

## VisualLISP을 이용한 스퍼기어의 3차원 모델링에 관한 연구

이승수\*, 김민주<sup>+</sup>, 김태호<sup>+</sup>, 전연찬<sup>++</sup>  
(논문접수일 2003. 3. 24, 심사완료일 2003. 9. 5)

### A Study on the 3-Dimensional Modeling of Spur Gear Using VisualLISP

Seung-Soo Lee\*, Min-Ju Kim<sup>+</sup>, Tae Ho Kim<sup>+</sup>, Eon-Chan Jeon<sup>++</sup>

#### Abstract

This paper describes the development of automatic shape design program for spur gear. It produces automatically third-dimensional surface and solid model used in CAD/CAM system with inputting simple measurements. This program can maximize user's convenience and get surface and solid model quickly as accepting GUI(graphic user interface). Automatic shape design program for spur gear was developed by VisualLISP, a developer program. Besides, a geometrical method and a mathematical algorithm are used in this program. Use frequency of a fine spur gear is on the increase recently and manufacture process of this gear is heat treatment after press processing with molding. In this press processing, the upper punch portion of a fine spur gear shape is drafted by CAM. Therefore, estimated that surface and solid model of spur gear used to CAM are needed in this research. In this research, after 2 mm gear was modeled by auto shape design program, the upper punch portion of a fine spur gear was manufactured as giving third-dimensional model to CAM software and then, displayed the result as applying to press process.

**Key Words :** Spur Gear(스퍼기어), Automatic Shape Design Program(자동형상 설계프로그램), VisualLISP(비주얼 LISP), Solid Model(솔리드 모델), Surface Model(서피스 모델)

### 1. 서론

현재 많은 생산 현장에 도입되어 사용되는 CAD/CAM 시스템은 3차원 모델을 사용한다. 이러한 3차원 모델은

AutoCAD, MDT 및 CATIA, 그리고 Solid edge등에서 제공된다. 다양한 모델러를 이용한 3차원 모델링은 모델링 시간의 증가 및 이를 수행하는 전문인력의 부재 등의 문제 점을 안고 있다. 이를 해결하기 위한 방법의 일환으로 최근

\* 주저자, 동아대학교 기계·산업시스템공학부 (matisses@lycos.co.kr)  
주소: 604-714 부산시 사하구 하단2동 840번지  
+ 동아대학교 기계공학과  
++ 동아대학교 기계·산업시스템공학부

ADS(Automatic drawing system)가 각광받고 있다. ADS는 설계에 필요한 몇 가지 요소를 DCL창에서 입력받아 2차원 및 3차원 모델을 생성하는 것으로, 일반적으로 AutoCAD나 MDT기반의 VisualLISP이 주로 사용된다. 그리고 ADS는 3D 모델링 전문가가 아니더라도 기계공학 지식 을 가진 사용자라면 누구나 쉽게 사용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 이러한 ADS에 관한 연구는 국내외에서 활발히 이루어지고 있다<sup>(1-3)</sup>. 그러나 3차원 자동 모델링 및 복잡한 요소들의 모델링에 대한 연구는 아직 미흡한 실정으로 대표적 기계요소인 기어의 자동 모델링은 완벽히 구현되지 않고 있다.

기어는 동력전달의 한 방법으로서 큰 힘을 정확한 속도로 전달할 수 있어 비교적 축간 거리가 작은 두 축사이의 동력전달에 널리 사용되고 있다. 최근에는 소비자의 요구에 맞추어 제품이 소형화, 정밀화되는 추세에 있으며, 이러한 과정에서 소형으로서 큰 힘의 전달이 가능한 기어전동이 보다 중요한 동력전달 수단이 되고 있다.

기어 중에서도 가장 기초가 되는 스퍼기어(Spur gear)의 형상곡선은 크게 인벌류트 곡선(Involute curve)과 트로코이드 필렛곡선(Trochoidal fillet curve)으로 구분할 수 있는데, 인벌류트 곡선은 기어를 비롯하여 스크롤 압축기, 원심펌프의 안내 깃 등 기계부품의 형상곡선에 많이 사용되어 지고 있으며<sup>(4-5)</sup>, 기어의 인벌류트 곡선에 대한 연구는 국내외에서 많이 진행되고 있다<sup>(6-8)</sup>. 그러나 수학적으로 규명된 인벌류트 곡선을 이용하여 3차원 기어 형상곡선을 모델링 하는 연구 및 트로코이드 필렛곡선의 모델링에 관한 연구는 미흡한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 수학적 알고리즘을 이용하여 기어의 형상곡선인 인벌류트 곡선과 트로코이드 필렛 곡선을 자동 모델링하는 스퍼기어 자동형상설계 프로그램을 개발 하고자 한다.

## 2. 자동형상 설계 프로그램의 개발

사용자의 입력값에 따라 자동적으로 3차원 모델링하는 프로그램을 개발하기 위하여 본 연구에서는 AutoCAD상의 개발 프로그램인 VisualLISP을 사용하였다. 그리고 자동형상 설계 프로그램을 개발하기 위해 다음과 같은 순서로 작업을 진행하였다. 먼저 자동설계할 대상물체를 선정하고, ISO나 JIS, KS등을 참조하여 대상물체의 규격을 결정한다. 그리고 대화입력창을 구성하는 프로그램을 작성한다. 이 때

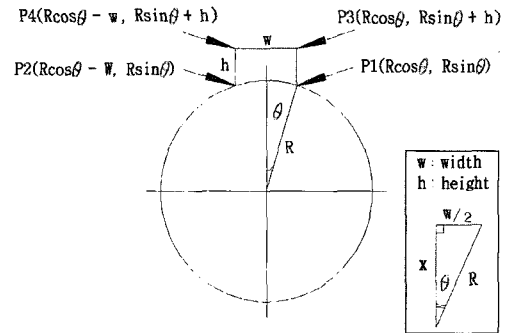
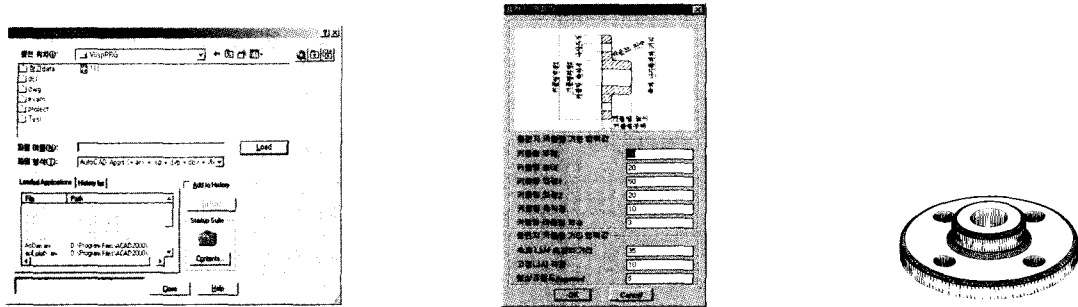


Fig. 1 Mathematical transformation of positional coordinate

대화입력창의 상단에 대상물체를 슬라이드 파일로 만들어 생성될 요소의 형태를 사용자에게 미리 보여준다. 다음으로 입력창을 주 프로그램에 링크시키고, 생성될 요소의 모델링 방법을 결정한 후 이를 프로그래밍한다. 자동형상 설계 프로그램에서 가장 중요한 부분이 이 모델링 방법의 결정으로 새로운 모델을 생성시킴에 있어서 항상 새로운 수학적·기하학적 알고리즘을 적용하여야 하며, 프로그래머의 경험치가 상당히 중요하다.

Fig. 1에 기하학적인 점들의 위치좌표를 수학적으로 계산하는 예를 나타내었다. 원통 위에 키를 설계하고자 할 때 키의 크기는 규격집에 근거하여 정하여진다. 하지만 시작점의 위치나 모델링에 사용되는 좌표점들의 기하학적 위치 데이터는 주어지지 않는다. 따라서 좌표점들의 기하학적 위치 데이터를 수학적 개념인 사인과 코사인으로 변환하여 초기에 어떠한 값이 입력되더라도 연동하여 그 크기 및 기하학적 좌표값이 변화할 수 있도록 하는 수식을 정립할 수 있다. 이와 같은 전반적인 과정을 확인하고, 입력창에 치수 및 모델의 규격을 입력한 후 모델이 생성되는 과정 전체를 확인한다.

생성된 자동형상 설계 프로그램을 사용하기 위한 과정을 Fig. 2에 나타내었다. 자동형상 설계 프로그램을 사용하기 위해서는 AutoCAD 프로그램을 실행시킨 후 `appload` 명령을 사용하여 작성된 프로그램을 로딩한다. Fig. 2(a)에 `appload` 명령을 수행하면 생성되는 활성창을 나타내고 있다. 자동형상 설계 프로그램의 로딩후 예를 들어 플랜지커플링(flange coupling) 자동형상 설계 프로그램의 경우 플랜지 커플링의 약자인 `fcoupling`이란 명령을 입력하면 대화입력창이 나타난다. Fig. 2(b)에 활성화된 플랜지커플링의 대화입력창을



(a) Active window for apload command (b) Active DCL window for flange coupling (c) 3D solid model for ADS

Fig. 2 Method of behaviour for automatic geometry design program

나타내었다. 여기에 사용자의 요구대로 치수 및 규격을 입력하고 OK버튼을 클릭하면 Fig. 2(c)와 같은 3차원 솔리드 모델을 얻을 수 있다. 이와 같은 일련의 과정에 요구되는 시간은 매우 짧으며, 채 1분을 넘지 않는다.

### 3. 기어의 설계 방법

#### 3.1 스퍼기어의 치형

기어의 치형은 모듈과 압력각 그리고 백래쉬 및 클리어런스 등으로 구성되며, 이러한 값들을 자동형상 설계 프로그램에서는 사용자가 입력하는 값으로 한다.

KS규격에서는 압력각을 14.5°와 20°로 선정하고 있으며, ISO에서는 KS규격에 25°를 추가적으로 규정하고 있다.

일반적으로 인벌류트 치형을 갖는 기어의 경우에는 압력각과 치의 크기, 즉 모듈이 같아야 상호운동이 가능하다. 그리고 치형곡선을 생성하기 위한 기구학적 조건은 2개의 기어가 모든 물림위치에서 일정한 각속도비를 가져야 한다는 것이다. 이러한 조건을 만족하기 위하여 맞물려 돌아가는 두 이의 접촉면사이에 접선방향의 속도차이는 있어도 되지 만(접선방향의 속도차는 두 치면 사이의 미끄럼으로 나타남), 법선 방향의 속도가 같아야 한다. 치면에 대해 법선방향의 속도차이가 있다면 두 치면이 서로 떨어지게 되거나 한 개의 치면이 다른 쪽 치면을 파고 들어간다는 것을 의미한다. 따라서 두 접촉면에 대한 법선방향의 속도가 일정하게 유지되어야 한다.

이러한 사항을 구체적으로 Fig. 3에 나타내었다.

두 기어의 법선방향의 속도는 같아야 되므로

$$v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2 \quad (1)$$

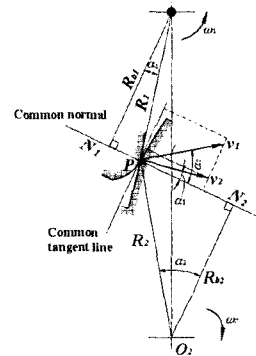


Fig. 3 Kinematical condition for creating tooth curve

속도는 회전 반지름과 회전각속도의 곱으로 표현한다.

$$v_1 = R_1 \omega_1 \quad (2)$$

$$v_2 = R_2 \omega_2 \quad (3)$$

식 (2), (3)을 식 (1)에 대입하여 두 기어간의 각속도비를 구하면 식 (4)와 같다.

$$\epsilon = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1 \cos \alpha_1}{R_2 \cos \alpha_2} \quad (4)$$

두 직각 삼각형  $\triangle O1N1P$ 와  $\triangle O2N2P$ 에서 닮은꼴의 원리를 이용하면

$$\epsilon = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1 \cos \alpha_1}{R_2 \cos \alpha_2} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \quad (5)$$

식 (5)로부터 알 수 있는 바와 같이 치면에 대해 법선방향의 속도가 같으면서 일정한 각 속도비를 갖기 위해서는 두 기어의 접촉점에서 치면에 수직한 법선이 하나의 일정한 점을 통과하여야 한다. 이러한 점을 피치점이라고 하고, 기어 중심으로부터 피치점까지의 반경을 피치원이라고 한다.

이상의 내용을 함축적으로 정리한 것이 카뮈의 정리(Theory of Camus)로서 ‘맞물려 돌아가는 한 쌍의 기어가 일정한 각속도비를 가지고 회전하려면 접촉점에서의 공통 법선은 일정한 점을 통과해야 한다. 역으로 접촉점에서의 법선이 일정한 점을 통과하는 곡선은 치형곡선으로 된다.’라는 것이다.

### 3.2 인벌류트 곡선의 생성

Fig. 4에서 보는바와 같이 기초원 역할을 하는 원통에 감겨져 있는 실을 팽팽하게 잡아 당기면서 점 P에서 점 P'까지 풀어갈 때 실의 한 점이 그리는 궤적이 인벌류트 곡선이다. 원통면을 기초원이라고 하고 인벌류트 곡선을 따라 형성된 이가 인벌류트 치형이다.

실을 푼 후 실의 길이  $\overline{P'B}$ 는 실을 풀기 전에 기초원에 감겨져 있었던 실의 길이인 원호  $PB'$ 와 같다.

$$R_b(\phi + \alpha) = R_b \tan \alpha \quad (6)$$

위의 식 (6)을 정리하면 다음과 관계식을 얻는다. 각  $\phi$ 를 공구 압력각( $\alpha$ )의 인벌류트 함수라고 하며  $\text{inv } \alpha$ 로 표시한다. 따라서

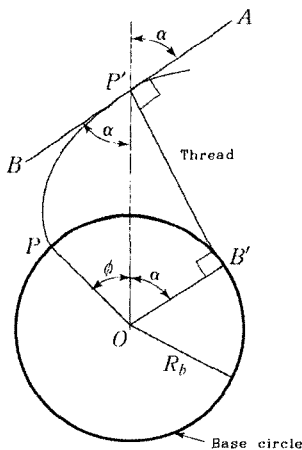


Fig. 4 Creating of Involute curve

$$\phi = \text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha \quad (7)$$

Fig. 5에서 보는바와 같이 이의 접촉점에서 세운 공통법선은 서로 만나며 피치점을 지나게 되므로 카뮈의 정리를 만족한다. 결국 인벌류트 치형을 갖는 기어는 압력각 및 치의 크기가 같아야 한다는 것을 알 수 있다

Fig. 6에서 기초원( $R_b$ )를 중심으로 실이 풀려나갈 때 곡선의 한 점이 그리는 좌표는

$\angle POQ$ 를  $\alpha$ ,  $\angle O'OP$ 를  $\phi$ 라고 할때

$$\begin{aligned} x &= \overline{O'P_x} = \overline{OP_x} = \overline{OQ_x} - \overline{SQ_x} \\ &= \overline{OQ_x} - \overline{PQ} \sin(\phi + \alpha) (\angle PQS = \phi + \alpha) \\ &= \overline{OQ_x} - O'Q \cos(\phi + \alpha) \\ &= R_b \sin(\phi + \alpha) - R_b(\phi + \alpha) \cos(\phi + \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \overline{O'P_y} = \overline{OP_y} - \overline{OO'} \\ &= \overline{OQ_y} + \overline{PQ_y} - \overline{OO'} \\ &= \overline{OQ_y} + \overline{PQ} \sin(\phi + \alpha) - \overline{OO'} \\ &= \overline{OQ_y} + O'Q \sin(\phi + \alpha) - \overline{OO'} \\ &= R_b \cos(\phi + \alpha) + R_b(\phi + \alpha) \sin(\phi + \alpha) - R_b \end{aligned}$$

따라서 점 P의 (x, y)의 좌표는 식 (8)과 같이 구해진다.

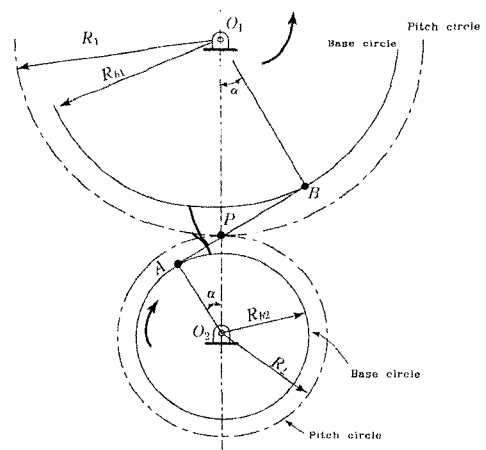


Fig. 5 Principle of action for involute curve

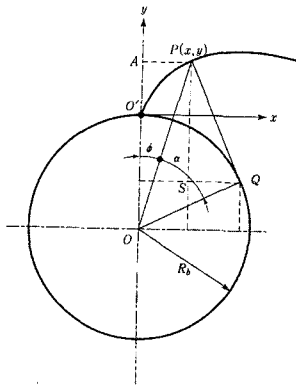


Fig. 6 Coordinate of involute tooth

$$\begin{aligned} x &= R_b \sin(\phi + \alpha) - R_b(\phi + \alpha) \cos(\phi + \alpha) \\ y &= R_b \cos(\phi + \alpha) + R_b(\phi + \alpha) \sin(\phi + \alpha) - R_b \end{aligned} \quad (8)$$

본 연구에서는 식 (8)을 이용하여 스퍼기어의 인벌류트 곡선을 생성시키는 프로그램을 개발하였다.

### 3.3 트로코이드 필렛 곡선의 생성

트로코이드 필렛 곡선은 정확한 계산식이라기 보다는 근사식에 가깝다. 호브에 따라서 그 곡선의 형상이 달라지므로 트로코이드 필렛 곡선을 계산하기 위해서는 공구의 제원을 알고 있어야한다. 따라서 식 (8)의 함수에 의하여 생성된 점들을 연결한 인벌류트 곡선을 먼저 생성시킨다. 인벌류트 곡선이 생성된 두 개의 기어를 서로 맞닿도록 거리를 조정 한 후 이들을 1°씩 동일하게 회전시키면서 인벌류트 곡선이 다른 쪽 인벌류트 곡선의 하단부와 간섭을 일으키는 부위를 'Boolean' 연산을 통해 제거함으로써 트로코이드 필렛 곡선을 생성시킨다. 이와 같은 과정을 Fig. 7에 나타내었다.

### 3.4 스퍼기어 자동형상 설계 프로그램

위에서 언급된 스퍼기어 치형, 인벌류트 곡선 및 트로코이드 필렛 곡선의 생성방법을 이용하여 3차원 스퍼기어 모델을 자동생성하는 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램은 AutoCAD기반의 프로그램 언어인 VisualLISP을 사용하여 개발하였는데 Fig. 8에 제원을 입력받을 대화입력창을 나타내었다.

대화입력창에서 보는 바와 같이 스퍼기어의 3차원 모델링

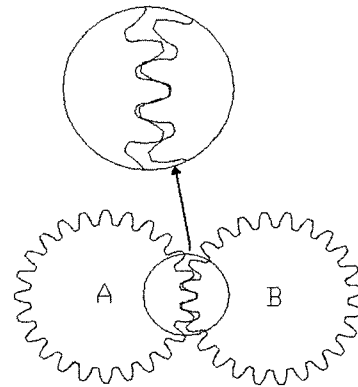


Fig. 7 Boolean operation for trochoidal fillet curve

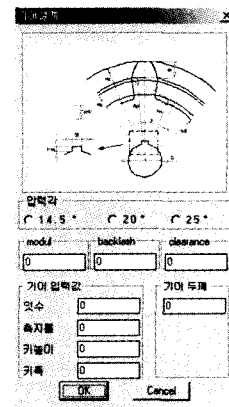


Fig. 8 Dialog box of spur gear

에 필요한 요소들은 다음과 같다.

- 1) 압력각
- 2) 모듈(치의 크기)
- 3) 백래쉬
- 4) 클리어런스
- 5) 이의 두께
- 6) 중심 축의 크기 및 키 홈의 규격
- 7) 톱의 제원

사용자가 입력한 데이터를 토대로 모델링되도록 프로그래밍하였으며, 그 결과를 Fig. 9에 나타내었다.

그림에서 (a)와 (b)는 모듈은 같고, 잇수가 다른 모델링의

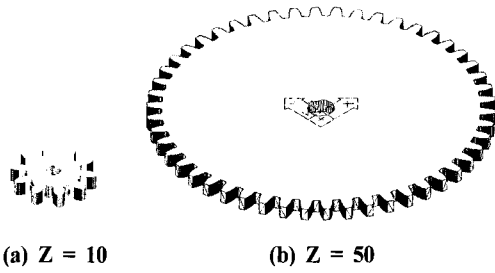


Fig. 9 3D Modeling of spur gear using VisualLISP

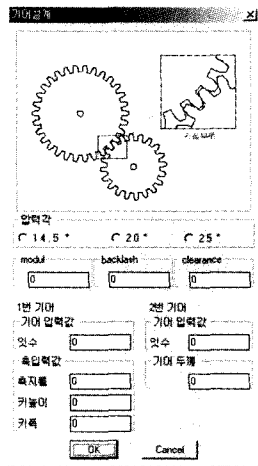


Fig. 10 Dialog box of assembly model for spur gear

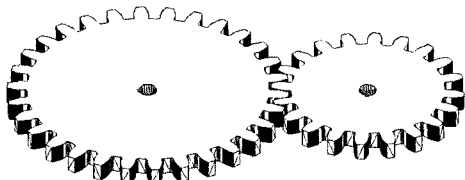


Fig. 11 3D assembly model of spur gear using automatic design program

결과를 나타낸 것이다. 사용자가 'OK' 버튼을 클릭한 후 모델링까지 걸리는 시간은 10초 이내이며, 자동형상 설계 프로그램의 최대 장점인 모델링 시간단축의 단적인 예를 나타낸다.

### 3.5 스퍼기어 자동설계프로그램의 응용

스퍼기어 자동설계프로그램을 활용하여 Fig. 10과 같은 기어쌍을 자동설계할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 이를

통해 기어의 구동시물레이션을 개발할 수 있으며, 실시간으로 기어의 간섭량을 체크할 수 있다. 또한 해석프로그램에 유한요소모델로의 활용 및 수정이 매우 용이한 장점을 가진다.

## 4. 결론

수학적인 알고리즘을 이용하여 기어의 형상곡선인 인벌류트 곡선과 트로코이드 필렛 곡선을 자동모델링하는 스퍼기어 자동형상 설계 프로그램을 개발하였고, 이를 활용한 기어쌍 자동형상 설계 프로그램을 완성한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

스퍼기어를 구성하는 치형곡선인 인벌류트 커브를 수식을 통해 정확히 계산하여 모델링하고, 이를 이용하여 트로코이드 필렛 커브를 생성함으로써 보다 정밀한 금형 및 제품을 생산할 수 있는 토대를 마련하였다. 그리고 본 연구에서 개발된 3차원 스퍼기어 자동형상 설계 프로그램은 GUI (Graphic user interface)를 채용하여 사용자의 편의성을 높였으며, 다양한 모델을 입력수치만을 변경함으로써 쉽고, 빠르게 획득할 수 있다.

최근 미세 스퍼기어의 활용이 증가하고 있으며, 이를 제조시 금형을 이용한 프레스 공법으로 대량생산 후 열처리 공정을 도입하고 있다. 따라서 금형 펀치부의 상단에 정밀한 스퍼기어형상을 CAM으로 가공하는데 본 연구가 기초가 될 것으로 판단된다. 본 연구팀에서도  $\phi$  2 mm의 스퍼기어 금형을 3차원 스퍼기어 형상 설계 프로그램을 이용하여 제작하였으며, 프레스 가공을 통한 결과를 별첨으로 나타내었다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 동아대학교 신소재계 가공청정 공정개발 연구센터(과제번호: R12-2002-004-01-004)의 지원으로 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- (1) Kim, Y. N., and Lee, S. S., 2000, "Development of Automatic Design Program for Measuring Master Gear using VisualLISP," *Preceding of the Korean Society of Machine Tool Engineers, Fall Conference*, pp. 169~174.
- (2) Cho, K. Z., and Kim, J. S., 2000, "A Study on the

- Development of the Gear Design Program by using Auto\_Lisp," *Preceeding of the Korean Society of Machine Tool Engineers, Fall Conference*, pp. 422 ~427.
- (3) Tavakoli, M. S., and Houser, D. R., 1986, "Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears," *Journal of Mechanism in Design*, Vol. 108, pp. 86~95.
- (4) Colbourne, J. R., 1987, *The Geometry of Involute Gears*, Springer-Verlag, Woodbine, New Jersey, pp. 24 ~ 50.
- (5) Hirano, T., Hagimoto, K., and Maeda, M., 1990, "Scroll Profiles for Scroll Fluid Machines," *Mitsubishi Heavy Industries Ltd. Technical Review*, Vol. 27, No. 1, pp. 35 ~41.
- (6) Lee, S. C., and Kwon, O. K., 1995, "A Study on the Approximation of Involute Curve as Circular Arcs for NC Machining," *Trans. of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 19, pp. 2475 ~2483.
- (7) Han, H. S., Choi, J. G., and Lee, D. J., 1999, "A Study of Algorithm on the Freeform Curve Gear," *Journal of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 8, No. 5, pp. 96~101.
- (8) Litvin., F. L., 1994, *Gear Geometry and Applied Theory*, University of Illinois at Chicago.

# 별첨 1



Fig. 12 Shape of spur gear of the upper punch portion by CAM



Fig. 13 Comparison of  $\phi 2$  mm spur gear and a match