

B-스플라인 곡면과 스칼라장 이론을 이용한 입의의 형상의 압출금형 곡면의 자동생성

임종훈* · 김광혁** · 유동진*** · 양동열****

(2003년 10월 9일 접수)

Automatic Surface Generation for Extrusion Die of Arbitrarily Shaped Section using B-spline Surfaces and Scalar Field Theory

J. H. Im, K. H. Kim, D. J. Yoo and D. Y. Yang

Abstract

A new approach for the design of extrusion die surface of arbitrarily shaped section is presented. In order to generate the extrusion die surface, an automatic surface construction method based on B-spline surface and scalar field theory is proposed. The isothermal lines and stream lines designed in the scalar field are introduced to find the control points which are used in constructing B-spline surfaces. Intersected points between the isothermal lines and stream lines are used to construct B-spline surfaces. The inlet and outlet profiles are precisely described with B-spline curves by using the centripetal method for uniform parameterization. The extrusion die surface is generated by using the cubic curve interpolation in the u- and v-directions. A quantitative measure for the control of surface is suggested by introducing the tangential vectors at the inlet and outlet sections. To verify the validity and effectiveness of the proposed method, automatic surface generation is carried out for extrusion dies of arbitrarily shaped sections.

Key Words : B-Spline Surface, Extrusion Die Surface, Scalar Field Theory, Stream Lines

1. 서론

금속성형 방법중의 하나인 압출공정은 높은 생산성, 저비용, 제품의 기계적 성질의 우수성 등 많은 장점 때문에 자동차, 항공기, 군수산업 등에 널리 사용되고 있다. 이에 관련하여 많은 연구가 이루어져 왔고 최근에는 CAD/CAE/CAM 등의 컴퓨터 응용기술들을 압출공정에 접목시키려는 시도가 이루어지고 있다.

Yang 등⁽¹⁾은 등각사상 (conformal mapping) 개념을 이용하여 일반적인 형상의 단면 형체에 대한 최적의 금형 형상을 구하기 위하여 상계해법을 이

용하여 해석하였다.

Gunasekera⁽²⁻³⁾는 오목한 형상에는 적용할 수 없었던 종래의 면적사상(area mapping) 개념을 길이 사상(line mapping) 개념으로 전환하여 일반적인 형상의 단면 형체를 압출하기 위한 금형곡면을 다항식 곡면, 베지에 곡면 등으로 자동 생성하는 프로그램을 개발하였다. Yang 과 Han⁽⁴⁾은 일반적인 형상의 단면 형체에 대한 압출공정을 해석하기 위하여 입구 및 출구형상을 푸리에(Fourier) 함수로 표현하고 이 두 단면곡선을 보간하여 금형곡면을 생성하였고 상계해법을 이용하여 해석하였다.

* 대전대학교 대학원 기계설계공학과

** CADSTech

*** 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

**** 한국과학기술원 기계공학과

Shin과 Kim 등⁽⁵⁾은 면적사상개념 및 4차 다항식을 이용하여 금형곡면을 표현하고 2차원 강소성 유한요소법과 슬랩방법을 혼합한 방법을 제안하여 정다각형 및 T-형의 출구형상에 대한 유한요소해를 구하였다. Joun과 Hwang⁽⁶⁾은 금형곡면을 3차 스플라인 곡선보간 개념을 이용하여 몇 개의 독립변수로 표현한 후 강소성 유한요소법과 최적화 방법을 이용하여 정다각형 및 T-형의 출구형상에 대한 최적 금형형상을 구하였다. Celik과Chitkara⁽⁷⁻⁹⁾는 단면형상의 도심이 압출방향의 중심축과 편심(off-centric) 되어있는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 금형곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도해서 다각형, T-형, H-형, U-형 등 다양한 형태의 출구형상에 대한 상계해를 구하였다.

이상과 같이 최적의 금형곡면 형상을 구하기 위하여 컴퓨터 해석 및 실험을 통하여 많은 연구가 이루어져 왔으나 금형곡면 자체에 관한 수식적인 표현에 관해서는 제한적으로 이루어져 왔다. 이러한 개념하에 유와 임 등⁽¹⁰⁻¹²⁾은 압출금형 곡면 생성에 있어서 NURBS 곡면 이론과 단면 내에서는 금속유동속도가 일정하다는 개념을 기본으로 하고 있는 면적사상법을 이용하여 입구와 출구형상을 NURBS 곡선으로 정의하고 이 두 단면곡선을 금형길이 방향으로 3차 곡선보간하여 하나의 NURBS 곡면으로 표현하는 방법을 제안한 바 있다.

그러나 오목하고 복잡한 형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성하는데 있어서 면적사상법의 개념을 이용하여 표현하기에는 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 B-스플라인 곡면 이론과 전기장 및 온도장 해석 등에 이용되고 있는 스칼라장 이론을 사용하여 입구의 형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 표현하는 방법과 타 CAD/CAE/CAM 시스템으로의 데이터 전환방법에 대하여 제안하고자 한다.

2. B-스플라인 곡선 및 곡면의 수식적 표현

압출금형 곡면을 생성하기 위해서 B-스플라인 곡선 및 곡면이론을 이용하였으며 본 연구에서 기본적으로 사용한 B-스플라인 곡선 식은 다음과 같다.⁽¹³⁾

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \tag{1}$$

여기서,

P_i : 조정점

$N_{i,p}(u)$: u 방향의 B-스플라인 기저함수

식 (1)로 표현된 B-스플라인 곡선식을 두 매개변수 u, v 에 대하여 두 방향으로 확장하면 다음과 같은 B-스플라인 곡면 식을 정의할 수 있다.⁽¹³⁾

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \tag{2}$$

여기서,

$P_{i,j}$: 조정점

p, q : u, v 방향의 차수

$N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$: u, v 방향의 B-스플라인 기저함수

3. 비축대칭 크랭크-형상의 압출금형 곡면의 자동생성

3.1 출구 형상의 특성점들의 좌표 계산

Fig. 1은 원형소재로부터 비축대칭 크랭크-형상의 제품을 압출하는 경우의 단면형상을 보여주고 있는 것으로, 출구형상은 20개의 구간과 16개의 특성점들($P_0 \sim P_{15}$)로 정의되어 있으며 사용자가 입력한 입력매개변수의 함수로 Table 1과 같이 표현된다.

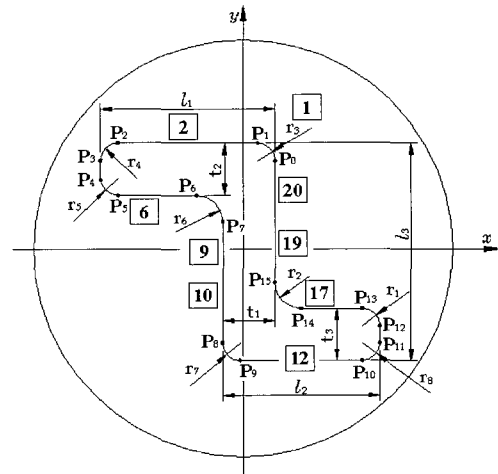


Fig. 1 Geometric description of characteristic points of outlet profile

Table 1 Parametric description of characteristic points of outlet profile

Point No.	x	y	z
P ₀	-x _c + l ₁	-y _c + l ₃ - r ₃	d
P ₁	-x _c + l ₁ - r ₃	-y _c + l ₃	d
P ₂	-x _c + r ₄	-y _c + l ₃	d
P ₃	-x _c	-y _c + l ₃ - r ₄	d
P ₄	-x _c	-y _c + l ₃ - t ₂ + r ₅	d
P ₅	-x _c + r ₅	-y _c + l ₃ - t ₂	d
P ₆	-x _c + l ₁ - t ₁ - r ₆	-y _c + l ₃ - t ₂	d
P ₇	-x _c + l ₁ - t ₁	-y _c + l ₃ - t ₂ - r ₆	d
P ₈	-x _c + l ₁ - t ₁	-y _c + r ₇	d
P ₉	-x _c + l ₁ - t ₁ + r ₇	-y _c	d
P ₁₀	-x _c + l ₁ + l ₂ - t ₁ - r ₈	-y _c	d
P ₁₁	-x _c + l ₁ + l ₂ - t ₁	-y _c + r ₈	d
P ₁₂	-x _c + l ₁ + l ₂ - t ₁	-y _c + t ₃ - r ₁	d
P ₁₃	-x _c + l ₁ + l ₂ - t ₁ - r ₁	-y _c + t ₃	d
P ₁₄	-x _c + l ₁ + r ₂	-y _c + t ₃	d
P ₁₅	-x _c + l ₁	-y _c + t ₃ + r ₂	d

3.2 삼각요소 생성

스칼라장 이론에 입각한 온도장 해석을 위하여 입구와 출구형상의 단면 내에 삼각요소를 생성한다. 입구형상은 원의 방정식에 의해 삼각요소의 크기만큼 균일하게 분배되어 표현되며, 출구형상은 앞 절에서 정의된 특성점들로부터 계산된 B-스플라인 곡선을 구성하는 통과점들에 의해 표현된다. 위와 같이 구성된 단면형상을 트림평면으로 정의하고 격자 이용법을 사용하여 삼각요소를 Fig. 2 와 같이 생성하였다.⁽¹⁴⁾

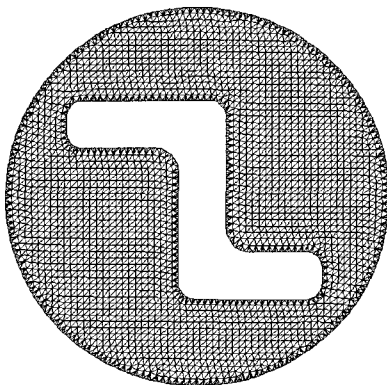


Fig. 2 Description of triangular mesh generation

3.3 등온선 및 유선

입구와 출구 측에 각각 0℃와 180℃의 온도 값을 지정하고, 온도장 해석을 하면 단면 내에서는 온도분포가 생기게 되고, 삼각요소들을 이루고 있는 절점들은 서로 다른 온도 값을 가지게 된다. 본 연구에서는 식 (3)을 기본 개념으로 하고 있는 온도장 해석을 위한 FEM P/G 을 개발하였다.⁽¹⁵⁾

$$K T = R \tag{3}$$

여기서,

K : 전도행렬 ($=\sum_e(\mathbf{k}_T + \mathbf{h}_T)$), $\mathbf{k}_T = k_e A_e \mathbf{B}_T^T \mathbf{B}_T$

$$\mathbf{B}_T = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y_{23} & y_{31} & y_{12} \\ x_{32} & x_{13} & x_{21} \end{bmatrix}, \quad h_T = \frac{hl_{2-3}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$|\det J| = 2A_e$, A_e : 삼각요소 면적

R: 열 벡터 ($=\sum_e(\mathbf{r}_\infty - \mathbf{r}_q + \mathbf{r}_Q)$), **T**: 온도

$$r_x = \frac{hT_x l_{2-3}}{2} [0 \ 1 \ 1]^T, \quad r_q = \frac{q_0 l_{2-3}}{2} [0 \ 1 \ 1]^T$$

$$r_Q = \frac{Q_c A_c}{3} [1 \ 1 \ 1]^T$$

온도장 해석으로부터 평면상의 같은 온도 값을 갖는 점들로 등온선을 구성할 수 있다. 본 연구에서는 온도 연속성을 고려하여 3차 식을 이용하여 입구와 출구 사이를 32개의 구간으로 나누어 등온선을 표현하였다. 또한 2차원 열 유동에 대한 프리에 법칙은 식 (4)와 같이 주어지며 이를 이용하여 삼각요소들의 유속과 방향을 계산할 수 있고, 출구형상을 정의하는 통과점들(Q₀~Q₇₉)로부터 그 점들에 해당되는 입구형상의 통과점들의 위치 정보를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 흐름을 알 수 있다.

$$\bar{q} = q_x i + q_y j \tag{4}$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

여기서,

T = T(x, y): 전도체내 온도장

q_x, q_y: 열 유속 성분

k : 열전도 계수

$\partial T/\partial x, \partial T/\partial y$: 온도 변화율

Fig. 3 은 온도장 해석으로부터 얻어진 등온선과 유선을 함께 표현한 것이다.

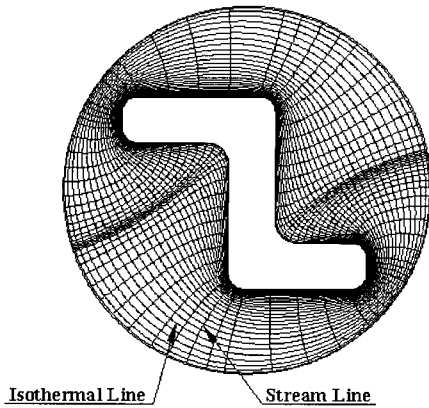


Fig. 3 Description of isothermal lines and stream lines

3.4 u, v 방향의 B-스플라인 곡선 보간

양 끝점에서의 접선벡터와 통과점을 정의한 후 3 차 B-스플라인 곡선보간법을 이용하면 u 방향의 B-스플라인 곡선을 표현할 수 있다.

통과점은 등온선과 유선의 교차점으로 계산되고, 각 점에 대한 매개변수 값이 지정되면 다음과 같은 과정을 거쳐 조정점 P_i 를 구할 수 있다.

$$Q_k = C(\bar{u}_k) \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (0 \leq k \leq n) \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0, & \bar{u}_n &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} \quad (1 \leq k \leq n-1) \\ d &= \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|} \end{aligned}$$

금형길이(v) 방향으로의 3 차 곡선보간은 다음의 Hermite 곡선 식에 의해 구하여진 값을 u 방향의 B-스플라인 곡선을 정의하기 위해 계산되었던 조정점들의 z 값으로 지정하여 계산한다.

$$\begin{aligned} f_{zi} &= (3s^2 - 2s^3) \cdot l \\ &+ (s - 2s^2 + s^3) \cdot d_0 \cdot l + (-s^2 + s^3) \cdot d_1 \cdot l \quad (6) \end{aligned}$$

여기서,

$$s = (i - 1) / (0.5i + 15.5), \quad (1 \leq i \leq 33)$$

d_0, d_1 : 입구와 출구 측에서의 접선벡터 크기
 l : 금형길이

식 (6)에서 보는바와 같이 입구와 출구 사이를 32 개의 단면으로 나누었으며, 입구와 출구 측의

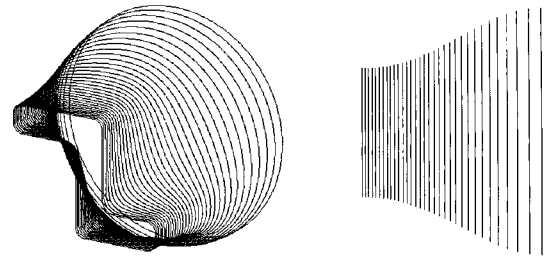


Fig. 4 Cross sectional curves for the v-direction interpolation

접선벡터의 크기를 조절함으로써 그 사이의 중간 형상을 정량적으로 제어할 수 있다. Fig. 4는 금형 길이 방향으로 3 차 곡선 보간하기 위한 각 단면을 나타낸 것이다.

3.5 압출금형 곡면의 생성

앞에서와 같은 과정을 거쳐 얻어진 조정점들은 다음의 곡면 식을 구성하는 데이터로 이용된다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{124} \sum_{j=0}^{34} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (7)$$

식 (7)에서 보는바와 같이 u 방향의 조정점의 수는 125 개, v 방향의 조정점 수는 35 개로 구성되어 있으며, 차수는 u, v 방향 모두 3 차로 정의 하였다. Fig. 5는 식 (7)에 Cox de Boor 알고리즘을 적용해서 u, v 방향의 등매개변수 곡선상의 점들을 구한 후 복수개의 사각메쉬(rectangular mesh)들을 가시화한 것이다.

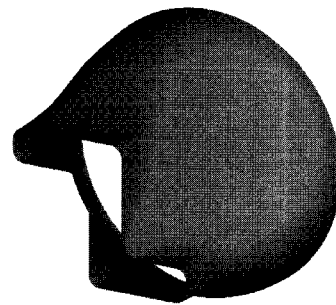


Fig. 5 B-spline die surface in the extrusion of round-to non-symmetric crank-shaped section

Fig. 6은 비축대칭 E-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 나타낸 것이고, Fig. 7은 플랜지가 있는 비축대칭 U-형상의 출구형상을 가진 압출금

형 곡면을 나타낸 것으로서, 출구형상을 표현하는 매개변수를 정의하고 앞의 경우와 같은 과정을 거쳐 생성된 것이다.

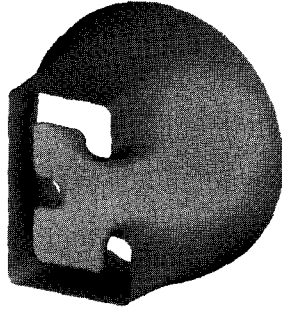


Fig. 6 B-spline die surface in the extrusion of round-to-non-symmetric E-shaped section

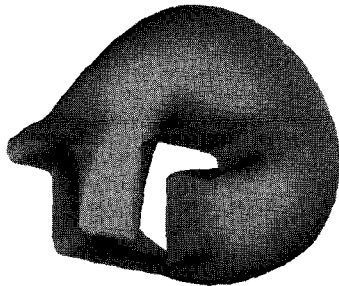


Fig. 7 B-spline die surface in the extrusion of round-to-non-symmetric U-shaped section with unequal flanges

4. 타 CAD/CAE/CAM 시스템으로의 데이터 전환을 위한 인터페이스 디자인

4.1 IGES 파일 포맷

B-스플라인 곡면으로 정의된 압출금형 곡면을 상용 CAD 시스템에서 생성하기 위하여 CAD 시스템의 표준 포맷인 IGES 파일을 생성하였다. Fig. 8 은 본 논문에서 생성한 IGES 파일포맷을 나타낸 것이고, Fig. 9 는 IGES 파일을 상용 CAD 시스템에서 읽어 들여 압출금형 곡면을 생성한 것이다.

4.2 STL 파일 포맷

또한 본 논문에서는 상용 CAE 시스템을 이용하여 압출공정을 해석하기 위해 STL 파일 포맷을 생성하였다. Fig. 10은 STL 파일 포맷을 나타낸 것이고, Fig. 11은 상용 CAE 시스템에서 압출 금형 곡면을 생성한 것이다.

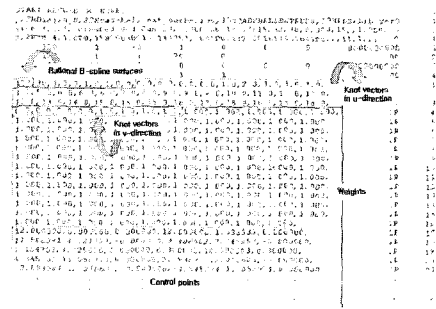


Fig. 8 IGES file format

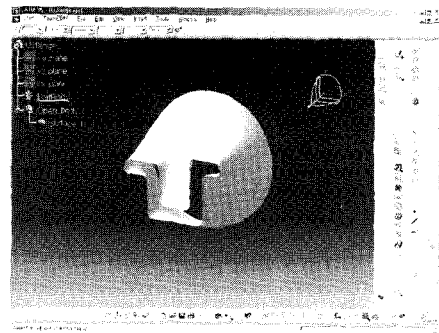


Fig. 9 Generation of extrusion die surface on CATIA V5

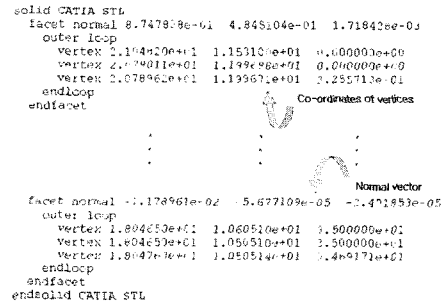


Fig. 10 STL file format

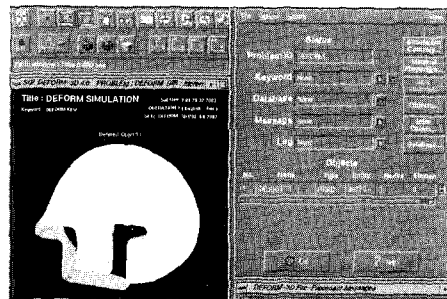


Fig. 11 Generation of extrusion die surface on DEFORM™ system

5. 결론

본 연구에서는 B-스플라인 곡면이론과 스칼라장 이론을 이용하여 임의의 형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 자동 생성하는 방법을 제안하였다.

압출금형 곡면을 생성하기 위해 입구와 출구형상의 단면을 트림평면으로 정의하고 격자이용법을 사용하여 삼각요소를 자동 생성하는 P/G을 개발하였으며, 스칼라장 이론에 입각한 온도장 해석용 FEM P/G을 개발하였다. 온도장 해석결과로부터 등온선과 유선을 계산함으로써 입구와 출구사이의 중간형상을 정의하였으며 압출공정에서 중요한 요소인 금속유동을 예측하여 어느 정도 물리적인 개념이 반영된 압출금형 곡면을 생성할 수 있었다.

또한 이 곡면 데이터가 타 CAD/CAE/CAM 시스템으로 전환될 수 있도록 표준 포맷인 IGES, STL 파일을 생성하여, 성형해석 기술자나 금형 설계기술자들의 압출공정 해석 및 실험에 있어서 실제적인 데이터로 활용될 수 있도록 하였다. 물론 최적의 금형형상은 압출하중, 마찰계수, 금형길이, 구석 채움율 등을 고려하여 설계자에 의해 얻어질 것이다. 이를 위하여 금형 형상을 결정 짓는 주요 치수 및 입·출구 측에서의 접선벡터의 크기를 사용자가 입력함으로써, 압출금형 곡면이 정량적으로 생성될 수 있도록 하였다.

본 연구에서 제안한 제반 알고리즘을 프로그램해서 압출금형 곡면을 생성해 본 결과 제안된 금형곡면 생성방법의 신뢰성 및 효율성을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

(1) D. Y. Yang, M. U. Kim and C. H. Lee, 1978, "A New Approach for Generalized Three-Dimensional Extrusion of Sections from Round Billets by Conformal Transformation", Proceedings of IUTAM Symposium, Tutzing, Germany, pp. 203~222.
 (2) J. S. Gunasekera and S. Hoshino, 1980, "Analysis of Extrusion of Non-Circular Sections through Shaped Dies", Annals of CIRP, Vol. 29, pp. 141~145.
 (3) J. S. Gunasekera, H. L. Gegel, J. C. Malas and Doraivelu, S. M., 1982, "Computer Aided Process Modeling of Hot Forging and Extrusion of Aluminum Alloys",

Annals of CIRP, Vol. 31, No. 1, pp. 131~136.
 (4) D. Y. Yang, C. H. Han and M. U. Kim, 1986, "A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily shaped sections", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, pp. 517~534.
 (5) H. W. Shin, D. W. Kim and N. S. Kim, 1993, "A simplified three-dimensional finite-element analysis of the non-axisymmetric extrusion processes", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 38, pp. 567~587.
 (6) M. S. Joun and S. M. Hwang, 1998, "Die shape Optimal Design in Three-Dimensional Shape Metal Extrusion by the Finite Element Method", Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 41, pp. 311~335.
 (7) K. F. Celik and N. R. Chitkara, 2000, "Application of an upper bound method to off-centric extrusion of square sections, analysis and experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, pp. 321~345.
 (8) N. R. Chitkara and K. F. Celik, 2001, "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections, an analysis and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, pp. 2961~2987.
 (9) K. F. Celik and N. R. Chitkara, 2002, "Extrusion of non-symmetric U- and I-shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, pp. 217~246.
 (10) 유동진, 임종훈, 2003, "B-스플라인 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제12권, 제2호, pp. 142~150.
 (11) 유동진, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제12권, 제2호, pp. 151~160.
 (12) 유동진, 권혁홍, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면과 면적사상법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제12권, 제4호, pp. 348~357.
 (13) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, The NURBS Book, Springer.
 (14) 유동진, 윤정환, 2000, "박판성형 해석을 위한 자동 틀 격자생성에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제9권, 제2호, pp. 140~151.
 (15) R. Tirupathi, Chandrupatla, D. Ashok, Belegundu, 2002, Introduction to Finite Elements in Engineering