유체-구조 상호작용을 적용한 튜브다발의 유체탄성불안정성 과도적 전산해석

이 민 형† · 김 용 찬*

(2003 년 8 월 7 일 접수, 2003 년 12 월 23 일 심사완료)

Multi-Physics Simulations of Fluidelastic Instability for Tube Bundles in Cross-Flow

Minhyung Lee and Yongchan Kim

Key Words : Fluid-Structure Interactions(유체-구조상호작용), Tube Bundles(튜브다발), Fluidelastic Instability(유체탄성불안정성), Connor's Equation(코너 방정식)

Abstract

Failure of tube bundles due to excessive flow-induced vibrations continues to affect the performance of nuclear power plant Early experimental studies concentrated on rigid structures and later investigators dealt with elastic structures because of their importance in many engineering fields. On the other hand, much less numerical work has been carried out, because of the numerical complexity associated with the problem. Conventional approaches usually decoupled the flow solution from the structural problem. The present numerical study proposes the methodology in analyzing the fluidelastic instability occurring in tube bundles by coupling the Computational Fluid Dynamics (CFD) with the tube equation of motions. The motion of the structures is modeled by a spring-damper-mass system that allows transnational motion in two directions (a two-degree-of-freedom system). The fluid motion and the cylinder response are solved in an iterative way, so that the interaction between the fluid and the structure can be accounted for propery. The aim of the present work is to predict the fluidelstic instability of tube bundles and the associated phenomena, such as the response of the cylinder, the unsteady lift and drag on the cylinder, the vortex shedding frequency.

기호설명

D	: 관의 지름
M^*	: 질량비 ($m/\rho D^2$)
k	: 강성 행렬
K	: 유체탄성 불안정성 계수
V	: 체적
fn	: 관의 주파수
m	: 단위 길이 당 질량
t	: 시간
P	: 튜브 간의 거리
p	: 압력
S_t	: Strouhal 수 ($=fD/U$)
U	: 유속
ω_n	: 튜브 고유 진동수

그리스문자

ς	: 댐핑 비(damping ratio)
ρ	: 밀도
μ	: 점성계수
τ	: 무차원 시간

† 책임저자, 회원, 세종대학교 기계항공우주공학부
Email : mlee@sejong.ac.kr
TEL : (02)3408-3282 FAX : (02)3408-3333
* 세종대학교, 대학원 기계공학과

1. 서 론

원자로, 증기발생기 및 여타 관류형 열교환기(shell and tube exchanger)에서 셸(shell)측 유체의 유동이 튜브군에 가하는 동적 힘에 의하여 여기되는 튜브의 과도한 유동유발진동은 튜브에 impact-fretting-wear 및 피로(fatigue)를 유발하여 부품의 파손을 야기한다. 튜브다발의 유동유발진동(flow-induced vibration)은 주로 2 차 냉각재의 튜브다발에 대한 횡류(cross-flow)에 기인하며 평행류(parallel-flow)에 의한 튜브진동은 거의 문제시 되지 않는 것으로 알려져 있다.[1] 튜브다발에서의 과도한 진동을 야기시키는 유동기인 진동야기 메커니즘에는 다음의 4 가지로 유체탄성불안정성(fluidelastic instability), 주기적 실린더 후류 보텍스 쉐딩 (periodic wake shedding), 난류 여기 및 acoustic resonance 이다.

보텍스 쉐딩과 유체탄성불안정성은 고진폭의 과도한 튜브진동을 수반하므로 심각한 튜브파손을 초래할 수 있는 유동유발진동기구들이다. 그러나, 이러한 보텍스 쉐딩 진동기구는 발생되는 교번양력이 상대적으로 큰 고밀도의 단일액상 유동장에서만 특별히 나타날 수 있고 밀집된 튜브군내부에서는 보텍스 쉐딩 발생여부는 잘 파악되지 않고 있다.

실제로 지금까지 원자력발전소 증기발생기에서 튜브의 유동유발진동 관련하여 발생한 많은 경우의 중요한 튜브파손들은 보텍스 쉐딩이 아닌 유체탄성불안정성에 기인하는 것으로 보고되어 있다. 유체의 모든 상(phase)에 걸쳐서 횡유동장에 놓인 밀집한 튜브다발에서만 나타나는 유체탄성불안정성은 외부유체의 횡유동속도가 임계속도를 초과하는 영역에서 발생하는 일종의 자기 여기 진동(self-excited vibration)이며, 여기서 임계속도는 튜브의 제 1 진동 주기중에 유동하는 외부 유체의 동적인 힘에 의하여 튜브에 흡수되는 에너지가 주위 유체로 소산, 감소되는 에너지를 초과하는 횡단유속범위의 최소치이다. 유체탄성불안정성은 극히 단시간 내에 튜브에 급속한 마모 손상이나 고주파 피로를 수반하여 결국 심각한 튜브파손을 초래하게 되므로 재앙적인 튜브파손사고를 초래할 잠재성이 가장 큰 유동유발진동기구이다.

유체탄성불안정성은 실린더 후류에 생성되는 주기적인 보텍스 쉐딩의 공진메카니즘과는 분명히 다르다. 공진메카니즘은 보텍스 쉐딩주기와 튜브의 고유진동수가 일치하는 경우에 생기며 따라서 이 공진현상은 유동속도가 증가하면 다시 소멸하게 된다. 하지만 유체탄성불안정성은 속도가 증가하면 계속하여 증가하게 되는 현상이다.

결국 튜브의 파괴(failure)의 원인이 되는 문제점을 해결하기 위하여 설계단계에서부터 유동유발진동해석의 수행이 필요함은 자명하다. 지금까지는 실험적으로 유체탄성불안정성에 대한 연구를 수행하여 왔다. 하지만 여전히 불안정성의 규명에 난제들이 존재하고 있는 실정이다. 또한 이상유동에서는 실험 자체의 어려움이 현존한다.

따라서 본 연구에서는 유체탄성불안정성 평가를 유체-구조 실시간 상호작용 해석기법을 적용한 직접적 연계수치기법 (Multi-Physics Simulation)을 사용하여 수행한다. 연계해석이란 역학적분야의 두 개 이상의 매질들의 상호작용을 각각의 적용원리들을 사용하여 실시간으로 연계(coupling)하여 보다 실질적인 해석결과를 얻고자 하는 발전된 수치기법이다.

2. 전산해석 이론

본 연구에서는 두 매질의 상호작용을 실시간 수치해석으로 다룬다. 매 시간 스텝에서의 계산과정은 다음과 같이 세가지로 이루어진다.

- 먼저 유동해석을 수행한다. 구조물 경계면에서의 압력을 적분하여 힘벡터를 구한다.
- 구하여진 힘을 하중으로 적용하여 구조해석을 수행하였다. 본 연구에서는 강체 실린더로 해석하기 때문에 각각의 실린더들의 중심변위를 구한다.
- 실린더들의 변위에 따라 유동영역의 메쉬를 재배치하며 이에 따라 물성들을 대류한다.

이러한 계산을 위한 비정상 유동해석부분 (Fluid Solver)과 비정상 구조해석부분(Structural Dynamics) 각각의 기법들을 아래에 간단히 기술한다.

2.1 유동해석 이론

비압축성 및 압축성 유동에 대한 질량 및 운동량보존 방정식은 움직이는 좌표축을 고려하여 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\rho)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\overline{u_j})=s_m \tag{1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\overline{u_j}u_i-\tau_{ij})=\frac{\partial p}{\partial x_i}+s_i \tag{2}$$

여기서, x_i : 직교좌표축(I=1,2,3)
u_i : 좌표축 방향의 절대유체속도 성분
$\bar{u}_j$: $u_j - u_{cj}$, 속도 u_{cj}로 움직이는 좌표축과 유동간의 상대속도
τ_{ij} : 응력텐서
s_i : 운동량 소스 성분

층류유동의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\tau_{ij} = 2\mu s_{ij} - \frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{3}$$

여기서 μ는 점성계수이고 δ는 "Kronecker delta"이다. 변형률텐서 s_{ij}는 다음과 같다.

$$s_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{4}$$

앞에서의 질량 및 운동량에 대한 지배방정식을 유한체적법을 사용하여 차분화하였다. 차분화하여 만들어지는 유한체적 대수방정식을 시간에 대한 fully implicit method 과 공간에 대한 2 차정확도를 지닌 중앙차분법기법을 사용하였다. 특히 최근의 기법으로 비정상 문제에 더욱 효율적인 PISO 기법[3]을 본 연구에서는 적용하였다.

시간간격은 테스터이후 모두 일관성을 유지하여 전체계산을 dtU/D = 0.02 에서 수행하였다. 매 시간스텝에서의 수렴은 레지듀얼 토러런스값을 속도에 대하여는 0.01 그리고 압력은 0.001 로 설정하였으며 이 경우 대체로 수렴까지 5 회 반복계산이 소요되었다.

2.2 실린더 진동방정식

긴 원형 실린더(튜브)에서 양 끝 단은 지지되어 있으며 축방향으로 가장 큰 진동진폭을 나타내는 지점에서의 2 차원 단면에 대해여 spring-damper-mass 시스템으로 취급한다. 그러면 2 차원 원형 실린더의 운동방정식으로 다음과 같이 표현된다.[4]

$$\frac{d^2\chi}{dt^2} + 2\alpha w_n\frac{d\chi}{dt} + w_n^2\chi = \frac{Q(t)}{m} \tag{5}$$

여기서, $\chi = x+y$, x 그리고 y 는 x-y 직교 좌표계에서 순간이동의 실린더 움직임이고 는 구조적 소산에서 유래된 감쇠이며 $w_n = \sqrt{k/m} = 2\pi f_n$ 은 실린더의 각 고유진동수이다. 또한 k 는 실린더의 강성이고 $Q(t)$는 실린더에서의 유도된 작용 유체력이다. 무차원 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2\Psi}{d\tau^2} + 4\alpha\pi St^*\frac{f_n}{f_s^*}\frac{d\Psi}{d\tau} + \left(2\pi St^*\frac{f_n}{f_s^*}\right)^2\Psi = \frac{C_f}{2M^*} \tag{6}$$

여기서, $\Psi = x/D$ 그리고 $\tau = tU/D$, f_n 은 실린더의 고유진동수, f_s^*는 강체 실린더의 와류 발생 진동수, $St^* = f_s^*D/U$ 는 강체 실린더의 Strouhal 수, $C_f = 2Q(t)/\rho DU^2$ 는 유체력계수이다. $M^* = m/\rho D^2$ 은 질량비이다. 식 (6)의 무차원 운동방정식을 직접적분방법(Direct integration method)으로 실린더 변위를 계산한다.

2.3 Fluid-Structure Coupling 과 양력 및 항력

실린더에 작용하는 힘은 표면에서의 압력 (p)과 점성력 ($\tau_w = \mu(u_2 - u_1)/\Delta r|_{wall}$) 을 적분하여 구한다. 실린더 표면에서 정확도를 보장하기 위하여 실린더 주위에 조밀하게 메쉬를 분포하여 약 240 개의 절점을 설정하였다. 또한 움직이는 실린더의 해석에서 정확성과 일관성을 유지하기 위하여 실린더 표면에 접하는 3 개의 메쉬들은 두께를 일정하게 만들었으며 이 들은 모두 실린더와 같이 움직이도록 설정하였다. 전체 힘은 다음과 같은 벡터식으로 표현된다.

$$F = F_x i + F_y j \tag{7}$$

구하여진 힘을 이용하여 항력 및 양력계수는 다음과 같이 구한다.

$$C_D = \frac{2F_x}{\rho U^2(D)},\quad C_L = \frac{2F_y}{\rho U^2(D)} \tag{8}$$

본 연구에서 다루는 실린더는 매시간스텝에서 변위를 가지는데 이는 유동계산의 경계면이 매 시간스텝에서 변함을 의미한다. 따라서 실린더의 진동에 따른 유동영역을 변형메쉬(moving mesh) 계산 처리한다. 즉, 매 시간스텝에서 실린더 표면에 설정된 절점들을 진동방정식으로부터 변위를 부여받아 움직인다. 그리고 이에 따라 실린더 주위 일정영역에 대해 균일한 메쉬 형태를 유지하기 위하여 라플라스 방정식을 풀어 재배치(mesh remapp

ing)한다. 이 경우 절점들의 변위만 발생하고 연결 관계는 초기의 상태를 유지한다.

3. 실험적 경험식

실험적 경험식에 기초한 설계 가이드라인으로 유체탄성불안정성을 다음과 같은 무차원 유동속도, U_p/fD, 와 무차원 질량감쇠 변수, $2\pi\varsigma m/\rho D^2$ 로 기술하고 있다.[5]

$$\frac{U_{pc}}{fD} = K\left(\frac{2\pi\varsigma m}{\rho D^2}\right)^b \tag{9}$$

여기서 U_{pc} 는 유체탄성불안정성을 야기시키는 외부유동 임계속도, f는 튜브의 주파수, D는 관의 지름, ς 는 댐핑계수(damping coefficient), ρ 는 유체의 밀도, m 은 단위 길이 당의 관 질량이다. 이 질량은 수력 질량 (hydrodynamic mass)과 관 안의 유체 질량을 포함한다. Connors 는 유체탄성불안정성을 설명하는 경험식을 식 (9)와 같이 처음으로 고안하였는데 지수를 0.5 로 제시하였다. 유체탄성불안정성 상수 K 는 보통 실험적으로 결정되어지며 튜브 다발의 형상과 무관하게 평균적으로 4.0 이, 보수적으로는 2.4 의 값이 설계가이드 라인으로 제시되고 있다.[6]

Chen[7]등에 의해 Connor's 방정식이 본 연구에서와 같은 시간영역해석에서의 유체-구조 상호작용 시스템방정식과 동일하다는 사실이 제시되었다.

4. Fluidelastic Instability 결과

4.1 주요 변수 정의

Flow Pitch Velocity : 연구자들에 따라 U_r (reference gap velocity) 또는 U_p (pitch velocity) 등으로 다르게 사용되고 있으나 일반적으로 튜브 다발의 형상에 무관하게 다음과 같이 통일하여 정의한다.

$$U_p = \frac{UP}{(P-D)} \tag{10}$$

여기서 U 는 자유 흐름 속도이다. 불안정성이 발생하는 임계속도 (critical velocity)는 다음과 같이 정의한다. 불안정성이 발생하는 임계속도가 명확하면 그대로 받아들여지나 어떤 경우에는 불투명하게 얻어지는 경우가 있다. 이 경우에는 튜브의 진동수 및 길이에 따라 다르나 대체로 진동폭이 250 에서 750 μm rms 가 나타나는 임계속도로 정의한다.[8]

Hydrodynamic Mass : 유체와의 연계는 튜브다발로 이루어져 있는 열교환기 등의 설계에 아주 중요한 개념이다. Hydrodynamic mass matrix 의 diagonal 항은 부가질량(added mass)으로 주로 off-diagonal 항 없이도 해석이 이루어진다. 부가질량은 튜브 외부에서 튜브의 진동에 따라 같이 움직이는 유효질량을 의미한다.

기존의 실험 자료를 활용하여 다음과 같은 경험식을 제시하고 있다.[8]

$$m_h = \left(\frac{\pi}{4}\rho D^2\right)\left[\frac{(D_e/D)^2+1}{(D_e/D)^2-1}\right] \tag{11}$$

$D_e/D = (1.07 + 0.56\ P/D)\ P/D$, square bundle tube
$D_e/D = (0.96 + 0.50\ P/D)\ P/D$, triangular bundle tube

Damping : 연구자들에 따라 다르게 사용되고 있으므로 많은 오차를 야기시키는 변수이다. 일반적으로 기체에서의 경우 구조감쇠 (예, 마찰이나 지지대와의 충돌)가 대부분의 에너지를 흡수한다. 공기에서는 다음의 감쇠값 (0.2 ~ 0.9 %)을 사용하고 액체에서는 정지한 액체에서의 값 (0.6 ~ 3 %)을 적용한다.

4.2 전산해석 내용

Fig. 1 에서와 같은 튜브 다발에 대해 특정 튜브에 진동센스를 설치하여 자료를 얻는다. 본 연구에서는 우선적으로 Fig. 2 에서와 같이 각각 일정거리 (P) 만큼 떨어진 위치에 지름 D 인 3 개의 실린더를 상하에 설정하였다. 설치된 실린더는 수평 및 수직방향 (x, y)의 이차원 자유도가 부여되어 유동의 가진에 의해 아래위로 변위를 발생시킨다. 이에 따라 실린더 주위 아래 윗면의 메쉬들이 압축과 팽창하게 된다. 메쉬의 크기변동으로 계산의 정확도에 오차를 유발시킬 가능성이 있으므로 본 계산에서는 실린더의 경계층에 두께를 일정한 $0.01D$ 의 셀을 임의로 3 개층 설정하여 이러한 오차를 제거하려고 하였다. 첫 경계층의 두께는 전체 절점의 수 및 실린더면에 설정한 절점의 수 등에 따라 다르며 사각형 메쉬에 가깝게 되도록 설정하였다. 실린더의 변위 크기를 고려하여

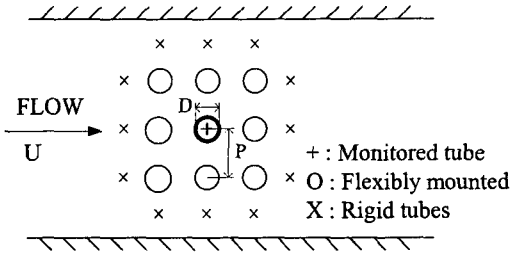

Fig. 1 Tube array geometry

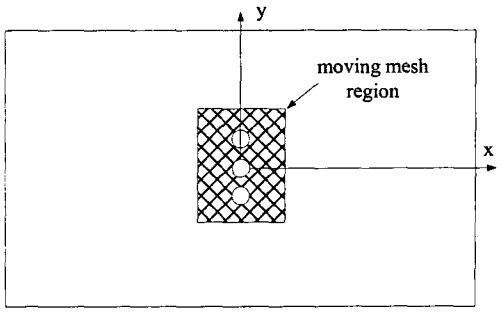

Fig. 2 Computational domains with moving mesh zone

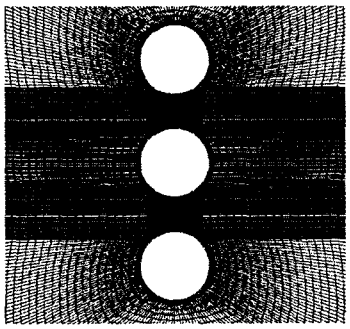

Fig. 3 Moving mesh zone near cylinders

각각의 실린더 아래 윗면에 대해 약 지름의 3 배 크기로 메쉬 재배치 구간을 설정하였다. 실린더와 실린더 간의 간격은 *P/D* 의 값은 변경으로 용이하게 조절된다

입구유동속도는 $u = U$ (1 m/s) 및 $v = 0$ 이다. 출구는 유출조건(outflow condition)이며 아래 위쪽의 경계는 상당한 거리 (50*D*)를 두었기 때문에 자유유동속도와 동일하게 설정하였다. 실제로 이 간격의 크기에 따라 "Blockage Effect" 가 발생하는데 이를 배제하였다. 실린더 면은 점착조건을 설정하였다. Fig. 3 에 실린더 주위 메쉬를 나타내었다.

4.3 결과

검정을 위하여 두 가지 실험자료를 비교하였다 (Table 1 참조). 각각 외부 작용 유체가 액체

Table 1 Parameters for numerical experiments[1]

Test	W&AR85'	Axisa84'
Orient.	90	90
P/D	1.5	1.44
Tube Dia. (mm)	25.4	19.05
Tube Mass (kg/m)	0.607	0.492
Density (kg/m^3)	1000	1.2
Freq. (Hz)	16.9	75.0
Damp. Tot. (%)	0.59	0.2
Tot Mass (kg/m)	1.257	0.492
Crit. Vel. (m/s)	1.05	21.0
Mass Damping	0.107	14.2
Reduced Crit. Vel.	2.45	14.7
Constant *K*	7.5	3.9

(W&AR85)와 기체 (Axisa84)인 경우인데 이는 유효감쇠값이 상당히 다른 경우를 모두 확인하기 위함이다. 두 경우 모두 스퀘어 형상의 튜브 다발인데 기체의 경우 부가질량이 거의 무시 가능하여 튜브의 질량이 전체 시스템의 질량과 동일함에 주의하기 바란다.

Table 1 에 나타난 실험결과는 액체인 경우 임계속도가 2.45 m/s 로 이 경우 K = 7.5 를 얻었다. 또한 기체의 경우 각각 14.7 m/s 와 3.9 가 얻었다. 따라서 K 값의 변동을 나타내었다.

먼저 액체유동에 대한 수치결과를 제시하였다. Fig. 4 에 시간에 따른 진동변위를 가운데 실린더만을 탄성체로 해석한 경우와 모든 실린더를 탄성체로 해석한 경우를 각각 나타내었다. 두 경우 모두 유사하게 속도가 증가함에 따라 진폭이 상당히 증가함을 잘 보여주고 있다. 무차원 시간(τ = dtU/D)으로 약 100 까지 계산을 수행하였다.

속도별로 진폭 RMS 값을 예측하여 Fig. 5 에 제시하였다. 약 속도가 1 m/s 근처에서 진폭이 갑자기 증대함을 잘 보여주고 있다. Table 1 의 실험값 임계속도 1.05 m/s 와 잘 일치함을 알 수 있다.

구하여 진 한계속도를 사용하여 Connor's 방정식에 대입하면

$$\frac{U_c}{fD} = K\left(\frac{2\pi\zeta m}{\rho D^2}\right)^b \qquad (12)$$

$$2.097 = \underline{7.810}(0.072)^{0.5}$$

유체탄성불안정성 상수, K = 7.81 의 값이 얻어졌는데 실험적으로 구하여진 값의 범위이다.

다음으로 기체유동에 대한 결과를 제시하였다. 모든 실린더를 탄성체로 해석하여 시간에 따른 진

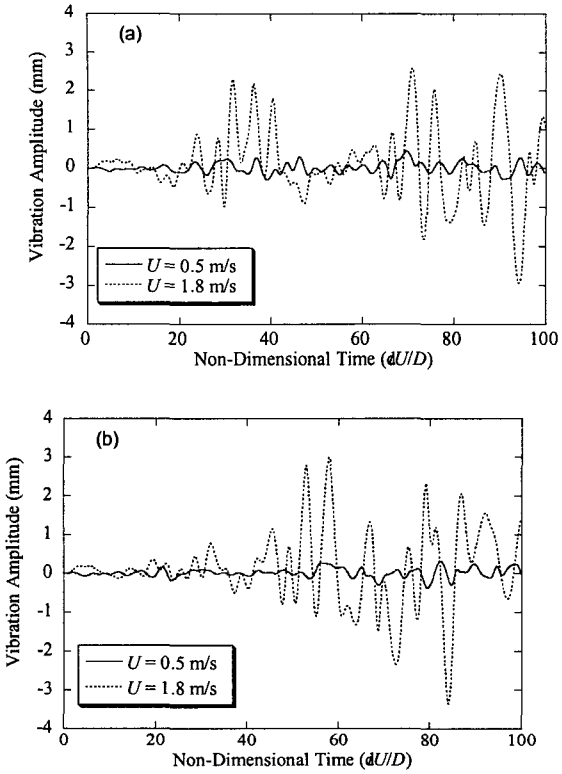

Fig. 4 Vibration amplitude, (a) one tube flexible, (b) all tubes flexible

동변위를 Fig. 6 에 도시하였다. 앞에서와 동일하게 속도가 증가함에 따라 진폭이 상당히 증가함을 잘 보여주고 있다.

속도별로 진폭의 RMS 값을 예측하여 Fig. 7 에 제시하였다. 약 속도가 20 m/s 근처에서 진폭이 갑자기 증대함을 잘 보여주고 있으며 Table 1 의 실험값 임계속도 21.0 m/s 와 잘 일치한다.

구하여 진 임계속도를 사용하여 Connor's 방정식에 대입하면,

$$\frac{U_c}{fD} = K\left(\frac{2\pi\zeta m}{\rho D^2}\right)^b \tag{13}$$

$$15.40 = \underline{4.087}(14.20)^{0.5}$$

K = 4.087 의 값이 얻어지는데 실험적으로 구하여 진 값의 범위이다.

본 수치계산으로 구하여 진 유효감쇠값별로 유체탄성불안정성 상수 K 를 ASME Boilder Code 의 값과 같이 Fig. 8 에 비교하였다. 본 그래프를 안정

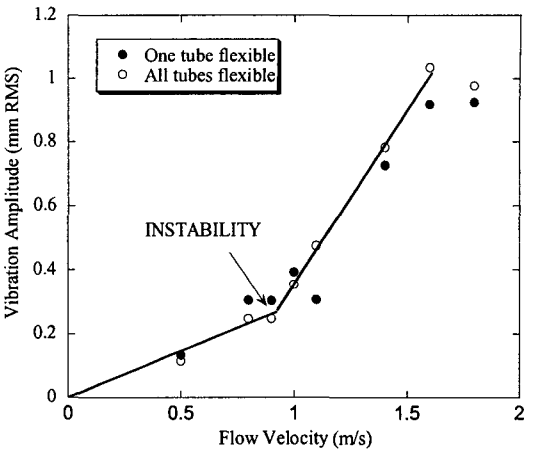

Fig. 5 Vibration amplitudes (mm RMS) in liquid

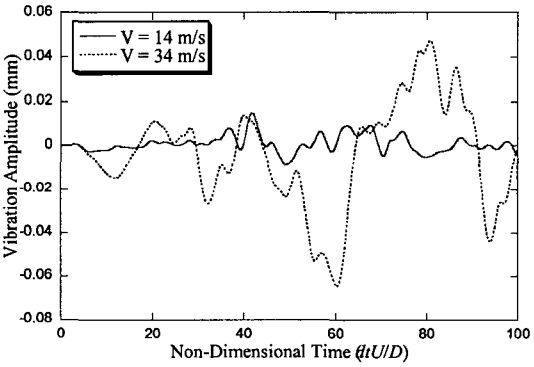

Fig. 6 Vibration amplitudes in gas

화도표(stability diagram)라고 하는데 여러 연구자들의 의해 만들어진 실험적 자료를 통합하여 불안정성이 나타나는 영역을 제시하여 설계에 활용하는 자료이다. 본 연구에서는 두 가지 유효감쇠 계수에 대해 구하여 보았는데 ASME Boilder Code 에서 권고하는 설계 가이드 라인과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 현 연구와 같은 유체-구조 상호작용을 적용한 과도적 수치해석 기술이 실험을 대체하는 연구방안으로 가능함을 보여준다.

5. 결 론

본 연구에서는 유동방향과 수직 (in cross-flow) 으로 놓여있는 다중 실린더구조물의 유동유발진동을 해석하기 위하여 유체-구조 상호작용 과도적 전산기법을 적용하였다. 해석 결과를 기존의 실험

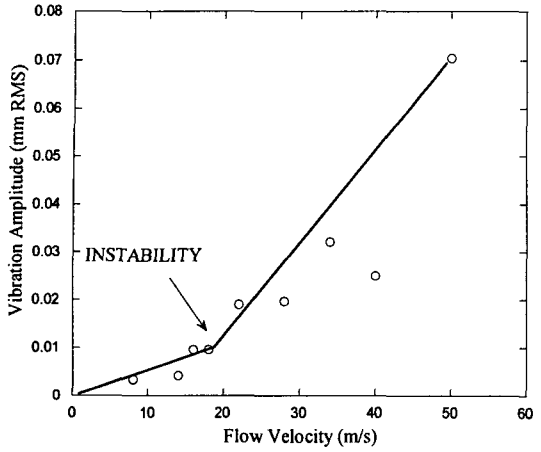

Fig. 7 Vibration amplitudes (mm RMS) in gas

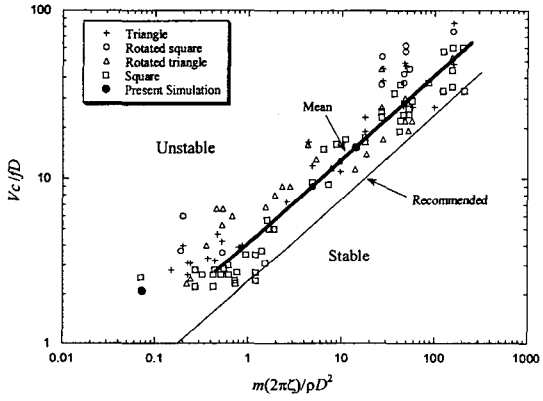

Fig. 8 Stability diagram (ASME Boiler Code, 1998)

값 및 안정화도표(Instabiltiy Diagram)와 비교한 결과, 본 연구에서 제시한 전산기법이 튜브다발에서 발생하는 유체탄성 불안정성의 예측이 가능함을 확인하였다.

정립된 기법의 일반화를 위해서는 봉 간격의 영향, 수직 및 수평으로 놓여진 다수의 튜브다발 등에 대한 추가적인 연구가 필요하며, 더욱 발전시켜 이상유동 해석 모듈을 개발하면 수증기 등과 같은 상당히 어려운 실험 조건등에서 많은 장점을 지닌다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음 (KRF-2001-041-E00019).

참고문헌

(1) Pettigrew, M.J. and Taylor, C.E., 1991, "Fluidelastic Instability of Heat Exchanger Tube Bundles: Review and Design Recommendations," *ASME Transactions, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 113, pp. 242~256.

(2) Pettigrew, M.J., Taylor, C.E., Fisher, N.J., Yetisir, M. and Smith, BAW., 1998, "Flow-Induced Vibration : Recent Findings and Open Questions," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 185, pp. 249~276.

(3) Issa R.I., Gosman, A.D., and Watkins, A.P., 1986, "The Computation of Compressible and Incompre ssible Recirculating Flows by a Non-Iterative Implicit Scheme," *J. of Comp. Phys*, Vol. 62, pp. 66~82.

(4) Zhou C.Y., So RMC., and Lam K., 1999, "Vortex-Induced Vibrations of an Elastic Circular Cylinder," *J. of Fluids and Structures*, Vol. 13, pp. 165~189.

(5) Connors, H. J., 1978, "Vibration of Heat Exchanger Tube Arrays," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 100, Apr, pp. 347~353.

(6) M.K.Au-Yang, 2001, "Flow-Induced Vibration of Power and Process Plant Components." *ASME Press*, New York,

(7) Chen S. S., 1983, "Instability Mechanism and Stability Criteria for a Group of Circular Cylinders Subjected to Cross-Flow : Part 1 and Part 2," *ASME transaction, J. of Vibration, Acoustics and Reliability in Design.* Vol. 105, pp. 51~58, pp. 243~260.

(8) Pettigrew, M.J., Taylor, C.E, Kim, B.S., 1989, "Vibration of Tube Bundles in Two-Phase Cross Flow: Part 1, Hydrodynamic Mass and Damping," *ASME Transactions, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 111, pp. 466~477.