

개선된 FIR QMF बैं크의 설계 방법

정회원 조 병 모*, 종신회원 김 영 수**

An Improved Design Method of FIR Quadrature Mirror-Image Filter Banks

Byung-Mo Cho* *Regular Member*, Young-Soo Kim** *A Life Member*

요 약

본 논문에서는 저지연 특성을 갖는 2 채널 FIR QMF बैं크를 시간 영역에서 가중 함수를 이용해서 설계하는 새로운 방법을 제안한다. QMF बैं크를 설계할 때에 본 논문에서 사용한 가중 함수는 QMF의 반복 설계 과정에서 얻어진 이전의 필터 계수 벡터를 이용하여 계산한다. 그리고 기존의 방법에서는 왜곡이 생기는 주파수 대역은 천이 대역에서 왜곡이 생기는 특정 주파수 대역을 이용하지만 본 논문에서는 통과 대역과 저지 대역 에지 주파수를 이용한다. 통과 대역과 저지 대역 에지 주파수를 이용함으로써 왜곡이 생기는 특정 주파수 대역을 조사할 필요가 없는 장점이 있다.

QMF बैं크 설계에 적용하기 위해서 제안된 방법의 성능 결과를 기존의 방법과 비교하였으며, 가중 함수와 통과 및 저지 대역 에지 주파수를 이용한 제안된 방법이 가중 함수를 계산하기 때문에 기존의 방법에 비해 연산 성능은 떨어지지만 재생 오차는 최대 0.001[dB], 통과 대역 리플은 0.003[dB] 그리고 백색 잡음에 대한 SNR은 7[dB], 스텝 입력에 대한 SNR은 32[dB] 증가했다.

핵심용어 : 2채널 QMF बैं크; 저지연 QMF बैं크; 완전 재생; 선형 위상; 에이리어싱 오차.

ABSTRACT

A new method for design of two-channel finite-impulse response(FIR) quadrature mirror-image filter(QMF) banks with low reconstruction delay using weighting function is proposed. The weighting function used in this paper is calculated from the previous updated filter coefficients vector which is adjusted from iteration to iteration in the design of QMF banks. In this paper, passband and stopband edge frequency are used in design of QMF banks with low delay characteristic in time domain instead of specific frequency interval where the artifacts occur in conventional design method. The investigation of specific frequency interval where artifacts occur can not be required by using passband and stopband edge frequency.

Some comparisons of performance are made with other existing design method to demonstrate the proposed method for QMF bank design. and it was observed that the proposed method using the weighted function and passband and stopband edge frequency improves the peak reconstruction error by 0.001[dB], the peak-to-peak passband ripple by 0.003[dB], SNR with a white noise by 7[dB] and SNR with a step input by 32[dB], but with a reduction of the computational efficiency because of updating the weighting function over the conventional method in Ref [11].

Keywords : 2-channel QMF banks, Low-delay QMF banks, Perfect reconstruction, Linear phase, aliasing error.

* 순천대학교 전자공학과(mobc@sunchon.ac.kr), ** 연세대학교 전자공학과(yskim@khu.ac.kr)

논문번호 : 030437-1006, 접수일자 : 2003년 10월 6일

※ 본 연구는 2003년도 순천대학교 공과대학 학술재단 연구비에 의해 수행되었으며, 연구비를 지원하여 주신 순천대학교에 감사드립니다.

I. 서론

FIR QMF(Quadrature Mirror-image Filter) बैं크는 1차원이나 2차원 신호처리에 많이 응용되고 있으며, 또한 그 설계 방법도 많이 연구되고 있다^[1-11]. 신호가 QMF बैं크를 통과하면서 생기는 신호의 최대 진폭 왜곡과 서브 대역에서 데시메이션으로 생기는 상호 에이리어싱(aliasing)이 최소가 되도록 QMF बैं크를 설계하는 것이 바람직하다.

QMF बैं크에서 이용되는 저역 통과 필터는 저지 대역에서 최적의 응답을 갖으며, 저지 대역과 통과 대역에서 크기 응답이 최적이 되도록 설계되어야 한다. 위에서 언급된 최적 조건을 만족하는 필터를 설계하기 위해서는 먼저 비용함수를 진폭 왜곡과 에이리어싱 오차의 조합으로 표현하고, 이 비용 함수가 최소가 되도록 필터 계수를 계산한다. 참고문헌[2]에서는 시간 영역에서 QMF 필터를 반복적으로 설계하는 방법을 제시했다. 여기에서는 필터 계수를 이용하여 구성된 행렬의 고유값(eigenvalue)과 고유벡터(eigenvector)를 반복적으로 계산하기 때문에 시간이 많이 소요된다.

참고문헌[7]에서는 주파수 영역에서 반복적으로 오차 함수를 선형화해서 QMF बैं크를 설계하는 방법을 제시하고 있다. 그러나 최적화시킬 때 사용된 오차 함수에는 두 적분 항이 포함되어 있으므로 이 적분 항을 이산화하여 구현했기 때문에 이들에 는 오차가 존재하며, 설계된 QMF बैं크의 성능도 떨어지는 결과가 된다. 또 실제 적분으로 표현된 오차 함수에 필터 계수를 근사시키려면 많은 샘플을 이용해야 하기 때문에 계산 시간이 많이 소요되는 문제점이 있다.

참고문헌[9,10,11]에서는 시간 영역에서 반복적으로 필터 계수를 설계하는 방법을 제시하고 있다. 참고문헌[2]에서 생기는 행렬의 고유값과 고유 벡터를 계산하는 대신에 수렴 속도를 개선시키기 위해서 계수를 선형으로 갱신시키는 방법을 제안했으며, 이를 이용하여 저지연(Low-Delay) QMF बैं크를 설계하는 방법을 제안했다.

저지연(Low-Delay) 필터의 임펄스 응답은 대칭이 아니며, 정확히 선형 위상 응답을 가지지 않는다. 그래서 이를 설계할 때는 통과 대역에서 선형 특성을 갖도록 근사화시킨다.

지금까지 연구되어진 저지연 QMF 필터 बैं크 설계 방법은 천이 대역 내에서 진폭 응답에 왜곡이

생기는 대역을 미리 조사하고, 이 왜곡이 생기는 대역 내에서 오차 함수를 비용 함수에 포함시켜서 비용 함수를 최소로 하는 계수를 구한다. 그리고 이를 이용하여 반복적인 방법으로 계수를 갱신하고 있다. 이 방법은 천이 대역에서 왜곡이 생기는 주파수를 미리 조사를 해야 하는 불필요한 일이 요구된다. 또 왜곡이 생기는 대역 내에서 이득에 대한 가중치도 동일한 값을 이용하고 있기 때문에 필터 बैं크를 설계할 때에 사용된 상수(α , 3장 식 (20) 참조) 값이 변경되면 설계된 필터 특성도 바뀌는 문제점이 생긴다. 특히 이 상수 값이 커지면 역 행렬을 구하는데 있어서 ill-condition을 만족하기 때문에 정확한 특성을 갖는 필터를 계산하기 어려운 문제점이 있다.

본 논문에서는 천이 대역에서 위상 특성을 고려한 오차 함수를 이용하고, 또 천이 대역의 전체 주파수 대역에서 각 주파수별로 각기 다른 가중 값을 이용한다. 그리고 천이 대역 내에서 왜곡이 생기는 주파수 대역도 미리 조사할 필요 없이 통과 대역 에지 주파수(passband edge frequency)와 저지 대역 에지 주파수(stopband edge frequency)를 이용하여 저지연 QMF बैं크와 선형 위상 응답을 갖는 필터 बैं크를 설계하는 방법을 제안한다. 이 때 주파수 가중치는 계속 갱신된 가중치를 이용한다.

위와 같은 방법을 QMF बैं크 설계에 적용함으로써 기존의 방법에서 행했던 천이 대역에서 왜곡이 생기는 주파수 대역을 미리 조사할 필요가 없으며, 제안된 방법으로 설계된 저지연 필터 बैं크도 SNR 측면에서 특히 아주 우수한 특성을 갖는다.

2장에서는 QMF बैं크의 원리를 간단히 설명하고 시간 영역에서 설계에 필요한 공식을 유도한다. 그리고 3장에서는 제안한 저지연 필터 बैं크에 대한 설계 과정을 설명하고 4장에서는 제안한 방법의 실험 결과와 기존의 결과를 비교한다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. 2채널 QMF बैं크의 반복방법에 의한 설계

일반적인 QMF बैं크의 구조는 그림 1과 같다. 분석 시스템에서는 저역 통과 필터 $H_0(z)$ 와 고역 통과 필터 $H_1(z)$ 인 두 개의 분석 필터를 이용하여 입력 $x[n]$ 이 서브 대역으로 분해된다. 각각의 서브 대역 신호 $x_s[n]$ 는 데시메이터에 의해서 다운 샘플링되어 처리된다.

합성 시스템에서는 각각의 서브 대역으로 분해되

어 처리된 신호 $u_i[n]$ 는 업 샘플링된 후에 두 개의 합성 필터 $F_0(z)$ 와 $F_1(z)$ 에 의해서 합성된 신호 $x_0[n]$ 과 $x_1[n]$ 이 생성되며 최종적으로 재생된 신호 $\hat{x}[n]$ 이 출력된다. 이러한 QMF बैं크는 재생된 신호 $\hat{x}[n]$ 이 입력되는 신호 $x[n]$ 에 가장 근사하도록 분석/합성 시스템의 필터가 설계되어야 한다.

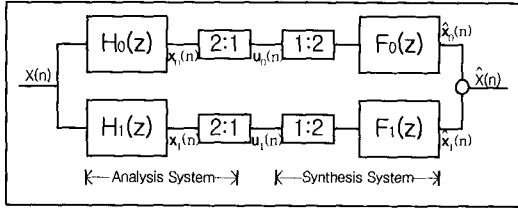


그림 1. 2 채널 필터뱅크

합성 시스템에서는 각각의 서브 대역으로 분해되어 처리된 신호 $u_i[n]$ 는 업 샘플링된 후에 두 개의 합성 필터 $F_0(z)$ 와 $F_1(z)$ 에 의해서 합성된 신호 $x_0[n]$ 과 $x_1[n]$ 이 생성되며 최종적으로 재생된 신호 $\hat{x}[n]$ 이 출력된다. 이러한 QMF बैं크는 재생된 신호 $\hat{x}[n]$ 이 입력되는 신호 $x[n]$ 에 가장 근사하도록 분석/합성 시스템의 필터가 설계되어야 한다.

그림 1에서 입력과 출력의 관계를 z -변환 관계를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{2} [H_0(z)F_0(z) + H_1(z)F_1(z)]X(z) + \frac{1}{2} [H_0(-z)F_0(z) + H_1(-z)F_1(z)]X(-z) \quad (1)$$

여기서 첫 항은 필터 बैं크의 전달 함수이며, 두 번째 항은 QMF बैं크에서 신호의 샘플링 속도의 변화로 생기는 에이리어싱 오차를 나타낸다. 이 때 이 에이리어싱 항을 제거하기 위해서는 합성 필터 $F_0(z)$ 와 $F_1(z)$ 을 분석 필터 $H_1(-z)$ 와 $-H_0(-z)$ 과 같게 되도록 설계되어야 한다. $H_0(z)$ 와 $H_1(z)$ 사이에는 $\omega = \pi/2$ 에 대해서 대칭이기 때문에 $H_1(z) = H_0(-z)$ 인 관계가 성립한다. 이러한 관계가 성립하면 식 (1)은 다음과 같다.

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{2} [H_0(z)H_0(z) - H_0(-z)H_0(-z)]X(z) \quad (2)$$

여기서 저역 통과 필터 $H_0(z)$ 가 선형 위상 특성을 갖으며, 만일 임펄스 길이 N 이 짝수, 대칭이라면

그 주파수 응답은 식 (3)과 같은 관계가 성립한다.

$$H_0(e^{j\omega}) = |H_0(e^{j\omega})| e^{-j\omega(N-1)/2} \quad (3)$$

식(2)과 (3)에서 QMF बैं크의 입출력의 주파수 응답은 식 (4)와 같다.

$$\hat{X}(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega(N-1)}}{2} [|H_0(e^{j\omega})|^2 - (-1)^{N-1} |H_0(e^{j(\omega+\pi)})|^2] X(e^{j\omega}) \quad (4)$$

QMF बैं크가 완전 재생이 되기 위해서는 QMF बैं크를 구성하는 저역 통과 필터(또는 원형 필터)가 선형 위상 특성을 갖으며, 식 (5)와 같이 모든 주파수에 대해서 크기 응답이 1이어야 한다^[7].

$$T(e^{j\omega}) = |H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_0(e^{j(\omega+\pi)})|^2 = 1 \quad (5)$$

이러한 제약 조건을 만족하려면 분석 필터 $H_0(e^{j\omega})$ 가 이상적인 저역 통과 필터이어야 하며, 또한 모든 주파수에 대해서 평탄한 특성을 갖어야 한다. 이 때에 재생 오차 $e_r(\omega)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$e_r(\omega) = T(e^{j\omega}) - 1 = [|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_0(e^{j(\omega+\pi)})|^2] - 1 \quad (6)$$

선형 위상 특성을 갖는 QMF बैं크는 식 (7)과 같이 비용 함수 E 가 최소가 되도록 설계되어야 한다.

$$E = E_r + \alpha E_s \quad (7)$$

여기서 E_r 은 재생 오차를 의미하며, E_s 는 저역 통과 필터인 원형 필터 $H_0(e^{j\omega})$ 의 저지 대역의 에너지를 의미한다.

식 (6)에서 완전 재생이 되기 위한 조건을 z -변환의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$H_0^2(z) + H_0^2(-z) = z^{-k_d} \quad (8)$$

여기서 $k_d = N-1$ 은 재생될 때의 재생 신호의 지연을 나타내는 양이며, 이러한 조건을 만족하면 QMF बैं크는 선형 위상 특성을 갖는 필터 बैं크와 같다. 그리고 만일 $k_d < N-1$ 인 조건을 만족하면 필터 बैं크는 일반적으로 선형 위상 특성을 갖지 않는 저지연 특성을 갖는 필터 बैं크의 구조이다. 따라서 k_d 의 양에 따라 선형 특성을 갖는 필터 बैं크인지 아

니면 저지연 특성을 갖는 필터 특성을 갖는뱅크인 지 결정된다. 식 (8)을 시간 영역에서 컨벌루션 항으로 표현하면 다음과 같다.

$$B_L h_L = m_L \tag{9}$$

여기서 h_L 은 $h_L = [h[0] h[1] \dots h[N-1]]^T$ 이며, m_L 은 $[(k_d+1)/2]$ 번째 값만 1이며 나머지는 0인 벡터 $m_L = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]^T$ 이다. 그리고 B_L 은 $(N-1) \times N$ 인 행렬로 다음과 같다.

$$B_L = \begin{bmatrix} h[1] & h[0] & 0 & \dots & 0 \\ h[3] & h[2] & h[1] & \dots & 0 \\ h[5] & h[4] & h[3] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h[N-1] & h[N-2] & h[N-3] & \dots & h[0] \\ 0 & 0 & h[N-1] & \dots & h[2] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h[N-2] \end{bmatrix} \tag{10}$$

선형 위상 특성을 갖는 필터 뱅크나 저지연 필터 뱅크를 반복하여 설계할 때에는 먼저 비용 함수를 다음과 같이 새로이 정의하여 필터 뱅크를 설계한다^[10].

$$E_L = E_{L1} + \alpha E_{L2} \tag{11}$$

식 (11)에서 오차 항 E_{L1} 은 완전 재생 조건을 나타내는 항으로 다음과 같다.

$$E_{L1} = (B_L f_L - m_L)^T (B_L f_L - m_L) \tag{12}$$

여기서 f_L 은 $f_L = [f[0] f[1] \dots f[N-1]]^T$ 이다.

두 번째 오차 항인 E_{L2} 는 저지 대역에서 최적인 응답을 갖으며, 통과 대역에서 크기 응답이 최적이 되도록 설계하기 위한 주파수 응답 제한 조건으로 다음과 같다.

$$E_{L2} = \int_0^{w_s} |F_0(e^{jw}) - e^{-jw k_d/2}|^2 dw + \int_{w_p}^{\pi} |F_0(e^{jw})|^2 dw \tag{13}$$

여기서 $F_0(e^{jw}) = f_L^T c_L(w)$ 이며, $c_L(w) = [1 e^{-jw} \dots e^{-jw(N-1)}]^T$ 이며, w_p 와 w_s 는 각각 통과 및 저지 대역 에지 주파수이다.

저지연 QMF 뱅크 시스템을 설계할 때에 재생 지연 k_d 가 충분히 작을 때에는 $F_0(e^{jw})$ 의 천이 대역에서 왜곡이 생긴다. 이러한 왜곡을 줄이기 위해

서 진폭 응답에 왜곡이 생기는 주파수 w_1 과 w_2 를 미리 조사한 후 식 (14)와 같이 천이 대역에서의 오차 함수를 식 (11)에 추가하여 전체 비용 함수 E_L 가 최소가 되도록 계수를 구한다. 여기서 w_1 과 w_2 은 천이 대역에서 왜곡이 생기는 최소와 최대 주파수이다.

$$E_{L3} = \int_{w_1}^{w_2} |F_0(e^{jw}) - e^{-jw k_d/2}|^2 dw \tag{14}$$

필터 뱅크 설계 방법은 먼저 위상 지연이 $k_d/2$ 이며, 임펄스 응답의 길이가 N 인 저역 통과 필터 H_0 을 일반적인 필터 설계 방법으로 설계하고 그 임펄스 응답 h_L 을 초기 값으로 이용한다. 식 (11)은 다음과 같이 표현된다.

$$E_L = f_L^T (B_L^T B_L + \alpha Q_L) f_L + (\alpha b_L^T B_L) f_L + \alpha w_p + 1 \tag{15}$$

여기서

$$Q_L = U_p + U_s \tag{16}$$

$$U_s = \begin{bmatrix} \pi - w_s & \phi(w_s, 1) & \phi(w_s, 2) & \dots & \phi(w_s, N-1) \\ \phi(w_s, 1) & \pi - w_s & \phi(w_s, 1) & \dots & \phi(w_s, N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi(w_s, N-1) & \phi(w_s, N-2) & \phi(w_s, N-3) & \dots & \pi - w_s \end{bmatrix}$$

$$U_p = \begin{bmatrix} w_p & \phi(w_p, 1) & \phi(w_p, 2) & \dots & \phi(w_p, N-1) \\ \phi(w_p, 1) & w_p & \phi(w_p, 1) & \dots & \phi(w_p, N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi(w_p, N-1) & \phi(w_p, N-2) & \phi(w_p, N-3) & \dots & w_p \end{bmatrix}$$

여기서 $\phi(w_p, k) = \sin(|i-j| w_p) / (|i-j|)$ 이며

$\phi(w_s, k) = -\sin(|i-j| w_s) / (|i-j|)$ 이다. 그리고

$$b_L = Re \left[\int_0^{w_s} c_L(w) e^{jw k_d/2} dw \right] \tag{17}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{k_d/2} \sin(\frac{k_d}{2} w_p) \\ \frac{1}{k_d/2-1} \sin[(\frac{k_d}{2}-1)w_p] \\ \vdots \\ \frac{1}{k_d/2-N+1} \sin[(\frac{k_d}{2}-N+1)w_p] \end{bmatrix}$$

$B_L^T B_L + \alpha Q_L$ 이 positive definite이므로 만일 f_L 이 다음과 같으면 E_L 의 전역 최소 값을 구할 수 있다.

$$f_L = (B_L^T B_L + \alpha Q_L)^{-1} (\alpha b_L + B_L^T m_L) \tag{18}$$

다음에 식 (19)을 이용하여 h_L 은 $\|h_L - f_L\|$ 이 미리 규정된 값보다 작을 때까지 계속 갱신하면서 필터의 계수를 계산한다.

$$h_L = (1 - \tau)h_L + \tau f_L \quad (19)$$

III. 가중 함수를 이용한 필터 बैं크 설계

2장에서 설명한 일반적인 방법을 이용하여 저지연 필터 बैं크를 설계할 때에는 저지연 특성을 갖는 저역 통과 필터의 임펄스 응답이 대칭이 아니기 때문에 일반적으로 선형 특성을 갖지 않는다. 그래서 통과 대역에서만 선형 특성을 갖는 임펄스 응답을 계산한다.

제안된 반복적인 방법으로 저지연 필터 बैं크를 설계할 때에 다음의 비용 함수 E_L 을 사용한다.

$$E_L = E_{L1} + \alpha E_{L2} + \alpha_1 E_{L3} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} E_{L1} &= \int_0^\pi |F_0^2(e^{jw}) - F_0^2(-e^{jw}) - e^{-jw k_d/2}|^2 dw \\ E_{L2} &= \int_0^{w_c} |F_0(e^{jw}) - e^{-jw k_d/2}|^2 + \int_{w_c}^\pi |F_0^2(e^{jw})|^2 dw \\ E_{L3} &= \int_{w_c}^{w_s} |F_0(e^{jw}) - W(e^{jw}) e^{-jw k_d/2}|^2 dw \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $W(e^{jw})$ 는 가중 함수이며, 영 위상(zero phase) 응답을 갖는다고 가정한다. 이는 설계된 필터 계수 $F_0(e^{jw})$ 의 위상 지연이 $k_d/2$ 이기 때문에 이를 고려했기 때문이다. 기존의 방법에서는 천이 대역에서의 오차를 계산하는데 있어서 왜곡이 생기는 저역과 고역 주파수를 미리 조사한 후, 이를 이용하여 설계했지만 본 제안된 방법은 통과 대역에 지 주파수와 저지 대역 에지 주파수를 사용한다. 또 천이 대역에서 왜곡에 대한 함수를 균일한 진폭 응답이 아닌, 주파수별로 각기 다른 진폭 응답을 갖도록 가중 함수를 이용한다.

이를 2장에서 설명한 것처럼 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_{L1} &= (B_L f_L - m_L)^T (B_L f_L - m_L) \\ E_{L2} &= f_L^T U_p f_L + 2 f_L^T b_L + w_p + f_L^T U_s f_L \\ E_{L3} &= f_L^T Q_L f_L - 2 f_L^T Q_w w_L + w_L^T Q_w w_L \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 U_p 와 U_s 는 식 (16)에서 정의된 행렬식과

같으며, b_L 은 식 (17)에 정의하였다. 또 $Q_L = \{q_{ij}\}$ 인 대칭 행렬로서 그 요소는 $q_{ij} = q_{ji}$ 이며, 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \begin{cases} w_s - w_p, & \text{for } i=j \\ \phi(w_s, w_p, k), & \text{for } i \neq j \end{cases} \\ \phi(w_s, w_p, k) &= (\sin(|i-j|w_s) - \sin(|i-j|w_p)) / |i-j| \end{aligned} \quad (23)$$

이다.

Q_w 는 다음과 같이 정의되며, 필터 बैं크를 설계할 때 이용되는 가중 함수 w_L 를 반복하여 계산하는데 이용된다.

$$Q_w = \begin{bmatrix} w_s - w_p & \phi(1) & \phi(2) & \dots & \phi(N-1) \\ \phi(1) & w_s - w_p & \phi(1) & \dots & \phi(N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi(N-1) & \phi(N-2) & \phi(N-3) & \dots & w_s - w_p \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서 $\phi(k) = \{\sin(kw_s) - \sin(kw_p)\} / k$ 이다. 그리고 천이 대역에서의 왜곡에 대한 오차 함수에 사용된 가중 함수 w_L 는 반복적인 방법으로 설계된 필터 बैं크의 계수를 이용하여 갱신된다.

$$w_L = Q_w^T f_L \quad (25)$$

최종적으로 제안한 방법의 비용 함수를 정리하면 식 (26)과 같으며, 이의 미분이 최소가 되는 계수 벡터를 구하면 식 (27)과 같다.

$$\begin{aligned} E_L &= f_L^T B_L^T B_L f_L - 2m^T B_L f_L + m^T m \\ &+ \alpha f_L^T Q_L f_L - 2\alpha f_L^T b_L + \alpha w_p \\ &+ \alpha_1 f_L^T Q_L f_L - 2\alpha_1 f_L^T Q_w w_L + \alpha_1 w_L^T Q_w w_L \end{aligned} \quad (26)$$

$$f_L = (B_L^T B_L + \alpha Q_L + \alpha_1 Q_L)^{-1} \cdot (B_L^T m_L + \alpha b_L + \alpha_1 Q_w^T w_L) \quad (27)$$

이렇게 하여 구한 계수를 식 (19)을 이용하여 계수를 갱신한다.

지금까지 설명한 제안된 방법을 이용하여 아래와 같은 순서로 필터를 설계한다.

- 저지연 특성을 갖는 저역 통과 필터 설계 순서
 - 단계 1 : 일반적인 필터 설계 방법(window 방법)을 이용하여 필터 계수의 수가 N 이고, 차단 주파수가 w_c 인 선형 특성을 갖는 저역 통과 필터를 설계한다. 여기서 설계된 필터 계수는 초기 값 f_L 로 이용된다.

단계 2 : 식 (16), 식 (17) 그리고 식 (24)을 이용하여 각각 Q_L , b_L 그리고 Q_w 을 계산한다.

단계 3 : 식 (25)을 이용하여 필터 बैं크를 설계할 때에 이용되는 가중 함수 w_L 을 계산한다.

단계 4 : 식 (10)을 이용하여 B_L 과 m_L 을 구현한 후 식 (27)을 이용하여 f_L 을 계산한다.

단계 5 : 만일 $\|h_L - f_L\|$ 이 미리 정의된 값보다 작으면 f_L 을 설계된 필터의 임펄스 응답으로 간주하고 정지하지만 그렇지 않을 경우에는 단계 3에서 부터 위의 과정을 반복한다.

IV. 실험 방법 및 결과 고찰

1. 저지연 특성을 갖는 QMF बैं크

저지연 특성을 갖는 QMF बैं크를 $N=32$,

$$k_d=15, \alpha=0.3, \omega_p=0.35\pi, \omega_s=0.69\pi, \omega_d=0.35\pi,$$

$\omega_e=0.45, \tau=0.5, \epsilon=10^{-3}$ 인 파라미터를 이용하여 설계하였다. 위의 파라미터는 참고문헌[11]에서 이용한 값이다. 그리고 다음의 성능 파라미터를 이용하여 참고문헌[11]과 비교하였다.

● 최소 저지 대역 감쇠

(Minimum stopband attenuation

$$A_a = \min_{\omega_s \leq \omega \leq \pi} [-20 \log_{10} |H_0(e^{j\omega})|]$$

● 통과 대역 리플

(the peak-to-peak passband ripple)

$$A_p = \max_{0 \leq \omega \leq \omega_p} [20 \log_{10} |H_0(e^{j\omega})|] - \min_{0 \leq \omega \leq \omega_p} [20 \log_{10} |H_0(e^{j\omega})|]$$

여기서 ω_p 는 통과대역에지(edge) 주파수이다.

● 최대치 재생오차(the peak reconstruction error)

$$PRE = \max_{0 \leq \omega \leq \pi} |e_r(\omega)|$$

여기서 $e_r(\omega) = H_0^2(e^{j\omega}) - H_0^2(e^{j(\omega+\pi)})$ 이다.

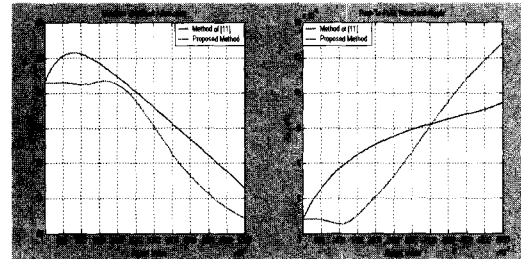
● 신호 대 잡음비(the signal-to-noise ratio)

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{energy of the signal}}{\text{energy of the reconstruction noise}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum x^2(n)}{\sum [x(n) - \hat{x}(n+k_d)]^2} \right)$$

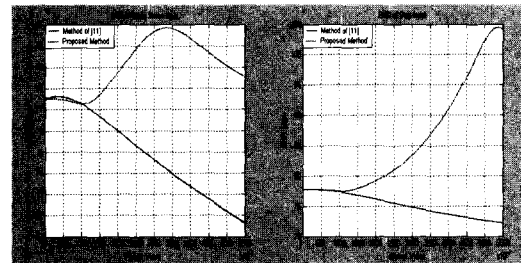
여기서 SNR_s 와 SNR_n 은 진폭이 0과 100 사이의 값을 가지며, 균일하게 분포된 랜덤(random)과 스텝(step)입력에 대한 SNR 을 나타낸다.

본 논문에서 제안한 방법과 기존의 방법의 성능을 위에서 언급한 5가지의 파라미터로 비교하였다.

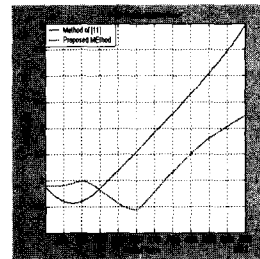
성능 비교는 저지연 QMF बैं크를 설계할 때 천이 대역에서 생기는 왜곡을 줄이기 위해서 비용 함수에 포함된 상수 α_1 (식 (20) 참조)의 값을 변화시키면서 수행하였다. α_1 을 1×10^{-7} 에서 0.00055까지 변화시키면서 얻은 결과를 그림 2에 나타내었다.



a) A_a versus α_1 b) A_p versus α_1



c) SNR_n versus α_1 d) SNR_s versus α_1



e) PRE versus α_1

그림 2. 성능 파라미터와 α_1 의 변화

최소 저지 대역 감쇠 A_a 는 기존의 방법과 약 1[dB] 미만의 차를 보였으며, 기존의 방법이 우수함을 보였다. 그러나 통과 대역 리플 A_p 는 α_1 이 0.00035보다 작은 경우에는 제안된 방법이 우수한 성능을 보였으며, 이 값보다 클 경우에는 기존의 방법이 우수함을 보였다.

재생 오차 PRE 는 $\alpha_1=0.75 \times 10^{-5}$ 일 때에 최소 값을 나타내었다. 그리고 제안된 방법은 0.25×10^{-5} 일 때에 최소를 나타내었으며, 제안된 방법이 우수함을 보였다.

SNR은 α_1 이 커질 수록 기존의 방법보다 더욱 우수한 성능을 나타내었으며, 백색 잡음의 경우 기존의 방법보다 최대 7[dB] SNR이 증가했으며, 스텝 입력의 경우 약 32[dB] 증가했다. SNR의 변화를 살펴보면 α_1 값이 증가함에 따라 기존의 방법은 백색 잡음과 스텝 입력에 대한 SNR이 급격히 감소하지만 제안된 방법은 스텝 입력의 경우 증가하였으며, 백색 잡음의 경우에는 증가한 후 감소하였다.

만일 α_1 을 0.00015와 0.00035 사이의 값으로 선정한다면 스텝 입력과 백색 잡음 입력에 대한 SNR, 통과 대역 리플 그리고 재생 오차는 기존의 방법보다 제안된 방법이 우수함을 알 수 있다.

$\alpha_1=0.00035$ 일 때 제안된 방법과 기존의 방법으로 설계된 필터의 진폭 응답과 재생 오차를 그림 3에 나타내었다. 그림 3에서 알 수 있듯이 저지 대역에서 최소 저지 대역의 감쇠나 재생 오차는 제안된 방법이 기존의 방법보다 우수함을 알 수 있다. 그러나 그림 2에서 저지 대역의 감쇠는 $\alpha_1=0.00035$ 일 때 기존의 방법이 우수함을 나타내었으나 이는 저지 대역 에지 주파수 $\omega_s=0.35\pi$ 에서부터 계산했기 때문이다.

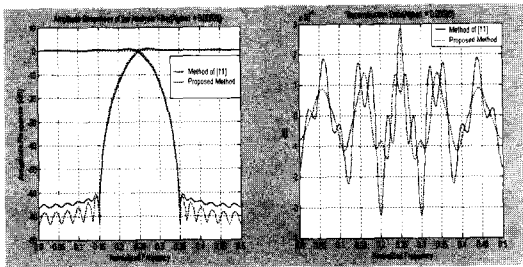


그림 3. 분석필터의 진폭 응답과 재생 오차

그림 4에 설계된 필터의 군 지연 특성을 나타내었으며, 필터를 설계하는 과정 중 단계 5에 주어진 $\|h_L - f_L\|$ 의 변화를 그림 5에 나타내었다. 군 지연은 제안된 방법이 차단 주파수 이상에서 기존의 방법보다 약간의 지연이 있음을 알 수 있다. 군 지연은 $k_d/2=7.5$ 이며, 이는 설계된 필터의 통과 대역 내에서 선형 특성을 갖는 것을 알 수 있다. 그러나 천이 대역에서는 다소 선형 특성을 갖지 않지만 이 주파수 대역에서의 신호는 충분히 감쇠되기 때문에 중요한 요소는 아니다.

그림 5에서 수렴 성능은 반복 회수 20회까지의 결과를 나타내었으며, 기존의 방법이 제안된 방법보다 수렴 속도가 빠름을 알 수 있다.

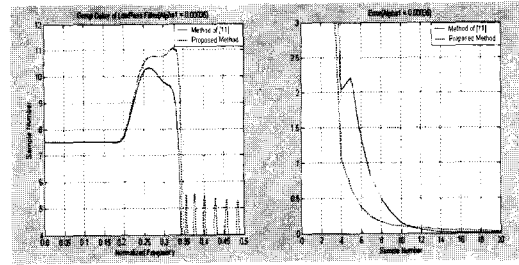


그림 4. 군 지연 특성

그림 5. $\|h_L - f_L\|$ 의 값

2. 선형 위상 특성을 갖는 QMF बैं크

선형 위상 특성을 갖는 2 채널 QMF बैं크를 $N=32, \alpha=1, \omega_p=0.2\pi, \omega_s=0.3\pi, \tau=0.6$ 인 파라미터를 이용하여 설계하였다. 초기 임펄스 응답 h 는 저지연 특성을 갖는 QMF बैं크와 같은 방법으로 설계된 필터 계수를 이용하였다. 제안된 방법과 기존의 방법을 α_1 값에 따라 설계된 저역 통과 필터에 대한 성능을 표 1에 비교하여 나타내었다. 실험 결과, 백색 잡음에 대한 SNR만이 약간 변화가 있을 뿐 다른 성능 파라미터에는 차이가 없음을 알 수 있다. 그리고 $\alpha_1=0.00035$ 일 때 그 결과를 그림 6에 각각 나타내었다. 그림 6에서 알 수 있듯이 기존의 방법과 거의 똑 같은 결과를 얻었다.

표 1. 참고문헌[11]과 제안한 방법의 비교

	참고문헌[11]	제안된 방법		
α_1		0.00005	0.00035	0.0005
Aa (dB)	35.29	35.29	35.29	35.29
Ap (dB)	0.0132	0.0132	0.0132	0.0132
PRE (dB)	0.0189	0.0189	0.0189	0.0189
SNRs (dB)	75.74	75.74	75.74	75.74
SNRn (dB)	67.41	67.45	67.33	67.31

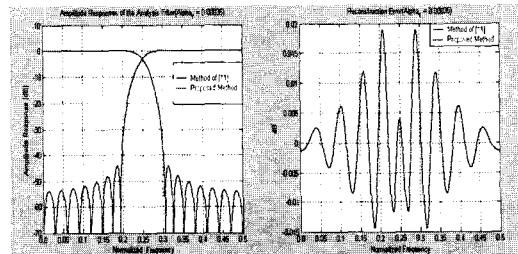


그림 5. 분석 필터의 진폭 응답과 재생 오차

V. 결론

지금까지 선형 위상을 갖는 필터와 저지연 특성을 갖는 QMF बैं크를 시간 영역에서 설계하는 방법을 설명했다. 제안된 방법에서는 천이 대역에서 위상 특성을 고려하여 통과 대역과 저지 대역 에지 주파수를 이용한 오차 함수, 그리고 천이 대역에서 각 주파수별로 각기 다른 가중 값을 이용하여 저지연 QMF बैं크와 선형 위상 응답을 갖는 필터 बैं크를 설계하는 방법을 제안했다.

저지연 특성을 갖는 QMF बैं크 설계에서는 천이 대역에서 위상 지연을 고려한 가중 함수를 계산하는 부분이 추가되었기 때문에 기존의 방법보다 계산 시간은 많이 소요되지만, 저지연 특성을 갖는 QMF बैं크를 설계할 때 제안된 방법이 백색 잡음의 경우 SNR이 7[dB], 스텝 입력의 경우 약 32[dB] 증가했다. 그리고 α_1 값이 증가함에 따라 기존의 방법은 SNR이 급격히 감소하지만 제안된 방법은 스텝 입력의 경우 증가하였으며, 백색 잡음의 경우에는 증가한 후 감소하였다. α_1 을 0.00015와 0.00035 사이의 값으로 선정한다면 스텝 입력과 백색 잡음 입력에 대한 SNR, 통과 대역 리플 그리고 재생 오차는 기존의 방법보다 제안된 방법이 우수함을 알 수 있다.

또 제안한 방법은 천이 대역에서의 왜곡을 감소시키기 위한 주파수 범위를 통과 대역과 저지 대역의 에지 주파수를 이용하기 때문에 기존의 방법에서 왜곡이 생기는 주파수를 미리 조사할 필요가 없다. 따라서 제안된 설계 방법은 선형 위상 특성을 갖는 필터 बैं크나 저지연 특성을 갖는 QMF बैं크를 설계하는데 유용하게 이용할 수 있으며, 설계 예에서 알 수 있듯이 성능 면에서 기존의 설계 방법보다 우수함을 알 수 있다.

* 본 연구는 2003년도 순천대학교 공과대학 학술 재단 연구비에 의해 수행되었으며, 연구비를 지원하여 주신 순천대학교에 감사드립니다.

참고 문헌

- [1] J. D. Jonston, "A filter family designed for use in quadrature mirror filter banks," in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, pp. 291-294. Mar. 1980,
- [2] V. K. Jain and R. E. Crochiere, "Quadrature mirror filter design in the time domain," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-32, pp. 353-361, Apr. 1984.
- [3] G. Pirani and V. Ziegarelli, "An analytical formula for the design of quadrature mirror filters," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-32, pp. 645-648, June 1984.
- [4] M. J. T. Smoth and T. P. Barnwell, III, Exact reconstruction techniques for tree structured subband coders," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, pp. 434-441, June 1986.
- [5] T. Q. Nguyen and P. P. Vaidyanathan, "Two-channel perfect-reconstruction FIR QMF structures which yield linear-phase analysis and synthesis filters," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-37, pp. 676-690, May 1989.
- [6] K. Nayebi, T. P. Barnwell, III, and M.J.T. Smith, "Time-domain filter bank analysis: A new design theory," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 40, pp. 1412-1429, June 1992.
- [7] C. K. Chen and J. H. Lee, "Design of quadrature mirror filters with linear phase in the frequency domain," IEEE Trans. Circuits and Systems-II : Analog and Digital Signal Processing, vol. 39, no. 9, pp. 593-605, Sept. 1992.
- [8] R. D. Koilpillai and P. P. Vaidyanathan, "A Spectral Factorization Approach to Pseudo-QMF Design," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41, no. 1, pp. 82-92, Jan. 1993.
- [9] H. Xu, and W. S. Lu and A. Antoniou, "Improved Iterative Methods for the Design of Quadrature Mirror-Image Filter Banks," IEEE Trans. Circuits and System-II : Analog and Digital Signal Processing, vol. 43, no. 5, pp. 363-370, May 1996.
- [10] H. Xu and W. S. Lu and A. Antoniou, "An Improved Method for the Design of FIR Quadrature Mirror-Image Filter Banks," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 46, no. 5, pp. 1275-1279, May 1998.

- [11] W. S. Lu, H. Xu and A. Antoniou, "A New Method for the Design of FIR Quadrature Mirror-Image Filter Banks," IEEE Trans. Circuits and Systems-II : Analog and Digital Signal Processing, vol. 45, no. 7, pp. 922-926, July 1998.
- [12] P. P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1993.

조 병 모(Byung-Mo Cho) 정회원
한국 통신학회 논문지, 제 26권 5B호, 2001년 5월호
pp. 537 - 544 참조

김 영 수(Young-Soo Kim) 종신회원



1981년 2월 : 연세대학교 전자
공학과(공학사)

1983년 2월 : 연세대학교대학
원 전자공학과(공학석사)

1988년 12월 : Arizona State
University 전기공학과(공학
박사)

1985년 5월~1986년 5월 :

Consultant, Signal-System Technology Inc., U.S.A.

1986년 6월~1988년 12월 : Research Associate,
Arizona State University.

1989년 3월~1992년 8월 : ETRI 전파기술부, 전파
응용연구실, 실장

2002년 1월~2003년 2월 : 객원교수, MPRG
Virginia Tech., U.S.A.

1992년 9월~현재 : 경희대학교 전자정보대학 전파
통신공학 전공 교수

<주관심분야> 이동통신, OFDM, SDR, 스마트 안테
나, MIMO system, 전파감시