01-1604, 2002.
- 6) Y. S. Lee, P. C. Brooks, D. C. Barton, D. A. Crolla, "A Study of Disc Brake Squeal Propensity Using a Parametric Finite Element Model," Proceedings of IMechE, Vol. C521/009/98, pp.191-201, 1999.
- 7) G. D. Liies, "Analysis of Disc Brake Squeal using Finite Element Methods," SAE 891150, pp.1138-1146, 1989.
- 8) H. Matsui, H. Murakami, H. Nakanishi, Y. Tsuda, "Analysis of Disc Brake Squeal," SAE 920553, pp.15-24, 1992.
- 9) W. V. Nack, "Brake Squeal Analysis by Finite Elements," SAE 1999-01-1736, 1999.
- 10) C. Park, M. G. Han, S. S. Cho, H. G. Choi, J. D. Jeong, J. M. Lee, "A Study on the Reduction of Disc Brake Squeal Using Complex Eigenvalue Analysis," SAE 2001-01-3141, 2001.
- 11) K. Shin, M. J. Brennan, J.-E. Oh, C. J. Harris, "Analysis of Disc Brake Noise Using a Two-Degree-of-Freedom Model," Journal of Sound and Vibration, Vol.254, No.5, pp.837-848, 2002.
- 12) K. Shin, J.-E. Oh, M. J. Brennan, "Nonlinear Analysis of Friction Induced Vibrations of a

- Two-degree-of-freedom Model for Disc Brake Squeal Noise," JSME International Journal Series C, Vol.45, No.2, pp.837-848, 2002.
- 13) M. Watany, S. Abouel-Seoud, A. Saad, I. Abdel-Gawad, "Brake Squeal Generation," SAE 1999-01-1735, 1999.
 - 14) D.W. Kim, H.W. Lee, "A Study for the Improvement of the Brake Squeal Noise," Transactions of the KSAE, Vol.4, No.6, pp.223-228, 1996.
 - 15) J. H. Kim, J. M. Lee, S. W. Yoo, C. G. Ahn, "A Study on the Squeal Noise of Drum Brakes," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol.15, No.9, pp.111-116, 1998.
 - 16) S. T. Park, S. K. Sin, Y. J. Kang, Y. S. Choi, "A Study on Quantitative Visualization of Vibration Mode Shape of Disk Brake by using Stroboscopic ESPI," Transactions of the KSAE, Vol.7, No.9, pp.94-104, 1999.