

이방성을 고려한 원통형 압전 변환기의 반경방향 진동 특성 해석

이 정 구* · 김 진 오†

(2003년 7월 23일 접수, 2003년 12월 26일 심사완료)

Radial Vibration Analysis of Cylindrical Piezoelectric Transducers Considering Anisotropy

Jung Gu Lee and Jin Oh Kim

Key Words: Piezoelectric Transducer(압전 변환기), Cylindrical Transducer(원통형 변환기), Radial Vibration(반경방향 진동), Natural Frequency(고유진동수)

Abstract

This paper presents the analysis for the radial vibration characteristics of cylindrical piezoelectric transducers. Taking into account the piezoelectric anisotropy, the differential equations of piezoelectric radial motion have been derived in terms of radial displacement and electric potential. Applying mechanical and electric boundary conditions has yielded a characteristic equation for radial vibration. Numerical analysis also has been carried out by using the finite element method. Theoretical calculations of the fundamental natural frequency have been compared with the experimental observations for transducers of several sizes. Comparison with the previous report of theoretical analysis simplifying the piezoelectric anisotropy into isotropy concludes that isotropic analysis is a reasonable process to predict the vibration characteristics of piezoelectric transducers.

1. 서 론

센서 또는 액추에이터에 널리 사용되고 있는 압전 변환기는 역학적 응력 또는 변형과 전기적 신호간의 상호작용을 활용한다.⁽¹⁾ 압전 변환기들은 대부분 원판형으로서 압전 소자의 두께방향 종진동을 이용한다.⁽²⁾ 원판형이지만 원주방향으로 운동을 발생시키도록 압전소자를 배열하여 전단운동에 의한 비틀림 진동을 발생시키는 변환기^(3,4)는 비틀림 진동자형 점도계^(5,6) 개발에 활용되었다. 이들과 달리 원통형 압전 변환기가 필요한 경우가 있다.

본 논문에서 대상으로 하는 원통형 압전 변환기는 두께방향인 반경방향으로 분극되어 있고, 두께 방향으로 구동되어 반경방향으로 진동한다. 이러한 압전 변환기는 양분된 반 원통형으로 관의 외벽에 설치되어, 관에 반경방향 진동을 발생시켜 축대칭 파동을 전파시키고 또한 그러한 파동을 감지하여 수신하는 변환기로 활용하고자 연구 중에 있다.⁽⁷⁾ 또한 배관과 같이 원통형인 설비 내벽에 초음파 세정을 하기 위하여 초음파를 발생시키는 장치로 활용하려는 연구도 진행되고 있다.⁽⁸⁾ 이러한 연구에는 원통형 압전 변환기의 압전 고유진동수 파악이 선행되어야 한다.

반경 방향으로 분극된 원통형 압전 변환기를 다룬 문헌이 있으나, 압전 원통을 얇은 셸(shell)로 근사화하여 두께를 제대로 고려하지 않았다.⁽⁹⁾ 원통형 압전 변환기에 관한 앞선 연구에서 압전 소자의 이방성을 등방성으로 단순화하여 해석하고,⁽¹⁰⁾ 압전 원통의 두께와 단면 반지름에 따른

† 책임저자, 회원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : jokim@ssu.ac.kr
TEL : (02)820-0662 FAX : (02)820-0668

* 숭실대학교 대학원 기계공학과

고유진동수를 살펴보았다.⁽¹¹⁾ 그러한 단순화 해석이 합리적이고 정당한지 확인할 필요가 있어서 본 논문은 압전소자의 이방성을 고려하여 원통형 압전 변환기의 반경방향 진동특성에 관한 이론적 해석을 시도한다. 반경방향 좌표의 함수인 반경방향 운동 변위와 전기 퍼텐셜로써 지배방정식을 구성한다. 여기에 역학적 경계조건과 전기적 경계조건을 적용하여 압전 고유진동의 특성방정식을 유도한다. 이식을 이용하여, 여러 크기의 변환기들에 대한 기본 고유진동수를 계산한다.

이론적 해석 결과와 비교하기 위하여 수치해석을 병행한다. 유한요소법을 사용하여 이방성 물성치를 충실히 반영한 압전 고유진동수 계산을 성치를 충실히 반영한 압전 고유진동수 계산을

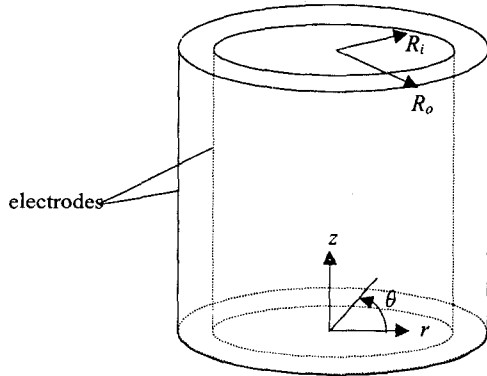


Fig. 1 Schematic diagram of a cylindrical transducer

한다. 실험을 통해 측정된 압전 고유진동수와 계산하여 얻은 진동수를 비교하여 해석 결과를 검증한다.

2. 이론적 해석

원통형 압전 변환기의 반경방향 진동 특성을 압전 소자의 이방성을 고려하여 이론적으로 해석하고, 그 결과를 등방성으로 단순화하여 해석한 결과⁽¹⁰⁾와 비교한다.

2.1 변환기 모델링

원통형 압전 변환기의 개략도는 Fig. 1에 있다. 원판형 압전체가 두께방향으로 구동되어 진동하는 경우에 대해서는 등방성으로 단순화한 전기-역학적 관계식이 잘 정리되어 있고,⁽¹²⁾ 이방성을 충실히 고려하여 정리한 관계식도 있다.⁽²⁾ 이방성을 고려하는 방식을 따라서 반경 방향으로 진동하는 원통형 압전체의 운동을 표현하기 위하여, 축대칭이고 축방향으로 균일한 반경 방향 변위 $u(r, t)$ 와 전기 퍼텐셜 $\phi(r, t)$ 를 사용한다.

이방성을 고려한 원통형 압전 변환기의 구성 방정식은 다음과 같다.⁽²⁾

$$\{T\} = [C^E]\{S\} - [e]^T\{E\} \quad (1)$$

$$\{D\} = [e]\{S\} + [\epsilon^S]\{E\} \quad (2)$$

여기서 $\{T\}$, $\{S\}$, $\{D\}$, $\{E\}$ 는 각각 응력(stress), 변형률(strain), 전기적 변위(electric displacement),

Table 1 Material properties of a PZT (EDO EC-64)

Properties		Values	
Mechanical	Mass density, ρ	$7.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	
	Elastic compliance	s_{11}^E	$12.8 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
		s_{12}^E	$-4.2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
		s_{13}^E	$-4.2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
		s_{22}^E	$12.8 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
		s_{33}^E	$15.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
Dielectric	Relative permittivity $k_{33}^T (= \epsilon_{33}^T / \epsilon_0)$	1300	
Electromechanical	Piezoelectric strain constant	d_{31}	$-127 \times 10^{-12} \text{ C/N}$
		d_{32}	$-127 \times 10^{-12} \text{ C/N}$
		d_{33}	$295 \times 10^{-12} \text{ C/N}$

Table 2 Converted properties of a PZT (EDO EC-64)

Properties		Values	
Mechanical	Elastic stiffness	c_{11}	10.9 GPa
		c_{12}	5.1 GPa
		c_{13}	4.5 GPa
		c_{22}	10.9 GPa
		c_{33}	9.2 GPa
Dielectric	Permittivity of free space, ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$	
	Permittivity, $\epsilon_{33}^T (= k_{33}^T \epsilon_0)$	$11.8 \times 10^{-9} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$	
Electromechanical	Piezoelectric stress constant	e_r	$15.7 \text{ C}^2/\text{m}^2$
		e_θ	$-7.1 \text{ C}^2/\text{m}^2$
		e_z	$-7.1 \text{ C}^2/\text{m}^2$

전기장(electric field) 행렬이다. 그리고 계수 행렬 $[C^E]$, $[e]$, $[\epsilon^S]$ 는 각각 일정한 전기장에서 강성, 압전 응력 상수(piezoelectric stress constant), 변형률이 일정한 상태에서의 유전율(permittivity)로 구성된 행렬로서 다음과 같이 표현된다.

$$[C^E] = [S^E]^{-1} \quad (3)$$

$$[e] = [d][C^E] \quad (4)$$

$$[\epsilon^S] = [\epsilon^T] - [e][d]^T \quad (5)$$

그리고 $[d]$ 와 $[\epsilon^T]$ 는 압전 변형률 상수와 응력이 일정한 상태에서의 유전율로 구성된 행렬이다. 압전현상이 전기-역학적 상호작용이고, 전기적 입력이 가해질 때의 역학적 공진을 파악하기 위하여 압전 고유진동수를 구하고자 하므로, 연립된 두 식 (1)과 (2)를 풀어야 한다.

식 (3)~(5)를 식 (1)과 (2)에 대입하여 반경방향 응력 σ_r 및 원주방향 응력 σ_θ 와 반경방향 전기적 변위 D_r 을 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_\theta = c_{11} \frac{u}{r} + c_{13} \frac{\partial u}{\partial r} + e_\theta \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (6)$$

$$\sigma_r = c_{31} \frac{u}{r} + c_{33} \frac{\partial u}{\partial r} + e_r \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (7)$$

$$D_r = e_\theta \frac{u}{r} + e_r \frac{\partial u}{\partial r} - \zeta \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (8)$$

여기서 ζ , e_θ , e_z , e_r 은 다음과 같은 상수이다.

$$\zeta = \epsilon_{33}^T - [e_\theta d_{31} + e_z d_{32} + e_r d_{33}] \quad (9a)$$

$$e_\theta = c_{11} d_{31} + c_{21} d_{32} + c_{31} d_{33} \quad (9b)$$

$$e_z = c_{12} d_{31} + c_{22} d_{32} + c_{32} d_{33} \quad (9c)$$

$$e_r = c_{13} d_{31} + c_{23} d_{32} + c_{33} d_{33} \quad (9d)$$

반경방향 힘의 평형으로부터 얻은 식⁽¹³⁾과 정전기적 방정식⁽¹²⁾은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) = \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{D_r}{r} = 0 \quad (11)$$

여기서 ρ 는 질량 밀도이다. 식 (6)~(8)을 식 (10)과 (11)에 대입하여 다음과 같은 지배 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & c_{33} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - c_{11} \frac{u}{r^2} \\ & + e_r \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \\ & = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & e_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \\ & = \zeta \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (12)와 (13)은 연립 미분 방정식으로서, 해를 구할 수 없는 형태이다. 해를 구할 수 있는 형태로 만들기 위하여 두 식에서 오차를 감수하면서 $(e_\theta/r) \partial/\partial r$ 항을 무시하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{c_{11}}{E_L} \frac{u}{r^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{e_r}{\xi} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (15)$$

여기서 $c_L (= [E_L/\rho]^{1/2})$ 는 압전 소자에서 종파의 전파속도이고, E_L 은 다음과 같은 탄성 상수이다.

$$E_L = c_{33} + \frac{e_r^2}{\xi} \quad (16)$$

전기 퍼텐셜 ϕ 를 반경 r 의 선형함수로 가정함으로써 식 (12)를 u 의 비제차 미분방정식으로 변환시켜서 해를 구한 문헌이 있다.⁽¹⁴⁾ 그러나 이 경우에는 비제차항을 처리하기 위하여 Lommel 함수로 해를 표현하므로 해의 물리적 의미를 파악하기 어려운 단점이 있다.

전극에 가해지는 전기신호가 진동수 ω 로 시간 t 에 따라 조화함수 형태로 변화하는 신호라면, 진동 변위들도 시간 t 에 대한 조화함수 형태로 간주할 수 있다. 따라서 $u(r, t)$ 와 $\phi(r, t)$ 를 다음과 같이 변수분리 한다.

$$u(r, t) = \bar{u}(r) e^{j\omega t} \quad (17)$$

$$\phi(r, t) = \bar{\phi}(r) e^{j\omega t} \quad (18)$$

식 (17)과 (18)을 식 (14)와 (15)에 대입하면 다음과 같이 $\bar{u}(r)$ 과 $\bar{\phi}(r)$ 에 대한 지배 방정식을 얻는다.

$$r^2 \frac{d^2 \bar{u}}{dr^2} + r \frac{d\bar{u}}{dr} + (k^2 r^2 - p^2) \bar{u} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\bar{\phi}}{dr} \right) = \frac{e_r}{\xi} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\bar{u}}{dr} \right) \quad (20)$$

여기서 $k (= \omega/c_L)$ 는 파동수이고, p 는 다음과 같이 정의된 상수이다.

$$p^2 = \frac{c_{11}}{E_L} \quad (21)$$

식 (19)의 해는 다음과 같은 형태로 된다.

$$\bar{u}(r) = A_1 J_p(kr) + A_2 J_{-p}(kr) \quad (22)$$

식 (22)를 식 (20)에 대입한 후 $\bar{\phi}(r)$ 의 해를 구하면, 다음 식을 얻는다.

$$\bar{\phi}(r) = \frac{e_r}{\xi} [A_1 J_p(kr) + A_2 J_{-p}(kr)]$$

$$+ A_3 \ln r + A_4 \quad (23)$$

식 (22)와 (23)에서 결정되지 않은 상수 A_1, A_2, A_3, A_4 는 경계조건에 따라 결정된다.

2.2 반경 방향 진동 특성 방정식

Fig. 1에 보인 원통형의 내부 반지름은 R_i 이고 외부 반지름은 R_o 이다. 변환기는 내면과 외면 사이에 작용하는 전압 $V_0 e^{j\omega t}$ 에 의해 구동되고 있다. 이에 대한 경계 조건은 다음과 같다.

$$r = R_i \text{ 에서 } \bar{\sigma}_r = 0 \quad (24a)$$

$$\bar{\phi} = 0 \quad (24b)$$

$$r = R_o \text{ 에서 } \bar{\sigma}_r = 0 \quad (24c)$$

$$\bar{\phi} = V_0 \quad (24d)$$

응력 $\sigma_r (= \bar{\sigma}_r(r) e^{j\omega t})$ 는 식 (6)에 표현된 관계를 가지므로, 식 (22)와 (23)에 식 (24a)~(24d)를 적용하면 결정되지 않은 상수 A_1, A_2, A_3, A_4 에 대한 식 (25a)~(25d)를 얻는다.

$$f_1(kR_i)A_1 + f_2(kR_i)A_2 + \frac{e_r}{R_i} A_3 = 0 \quad (25a)$$

$$g_1(kR_i)A_1 + g_2(kR_i)A_2 + A_3 \ln R_i + A_4 = 0 \quad (25b)$$

$$f_1(kR_o)A_1 + f_2(kR_o)A_2 + \frac{e_r}{R_o} A_3 = 0 \quad (25c)$$

$$g_1(kR_o)A_1 + g_2(kR_o)A_2 + A_3 \ln R_o + A_4 = V_0 \quad (25d)$$

여기서

$$f_1(kr) = c_{31} \frac{J_p(kr)}{r} + \widehat{E}_L \frac{dJ_p(kr)}{dr} \quad (26a)$$

$$f_2(kr) = c_{31} \frac{J_{-p}(kr)}{r} + \widehat{E}_L \frac{dJ_{-p}(kr)}{dr} \quad (26b)$$

$$g_1(kr) = \frac{e_r}{\xi} J_p(kr) \quad (26c)$$

$$g_2(kr) = \frac{e_r}{\xi} J_{-p}(kr) \quad (26d)$$

이다. 식(25a)~(25d)의 해는 구하면 다음과 같다.

$$A_1 = -\frac{V_0}{\Delta} [R_o f_2(kR_o) - R_i f_2(kR_i)] \quad (27a)$$

$$A_2 = \frac{V_0}{\Delta} [R_o f_1(kR_o) - R_i f_1(kR_i)] \quad (27b)$$

$$A_3 = \frac{V_0}{e_r \Delta} [f_1(kR_i)f_2(kR_o) - f_1(kR_o)f_2(kR_i)] \quad (27c)$$

$$A_4 = \frac{V_0}{\Delta} \left\{ [R_o f_2(kR_o) - R_i f_2(kR_i)]g_1(kR_i) - [R_o f_1(kR_o) - R_i f_1(kR_i)]g_2(kR_i) - \frac{R_i R_o \ln R_i}{e_r} [f_1(kR_i)f_2(kR_o) - f_1(kR_o)f_2(kR_i)] \right\} \quad (27d)$$

여기서 Δ 는 다음과 같다.

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{vmatrix} \quad (28)$$

$$D_{11} = R_o f_1(kR_o) - R_i f_1(kR_i)$$

$$D_{12} = R_o f_2(kR_o) - R_i f_2(kR_i)$$

$$D_{21} = g_1(kR_o) - g_1(kR_i) - \frac{R_o}{e_r} f_1(kR_o) \ln \frac{R_o}{R_i}$$

$$D_{22} = g_2(kR_o) - g_2(kR_i) - \frac{R_o}{e_r} f_2(kR_o) \ln \frac{R_o}{R_i}$$

$\Delta = 0$ 이 원통형 압전 변환기의 반경방향 공진을 나타내는 특성 방정식이다. 식 (27a)~(27d)를 식 (22)에 대입하되 V_0/Δ 를 1로 간주하면 진동 모드 형상을 알게 된다.

2.3 고유진동수 계산 및 고찰

수치 계산을 하기 위해 실제 원통형 압전 변환기의 치수와 물성치들을 대입하여 압전 고유진동수를 계산한다. 식 (28)에서 미지수인 파동수 k 는 고유진동수 f 와 다음의 관계가 있다.

$$f = \frac{k c_L}{2\pi} \quad (29)$$

k 는 수치계산 도구에 의존하여 식 (28)로부터 구할 수 있는데, Mathematica⁽¹⁵⁾의 FindRoot 기능을 사용하면 계산이 간편하다.

계산과 실험에 사용된 압전 소자는 미국 EDO사의 PZT (EC-64)로서, 필요한 물성치들이 Table 1에 정리되어 있는데 일반 문헌에 나와있는 물성치와 비슷하다.^(16,17) 그리고 계산에 필요한 물성치들로 환산한 값들이 Table 2에 정리되어

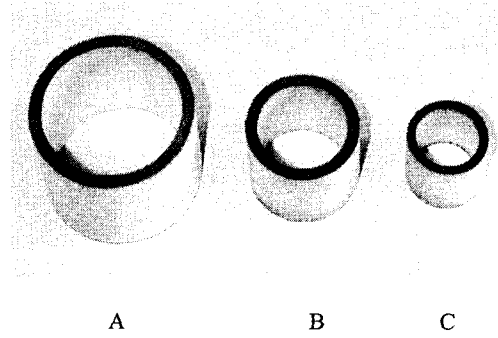


Fig. 2 Photograph of three transducers

있다. Fig. 2에 제시된 세 가지 크기의 변환기 A, B, C를 사용하였고, 이들의 치수인 외부 반지름 R_o , 내부 반지름 R_i 가 Table 3에 기재되어 있다. 변환기의 길이는 A가 20 mm, B가 15 mm, C가 12 mm인데, 이 값들은 기본 고유진동수 계산에는 필요하지 않다.

세 개의 변환기에 대하여 기본 모드의 압전 고유진동수를 식 (28)과 (29)로부터 계산하여 Table 3에 기재하였다. 이렇게 계산된 결과와 등방성 해석 결과⁽¹⁰⁾를 Table 3에 기재하여 비교하였다. 등방성으로 단순화한 결과와 이방성을 고려한 결과를 비교해 보면 원통 단면 반지름이 작을수록 고유진동수 차이가 크게 나타난다.

3. 유한요소법에 의한 수치해석

앞 절에서 압전소자의 이방성을 고려하여 원통형 압전 변환기의 공진 특성을 이론적으로 해석하고 고유진동수를 계산하였다. 하지만 해석 과정에서 지배 방정식 (12)와 (13)에 들어 있는 $(e_{\theta/r}) \partial/\partial r$ 항을 무시하는 근사화를 하였다. 이러한 이론적 해석의 결과가 어느 정도 타당한지 확인하기 위하여, 본 절에서는 유한요소법에 의한 수치해석을 한 결과를 제시한다. 유한요소 해석용 상용 프로그램인 ANSYS⁽¹⁸⁾를 사용하여 이방성 원통형 압전 변환기의 반경방향 진동 모드와 압전 고유진동수를 구한다.

압전 현상을 포함하는 Coupled-Field 요소인 SOLID5를 사용하여 원통형 압전 변환기를 모델링 하였다. 해석 대상은 앞 절에서 언급된 변환기 A, B, C이다. 원통을 반경 방향으로 10 등분

Table 3 Comparison of the natural frequencies calculated by anisotropic and isotropic analyses and by FEM and measured by experiment for three transducers

Transducer	Size(mm)		Fundamental frequency (kHz)			
	outer radius	inner radius	theoretical analysis		FEM	measurement
			anisotropic	isotropic		
A	14.3	12.0	41.5	37.9	37.6	38.8
B	10.05	7.80	61.4	56.0	55.3	56.3
C	7.10	5.50	87.0	79.4	77.9	80.8

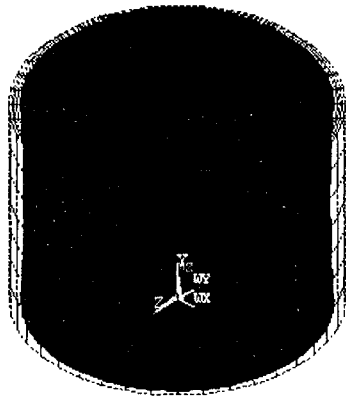


Fig. 3 Fundamental mode of the radial vibration obtained by FEM

하고 원주 방향으로 40 등분 했으며, 길이 방향으로는 변환기 A, B, C에 대해서 각각 7, 6, 5 등분 하였다.

원통의 안쪽 면과 바깥 면에 전기적인 경계조건을 주어 모드해석(modal analysis)을 하였고, 고유진동수와 모드 형상을 구하였다. 그 한 예로서 변환기 A의 기본 모드 형상을 Fig. 3에 나타내었다. 여기서 점선은 변형된 상태를 나타내며 변환기가 반경 방향으로 팽창한 것을 보여준다. 또한 길이 방향으로 약간의 변형이 생기는데 이것은 푸아송(Poisson)효과 때문에 발생한 것이다.

해석을 통해서 구한 압전 고유진동수를 Table 3에 나타내었다. 유한요소법으로 구한 압전 고유진동수가 이방성을 고려한 해석으로 얻은 값보다 등방성으로 단순화한 해석으로 얻은 값에 가깝게 나타났다. 이것은 이방성을 고려한 해석을 하는 과정에서 $(e_{\theta/r}) \partial/\partial r$ 항을 무시했기 때문이다. 또한 원통형 압전 변환기의 지름이 작을수록 부

시된 항 $(e_{\theta/r}) \partial/\partial r$ 의 영향이 큰 것을 알 수 있다.

4. 실험 결과 및 고찰

앞 절에서 계산된 결과와 비교하기 위하여, 세 개의 변환기에 대해 측정된 압전 고유진동수⁽¹⁰⁾를 활용하였다. Impedance Gain/Phase Analyzer (HP 4194A)를 사용하여 변환기의 임피던스를 주파수의 함수로 측정한 그래프에서 임피던스가 극소값을 나타내는 주파수 값이다. 세 개의 변환기에 대하여 이와 같이 측정된 압전 고유진동수가 Table 3에 기재되었다.

Table 3에서 세 개의 변환기에 대해서 계산 결과와 측정 결과를 비교하는데, 등방성으로 단순화한 해석으로 계산한 고유진동수가 측정값에 가깝다. 또한 압전소자의 이방성을 충실히 반영하여 유한요소해석을 한 결과도 측정값에 가깝다. 이방성을 고려한 이론적 해석 결과가 오히려 큰 차이를 보이는데, 이것은 앞 절에서도 언급하였듯이 이론적 해석에 장애가 되는 $(e_{\theta/r}) \partial/\partial r$ 항을 무시하였기 때문이다.

압전 변환기의 진동 특성을 이론적으로 해석함에 있어서 압전소자의 이방성을 충실히 반영하는 게 타당하겠으나, 해석 과정의 이유로 인하여 근사화를 하고 보니 오차가 발생하였다. 이에 비하여 등방성으로 단순화한 해석이 정확한 결과를 내주는 유용한 과정임을 확인하였다.

5. 결론

압전소자의 이방성을 고려하여 원통형 압전 변환기의 반경방향 진동 특성을 이론적으로 해석하

고 유한요소법에 의한 수치해석을 하였다. 해석을 통해 압전 고유진동수를 계산하고 측정값과 비교하였다.

유한요소해석 결과는 측정 결과와 잘 일치하였다. 이론적 해석 결과는 이들과 다소 차이가 있었고, 원통 단면이 작을수록 그 차이는 더 컸다. 이론적 해석 결과에 오차가 발생한 것은 해석을 하는 과정에서 부득이하게 방정식 중의 항을 하나 무시하여 답을 유도했기 때문이다. 이에 비해 압전소자의 이방성을 등방성으로 단순화하여 해석했던 앞선 연구 보고가 오히려 정확한 결과를 제시함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원으로 이루어졌습니다. 실험에 사용하도록 변환기를 제공한 아이에스텍(주)에 감사합니다.

참고문헌

- (1) Ikeda, T., 1966, *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford University Press, Oxford.
- (2) Busch-Vishniac, I. J., 1999, *Electromechanical Sensors and Actuators*, Springer, New York, Chap. 5.
- (3) Kwon, O. S., Kim, J. O., 2001, "Vibration Characteristics of Langevin-Type Piezoelectric Torsional Transducers," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 25, No. 8, pp. 1197~1205.
- (4) Kim, J. O., Kwon, O. S., 2003, "Vibration Characteristics of Piezoelectric Torsional Transducers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 264, No. 2, pp. 453~473.
- (5) Chun, H. Y., Kim, J. O., 2002, "A Study on the Measurement of the Fluid Viscosity by Using the Torsional Vibration of a Circular Rod," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 26, No. 6, pp. 1016~1025.
- (6) Kim, J. O., Chun, H. Y., 2003, "Interaction Between the Torsional Vibration of a Circular Rod and an Adjacent Viscous Fluid," *Trans. of ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 125, No. 1, pp. 39-45.
- (7) Kim, J. O., Hwang, K. K., Bau, H. H., 2003, "A Study for the Measurement of a Fluid Density in a pipe Using Elastic Waves," *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 23, No. 6, pp. 583~593.
- (8) Lee, J. G., Kim, J. O., 2003, "A Study on Ultrasonic Sound Fields for Cleaning in a Pipe," *Journal of the Acoustical Society of Korea*, in review.
- (9) Ebenezer, D. D., Abraham, P., 1977, "Eigenfunction Analysis of Radially Polarized Piezoelectric Cylindrical Shells of Finite Length," *Journal of the Acoustic Society of America*, Vol. 102, No. 3, pp.1549~1558.
- (10) Kim, J. O., Jeong, H. G., 2001, "Radial Vibration of Cylindrical Piezoelectric Transducers," *Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 11, No. 7, pp. 247~252.
- (11) Hwang, K. K., Kim, J. O., 2003, "Characteristics of the Radial Vibration of Cylindrical Piezoelectric Transducers," *Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 155~163.
- (12) Miu, D. K., 1993, *Mechatronics: Electromechanics and Control Mechanics*, Springer-Verlag, New York, Chap. 5.
- (13) Achenbach, J. D., 1975, *Wave Propagation in Elastic Solids*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Chap. 2.
- (14) Lazutkin, V. N. and Tsyganov, Y. V., 1972, "Axisymmetric Modes and Electrical Impedance of Radially Polarized Piezoelectric Ceramic Rings," *Soviet Physics - Acoustics*, Vol. 17, pp. 330~334.
- (15) Wolfram, S., 1999, *The Mathematica Book*, Wolfram Media, Champaign.
- (16) 岡崎清, 1983, *セラミック誘電体工學*, 第3版, 學獻社, 第8章.
- (17) Berlincourt, D. A., Cmolik, C., Jaffe, H., 1960, "Piezoelectric Properties of Polycrystalline Lead Titanate Zirconate Compositions," *Proceeding of the IRE*, pp. 220~229.
- (18) Tae-Sung Inc., 1999, *Introduction to Finite Element Analysis Using ANSYS*, 3rd Ed., Tae-Sung, Seoul.