

# 정규화 혼합 Norm을 이용한 다중 채널 영상 복원 방식

정회원 홍민철\*, 신요안\*, 이원철\*

## A Regularized Mixed Norm Multi-Channel Image Restoration Algorithm

Min-Cheol Hong\*, Yoan Shin\*, Won Chul Lee\* *Regular Members*

### 요약

본 논문에서는 정규화 혼합 norm을 이용한 다중 채널 영상 복원 기법을 제안한다. 채널 영상 간 및 채널 영상 내의 결정론적 정보를 이용한 다중 채널 영상 복원에 관한 문제를 고려한다. 제안 방식에서는 각 채널 영상에 대해 LMS (Least Mean Square) 및 LMF (Least Mean Fourth) 및 완화 함수를 결합시킨 부가 함수가 제안된다. 더불어, LMS 및 LMF의 상대적 기여도를 제한하기 위한 혼합 norm 매개 변수 및 완화 함수의 중요성을 제어하는 정규화 매개 변수는 반복 영상으로부터 예측된 각 채널의 노이즈 분포에 의해 결정되어진다. 제안된 방식은 각 채널 영상의 첨부 노이즈 형태에 대한 사전 정보 없이 복원 과정이 가능하다는 점과 두 매개 변수를 반복 과정에서 부분적으로 복원된 영상으로부터 조절할 수 있는 특성을 갖고 있다.

Key Words : 정규화 혼합 norm; LMS; LMF; 완화 노이즈 분포

### ABSTRACT

This paper introduces a regularized mixed norm multi-channel image restoration algorithm using both within- and between- channel deterministic information. For each channel a functional which combines the least mean squares (LMS), the least mean fourth (LMF), and a smoothing functional is proposed. We introduce a mixed norm parameter that controls the relative contribution between the LMS and the LMF, and a regularization parameter defining the degree of smoothness of the solution, where both parameters are updated at each iteration according to the noise characteristics of each channel. The novelty of the proposed algorithm is that no knowledge of the noise distribution for each channel is required and that the parameters mentioned above are adjusted based on the partially restored image.

### 1. 서론

채널 내 채널간의 결정론적 정보를 이용한 다중 채널 영상 복원에 관한 연구는 그동안 꾸준히 연구되어 왔다<sup>1,2)</sup>. 전통적으로 MSE (Mean Square Error)방식은 수학적으로 다루기가 용이하고 첨부 노이즈가 가우시안 분포를 갖는 경우 최적화된 결

과를 얻을 수 있다는 특성으로 인해 영상 복원 문제에 사용되어 왔다<sup>3,4,5)</sup>.

영상 복원의 목적은 주어진 사전 정보를 이용하여 원 영상에 가까운 개선된 영상을 얻는 것을 목적으로 한다. 자주 사용되는 사전 정보는 첨부 노이즈의 분포가 가우시안 형태를 갖고 있다고 가정하였으나, 수많은 응용 분야에서 첨부 노이즈의 분포

\* 숭실대학교 정보통신공학부(mhong@e.ssu.ac.kr)

논문번호 : 030364-0820, 접수일자 : 2003년 8월 20일

※ 본 연구는 숭실대학교 교내 연구비 지원으로 수행되었음.

가 가우시안 형태를 갖고 있다고 가정하였으나, 수많은 응용 분야에서 침부 노이즈는 비가우시안 형태를 갖거나 다양한 형태의 노이즈의 결합으로 구성되어 있다<sup>6)</sup>. 참고문헌<sup>7,8,9)</sup>에서 입증된 바와 같이 LMF 방식은 부가우시안 (sub-Gaussian) 분포의 특성을 갖는 침부 노이즈를 제거함에 있어 LMS 방식보다 성능이 우수하며, LMS 및 LMF를 결합시킨 단일 채널 영상 복원 방식이 제안되었다<sup>10,11)</sup>. 그러므로, 각각의 침부 노이즈 특성이 다르고 영상간의 간섭 현상이 존재하는 다중 채널 영상 복원 문제에 LMS 및 LMF 기법을 혼합한 방식을 사용하여 개선된 결과를 기대할 수 있다.

채널 내 또는 채널간의 간섭 현상으로 인해 왜곡된 다중 채널 영상을 복원하는 문제는 칼라 영상, 동영상 등 수많은 응용분야에 적용이 가능하다. 왜곡된 영상은 각 채널 영상을 독립적으로 복원이 가능하나, 채널간의 간섭 현상을 고려한 다중 채널 영상 복원 방식을 이용하여 개선된 결과를 기대할 수 있다.

본 논문에서는 혼합 norm 정규화 방식을 이용한 다중 채널 영상 복원 방식에 대해 제안한다. 각 채널 영상을 위한 혼합 norm 완화 함수는 채널 내의 정보뿐만 아니라 채널간의 정보를 이용하여 결정되며, 각 채널 영상에 대해 LMS와 LMF의 상대적 기여도를 제어하는 혼합 norm 매개변수 및 혼합 norm 함수와 완화 함수를 제어하는 정규화 매개변수를 반복 해를 통해 생성된 복원 영상으로부터 결정된다. 그러므로, 침부 노이즈 및 원 영상의 완화 정도에 대한 사전 정보 없이 복원 과정이 이루어지게 된다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2절에서는 다중 채널의 훼손 영상에 대한 모델 및 kurtosis에 대한 특성에 대한 간략한 설명이 이루어지고, 3절에서는 다중 채널 영상을 위한 혼합 norm 함수에 대해 정의하며 제안된 함수에 대한 특성에 대해 기술한다. 더불어, 반복해 과정에서 요구되는 수렴성에 대해 분석한다. 마지막으로 4절 및 5절에서는 실험 결과 및 결론에 대해 기술한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 다중 채널 훼손 영상 모델

다중 채널 훼손 영상에 대한 모델은 다음과 같이 가정될 수 있다.

$$y = Hx + n \quad (1)$$

식 (1)에서 벡터  $y, x$  및  $n$  은 각각 훼손된 다중 채널 영상, 원 영상 및 침부 노이즈를 의미하며, 침부 노이즈는 상관성이 없는 (uncorrelated) 평균값이 제로인 신호로 가정한다. 각 채널이  $M \times M$  화소로 구성된 임의의  $N$  채널 영상에 대해,  $y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_N^T]^T$ ,  $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T$ , 및  $n = [n_1^T, n_2^T, \dots, n_N^T]^T$ 이며 임의의 벡터 또는 행렬의 전치 (transpose)를 의미한다. 또한, 각 채널의  $y_i, x_i$  및  $n_i$ 는 스택 순서로 재배열된  $M^2 \times 1$  크기를 갖는 열 벡터를 의미한다. 본 논문에서는  $MN^2 \times NM^2$  크기의 다중 채널 훼손 행렬  $H$ 는 알려져 있다고 가정한다.  $H$ 는 다음과 같이 기술된다.

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M1} & H_{M2} & \dots & H_{MN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

부분 행렬  $H_{ii}$  및  $H_{ij}(i \neq j)$ 는  $M^2 \times M^2$ 의 크기를 갖으며, 채널 내 및 채널간의 간섭에 의한 훼손 성분을 표현한다. 식 (2)에서 채널간의 훼손 성분이 '0' 인 경우, 식 (2)의 훼손 모델은  $N$ 개 단일 채널 훼손 모델을 나타나게 된다.

일반적으로 훼손 행렬  $H$ 는 불량 상태 (ill-conditioned)의 문제점을 갖고 있다. 불량 노출 문제로 인해 행렬  $H$ 의 eigen-value들이 '0'에 가까운 작은 값을 갖게 되어 원 영상  $x$ 를 예측하기 위해  $H$ 의 일반화된 역행렬 (generalized inverse matrix) 이 노이즈를 과다 증대시키는 결과를 초래하게 되는 현상을 낳게 된다<sup>2)</sup>.

$i$ 번째 채널 영상의 훼손 모델은 다음과 같이 기술된다.

$$y_i = H_i x + n_i, \quad \text{for } i=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

식 (3)에서  $H_i$ 는 다음과 같다.

$$H_i = [H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{iN}]$$

위 식에서  $M^2 \times NM^2$  크기의  $i$  번째 채널의 블록 행렬을 나타낸다.

### 2. Kurtosis

대부분의 다중 채널 영상 복원 문제는  $i$ 번째 노이즈 성분  $n_i$ 가 상관성이 없고 평균값이 '0'이 가우시안 분포를 갖고 있다는 가정으로부터 시작되며,

이와 같은 가정은 최종 복원 영상에 대한 제약조건으로 활용된다. 그러나, 상당수의 응용 분야에서 첨부 노이즈는 uniform, 라프라시안 및 기타 혼합된 형태의 분포를 갖는 경우가 존재한다. 노이즈 분포가 가우시안인 경우, LMS 방식은 이미 기술된 식 (3)에 대한 해를 구하기 위해 사용될 수 있으나, 노이즈 분포가 비가우시안 분포인 경우, 고차 특성을 갖는 norm 형태가 유용하다. 특히 첨가 노이즈 형태가 부가우시안 (sub-Gaussian) 인 경우, LMF 및 고차 함수가 LMS와 비교하여 우월한 성능을 갖고 있음이 입증되었다.

Kurtosis는 임의의 랜덤 신호의 가우시안 정도를 표현하기 위해 사용되어 왔으며, 평균값이 '0'인 임의의 랜덤 신호  $n_i$ 에 대해 kurtosis는 다음과 같이 정의된다.

$$\chi(n_i) = E[n_i^4] - 3E^2[n_i^2] \quad (4)$$

식 (4)에서 정의된 kurtosis는 가우시안 신호에 대해서는 '0' 값을, 과가우시안 (super-Gaussian) 신호에 대해서는 양의 값을, 부가우시안 신호에 대해서는 음의 값을 갖게 된다. 식 (4)에서 정의된 kurtosis는 다음과 같은 특성을 갖는다.

property 1 :  $i$ 번째 채널의 비상관성을 갖는 평균값이 '0'인 첨부 노이즈  $n_{i,1}$  및  $n_{i,2}$ , 및 임의의 양의 실수  $a$  및  $b$ 에 대해서  $\chi(an_{i,1} + bn_{i,2}) = a^4\chi(n_{i,1}) + b^4\chi(n_{i,2})$ .

property 1은 식 (4) kurtosis의 정의를 이용하여 두 개의 채널의 노이즈 성분의 합에 대한 kurtosis를 계산하여 다음과 같이 입증될 수 있다.

$$\begin{aligned} \chi(an_{i,1} + bn_{i,2}) &= E[(an_{i,1} + bn_{i,2})^4] - 3E^2 \\ &\quad [(an_{i,1} + bn_{i,2})^2] \\ &= a^4E[n_{i,1}^4] + b^4E[n_{i,2}^4] - \\ &\quad 3(a^2E[n_{i,1}^2] + b^2E[n_{i,2}^2]) \\ &= a^4\chi(n_{i,1}) + b^4\chi(n_{i,2}) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)은 다중 채널 영상에서 결합된 노이즈의 kurtosis는 노이즈 특성을 주도하는 노이즈 성분에 의해 결정되는 것을 나타낸다.

식 (4)로부터 유추하여,  $M^2$  개의 샘플로 구성된

랜덤 신호의 kurtosis는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\chi(n_i) = \frac{1}{M^2} \|n_i\|_4^4 - 3\left(\frac{1}{M^2} \|n_i\|_2^2\right)^2 \quad (6)$$

위 식에서  $\|\cdot\|_p$ 는  $l_p$  norm을 의미한다.

### III. 다중 채널 영상을 위한 정규화 혼합 norm 방식

#### 1. 다중 채널을 위한 혼합 norm 함수

이미 기술된 바와 같이, 부가우시안 노이즈 환경에서는 LMF 성능이 LMS 성능보다 우월하며, 가우시안 정도에 따라 노이즈 분포를 적응 적으로 처리하기 위해서는 LMS 및 LMF의 결합된 형태가 바람직하다. 더불어, 훼손 모델에 대한 불량 노출 문제에 의해 발생하는 문제점을 감소시키기 위해 완화 함수를 표현하는 성분이 포함되는 것이 바람직하다. 이와 같은 특성을 고려한  $i$ 번째 채널 영상의 혼합 norm 정규화 완화 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} M_{i(x)} = J_i(x) + \alpha_i(x) \|C_i x\|_2^2 &= (1 - \gamma_i(n)) \|y_i \\ - H_i x\|_2^2 + \gamma_i(n) \|y_i - H_i x\|_4^4 &+ \alpha_i(x) \|C_i x\|_2^2 \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서

$$C_i = [C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{iM}]$$

식 (7)에서  $J_i(x)$ 는  $i$ 번째 채널 영상을 위한 혼합 norm 부가함수를 의미하며,  $C_{ij}$ 는  $M^2 \times M^2$  크기의  $i$ 번째 채널 영상과  $j$ 번째 채널 영상간의 완화 정도를 표현하기 위한 고주파 통과 필터를,  $\alpha_i(x)$ 는  $i$ 번째 채널 영상의 정규화 매개 변수를, 그리고  $\gamma_i(n)$ 은  $i$ 번째 채널 영상의 혼합 norm 매개 변수를 나타낸다. 위 식에서  $C_{ij}$ 는 채널 내의 완화도를 표현하기 위한 고주파 필터이며  $C_{ij}(i \neq j)$ 는 채널간의 완화도를 나타내기 위해 사용되었다. 식 (7)에서  $i$ 번째 채널의 노이즈가 부가우시안 분포를 갖는 경우  $\gamma_i(n) \approx 1$ 됨으로서 LMF항이 혼합 norm 부가 함수를 주도하고,  $i$ 번째 채널의 노이즈가 과가우시안 분포이거나 가우시안 분포를 갖는 경우  $\gamma_i(n) \approx 0$ 을 나타냄으로서 LMS 성분이 부가 함수를 주도하는 것이 바람직스럽다. 반면에, 다양한 노이즈 성분이 혼합되어 있는 경우 LMS와 LMF의 상대적 기여도를 제어하는  $\gamma_i(n)$ 을 결정해야 한다. 위에서 기술된

노이즈 분포 및  $x_i(n)$ 의 관계에 따라,  $\gamma_i(n)$ 은  $x_i(n)$ 의 감소 함수 형태를 취해야 한다. 이와 같은 특성에 따라 임의의 감소 함수  $\phi(\cdot)$ 에 대해  $\gamma_i(n) = \phi(x_i(n))$ 으로 정의가 가능하며, 다음과 같은 특성을 가져야 한다.

$$\begin{aligned} \phi(\infty) &= 0, \\ \phi(-\infty) &= 1 \end{aligned} \tag{8}$$

정규화 매개변수  $\alpha_i(x)$ 는  $i$ 번째 채널 영상의 혼합 norm 부가 함수와 완화 함수 사이의 균형적인 제어를 위해 사용되며  $\alpha_i(x)$ 는  $M_i(x)$ 에 비례하도록 결정된다. 임의의 증가 함수  $\mathcal{O}(\cdot)$ 에 대해서  $\alpha_i(x) = \mathcal{O}(M_i(x))$  형태를 취해야 하며, 정규화 매개변수는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \alpha_i(x) &= 0, \quad \text{with } J_i(x) = 0, \\ \alpha_i(x) &= \infty, \quad \text{with } J_i(x) = \infty \end{aligned} \tag{9}$$

위와 같은 조건들을 만족하는 복원 영상은 다음과 같은 다중 채널 영상을 위한 혼합 norm 기반의 정규화 완화 함수를 최소화시켜 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} M(x) &= \sum_{i=1}^N M_i(x) \\ &= \sum_{i=1}^N (J_i(x) + \alpha_i(x) \|C_i x\|_2^2) \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)에 기술된 각 채널의 구 매개변수는 원 영상에 대한 함수로 표현되어 있으나, 원 영상에 대한 정보가 유용하지 못하므로 원 영상에 대한 정보는 반복 기법을 이용하여 반복 영상으로부터 부분 복원 영상에 대한 정보를 얻을 수 있다.

제안된 부가 함수가 의미있는 해가 되기 위해서는 식 (10)의 최소화 해가 유일해가 되어야 하며, 이와 같은 조건을 만족하기 위해서는 제안된 함수가 convex 특성을 만족해서 국부 최적해 (local minimizer)가 전역 최적해 (global minimizer)가 되도록 하여 유일 해를 산출할 수 있어야 한다. 참고 문헌<sup>[11]</sup>에 기술되어 있는 방식을 이용하여 각 채널에 대한 부가함수가 convex 조건을 만족하기 위해서는 혼합 norm 매개변수가 다음과 같이 결정되도록 한다.

$$\phi(x_i(n)) = \gamma_i(n) = \frac{\exp(-cx_i(n))}{A + \exp(-cx_i(n))} \tag{11}$$

식 (11)에서  $A$  및  $c$ 는 양의 실수 값을 나타내며,  $x_i(n) > 0$ 인 경우, 4차 norm의 상대적인 중요성이 2차 norm 보다 작게 되고  $x_i(n) < 0$ 인 경우, 4차 norm의 중요성이 2차 norm보다 커지게 된다. 혼합 norm 매개변수를 결정하는 kurtosis는 침부 노이즈 에너지 또는 신호대 잡음비에 의해 결정되며, 노이즈 형태에 의존적인 특성을 갖게 된다. 예를 들어, 라프라스안 노이즈의 kurtosis는 같은 노이즈 에너지를 갖는 Uniform 노이즈의 kurtosis의 두 배 정도의 값을 갖게 된다. 그러나, 식 (11)에서 정의된 혼합 norm 매개변수는 kurtosis에 선형적인 특성을 갖고 있지 않으므로 모든 형태의 노이즈 및 신호대 잡음비에 대해  $\gamma_i(n)$ 을 매핑 (mapping)하는 것은 불가능하다.

식 (9)을 만족시키는 형태의 정규화 매개변수 결정 방식은 참고 문헌<sup>[13]</sup>에 예시되어 있으며, 이와 같은 방식을 이용하여  $M_i(x)$ 는 다음과 같이  $\alpha_i(x)$ 가 결정되는 경우에 convex 함수임을 알 수 있다.

$$\alpha_i(x) = \frac{(1 - \gamma_i(n)) \|y_i - H_i x\|_2^2 + \gamma_i(n) \|y_i - H_i x\|_4^4}{\frac{1}{\tau_i} - \|C_i x\|_2^2} \tag{12}$$

참고 문헌<sup>[13]</sup>에서 입증한 방식을 따라,  $M_i(x)$ 가 convex하기 위한 조건은 식 (12)에서  $\frac{1}{\tau_i} \geq \|C_i x\|_2^2$  이어야 하며,  $C_i$ 가  $\sigma_{\max}(C_i^T C_i) = 1$  이 되도록 정규화 되어 있는 경우,  $\|x\|_2^2 \approx \|y\|_2^2 \geq \|C_i x\|_2^2$  조건을 만족하게 된다.  $\sigma_{\max}(Z)$ 는 행렬  $Z$ 의 최대 singular 값을 나타내며, 본 논문에서는  $\tau_i = \frac{1}{2\|y_i\|_2^2}$  을 사용하였다. 이와 같은 두 개의 매개 변수를 이용하면, 각각의 혼합 norm 함수가 convex가 되며, convex 함수들의 합은 convex 함수가 되므로 국부 최적해가 전역 최적해가 된다.

## 2. 반복 해 및 수렴 조건 분석

본 논문에서는 식 (10)에 대한 최소 값을 만족시키는 해를 얻기 위해 steepest descent 방식을 사용하며,  $M(x)$ 를  $x$ 에 대해 gradient를 취해 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_x M(x) &= \nabla_x \sum_{i=1}^N M_i(x) = \sum_{i=1}^N \nabla_x M_i(x) \\ &= \sum_{i=1}^N [(1-\gamma_i(n))H_i^T(y_i-H_i x) + \\ &\quad 2\gamma_i(n)P_i(x)(y_i-H_i x) - a_i(x)C_i^T C_i x] \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서  $P_i(x)$ 는 대가선 성분인  $P_i(x)(j, j) = (y_i(j) - H_i x(j))^2$ 을 갖는 대각 행렬(diagonal matrix)을 의미한다.  $\nabla_x N_i(x) = 0$ 일 때  $\nabla_x a_i(x) = 0$ 이므로 식 (13)에 의한 반복 해는 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \beta \sum_{i=1}^N [(1-\gamma_i(n))H_i^T(y_i-H_i x_k) \\ &\quad + 2\gamma_i(n)H_i^T P_i(x_k)(y_i-H_i x_k) - a_i(x)C_i^T C_i x_k] \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)의  $\beta$ 는 반복 해의 수렴성 및 수렴 속도를 제어하는 완화 매개 변수를 의미한다.  $\gamma_i(n)$ 은 다양한 방식으로 예측할 수 있다. 예를 들어, 원 영상  $x$ 의 특성이 평탄한 영역 (flat region)에 해당하는 훼손 영상  $y$ 를 이용하여 예측 할 수 있다. 또한 식 (14)로부터 얻게 되는 반복 영상으로부터  $\gamma_i(n)$ 를 예측 할 수도 있다. 본 논문에서는 후자 방식을 이용하여 혼합 norm 매개변수를 매 반복 해에서 개선시켰으며, 이에 따라 식 (15)에 기술된  $\gamma_i(n)$ 은  $\gamma_i(n_k)$ 로 대체될 수 있다.

유사한 방식으로 정규화 매개변수  $a_i(x)$ 는 반복 영상으로부터 예측되며, 혼합 norm 매개 변수와 마찬가지로  $a_i(x_k)$ 로 식 (14)에서 대체된다.

완화 매개 변수  $\beta$ 가 수렴성을 보장하기 위한 조건은 연속된 반복 과정의 해로부터 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{k+1} - x_k &= (x_k - x_{k-1}) + \beta \sum_{i=1}^N [-H_i^T H_i(x_k \\ &\quad - x_{k-1}) - H_i^T \Delta F_i + H_i^T H_i \Delta G_i + \\ &\quad 2H_i^T \Delta K_i - 2H_i^T \Delta L_i - C_i^T C_i \Delta Q_i] \end{aligned} \quad (15)$$

위 식에서

$$\begin{aligned} \Delta F_i &= F_i(x_k) - F_i(x_{k-1}) \approx J_{F_i}(x_k - x_{k-1}) \\ \Delta G_i &= G_i(x_k) - G_i(x_{k-1}) \approx J_{G_i}(x_k - x_{k-1}) \\ \Delta K_i &= K_i(x_k) - K_i(x_{k-1}) \approx J_{K_i}(x_k - x_{k-1}) \\ \Delta L_i &= L_i(x_k) - L_i(x_{k-1}) \approx J_{L_i}(x_k - x_{k-1}) \\ \Delta Q_i &= Q_i(x_k) - Q_i(x_{k-1}) \approx J_{Q_i}(x_k - x_{k-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에서  $F_i(x_k) = \gamma_i(n_k)y_i$ ,  $G_i(x_k) = \gamma_{ib}(n_k)x_{kb}$ ,  $K_i(x_k) = \gamma_i(n_k)P_i(x_k)y_i$  및  $L_i(x_k) = \gamma_i(n_k)P_i(x_k)H_i x_{kb}$ ,  $Q_i(x_k) = a_i(x_k)x_k$  를 나타내며  $J_{F_i}(x_k)$ ,  $J_{G_i}(x_k)$ ,  $J_{K_i}(x_k)$ ,  $J_{L_i}(x_k)$  및  $J_{Q_i}(x_k)$  는  $i$ 번째 채널의 영상의 Jacobian 행렬을 의미한다. 식 (16)을 이용하여 식 (15)은 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$x_{k+1} - x_k = [I - \beta \sum_{i=1}^N A_i(x_k)](x_k - x_{k-1}) \quad (17)$$

식 (17)에서  $A_i(x_k) = (1-\gamma_i(n_k))H_i^T H_i + 6\gamma_i(n_k)H_i^T P_i(x_k)H_i + a_i(x_k)C_i^T C_i$  이며  $A_i(x_k)$ 는 양의 정의 행렬 (positive definite matrix)이므로 수렴을 위한 필요 조건은 다음과 같이 결정된다.

$$0 < \beta < \frac{2}{N\sigma_{\max}(A_i(x_k))} \quad (18)$$

본 논문에서 제안된 방식은 다양한 영상 획득 또는 디스플레이 장치를 포함한 영상 시스템에 적용 가능하다. 예를 들어, 영상의 축소 또는 변환 영역에 적용된 양자화 노이즈는 Uniform 노이즈 분포의 특성을 나타낸다. 반면에 영상의 축소 및 인접 화소의 오차로부터 발생하는 신호 의존적인 노이즈는 라플라시안 분포로 모델화될 수 있다. 상기와 같이 영상에 첨부된 노이즈 모델에 대한 사전 정보가 알려지지 않은 경우, 본 논문에서 제안된 방식은 첨부 노이즈에 대한 사전 정보 없이 효과적으로 다중 채널 영상을 복원할 수 있다.

#### IV. 실험 결과

제안된 정규화 혼합 norm 방식을 이용한 다중 채널 영상 복원 방식은 다양한 노이즈 및 열화 현상에 의해 훼손된 컬러 영상에 적용하였다. 실험 영상 중에 256×256 해상도를 갖는 “Lena”, “Mandrill” 및 “Peppers” 영상을 이용한 결과에 대해 기술한다. 채널 내 및 채널간의 열화 현상을 표현하는 PSF (Point Spread Function)은 7×7 매스 크 및 분산값을 5를 갖는 가우시안 분포를 이용하였다. 채널 내의 PSF인  $h_{i,j}(m, n)$ 은  $\sum_m \sum_n h_{ij}(m, n) = 0.8$ 을 이용하였으며 채널간의 PSF인

$h_{i,j}(m, n)$ 은  $\sum_m \sum_n h_{ij}(m, n) = 0.1$ 을 이용하였다. 식 (7)의 연산자  $C$ 를 위해 3차원 라프라시안 고주파 대역 통과 필터를 사용하였으며, 반복 해의 종료율 위해 다음과 같은 기준을 사용하였다.

$$\frac{\|x_{k+1} - x_k\|_2^2}{\|x_k\|_2^2} \leq 10^{-7} \quad (19)$$

더불어 알고리즘의 성능을 평가하기 위해  $\Delta_{snr}$ 을 사용하였다.  $k$ 번째 반복 해의  $\Delta_{snr}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta_{snr} = 10 \log_{10} \frac{\|y - x\|_2^2}{\|x_k - x\|_2^2} \quad (20)$$

사용된 첨가 노이즈의 형태는 red 채널 영상에 uniform 노이즈를, green 채널 영상에 라프라시안 노이즈를, blue 채널 영상에 가우시안 노이즈를 각각 첨가하였다. 제안된 정규화 혼합 norm 방식은 RLMSM (Regularized LMS Multi-channel) 복원 방식과 비교 및 분석되었다. 표 1-3에 각 채널 영상에 각각 다른 노이즈 형태 및 SNR에 대한 비교 결과를 기술하였다. 비교 결과로부터 부가우시안 노이즈가 첨가된 red 채널 영상에 대해서는 식 (7)에서 최소 4차 norm의 상대적인 기여도가 크므로 제안된 방식이 RLMSM 방식보다 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 반면에, 다른 노이즈 형태에 대해서는 제안된 방식이 RLMSM 방식과 유사한 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

노이즈 및 열화 현상에 대한 훼손된 R, G, B 채널 "Lena" 영상은 그림 1의 (a), (b), (c)에 나타내었다. 그림 1에서 첨부된 노이즈는 각 채널 영상에 10dB이며, 훼손된 영상을 RLMSM 방식에 의한 복원된 결과는 그림 2에 나타내었다. 더불어, 식 (13)에서 기술된 혼합 norm 매개 변수를  $c=1$  및  $A=1$ 을 이용하여 제안된 정규화 혼합 norm 방식에 의한 복원 결과 영상은 그림 3에 나타내었다. 그림 4에 나타낸 바와 같이 다양한 SNR에 대해 반복 해에 따른 각 채널의 정규화 매개 변수  $\alpha_i(x_k)$ 는 첨가 노이즈 정도가 심할수록 큰 값을 갖게되어 복원 영상의 완화 정도를 크게 하며, 노이즈 형태가 부가우시안 형태에 가까울수록 식 (12)의 LMF 성분이 분자 성분을 주도하므로 큰 완화 값을 갖게

되며, 각 채널에 첨가된 노이즈 형태에 따라 적응적으로 결정되는 LMS 또는 LMF의 상대적인 기여도에 의해 정규화 매개 변수의 값이 결정됨을 확인할 수 있었다. 그림 5는 다양한 SNR에 대해 반복 해에 따른 혼합 norm 매개 변수의 값을 나타내고 있다. Uniform 노이즈 성분을 갖고 있는 R 채널 영상의  $\gamma_i(n_k)$ 는 1에 가까운 값을 갖게 되고 이로 인해  $l_4$  norm 성분이 복원 영상을 얻기 위한 주도적인 역할을 하게 된다. 반면에 라프라시안 노이즈 성분을 갖는 G 채널 영상의  $\gamma_i(n_k)$ 은 0에 근접한 값을 갖게되어  $l_2$  성분이 사용되어 지게 된다. 상기와 같은 결과로부터 부가우시안 분포를 갖는 노이즈 제거에 LMF 방식이 보다 효과적임을 확인할 수 있었으며, LMS 및 LMF를 결합된 형태가 노이즈 특성에 따라 적응적인 노이즈 제거가 가능하였다.

본 논문에서 제안된 방식의 특징은 매 반복 과정에서 보정된 혼합 norm 매개 변수를 첨가된 노이즈 형태에 따라 효율적으로 결정하고, 이로 인해 각 채널 영상에 대해 LMS와 LMF의 상대적인 기여도를 효과적으로 제어함을 확인할 수 있었다.

## V. 결론

본 논문에서는 다중 채널 영상을 위한 정규화 혼합 norm 복원 방식에 대해 제안하였다. 제안된 다중 채널 영상을 위한 정규화 혼합 norm 완화 함수는 다중 채널 혼합 norm 매개 변수 및 정규화 매개 변수를 적절히 결정하여 최종 복원 해가 전역 최소 해를 만족시키는 convex 형태를 갖도록 정의하였다. 이로 인해 단일 채널 영상 복원 방식 및 RLMSM 복원 방식보다 우월한 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

본 논문의 특징은 첨가 노이즈에 대한 사전 정보가 필요하지 않으며, LMS 및 LMF의 상대적인 기여도를 매 반복 영상을 기반으로 조정할 점에 있다. 실험 결과로부터 제안된 방식의 우월성을 확인할 수 있었다.

표 1. 각 채널 영상에 10dB 노이즈를 첨가한 경우의 성능 비교

image	channel	RLMSM $\Delta_{snr}$	제안된 방식 $\Delta_{snr}$
Lena	R	3.27	3.71
	G	2.72	2.73
	B	2.38	2.38
Mandrill	R	1.30	1.45
	G	0.97	0.97
	B	1.45	1.43
Peppers	R	2.79	3.21
	G	3.71	3.71
	B	2.85	2.85



(a) R 채널 영상  
(10dB uniform 노이즈)

표 2. 각 채널 영상에 20dB 노이즈를 첨가한 경우의 성능 비교

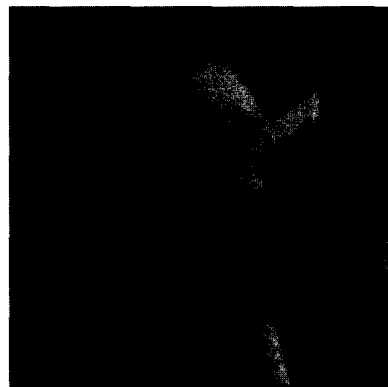
image	channel	RLMSM $\Delta_{snr}$	제안된 방식 $\Delta_{snr}$
Lena	R	2.42	2.77
	G	2.04	2.02
	B	2.26	2.27
Mandrill	R	0.89	1.05
	G	1.03	1.03
	B	1.00	1.01
Peppers	R	2.51	2.88
	G	2.86	2.86
	B	2.79	2.77



(b) G 채널 영상  
(10dB 라플라시안 노이즈)

표 3. 각 채널 영상에 30dB 노이즈를 첨가한 경우의 성능 비교

image	channel	RLMSM $\Delta_{snr}$	제안된 방식 $\Delta_{snr}$
Lena	R	3.45	3.69
	G	3.19	3.22
	B	3.91	3.90
Mandrill	R	1.59	1.76
	G	1.83	1.86
	B	1.72	1.73
Peppers	R	3.86	4.13
	G	4.04	4.04
	B	4.17	4.20



(c) B 채널 영상  
(10dB 가우시안 노이즈)

그림 1. 훼손 Lena 영상



(a) R 채널 영상



(a) R 채널 영상



(b) G 채널 영상



(b) G 채널 영상



(c) B 채널 영상

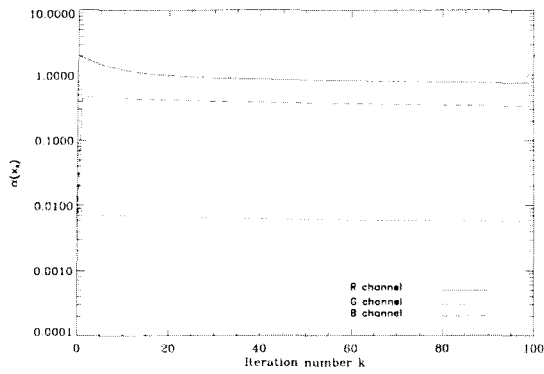


(c) B 채널 영상

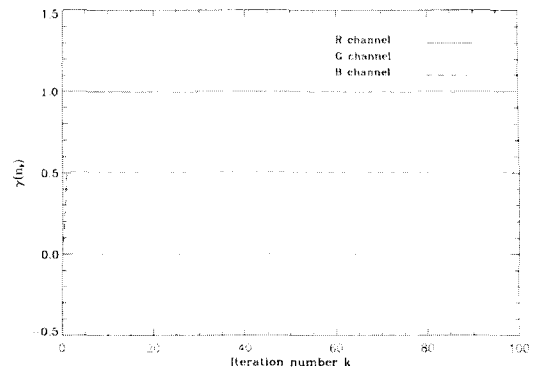
그림 2. RLMSM 방식에 의해 복원된 영상

그림 3. 제안된 정규화 혼합 norm 다중 채널 방식에 의해 복원된 영상

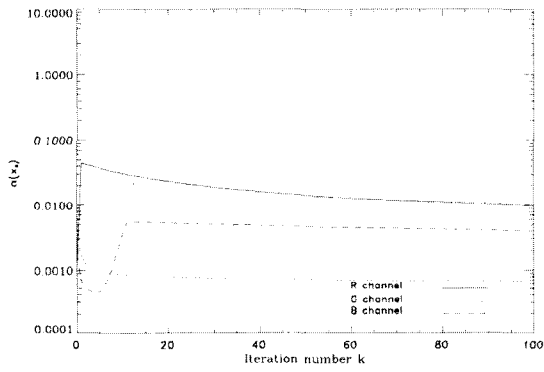




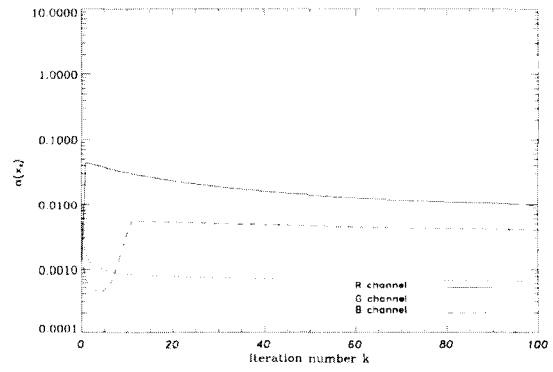
(a) 10dB 침부 노이즈



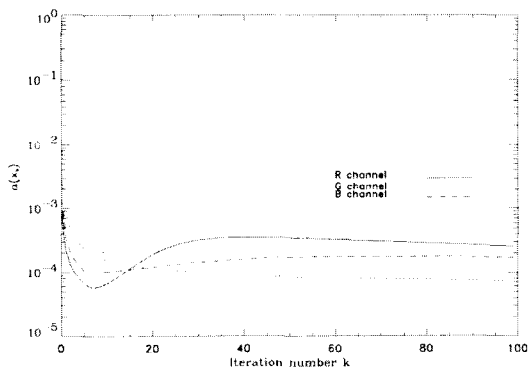
(a) 10dB 침부 노이즈



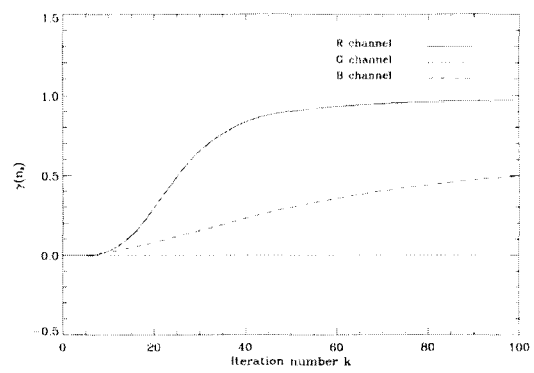
(b) 20dB 침부 노이즈



(b) 20dB 침부 노이즈



(c) 30dB 침부 노이즈



(c) 30dB 침부 노이즈

그림 4. 각 채널 Lena 영상의 반복 회에 따른  $\alpha(n)$

그림 5. 각 채널 Lena 영상의 반복 회에 따른  $\gamma(n)$

참 고 문 헌

[1] N. P. Galatsanos, A. K. Katsaggelos, R. T. Chin, and A. Hillery, "Least squares Restoration of multi-channel images," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, pp.2222-2236, Oct.1991.

[2] W. Z. Zhu, N. P. Galatsanos, A. K. Katsaggelos, "Regularized multi-channel restoration using cross-validation," *Graphical Models and Image Processing*, vol. 57, pp. 38-54, Jan. 1995.

[3] H. C. Andrews and B. R. Hunt, Digital Image Restoration, New York: *Prentice-Hall*, 1977.

[4] A. K. Katsaggelos Ed., Digital Image Restoration, vol. 23 of Springer Series in information Sciences, Heidelberg : *Springer-verlag*, 1991.

[5] M. R. Banham and A. K. Katsaggelos, "Digital Image Restoration," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, pp 24-41, Mar. 1997.

[6] C. L. Nikias and A. P. Petropulu, High-order Spectra Analysis: A Nonlinear Signal Processing Framework, New Jersey : *Prentice-Hall International Inc.*, 1993

[7] E. Walach and B. Widrow. "The least mean fourth adaptive algorithm and its family," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-30, pp. 275-283, Mar. 1984.

[8] J. A. Chambers, O. Tanrikulu and A. G. Constantinides, "Least-mean mixed-norm adaptive filtering," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 1574-1575, Sept. 1994.

[9] O. Tanrikulu and A. G. Constantinides, "Least-mean kurtosis: A novel high-order statistics based on adaptive filtering algorithm," *Electronics Letters*, vol. 30, pp. 189-190, 1994.

[10] M.-C. Hong, T. Stathaki and A. K. Katsaggelos, "A Mixed norm image restoration algorithm," *IEEE Proceeding of International Conference on Image*

*Processing*, pp. 385-388, Oct. 1997.

[11] M.-C. Hong, T. Stathaki and A. K. Katsaggelos, "Iterative regularized least-mean mixed-norm image restoration," *Optical Engineering* pp. 2515-2524, vol. 41, Oct. 2002.

[12] A. Tikhonov and V. Arsenin, Solution of Ill-Posed Problem, New York: *John Wiley and Sons, Inc.* 1997.

[13] M. G. Kang and A. K. Katsaggelos, "Simultaneous MultiChannel Image Restoration and Estimation of the Regularization Parameters," *IEEE Trans. on Image Processing*, pp. 774-778, vol. 6, May 1997.

홍 민 철(Min-Cheol Hong)

정회원



1988년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업 (학사)  
 1990년 8월 : 연세대학교 전자공학과 졸업 (석사)  
 1990년 7월-1991년 8월 : LG 정보통신 연구원

1997년 9월 : Northwestern University 전기및컴퓨터공학과

1997년 9월-1998년 8월 : Northwestern University Research Fellow

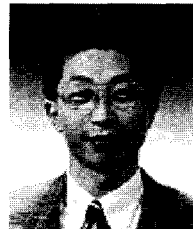
1998년 9월-2000년 2월 : LG 전자 선임 연구원

2000년 3월-현재 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 조교수

<주관심 분야> 영상 복원 및 enhancement, 정지 및 동영상 필터링, 차세대 영상 부호화

신 요 안(Yoan Shin)

정회원



1987년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업 (학사)

1989년 2월 : 서울대학교 전자공학과 석사 (석사)

1992년 12월 : University of Texas at Austin 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업 (박사)

1992년 12월-1994년 7월 : 오스틴 소재 MCC 연구

컨소시엄 Member of Technical Staff

1994년 9월-현재 : 숭실대학교 정보통신전자공학부  
부교수

<주관심 분야> 이동통신 시스템, 통신 신호처리

이 원 철(Won Chul Lee)

정회원



1986년 2월 : 서강대학교 전자  
공학과 졸업 (학사)

1988년 2월 : 연세대학교 전자  
공학과 졸업 (석사)

1994년 5월 : New York,  
Polytechnic University  
Electronic Engineering  
졸업 (박사)

1994년 8월-1995년 7월: Polytechnic University,  
Post-Doctorial Fellow

1995년 9월-현재 : 숭실대학교 정보통신전자공학부  
부교수

<주관심 분야> Software Defined Radio, MIMO,  
스마트 안테나, 레이더 신호처리