

# Bubble plume의 중첩효과가 저수지 성층파괴 효율에 미치는 영향에 대한 수리동역학적 2상-3차원 평가

## Evaluation of Destratification Efficiency by Combined Effect of Adjacent Plumes through 2-Phase and 3D Hydrodynamic Analysis in a Stratified Fluid

엄 경 택\* / 박 희 경\*\* / 안 제 영\*\*\*

Yum, Kyung Taek / Park, Hee Kyung / Ahn, Je Young

### Abstract

The use of air diffuser system to ameliorate the reservoir by breaking stratification is now widespread. This study focuses on the hydrodynamic behavior of bubble plumes, which is the major mechanism of destratification and their combined effect of adjacent plumes on destratification efficiency. By introducing 2-phase Computational Fluid Dynamics(CFD) technique, we could suggest the optimal diffuser spacing having optimal destratification efficiency by simply analyzing the complex destratification procedures varying with the seasonal stratification intensity and bubble flow rate. Lab experiments were also carried out to verify CFD model in thermally stratified fresh water which quite differs from former researches using salts. This study showed that the mixing efficiency strongly depends on the spacing of neighboring plumes. When diffuser spacing is lower than 1.5 times the depth, the combined effect is stronger; as Plume Number(PN) is increased, the efficiency is strongly affected by spacing. If the distance is shorter than the depth of water, the efficiency increases linearly in proportion to PN. Otherwise, the efficiency increases non-linearly. These findings suggest that the combined effect should be more quantitatively taken into consideration for design and operation of air-diffuser destratification system, and recommend that the optimal destratification efficiency will be when plume number is 1000 and the spacing between neighboring diffusers is 1.5 times the depth.

**Keywords** : bubble plume, CFD, destratification, plume number

### 요 지

수중폭기장치로 저수지 성층을 파괴시켜 저수지 수질을 개선시키기 위한 방법이 최근 널리 이용되고 있다. 본 연구는 주요 성층 파괴기작인 Bubble Plume(공기 부력류)의 수리동역학적 거동특성과 플룸 간격에 따라 변하는 모델링 중첩효과가 성층파괴 효율에 어떠한 영향을 미치는지에 대하여 수행하였다. 이를 위해 전산유체(CFD) 소프트웨어를 이용한 2상(공기-물) 3차원의 탈성층모델을 개발했으며, 이로부터 계절에 따라 변하는 다양한 성층강도와 주입 공기량에 따라 변하는 비정상상태의 성층파괴 발달과정은 물론 최적 탈성층 효율을 갖는 플룸간격을 제안할 수 있었다. 모델검증을 위한 실험을 위해 대형 실험조를 개발했으며, 온도성층은 소금물을 이용했던 기존연구와는 달리

\* 정회원·한국과학기술원 건설·환경공학과·박사과정  
(E-mail : yumkt@kaist.ac.kr)

\*\* 정회원·한국과학기술원 건설·환경공학과부교수·공학박사  
(E-mail : hkpark@kaist.ac.kr)

\*\*\* 한국과학기술원 건설·환경공학과·석사과정  
(E-mail : jyahn@kaist.ac.kr)

가열순환수를 이용한 자연성층을 재현시켜 수행하였다. 연구결과 탈성층 효율은 디퓨서 배치간격에 크게 영향을 받는 것으로 밝혀졌으며, 플룸간격이 수심의 약 1.5배 이내일 때 중첩영향이 강하게 일어났고, PN가 쿨수록 간격에 영향을 상대적으로 크게 받았다. 또한, 간격이 수심보다 작을 때는 효율이 PN에 비례해서 선형적으로 증가한 반면 그 이상에서는 효율이 상대적으로 감소하면서 비선형적으로 증가하는 현상을 밝혀냈다. 이상의 연구결과를 통해 주입공기량은 PN가 약 1000, 디퓨서 배치간격은 수심의 1.5배일 때가 최적의 성층 파괴 조건인 것으로 나타났다.

**핵심용어** : 버블플룸, 전산유체(CFD), 탈성층, 플룸넘버(PN)

## 1. 서 론

저수지와 같은 상수원의 수질은 상류에서 유입되는 오염물질 뿐만 아니라 계절적인 자연현상에 의해 생기는 성층(成層, stratification) 현상 때문에 스스로 수질이 악화되기도 한다. 우리나라 총 물 공급량(331억톤)의 43%를 담당하는 대부분의 저수지는 5~9월 사이에 표층수와 심층수로 수체가 각각 분리되어 연직방향의 물 순환을 방해하는 성층현상이 생겨 심층수는 용존산소가 고갈되어 혐기화로 인한 악취 발생과 각종 영양염류가 용출된다. 이들 물질들은 역전현상이 일어나는 늦가을과 봄철에 표층의 조류성장에 필요한 영양원으로 공급되기 때문에 조류가 과다성장해서 이·취미가 발생하고 정수장 여과지가 조기에 폐색되는 등의 문제를 일으키고 있다.

성층을 파괴시켜 수질을 개선시키기 위한 노력으로, 국내에서는 2002년 현재 약 370기의 수중폭기시스템이 30여개 댐에 설치되어 운영 중에 있다. 기포를 이용한 강제순환방법의 특징은 기포의 상승부력에 의해 연행된 저층의 무거운 유체와 상층의 가벼운 유체가 교체 순환되면서 표층부는 pH, 수온 및 태양 빛 등 조류성장에 필요한 수환경이 크게 바뀌어 조류가 빠르게 감소하고 심층부는 용존산소가 풍부한 표층수와 섞여서 수질이 크게 개선되는 것으로 보고되고 있다. Kojima(1983)에 따르면, 표층의 bluegreen algae와 같은 우점종은 green algae나 diatom으로 바뀌고, 조류를 태양 빛이 투과하지 못하는 깊이까지 동반 하강시킴으로서 수일내지 십수일 동안 빛이 없는 층에 머무는 동안 광합성을 못하게 돼서 약한 종은 죽고, 비교적 강한 종이라도 약해져서 결국 조류성장은 제한을 받는다고 했다.

과거에는 경제적으로 태양 빛을 직접 조절하는 것이 불가능하다는 인식 때문에 인이나 질소를 직접적으로 삭감하는 방향에 초점을 맞췄으나, 강제순환 방식은 조류성장에 필요한 수환경을 근본적으로 바꾸고 태양 빛이 없는 곳으로 강제 이동시켜 물리적으로 조류를 제어하는 것은 물론 심층수를 개선시키는데 경제적이고 효과적인 방법으로 알려져 있다(Lorenzen과 Mitchell,

1973). 이와 같이, 강제순환의 기본개념은 조류성장에 필요한 영양염류가 충분하더라도 광합성에 필요한 빛을 성장제한 인자로 삼아 성장을 억제하는 방법이다. 따라서 강제순환은 상수원에서 직접 물리적으로 수질을 개선시킬 수 있는 새로운 친환경적 접근방법이라 할 수 있겠다.

이와 같이 기포를 이용한 성층파괴를 통해 상수원 수질이 개선되었다는 사례가 많이 보고되고 있는 반면 (한국수자원공사, 2000), 성층유체의 거동해석과 이들 시스템의 환경수리학적 설계, 운영 기술은 미미한 수준으로서, 대부분 개념적이고 경험적인 방법에 의존하고 있는 실정이다. 특히, 수중폭기시스템의 규모 및 운영은 주입공기량에 따른 확산 영향, 계절적 영향에 의한 성층강도 및 수심변화 등을 고려한 탈성층 목표기준을 토대로 결정되어야 함에도 불구하고 국내 대부분의 저수지에 설치된 수중폭기시스템은 이러한 점이 거의 고려되지 않은 채 운영되고 있다. Imteaz와 Asaeda(2000)에 따르면 성층정도가 고려되지 않은 일률적인 폭기는 저층의 영양물질을 표층으로 공급해서 오히려 수질을 악화(Knoppert 등, 1970; Drury 등, 1975; Barker, 1976)시킬 수도 있다고 한 반면, 성층파괴로 인해 수질을 개선(Bernhardt, 1967; Robinson 등, 1969; Malueg 등, 1971)시킬 수도 있다는 상반된 연구결과가 나오고 있는 실정이다.

이와 같이 폭기량과 탈성층 여부는 비선형적 관계에 있기 때문에 일정량 이상 또는 이하의 폭기는 오히려 역효과는 물론 비경제적일 수도 있다. 또한 플룸 배치간격은 성층파괴를 위한 저수지의 물 순환에 있어서 대단히 중요한 요소임에도 불구하고 아직 연구자들마다 각각 상이한 의견을 내놓고 있는 실정이다. 즉, 플룸의 배치간격에 대하여 Fanneløp 등(1991)은 수심의 약 6배, Schladow(1993)는 air-clust 간격은 수심의 0.1~0.2배, Asaeda와 Imberger(1989,1993)는  $R \sim (Q_0g/N^3)^{1/4}$ 의 약 2~4배가 최적이라고 각각 언급한바 있다. 이와 같이 기포에 의한 성층유체의 거동해석은 아직 1차원 정상상태 수준으로 McDougall(1978)이 제안한 "Double Plume Model"과 Asaeda와 Imberger(1993)가 보완하여

제한한 "Partial-double Plume Model" 등의 모델이 있으나 성층유체 혼합의 중요한 물리적 현상인 썩기흐름, 유동장 추적 및 밀도분포에 대한 비정상상태의 발달과정을 분석하기에는 미흡한 수준이다.

따라서, 본 연구의 목적은

첫째, 2상(공기-물)3차원의 전산유체 모델을 이용해서 계절에 따라 변하는 성층강도 및 수심, 주입공기량에 따른 비정상상태의 탈성층 발달과정과, 버블플룸의 배치간격에 따른 플룸의 중첩효과가 탈성층 효율에 어떤 영향을 미치는지를 정량적으로 밝히고,

둘째, 소금물을 이용한 기존연구와는 완전히 다르게 가열순환수를 이용해서 실제 상황과 유사한 자연성층을 만들어 실험의 재현성과 현실성을 높인 다음, 모델결과와 검증과 중첩영향을 밝히는데 있다.

### 1.1 성층 및 탈성층 기작

지구물리학에서 유체는 온도, 탁도 등의 영향으로 인해 각기 다른 질량을 갖게 되며, 지구 중력에 의해 서로 다른 위치에너지 갖으면서 수심방향으로 수직적인 평형을 이루게 된다. 그러나 일련의 외부자극에 의해 이러한 평형은 간섭을 받게 되며, 이때 증가된 위치에너지는 주입된 운동에너지의 값과 일치하지 않으면 안될 것이다. 따라서, 성층화의 동역학적 중요성은 위치에너지와 운동에너지의 비교에 의해 평가될 수 있으며, 밀도차에 의한 성층현상은 유체의 유동특성에 커다란 영향을 미친다.

여기서,  $\Delta\rho$ 를 유체요소간 밀도차,  $\rho_0$ 는 기준밀도, H는  $\Delta\rho$ 를 갖는 두 유체 요소간의 높이라고 할 때, 성층을 동요시키기 위해서는  $(\rho_0 + \Delta\rho)$ 를 갖는 유체요소의 상승과,  $\rho_0$ 를 갖는 상층 유체의 하강이 있어야 할 것이다. 이때 단위 체적당 위치에너지 변화는  $(\rho_0 + \Delta\rho)gH - (\rho_0)gH = \Delta\rho gH$ 가 되고, 유속 U를 갖는 유체요소의 단위 체적당 운동에너지는  $\frac{1}{2} \rho_0 U^2$ 으로 나타낼 수 있다. 운동에너지와 위치에너지의 비를  $\sigma$ 라 하면 이는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \frac{1/2 \rho_0 U^2}{\Delta\rho gH} \quad (1)$$

만일  $\sigma \sim 1$  이면, 성층을 동요(위치에너지 증가)시키기 위해서 상당한 크기의 운동에너지가 필요할 것이다. 그러나  $\sigma \ll 1$ 인 경우 성층동요를 위한 운동에너지가 크게 부족하기 때문에 성층화로 인해 흐름은 제약될 것이다.  $\sigma \gg 1$ 인 경우 위치에너지는 아주 작은 운동

에너지에 의해서도 쉽게 변하기 때문에 성층화는 흐름에 거의 영향을 미치지 않게 된다. 따라서 이상의 ( $\sigma \sim 1$ ,  $\sigma \ll 1$ )인 두 경우의 성층현상은 유체흐름에 큰 영향을 미치게 된다 (Benoit Cushman-Roisin, 1994).

유체가 비압축성이고 이동한 유체입자의 밀도가 이동 전의 밀도를 유지한다면 새로운 이동지점에서의 부력은  $g[\rho(z+h) - \rho(z)]V$ 와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 V를 입자의 체적이라고 할 때, 유체요소가 상승하면 부력은 양(+)의 값을 갖게 된다. 이것을 뉴턴의 법칙에 적용하면 식 (2)와 같고, 우측항의 밀도변화를 추정하기 위한 Taylor 전개를 위해 식 (3)과 같이 놓을 수 있다.

$$\rho(z)V \frac{d^2h}{dt^2} = g[\rho(z+h) - \rho(z)]V \quad (2)$$

$$\rho(z+h) - \rho(z) \cong \frac{d\rho}{dz} h \quad (3)$$

다시 식 (2)를 V로 나누면 식 (4)와 같고, 이것을  $N^2$  값으로 정의하면 식 (5)와 같다.

$$\frac{d^2h}{dt^2} - \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dz} h = 0 \quad (4)$$

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dz} = \epsilon' g, \quad N = \sqrt{\epsilon' g} \text{ (1/sec)} \quad (5)$$

여기서, Z는 기준수위, H는 기준수위로 부터의 일정높이이다.

이와 같이 N이라는 특성값은 진동 주파수를 의미하며 성층주파수(stratification frequency) 또는 "Brunt-Väisälä frequency"라고도 불린다. 이 특성값은 성층화된 수체의 유체특성을 설명하는 중요한 매개변수이다.

### 1.2 버블플룸의 거동

성층유체의 저부에서 기포를 발생시키면 기포가 상승할 때 주변 유체를 연행해서 어느 높이까지 상승시킨다. 이때 상승기포에 의해 생긴 "공기+물" 기동을 버블플룸이라 하며, 유체 흐름에 직접적인 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 성층유체를 강제 순환시킬 목적으로 이용되는 bubble diffuser 또는 버블플룸은 그동안 여러 가지 목적으로 이용되어져 왔다. 대표적인 예로 외해로부터 들어오는 향만의 파도를 깨거나, 겨울철 결빙방지, 바다 유전에서 기름 누출시 이의 확산 방지 등을 위한 응용이 그 예다. 또한 노르망디 상륙작전 당시

과도의 영향을 줄이기 위해 응용되기도 했다. 그러나 최근에는 성층화된 저수지를 강제순환시켜 수질을 개선시키기 위한 방법으로 널리 응용되고 있다(Asaeda와 Imberger, 1989, 1993; Wilkinson, 1979).

그러나 지금까지 버블플룸에 대한 연구는 대부분 밀도가 균일한 유체를 대상으로 연구가 이루어 졌으며 (Bulson, 1961; Cheung 등, 1987; Kobus, 1968; Milgram, 1983; Sun 등, 1986; Tacke 등, 1985; Wilkinson, 1979), 주로 기포주입시 플룸의 속도분포, 연행계수 및 기포 slip 속도 등 플룸의 평균흐름 특성에 집중되어져 왔다.

McDougal(1978)은 일찍이 버블플룸의 거동에 대해 많은 연구를 수행했다. 단일 물질로만 이루어진 플룸의 거동분석을 위한 "Plume Model"을 고안해 가스팽창 효과와 성층화된 유체의 slip 속도를 평가했다. 그러나 실험결과에 의하면, 기포는 상승하는 플룸안에만 있고, 플룸 외측에 있는 유체만이 특정 높이에서 주변으로 확산되는 등 기존에 생각했던 것 보다 플룸구조가 훨씬 복잡한 것을 알아냈다. 이러한 점을 보완하기 위해 기포 영역(inner circular plume)과 상승유체 영역(outer annular plume)으로 나누어 분석 할 수 있는 "Double plume model"을 제안하게 되었다.

Baines과 Leitch(1992)는 실험조에서 버블플룸에 의한 밀도분포의 발달과정에 대해서 연구했다. 즉, 2단(step) 성층의 경우 플룸이 층간 경계면에 충돌한 후 2개 흐름으로 나뉘어졌으며, 이때 연행된 일부유체는 플룸을 따라 윗층으로 상승한 반면 대부분의 흐름은 경계층을 약간 뚫고 올라가 경계층 바로 위의 밀도가 낮은 가벼운 유체를 어느 정도 연행한 후 중력에 의해 다시 침강한 다음 하층의 상단 경계면을 따라 흐르면서 상층의 밀도가 낮은 가벼운 유체를 다시 연행하는 것을 관찰했다. 반면에 선형성층의 경우 초기에는 3개층으로 나뉘어졌으며, 이때 상층과 하층은 2단성층의 경우와 유사했으나 중간층은 선형성층이 그대로 유지되었다. 이 중간층은 시간이 지남에 따라 두께가 점점 감소해서 결국 2단성층의 초기단계와 같은 형태로 발달하는 현상을 알아냈다.

Schladow(1993)는 식 (6)의 무차원변수를 이용해서 "M-C 효율곡선"과 "등가수온분포도"를 만들어서 성층화된 저수지의 최적효율을 얻기 위한 새로운 설계방법을 제시했다. 즉, 충분한 운동에너지를 가지면서 2번째 피크가 수표면에 도달할 때 최대효율이 생긴다고 주장했다. 이는, 공기주입량이 크거나 상대적으로 성층강도가 약할(낮은 C값) 경우에는 에너지가 낭비되어 효율을 저하시키는 반면, 공기 주입량이 상대적으로 작고 성층

강도가 강하면(큰 C값) 연행된 유체는 부력평형점에서 상승을 멈추고 켜기흐름을 만들어 확산되지만 플룸은 이 지점에서 다시 상승을 시작한다고 주장했다. M은 총압력수두에 대한 주입에너지의 강도의 비이며, C는 주입에너지 강도에 대한 성층강도의 비로 설명된다.

$$M = Q_0 p_a (\lambda^2 + 1) / 4\pi\alpha^2 \rho_r H^2 u_b^3$$

$$C = (N^3 H^4 / g Q_0) (H / h_a) \quad (6)$$

Asaeda와 Imberger(1989, 1993)는 성층유체중의 버블플룸 거동에 대해 많은 연구업적을 남겼다. 특히, 버블플룸의 구조는 4개의 잘 발달된 흐름영역으로 구성되어 있음을 실험을 통해 처음으로 주장했다. 즉, 기포영역(bubble core), 상승기포와 비교적 밀도가 큰 연행유체가 서로 섞여 혼합된 inner 플룸 영역, 둥근 고리모양의 outer 플룸 영역, 그리고 켜기흐름 영역이 그것이다. 알려진 바에 의하면 저수지와 같은 유체의 성층과괴를 위해 저부에서 기포를 주입하면 기포는 저층의 무거운 주변유체를 연행해서 함께 상승하게 된다. 그러나 일정 높이에 이르면 연행된 무거운 유체는 (-)부력이 증가해서 더 이상의 상승을 멈추고 플룸 외측으로 켜기흐름을 형성한다. 이때 방출된 유체는 즉시 상승하는 inner 플룸의 바깥쪽에 고리모양의 outer 플룸을 형성하고 부력평형점까지 하강을 계속한다. 그리고, 하강하는 과정에서 주변유체를 연행하기도 하고 일부는 inner 플룸으로 재연행되기도 한다. 반면에 수표면에 충돌한 흐름은 바깥쪽으로 흐르면서 거리가 지남에 따라 유속이 감소하게 되고 일정거리에 다다르면 주변유체가 수평흐름 모멘텀을 저지해서 결국 스스로의 중력 때문에 부력평형점까지 침강한다. 이와 같은 일련의 흐름 기작에 의해 성층화된 유체는 결국 완전혼합 상태에 이르게 된다.

이러한 플룸 거동을 정량적으로 평가하기 위해 Asaeda와 Imberger(1989, 1993)는 거동특성을 지배하는 물리량으로서  $Q_B$ ,  $g$ , 기포경, 동점성, 표면장력, 기포방출시의 압력 등 5가지 변수를 이용해서 무차원변수인 plume number(PN)를 제안했다. 이중 기포크기는 중요한 변수지만 플룸안에 기포밀도가 충분하다면 플룸의 부력 플럭스에 비해 낮다고 생각해서 고려하지 않았다. 따라서  $N$ ,  $H$  및  $Q_B$ ,  $g$ 를 이용해서 식 (7)과 같은 무차원량을 제안했다.

$$P_N = \frac{N^3 H^4}{Q_B g} \quad (7)$$

또한, 이들은 위의 성층강도, 수심, 주입공기량에 의해 결정되는 PN 값에 따라 3가지 형태의 흐름이 발생하며, 가장 최적의 탈성층 효율은 type-2 에서 생긴다고 주장했다. 이는 Schladow(1993)가 주장한 2번째 피크에서 가장 효율이 높다는 주장과 일치하는 것이다.

- Type-1 (약한성층, 과다공기주입) :

$$\frac{N^3 H^4}{Q_B g} < 300$$

- Type-2 (보통성층, 적정공기주입) :

$$300 < \frac{N^3 H^4}{Q_B g} < 3000$$

- Type-3 (강한성층, 적은공기주입) :

$$3000 < \frac{N^3 H^4}{Q_B g} \quad (8)$$

여기서,  $Q_B$ 는 바닥에서의 주입공기량,  $g$ 는 중력가속도,  $H$ 는 수심이다

## 2. 연구방법

### 2.1 전산유체역학 모델링 방법

#### 2.1.1 지배방정식

전산유체역학모델은 복잡한 공간내의 유동장 해석을 FDM 기법을 이용하여 해를 구하는 방법이다. 이를 위해 본 연구에서는 상용 프로그램(AEA사)인 CFX-4.4 소프트웨어를 이용했다. CFX-4.4는 난류상태의 물과 공기의 이상 흐름을 모의하기 위해 물은 "k-epsilon" 모형을, 공기는 층류 모형을 이용하며, 열 전달도 고려한 3차원 전산유체 프로그램이다. 또한 기포와 물이 함께 존재하는 다상조건을 모의할 수도 있다.

난류해석에 사용된  $k-\epsilon$  모델은 속도차에 의해 발생하는 와류-점성 가설을 바탕으로 하며, 이에 따른 난류의 운동에너지( $k$ )와 이의 소산률( $\epsilon$ )에 따르는 수송방정식을 풀게 된다. 유체의 해석은 모두 연속방정식과 운동량방정식에 의해 이루어지며 이 경우는 식 (9), (10)과 같이 나타낼 수 있다.

연속방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (9)$$

운동량 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) - \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla U) \\ = -\nabla p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} (\nabla U)^T + B \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $\rho$ 와  $U$ 는 각각 유체의 평균 점성과 유속을

나타내며,  $u_{eff}$ 는 유효점성을 나타내며 다음과 같이 정의 된다. 즉  $u_{eff} = u + u_T$  나타낸다. 여기서  $u_T$ 는 난류점성이고  $B$ 는 체적력항이다.

식 (10)에서 유효점성은 난류에 의한 점성과의 합으로 나타낸다. 이때 본 모델에서는 난류점성  $\mu_T$ 를 식 (11)과 같이 가정했다.

$$\mu_T \propto \frac{k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

난류의 운동에너지와 소산률에 따르는 수송방정식은 식 (12), (13)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U k) - \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) \\ = P + G - \rho \epsilon \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \epsilon) - \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) \\ = C_1 \frac{\epsilon}{k} (P + C_3 \max(G, 0)) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (13)$$

$k-\epsilon$ 모델에서  $P$ 는 전단력 생성항 (shear production),  $G$ 는 체적력 생성항(body force production)을 나타낸다.  $C_1$ 과  $C_2$ 는 소산방정식( $\epsilon$  equation)의 상수로  $C_1$ 은 1.44,  $C_2$ 는 1.92를 기본값으로 사용하였다.  $C_3$ 은 소산방정식 부력항 ( $\epsilon$  equation buoyance term)으로 0.0이 기본값이나 논쟁이 많이 되고 있는 부분으로서  $C_3=1.0$ 을 많이 사용하고 있어 이 값을 채택하였다.

여기서 체적력(body force)에 대해서는 공기방울에 미치는 부력을 고려했고, 이 경우 하향의 중력가속도를 고려하여 모델을 선정했다. 모델링을 위해서 기본적으로 실험장치 벽면의 속도흐름은 없는 것(no slip condition)으로 가정했으며, 수표면은 활동 조건( $\tau=0$ )으로 했다. 공기는 각 격자에서 일정한 부피 분율을 갖는 것으로 했으며, 공기와 물의 2상(2-phase) 상태로 모의했다.

#### 2.1.2 초기 및 경계조건

모의를 위한 실험조(2.0m×0.5m×1.0m(W×B×H))의 격자는 65,340개로 나누었으며, 수심은 실험조건과 같은 0.6m로 했다. 수렴은 정상상태일 경우 1000번을 반복하거나 허용오차가  $1 \times 10^{-3}$ 이하가 되도록 했으며, 비정상상태의 경우는 30초 단위별로 50회 반복하거나 허용오

차가  $1 \times 10^{-3}$  이하가 되도록 했다. 이와 같은 막대한 양의 전산처리는 KISTI의 FRONTSMP 슈퍼컴퓨터를 이용했기 때문에 가능했다. 모델의 선형 밀도경사는 주어진  $P_N$ 와  $Q_B$  조건하에서 식 (14)를 이용해 구했다.

$$N^2 = \frac{\Delta \rho}{\rho_s} \frac{g}{H} \quad (14)$$

$g/H$ 와  $N^2$ 은 이미 알고 있는 값이므로  $\Delta \rho/\rho_s$ 를 구한 다음, 수표면의 온도를 기준으로 밀도경사에 상응한 값이 바닥온도가 되도록 했다. 경계조건으로서 운동에너지는 산기관에서의 기포 상승속도이며, 해당 공기량에 상응하는 상승속도를 실험조에서 관측해 사용했다. 관측결과 기포상승속도와 공기량과의 관계는 Asaeda와 Imberger(1993)가 무차원값으로 제안한 식 (15)와 근사했기 때문에 이 식을 이용해서 주입공기량에 대응하는 기포 상승속도로 환산해서 입력하였다. 또한 식 (16)을 이용해 수심에 따른 공기팽창효과도 고려했다.

$$\text{대표상승속도 } W_b = 6.0 \left( \frac{Q_B g}{H} \right)^{1/3} \quad (15)$$

$$Q_B = \frac{H_A}{H_T} \times Q_0 \quad (\text{m}^3/\text{sec}) \quad (16)$$

여기서,  $Q_0$ 는 대기압하에서의 주입공기량

## 2.2 Lab scale 실험

모델 검증 및 유동장 분석을 위해 Photo. 1과 같은 대형의 다목적 투명아크릴 탱크 [2.0m×0.5m×1.0m (W×B×H)]를 제작해서 수행했으며, 기존연구는 1개의 버블플룸만을 취급했을 뿐만 아니라, 확산 등의 영향은

고려하지 않았기 때문에 W(0.4m)~H(1.0m) 정도로 작게 제작되었었다. 본 실험장치는 크게 ①실험조 ②밀도성층 제작 ③밀도변화 관측 ④기포발생장치 ⑤유동장 추적으로 구분할 수 있다.

지금까지의 연구는 소금물을 이용한 Two-tank system에 의해 성층을 만들어 왔으나, 이들 방법은 시간이 많이 걸리고 실험자의 숙련도에 크게 의존해야 되므로 재현성에 문제가 있었을 것으로 판단된다.

또한 실제 저수지의 성층강도를 훨씬 넘는 밀도류를 소금물로 만들었기 때문에 저수지와 같은 담수호에 적용하는데는 현실성이 결여된 점도 있어 왔다. 본 연구에서는 히터에서 원하는 온도로 가열된 온수를 동관을 통해 순환시켜 어떠한 자연성층도 쉽게 재현할 수 있도록 했다. 최대 제작 가능한 성층온도는  $45^\circ\text{C} \sim 18^\circ\text{C}$ 로서 거의 대부분의 저수지에서 발생하는 온도조건을 재현할 수 있도록 했으며, 순환열선에 높낮이 조절용 피스톤을 부착시켜 상하좌우 등 전방위 이동이 가능하도록 했다.

본 실험은 비교적 일정한 경향을 갖는 흐름의 거동 해석을 위해 선형성층을 대상으로 했다. 또한 다양한 조건의  $P_N$ 를 만들기 위해 분당 15ml~200ml의 공기를 미량 주입할 수 있는 특수펌프를 사용했다. 기포크기는 플룸강도를 결정하는 주요인자로서 그동안 많은 연구자들은 세라믹 산기관, 주사기는 물론 유체에 계면활성제 등을 주입해서 최대한 작은 기포를 만들려고 노력했다. 그러나 그 크기는 대개 약 2mm 정도로서 상대적으로 Reynolds 수가 큰 난류를 만들어 강한 플룸을 만드는 데 한계가 있어 왔다. 그러나 본 연구에서는 기포크기가 0.1mm~0.8mm까지 충분히 작은기포를 만들 수 있는 glass filter를 이용해서 보다 강한 플룸을 만들었다.

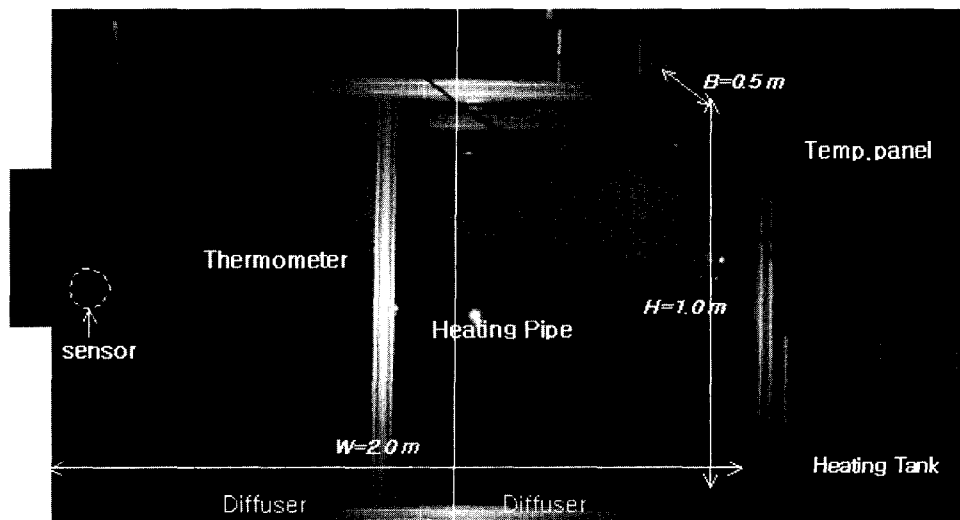


Photo. 1. Views of experimental tank and heating device

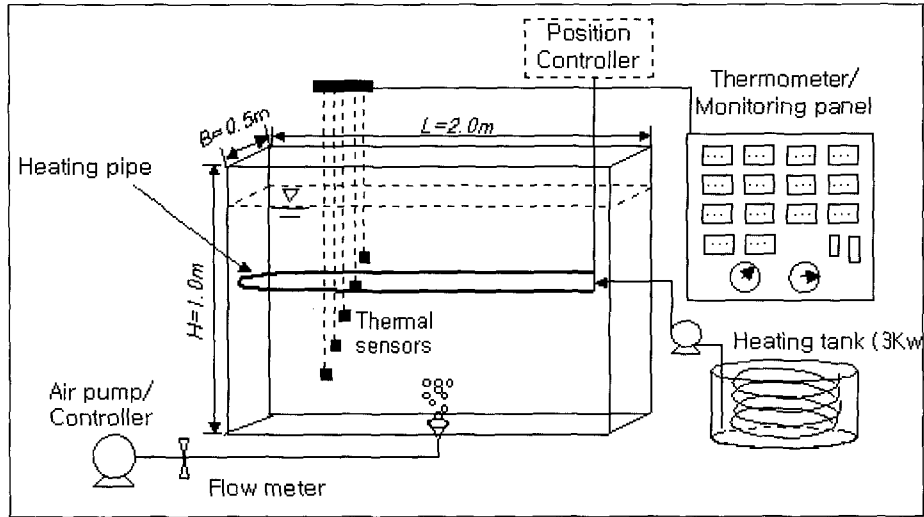


Fig. 1 Schematic Diagram of Experimental Device

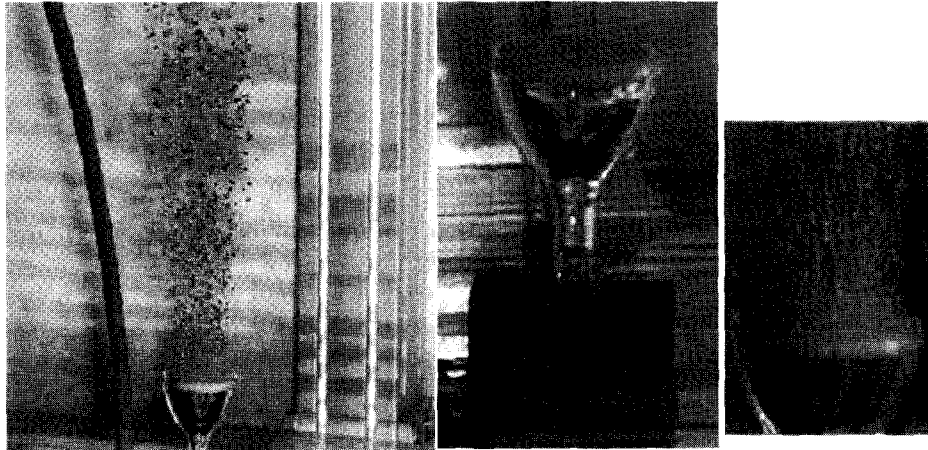


Photo. 2. Views of air diffuser and bubbles

유동장 추적은 염료나 추적자 등의 약품을 주입해서 육안이나 후로로메타에 의해 농도를 측정하는 방법과 PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용하여 측정하는 방법 등이 있다. 기존연구는 염료를 주입해서 비디오나 사진기 등을 이용해 육안으로 유동장과 상승속도를 측정했다. 본 연구에서는 비중이 물과 거의 비슷해 분자 확산이 거의 없는 특수염료(Rhodamine WT)를 이용해서  $P_N$ 에 따라 변하는 유체의 유동형태를 관측했으며, 역시 비디오나 사진기 등도 이용했다. 주입공기량, 성층강도 및 디퓨저 배치간격에 따라 변하는 모멘텀 증첩영향이 탈성층 효율에 미치는 영향을 추적하기 위해 두 개의 디퓨저 사이 중간에 온도계(11개@6cm)를 수직으로 설치한 다음 시간에 따른 온도 변화를 관측했다. 이들 온도계 역시 좌우 이동은 물론 피스톤을 이용해 상하로 10cm 범위 내에서 이동할 수 있도록 함으로써

전층의 온도 변화를 정확하게 감지할 수 있게 하였다.

### 3. 결과 및 토의

#### 3.1 버블플룸의 증첩영향과 성층파괴 발달

비정상상태의 탈성층 발달과정과, 버블플룸의 배치간격이 탈성층 효율에 어떤 영향을 미치는지를 정량적으로 밝히기 위해 실험과 모델링을 했다. Table 1에서 알 수 있듯이 성층강도와 주입공기량은 Asaeda와 Imberger (1993)가 제안한 Type-1(PN 30)의 조건으로 했으며, 플룸간격은 수심의 1배, 1.5배 그리고 2배로 각각 달리하면서 증첩영향을 추적했다.

Fig. 2과 3은 모델링 및 실험 결과로서 시간과 디퓨저의 간격에 따라 변하는 성층파괴 과정을 잘 보여주고 있으며, 탈성층 발달 경향과 파괴시간이 거의 일치

하고 있는 것으로 보아 본 모델은 적절하게 구축된 것으로 판단된다. Fig.2 Case-1 (a)의 경우 실험결과와는 달리 수표면에서 성층파괴가 급격하게 일어나는 현상을 볼 수가 있는데 이는 실험시 수표면의 온도가 주변의 영향을 받았기 때문인 것으로 판단된다. 또한, 상대적으로 무거운 바닥층은 상층에 비해 성층을 더 오래 유지하고, 시간이 지남에 따라 약층이 서서히 하강해서 최종적으로 완전 혼합되는 기존의 "Filling-Box"(Bains과 Leitch, 1992) 현상 역시 잘 묘사하고 있다.

Fig. 2는 모델링 결과로서 Case-1과 Case-3를 비교

할 때 배치간격에 따라 중첩영향이 확실히 다르게 발생하는 것을 보여주고 있다. 즉, Fig. 2(a)의 경우 각 플룸에서 발생한 수표면의 수평 모멘텀 흐름이 인접 플룸에서 발생한 수평흐름과 충돌해서 수심방향으로 진행되는 과정에서 불안정한 온도분포를 보이고 있고, 180초가 경과했을 때의 온도분포 곡선을 보면 이들의 중첩영향으로 하부에서 연행된 무거운 유체가 상부에서 하부로 침투하면서 성층파괴가 상부에서 하부로 진행되는 현상을 분명히 보여주고 있다. 또한, Fig. 2(a)의 경우 360초가 경과한 시점에서의 온도는 약 24°C로 성층파괴가 거

Table 1. Schemes of modeling and experiment (at PN 30)

구분	모델조건(a)	실험조건(b)
Case-1 (간격 : 1.0H = 60cm)	온도경사 28°C~19°C 상승속도 22.3cm/sec	온도경사 28°C~19°C 주입공기량 200m <sup>3</sup> /min
Case-2 (간격 : 1.5H = 90cm)		
Case-3 (간격 : 2.0H = 120cm)		

여기서, H 는 수심

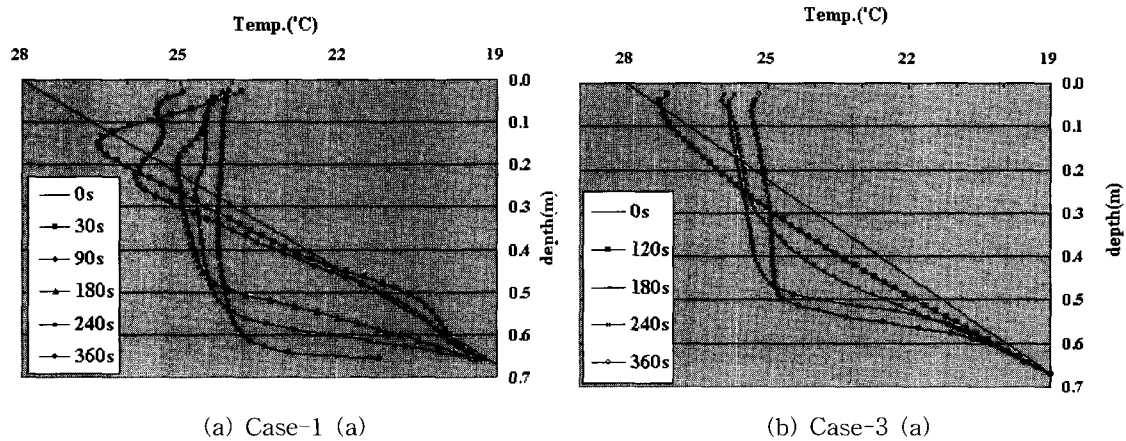


Fig. 2. Typical change of predicted temperature profile by modeling

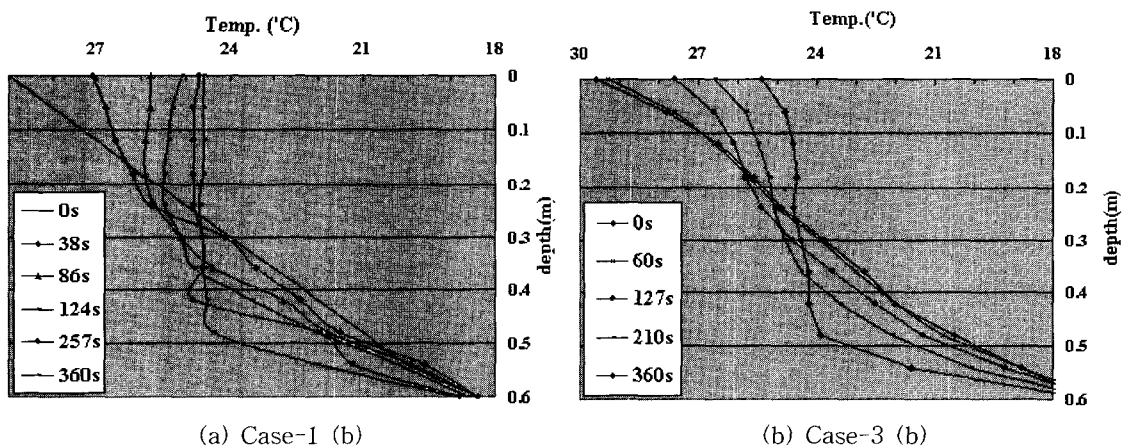


Fig. 3. Typical change of measured temperature profile by experiment



의 이루어진 반면, 간격이 2배인 Fig. 2(b)의 경우에는 상대적으로 중첩영향이 거의 없을 뿐 만 아니라 같은 360초가 경과한 시점에서 하부는 아직 약 25°C~26°C의 온도분포를 보이는 등 성층과파가 상대적으로 더디게 일어났다.

이들 모델결과는 Fig. 3의 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 즉, Fig. 3(a)의 경우 Fig. 3(b)와 비교할 때 상층부의 성층과파가 훨씬 빠르게 진행되면서 하부로 진행되는 것을 알 수 있다. 따라서 이들 결과로부터 성층과파 효율은 디퓨서의 배치간격에 따른 모멘텀 중첩영향을 크게 받는다는 것을 알 수 있었다. 따라서, 향후 실제 성층화된 저수지에서 수중폭기 시스템 설계 및 운영시 인접 플룸간 중첩영향을 고려하지 않으면 안될 것이다.

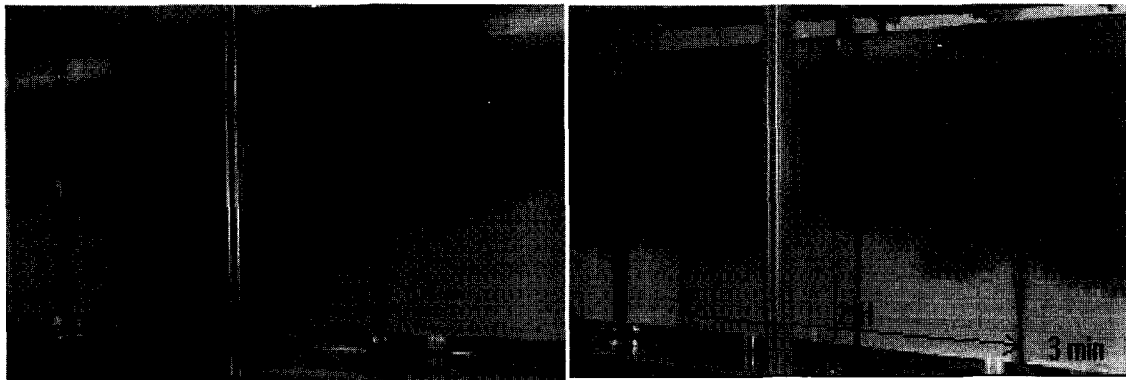
Photo. 3은 염료를 주입해서 중첩영향을 육안으로 확인한 Table 1의 실험결과이다. 실험 초기에 불안정한 공기량으로 성층유체가 교란되는 것을 방지하기 위해 직경 5cm, 길이 1m의 긴 플라스틱 대롱을 디퓨서에 씌운 다음 일정시간이 지나 주입공기량이 안정된 후 염료

주입과 동시에 대롱을 제거했다.

사진에서 볼 수 있듯이 간격이 작을수록 혼합이 보다 강하게 일어나고 있음을 알 수 있다. 즉, Photo. 3(a)의 경우 약 2분이 경과했을 때 중간지점에서의 성층과파가 대단히 빠르게 진행된 반면, Photo. 3(b)의 경우 3분이 경과했음에도 불구하고 플룸 중간에서의 중첩영향은 거의 없는 것을 알 수 있다.

이상과 같이 성층화된 유체내에서 인접 플룸간의 중첩영향을 분명히 확인 할 수 있었으며, 실험을 통해 본 모델의 유효성 역시 검증되었다고 판단된다. 더 나아가 구축된 모델을 이용해 유동장 모사를 통한 중첩영향을 3차원으로 알아보기로 했다. 물론 Table 1의 PN 조건에서도 유동장의 중첩영향을 확인할 수 있었으나 보다 분명한 중첩영향을 보여 주기 위해 비교적 높은 PN 조건을 택해 모의해 보았다.

Fig. 4는 플룸의 간격이 수심의 1배와 2배 일때의 속도벡터다. 그림에서 알 수 있듯이 수평흐름의 충돌로 인해 생긴 모멘텀 중첩영향 때문에 간격에 따라 플룸 좌우의 속도장 변화가 뚜렷히 다른 것을 알 수 있다. 플



(a) Case-1 (b)

(b) Case-3 (b)

Photo. 3. Typical flows from experiment

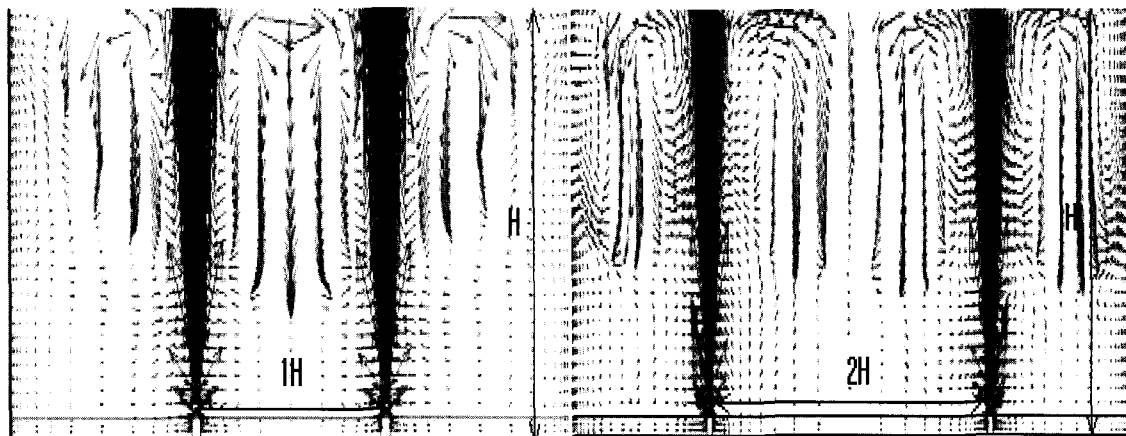


Fig. 4. Combined effect as velocity vector by modeling (at PN 20,000)

를 간격이 좁을수록 훨씬 강한 하향흐름이 만들어져 더 깊게 침투하는 반면, 플룸 중첩효과가 없는 벽측 흐름은 수표면을 따라 흐르던 흐름이 음의부력에 의해 침강한 다음 벽에 막혀 흐름이 계속 진행하지 못하고 일부는 벽을 따라 수표면으로 상승하고 일부는 벽을 따라 하강한 다음 플룸으로 재순환되는 현상을 확인 할 수 있었다.

이러한 경향은 Fig. 2, 3 및 photo. 3의 결과와도 잘 일치하고 있다. 따라서, 디퓨서의 배치간격은 성층과괴 정도 및 기간에 직접적으로 큰 영향을 미칠 수 있음을 재차 확인 할 수 있었다.

### 3.2 플룸간격이 탈성층 효율에 미치는 영향 평가

3.1절에서 얻은 결과들을 통해 검증된 본 모델을 이용해서 보다 응용 가능한 설계기준과 운영기준을 제시하기 위해 Table 2와 같이 12가지의 경우를 대상으로 다양한 PN 조건하에서 플룸간격이 탈성층 효율에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 알아보았다.

성층유체의 탈성층 효율, 즉, 탈성층 정도는 결국 주어진 단위시간 동안 주입된 에너지가 얼마만큼 위치에너지를 증가시켰는가에 있다고 할 수 있을 것이다 (Larson과 Jönsson, 1996; Asaeda와 Imberger, 1989, 1993). 성층화된 저수지를 탈성층화 시킬 때 중요한 관심사항은 물리적인 에너지가 위치에너지를 증가시키는데 사용된 백분율로 정의되는 에너지효율  $\eta$ 로서, 적절한 운동에너지를 가지면서 위치에너지를 최대한 증가시키는 것이다.

강제순환시 밀도가 큰 무거운 유체는 상승해서 가벼운 유체와 섞여 위치에너지를 커지고, 기포에 의해 전달된 운동에너지의 대부분은 난류를 계속적으로 만들면서 결국 열로 소산된다. Asaeda와 Imberger(1989, 1993)와 Zic 등(1992)에 의하면 최대 혼합 효율은 약 12% 정도라고 한 반면, Stefan과 Gu(1992)는 서로 다른 깊이에서 선택적 공기주입과 jet reinjection에 대한 연구결과 12%~33%  $\eta$ 값을 얻었다고 보고된 바 있다.

Asaeda와 Imberger(1989, 1993) 역시 저수지에서 버블플룸 설계시 가장 중요한 요소로 기포에 의해 공급된 운동에너지가 위치에너지로 전환되는 것이라고 했다.

즉,  $\Delta E$  가  $\Delta t$  시간 동안의 위치에너지 변화라고 하면, 효율  $\eta$ 는 다음 식 (17)과 같다.

$$\eta = \Delta E / [\rho^* Q_0 g H_A \ln(1+H/H_A) \Delta t] \quad (17)$$

여기서,  $H_T$ 는 총수두(= $H_A+H$ ),  $H_A$ 는 대기압 수두,  $H$ 는 수심

$\rho^* Q_0 g H_A \ln(1+H/H_A)$ 는 대기압 상태의 수심  $H$ 에서  $Q_0$ 로 공기를 압축하기 위해 필요한 일이며, 효율은 일반적으로 시간에 따라 감소하나 흐름이 type-1에서 type-2로 바뀔 때  $P_N$ 와 함께 빠르게 증가하고 type-2에서 type-3로 바뀔 때 서서히 감소한다고 주장했다. 작은  $P_N$ 에서 효율이 낮은 이유는 약한 성층에 과도한 에너지가 주입되기 때문이다. 즉, 에너지의 대부분은 난류발생으로 소산되기 때문이다. 본 연구에서 이용된 효율계산은 Asaeda와 Imberger(1989, 1993)가 제안한 식 (17)을 이용했다

Table 2의 12가지 경우를 대상으로 한 모의 결과는 Table 3 및 Fig. 5, 6과 같다. 즉, Fig. 5에서 볼 수 있듯이  $P_N$ 가 크고 간격이 좁을수록 효율은 증가했으며, 플룸간격이 수심과 거의 같을 때 효율은 Fig. 6과 같이  $P_N$ 에 비례해서 선형적으로 증가하는 것을 알 수 있었다. 그러나 간격이 수심보다 클 경우에는  $P_N$ 에 따라 비선형적으로 증가했다.

이상의 결과로 부터  $P_N$ 가 1000이고, 플룸간격이 수심의 약 1.5배 일 때가 가장 최적인 탈성층 조건인 것으로 판단된다. 플룸간격이 수심의 1.5배 이상일 경우, 효율은 더 이상 나아지지 않고 거의 일정한 값을 보여주고 있는데, 이는 인접 플룸간 상호 중첩영향이 거의 없기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 탈성층을 위한 수중폭기시스템 설계 및 운영시 플룸 배치간격은 수심의 약 1.5배로 하는 것이 가장 바람직 할 것으로 판단된다. 또한  $P_N$  1000에 약 12%의 효율을 갖는 조건으로 주입 공기량을 결정하는 것이 가장 실질적이고 경제적인 방안이 될 것임을 제안한다.

Table 2. Schemes of 12 cases for CFD simulation

Cases	1.0H (a) W=1.0H, 60cm	1.5H (b) W=1.5H, 90cm	2.0H (c) W=2.0H, 120cm
Case-1 $P_N$ 30	온도경사 28℃~19℃, 상승속도 22.3cm/sec		
Case-2 $P_N$ 500	온도경사 30℃~18℃, 상승속도 10.3cm/sec		
Case-3 $P_N$ 1000	온도경사 30℃~16℃, 상승속도 8.2cm/sec		
Case-4 $P_N$ 1500	온도경사 30℃~7℃, 상승속도 8.2cm/sec		

Table 3. Efficiency obtained by varying space and PN

구분		P <sub>N</sub> 30	P <sub>N</sub> 500	P <sub>N</sub> 1000	P <sub>N</sub> 1500
W=1.0H	△ PE(J)	0.044	0.058	0.067	0.097
	KE(J)	5.718	0.514	0.285	0.285
	η (%)	0.769	11.440	23.443	33.930
W=1.5H	△ PE(J)	0.031	0.020	0.033	0.064
	KE(J)	5.718	0.514	0.285	0.285
	η (%)	0.546	4.024	11.762	22.574
W=2.0H	△ PE(J)	0.008	0.016	0.006	0.059
	KE(J)	6.861	0.514	0.285	0.285
	η (%)	0.127	3.147	2.286	20.920

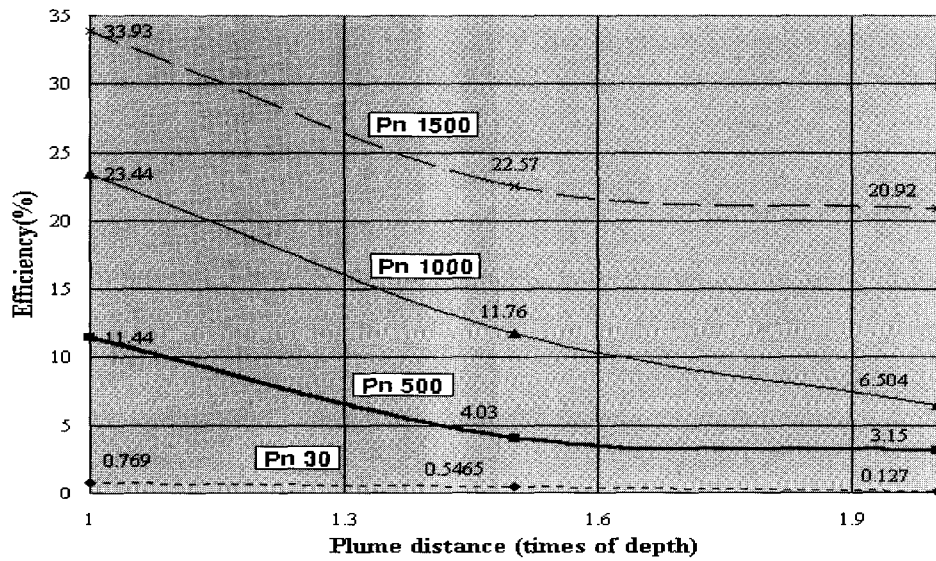


Fig. 5. Relationship between plume spacing and efficiency at various PN

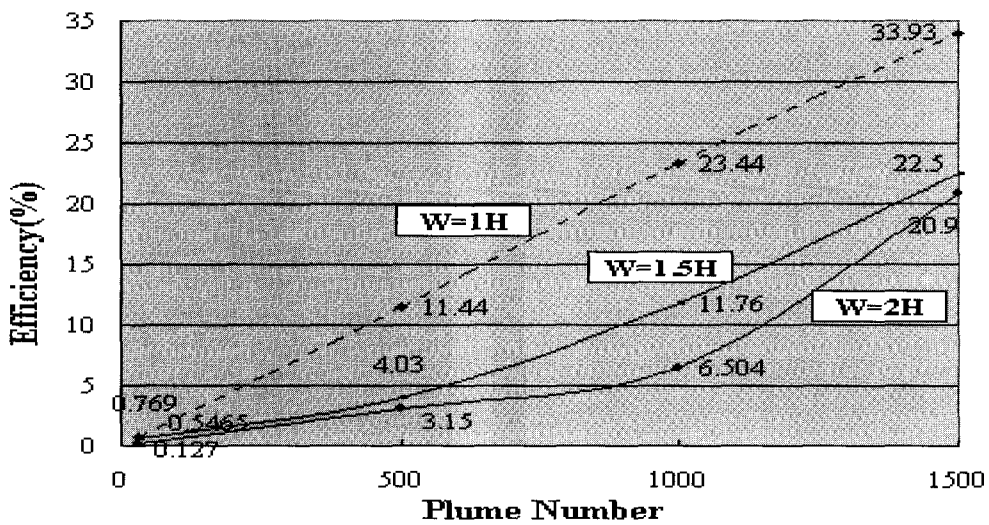


Fig. 6. Relationship between PN and efficiency at various plume spacing

#### 4. 결 론

- (1) 전산유체역학을 이용해 성층화된 유체내에서 2상 (공기-물) 유체의 유동장 및 밀도변화에 대한 정상상태와 비정상상태의 수리동역학적 거동을 3차원으로 해석할 수 있는 모델을 구축하였으며, 그 유효성은 실험을 통해 검증되었다.
- (2) 기존연구와는 달리 소금물을 이용하지 않고 가열순환수를 이용해 임의 조건의 밀도성층을 용이하고 정확하게 재현시키는 방법을 개발하였으며, 1mm 이하의 작은 기포생산이 가능해져 기포크기에 따른 다양한 형태의 플룸 거동연구가 가능하게 되었다.
- (3) 2상 전산유체 모의 및 실험결과, 성층파괴를 통한 저수지 수질개선을 위해 수중폭기 시스템 도입시 인접 플룸간의 모멘텀 중첩영향이 탈성층 효율에 미치는 영향을 무시할 수 없기 때문에 이에 대한 고려를 해야 될 것으로 판단된다.
- (4) 탈성층 효율은 플룸간 배치간격이 수심과 같을 때 선형적으로 증가했으며 그외의 경우에는 비선형적으로 증가했다. 그리고, PN가 크고 플룸간 간격이 좁을수록 중첩영향의 효과가 크기 때문에 효율이 컸고 기울기도 컸다. 또한, 가장 최적의 효율을 갖는 탈성층 조건은 플룸 배치간격이 수심의 1.5배 그리고 PN가 1000일 경우로 판단된다.
- (5) 성층강도, 주입공기량에 따른 플룸 배치간격이 성층파괴에 미치는 영향을 정량적으로 밝혀냄으로써 계절별 수위와 성층강도가 다른 실제 저수지에서 수중폭기시스템 배치 및 운영은 물론 성층의 조기파괴 필요시 플룸간격을 조절하여 중첩효과를 이용할 수 있는 새로운 가능성을 제안한다.

#### 감사의 글

본 연구는 과기부의 Frontier 사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업 과제에 지원을 받아 수행되었으며, 주관연구기관인 한국수자원공사와 참여기업인 효림(주)에 깊은 감사의 말씀을 드립니다. 또한, 본 연구를 위해 많은 조언을 해주신 일본 사이따마 대학교의 Takashi Asaeda 교수님께도 심심한 감사의 말씀을 드립니다.

#### 참 고 문 헌

한국수자원공사 (2000.12). 200년 수중폭기효과 분석보고서, 수도관리 67400, 2000-41

- Asaeda T. and Imberger J. (1989). "Behaviors of bubble plumes in a linear stratification." *Proc. JSCE*, Vol. 411, pp. 55-62 (in Japanese).
- Asaeda T. and Imberger J. (1993). "Structure of Bubble Plumes in Linearly Stratified Environments." *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 35-57.
- Baines W. D. (1975). "Entrainment by a plume or a jet at a density interface." *J. Fluid Mech.*, Vol. 68(2), pp. 309-320.
- Baines W. D. and Leitch A. M. (1992). "Destruction of stratification by bubble plume." *J. Hydraul. Engng. ASCE*, Vol. 118, pp. 559-577.
- Barker J. L. (1976). "Effects of air injection at Prompton Lake." Wayne Co, Penn. *J. Res. USGS* 4(1), pp. 19-25.
- Benoit Cushman-Roisin (1994). *Introduction to geophysical fluid dynamics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, pp. 123-134.
- Bernhardt H. (1967) "Aeration of wahnbach reservoir without changing the temperature profile." *J. Am. Water Works Assoc.*, Vol. 59, pp. 266-275.
- Bulson P. S. (1961). "Current produced by an air curtain in deep water." *Dock Harbour Authority*, Vol. 42, pp. 15-22.
- Drury D. D., Porcella D. B. and Gearheart R. A. (1975). "The effects of artificial destratification on the water quality and microbial populations in Hyrum reservoir." Utah Water Res. Lab., Utah State University, Logan, Utah. PREJEW011-11.
- Fannelop T. K., Hirshberg S. and Küffer J. (1991). "Surface current and recirculating cells generated by bubble curtains and jets." *J. Fluid Mech.*, Vol. 229, pp. 629-657.
- Fischer H. B., Imberger J., Brooks N. H. and List E. J. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, INC. (London) LTD., pp. 150-228.
- Imteaz M. A. and Asaeda T. (2000). "Artificial mixing of lake water by bubble plumes and effect of bubbling operations on algal bloom." *Wat. Res.* 34, pp. 1919-1929.
- Knoppert P.L., Rook J. J., Hofker T. and Oskam G. (1970). "Destratification experiments at Rotterdam." *J. Am. Water Wastewater Assoc.*, Vol. 62, pp.

448-454.

Kobus K. O. (1968). "Analysis of the flow induced by a air-bubble system." *Proc. 11th Conf. Coastal eng.* London, pp. 1016-1031.

Kojima S. (1983). "Aeration of impounded water." *J. of Water Reuse Technology*. Vol. 8, No 4, pp. 49-53.

Larson M. and Jönsson L. (1996). "Efficiency of mixing by a turbulent jet in a stably stratification fluid." *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, Vol. 24, pp. 63-74.

Lorenzen M. and Mitchell R. (1973). "Theoretical effects of artificial destratification on algal production in impoundments." *J. of Environmental Science and Technology*. Vol. 7, pp. 939-944.

Malueg K., Tilstro J., Schultz D. and Powers C. F. (1971). "The effect of induced aeration upon stratification and eutrophication processes in an Oregon Farm Pond." *Proceedings of the International Symposium on Man-made Lakes, Knoxville, Tennessee*.

McDougall T. J. (1978). "Bubble plumes in stratified environments." *J. Fluid Mech.*, Vol. 85(4), pp. 655-672.

Milgram J. H. (1983). "Mean flow in round bubble plumes." *J. Fluid Mech.*, Vol. 133, pp. 345-376.

Robinson E. L., Irwin W. H. and Symons J. M. (1969). "Influence of Artificial destratification on Plankton Populations in Impoundments." *Trans. Kint. Acad. Sci.* Vol. 30(12), pp. 1-18.

Schladow S. G. (1993). "Lake Destratification by bubble plume systems: Design methodology." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 119(3), pp. 350-368.

Stefan H. G. and Gu, R. (1992). "Efficiency of jet-mixing of temperature - stratified water." *J. Environ. Eng.*, Vol 118(3), pp. 363-379.

Stephens R. and Imberger J. (1993). "Reservoir destratification via mechanical mixers." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 119(4), pp. 438-457.

Wilkinson D. (1979). "Two-dimensional bubble plumes." *J. Hydraul. Div. ASCE*, Vol. 105(HY2), pp. 139-154.

Zic K., Stefan H. G. and Ellis C. (1992). "Laboratory study of water destratification by a bubble plume." *J. Hydraul. Res.*, Vol. 30(1), pp. 7-27.

(논문번호:03-66/접수:2003.08.16/심사완료:2004.02.18)