

MFXLMS 알고리즘을 이용한 전자기베어링계의 외란 보상 제어기 - 이론

강민식[#], 정종수^{*}

Disturbance Compensation Control of An Active Magnetic Bearing System by Multiple FXLMS Algorithm - Theory

Min Sig Kang[#], Jong Soo Jung^{*}

ABSTRACT

In this paper, a disturbance feedforward compensator design technique is proposed for an active magnetic bearing system subject to base motion for attenuating disturbance responses. In the consideration of the requirements on the model accuracy in the model based compensator designs, an experimental feedforward compensator design based on adaptive estimation by means of the Multiple Filtered-x least mean square(MFXLMS) algorithm is proposed. The performance and the effectiveness of the proposed technique will be presented in the succeeding paper in which the proposed technique is applied to a 2-DOF active magnetic bearing system subject to base motion.

Key Words : Active magnetic bearing(능동자기베어링), Multiple filtered-x least-mean-square algorithm(다중 FXLMS 알고리즘: MFXLMS), Acceleration feedforward compensation control (가속도 앞먹임 보상제어)

기호설명

$d_1(k), d_2(k)$ = disturbance inputs
 I = mass moment of inertia
 K_a = gain of power Amp
 K_d = position stiffness of AMB
 K_i = current stiffness of AMB
 m = mass
 $u_1(k), u_2(k)$ = control inputs
 W_{ij}^* = perfect canceling compensator

$\hat{W}_{ij}(k)$ = compensator estimated by MFXLMS algorithm
 $y_1(k), y_2(k)$ = displacements of beam
 $\theta(k)$ = rotation angles of beam
 μ_i, η_i = update gains in MFXLMS algorithm

1. 서론

위성이나 지상무계체계에는 움직이는 목표물

[†] 접수일: 2003 년 9 월 19 일; 게재승인일: 2004 년 1 월 9 일

[#] 교신저자 : 경원대학교 기계공학과

E-mail: miskang@kyungwon.ac.kr Tel.(031)750-5524

^{*} 경원대학교 기계공학과

을 추적하여 목표물 영상을 사용자에게 제공하는 목표물 추적 조준장치가 장착되어 사용되고 있다. 이 조준장치는 일반적으로 방위각 방향 회전축을 지지하는 외부 김발과 고각 방향 회전축을 지지하는 내부 김발을 갖는 2-자유도 김발 구조를 갖는다. 고각축에는 목표물 영상을 반사시키는 거울이 부착되어 있으며, 반사된 영상은 차량에 장착된 광학계를 통해 운용자에게 전달된다. 따라서 차량이 이동 중에도 운용자에게 안정된 목표물 영상을 제공하기 위해 고각회전축은 차량 회전각의 절반만큼 반대방향으로 회전해야 된다. 이 회전은 서어보 장치에 의해 이루어진다. 기존의 회전축은 기계적 베어링에 의해 지지되며, 이 때 베어링은 차량의 운동에 의한 축의 떨림을 최소화하기 위해 억지끼워맞춤으로 축과 조립되어 반경방향 강성을 증가시킨다. 강성을 높일수록 축의 떨림은 감소되나 반면에 마찰은 증가한다. 마찰은 서어보 제어계에서 추적오차, 정상상태 오차 또는 스틱-슬립(stick-slip)과 같은 불안정성을 초래하므로^[1] 안정된 영상제공을 어렵게 한다. 특히 조준장치에서 축의 회전속도는 낮고 또한 빈번히 회전방향이 바뀌므로 마찰에 의한 영향을 크게 받고 있다. 최근 조준장치에는 마찰의 영향을 배제시켜 안정화 정밀도를 향상시키기 위해 기계적 베어링 대신 전자기베어링(active magnetic bearing, AMB)적용이 시도되고 있다.

AMB는 기계적 베어링이 유막 또는 직접적인 접촉에 의해 부하를 지지하는데 비해 전자기력을 이용하여 부하를 부양 상태로 지지하므로 윤활이 필요 없어 유지 보수가 간편하고, 무마찰이므로 동력 손실이 없고 발생열에 대한 대책이 필요하다. 특히 제어에 의해 베어링의 동특성을 자유로이 조절할 수 있는 장점을 제공한다^[2,3]. 지금까지 이루어진 AMB에 대한 대부분의 연구는 베어링이 설치된 베이스가 정적인 상태로 있는 경우 전자기 베어링의 설계, 회전축 회전에 따른 축의 진동 감소를 위한 제어기 설계 등에 관한 것이며, 베이스가 움직이는 경우에 대한 연구는 미진하다. 그러나 조준장치의 경우 베이스가 동적 상태에서 운용되므로 베이스의 운동에 의한 축의 진동을 막기 위한 연구가 필수적이다.

AMB에 관한 연구에서 베이스 운동에 의한 영향을 감소시키기 위해 되먹임제어로 계의 대역폭을 증가시켜 강성을 높이는 방법이 소개되고 있

다. 이 연구들에서 PID-제어, H^∞ , 상태궤환제어 등^[4, 5]이 시도된 바 있으나, 되먹임제어에 의해 강성을 높일 경우 잡음에 대한 민감도가 증가하고, 경우에 따라 계의 공진이 일어나 적용에 한계가 있다. 보다 효과적인 방법으로는 베이스 가속도 앞먹임 보상제어^[6]를 들 수 있다. 가속도 보상제어는 외란의 직접적인 측정이 필요하나 보상제어기는 되먹임제어기와 독립적으로 설계될 수 있을 뿐 아니라 계의 안정성에 영향을 미치지 않고 설계할 수 있으므로 효율적인 방법이다. 가속도 앞먹임 제어를 적용하면 되먹임제어만을 적용한 경우에 비해 제어입력의 크기 증가 없이 베이스 가속도 응답을 줄일 수 있다^[6]. 베이스 가속도 앞먹임 제어는 컴퓨터 하드디스크 드라이브의 제어에 효과적임이 증명되었으며^[7], 1-자유도 AMB 계에 적용되어 그 유용성이 소개된 바 있다^[8,9].

외란보상제어기는 계의 역동력학 모델로부터 얻을 수 있다. 그러나 이 역동력학 모델을 바탕으로 한 제어기는 모델의 정확도에 크게 의존하며, 모델오차는 제어기 성능에 직접적인 저하를 야기한다. 그러나 대부분의 경우 모델은 실제 시스템의 근사적 표현이며, 디지털 제어의 적용을 위해 연속계를 이산계로 변환할 때 등가적 표현에 의존하므로 모델의 오차는 불가피하다. 따라서 모델 기반 제어기 설계의 문제점을 해결하는 방법으로 실험적인 제어기 설계방법을 제시코자 한다.

실험적 외란제거 제어기 설계방법으로는 적응형 제어방법인 FXLMS 알고리즘^[10,11]을 이용한 베이스 외란응답 제어^[12]를 들 수 있다. 그러나 이 방법은 단일 주파수를 갖는 조화함수 형태의 외란인 경우 외란의 상쇄성능이 우수하지만 넓은 주파수 스펙트럼을 갖는 외란의 경우 성능의 한계가 있으며, 또한 역동력학 모델이 IIR(infinite impulse response)-모델인 경우 FIR(finite impulse response)-모델로 나타내는 데 따른 추정계수의 증가 때문에 적용상 어려움이 존재한다. 이러한 문제의 해결책의 하나로 1-자유도 AMB 계에서 FXLMS 알고리즘을 이용한 실험적 보상제어기 설계 방법이 제시된 바 있으며, 제시된 방법이 베이스 가속도 외란에 대한 응답의 감소에 효과적임을 실험적으로 보이고 있다^[9,13].

본 논문에서는 조준장치의 회전축 지지를 위한 AMB 계에서 베이스 운동에 의한 영향을 최소화하기 위한 가속도 보상제어를 제안하였으며, 기존의

FXLMS 알고리즘을 이용한 보상제어기 설계방법을 확장하여 다자유도 다중 입출력계에 적용할 수 있는 보상제어기 설계방법을 제안하였다.

2. 시스템 모델

2.1 운동방정식

Fig. 1 과 같이 양 측면에 수직, 수평방향의 전자기베어링으로 부양된 축의 운동방정식은 축의 회전속도 Ω 가 작을 경우 다음 식(1)과 같이 표현된다.

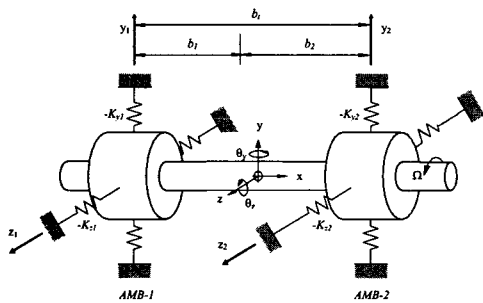


Fig. 1 Schematic diagram of magnetic bearing

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_y \\ F_z \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} mA_y + mg_y \\ mA_z + mg_z \\ I_y \alpha_y + T_y \\ I_z \alpha_z + T_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 y, z 는 축의 무게중심점의 공칭공극으로부터의 y, z -방향 변위, θ_y, θ_z 는 각각 축의 y, z -축 기준 회전각이며, F_y, F_z 와 M_y, M_z 는 AMB 에 의해 축에 전달되는 y, z -방향 전자기력과 모멘트이다. A_y, A_z 는 축의 무게중심점 위치에서의 베이스의 y, z -방향 가속도, g_y, g_z 는 y, z -방향 중력가속도이며, T_y, T_z 는 베이스 운동에 의해 축에 전달되는 모멘트로 다음 식으로 표현된다.

$$T_y = -I_{yz} \alpha_z + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{yz} \omega_x \omega_y \quad (2-1)$$

$$T_z = -I_{yz} \alpha_y + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y - I_{yz} \omega_x \omega_z \quad (2-2)$$

식(2)에서 I_{**} 는 각각 축의 해당 관성모멘트이며,

ω_x 는 베이스의 해당 방향 각속도이다.

Fig. 1 의 축을 부양하고 지지하기 위해 Fig. 2 와 같이 수직방향과 수평방향으로 각각 쌍을 이룬 전자기베어링이 각각 축의 좌측과 우측에 대칭으로 설치된다. Fig. 1 에서 좌측과 우측의 전자기베어링을 각각 AMB-1, AMB-2 라 하자.

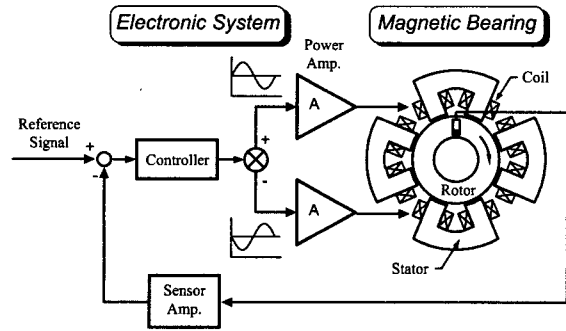


Fig. 2 Operational principle of AMB system

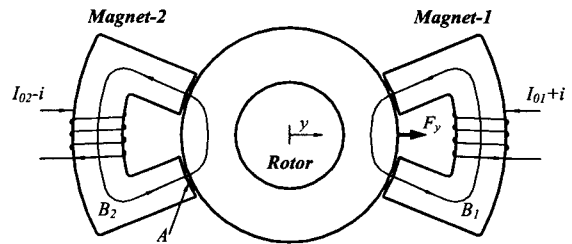


Fig. 3 Structure of a pair of magnetic bearing

AMB-1 과 AMB-2 위치에서 축에 전달되는 전자기력은 Fig. 2 와 Fig. 3 에서와 같이 코일에 바이어스(bias)전류 I_{o1}, I_{o2} 를 입력할 경우 전자기력은 변위 y 와 제어전류 i 에 비례하는 선형 관계로 표현된다. 이 관계를 좌우의 전자기 베어링에 적용하면 다음 식과 같다.

$$F_{1y} = K_{d1y} y_1 + K_{i1y} i_{1y}, \quad F_{2y} = K_{d2y} y_2 + K_{i2y} i_{2y}$$

$$F_{1z} = K_{d1z} z_1 + K_{i1z} i_{1z}, \quad F_{2z} = K_{d2z} z_2 + K_{i2z} i_{2z} \quad (3)$$

식(3)에서 K_d 와 K_i 는 각각 전자기베어링의 위치강성(position stiffness)과 전류강성(current stiffness)을 나타내며, 하첨자 1, 2 는 AMB 위치, y, z 는 방향을 나타낸다. AMB-1 과 AMB-2 의 기하학적 위치

를 고려하여 F_y , F_z 와 M_y , M_z 를 구하여 식(1)에 대입하면 다음 식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{yy} & 0 & 0 & k_{y\theta} \\ 0 & k_{zz} & k_{z\theta} & 0 \\ 0 & k_{z\theta} & k_{\theta\theta y} & 0 \\ k_{y\theta} & 0 & 0 & k_{\theta\theta z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ z \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i1y} & K_{i2y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{i1z} & K_{i2z} \\ 0 & 0 & b_1 K_{i1z} & -b_2 K_{i2z} \\ -b_1 K_{i1y} & b_2 K_{i2y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{1y} \\ i_{2y} \\ i_{1z} \\ i_{2z} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} mA_y + mg_y \\ mA_z + mg_z \\ I\alpha_y + T_y \\ I\alpha_z + T_z \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} k_{yy} &= K_{d1y} + K_{d2y}, & k_{y\theta} &= -b_1 K_{d1y} + b_2 K_{d2y} \\ k_{zz} &= K_{d1z} + K_{d2z}, & k_{z\theta} &= b_1 K_{d1z} - b_2 K_{d2z} \\ k_{\theta\theta y} &= b_1^2 K_{d1y} + b_2^2 K_{d2y} \\ k_{\theta\theta z} &= b_1^2 K_{d1z} + b_2^2 K_{d2z} \end{aligned} \quad (5)$$

이며 b_1 과 b_2 는 각각 축의 무게중심에서 AMB-1, AMB-2 까지의 거리를 나타낸다.

식(4)에서와 같이 Fig.1 의 축은 수직평면과 수평면에서의 운동은 서로 비연성이며 운동방정식이 유사하므로 편의를 위해 수직평면 운동만을 고려하도록 한다. 수직평면에서 논의한 내용은 쉽게 수평면상의 운동에 적용할 수 있다. 식(4)에서 표현의 간결성을 위해 방향을 나타내는 하첨자를 생략하고 수직평면에서의 운동을 다음과 같이 기술하자.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{d1} + K_{d2} & -b_1 K_{d1} + b_2 K_{d2} \\ -b_1 K_{d1} + b_2 K_{d2} & b_1^2 K_{d1} + b_2^2 K_{d2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} = K_a \begin{bmatrix} K_{i1} & K_{i2} \\ -b_1 K_{i1} & b_2 K_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} mA_y + mg_y \\ I\alpha_z + T_z \end{Bmatrix} \quad (6)$$

식(6)에서 K_a 는 전자석에 전류를 공급하는 전력 증폭기 이득이며, 모든 전력증폭기의 이득은 동일

한 것으로 가정했다. u_1 과 u_2 는 각각 증폭기에 입력되는 제어전압이다. 식(6)에서 강성행렬은 모두 양한정(positive definite)이므로 이 계는 불안정하며 베이스 가속도는 동적 외란, 자중은 정적외란으로 작용한다. 또한 축은 평행운동과 회전운동이 서로 연성되어 있음을 알 수 있다.

Fig. 1 의 계는 AMB-1 과 AMB-2 의 위치에 축의 상하방향과 수직방향 변위를 측정하기 위한 변위 센서가 설치되므로 식(6)을 측정좌표계로 나타내면 다음식과 같다.

$$\frac{1}{(b_1 + b_2)} \begin{bmatrix} b_2 m & b_1 m \\ -I & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{d1} & K_{d2} \\ -b_1 K_{d1} & b_2 K_{d2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = K_a \begin{bmatrix} K_{i1} & K_{i2} \\ -b_1 K_{i1} & b_2 K_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} mA_y + mg_y \\ I\alpha_z + T_z \end{Bmatrix} \quad (7)$$

3. 제어기 설계

3.1 상태피드백제어

식(6)의 계는 불안정하므로 피드백 제어에 의해 안정화 시켜야 된다. 이를 위해 식(6)을 다음식과 같이 상태공간방정식으로 나타내면

$$\dot{q} = Aq + Bu - d_a - f_g \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} q &= \{y \ \theta \ \dot{y} \ \dot{\theta}\}^T \\ u &= \{u_1 \ u_2\}^T \\ d_a &= [0 \ 0 \ A_y \ \alpha_z]^T \\ f_g &= [0 \ 0 \ g_y \ T_z / I]^T \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)의 우항에서 상첨자 T 는 벡터의 전치를 의미한다.

식(8)에서와 같이 이 계는 적분기를 갖지 않는 타입-0 계(type-0 system)에 해당되므로 상태피드백 제어를 했을 경우 정적 외란으로 작용하는 축의 중량에 의해 변위의 정상상태오차가 발생한다. 따라서 이 정상상태 오차를 줄이기 위해 다음과 같이 적분제어를 추가한다^[14].

$$u = -Kq - k_i \eta \quad (10)$$

식(10)에서 K 는 상태되먹임 제어이득 행렬, k_i 는 적분기 이득행렬, η 는 질량중심점의 변위와 회전각을 적분한 변수이다. 즉,

$$\dot{\eta} = \{y \ \theta\}^T \quad (11)$$

식(11)을 (8)에 대입하여 새로운 상태공간방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \eta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{Bmatrix} d_a + f_g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} q \quad (13)$$

식(12)로 주어지는 상태공간방정식을 이용하여 계를 안정화시키는 다양한 제어를 설계할 수 있다.

3.2 외란보상제어기 설계

식(10)의 되먹임제어에 의해 안정화된 전자기 베어링계의 폐회로 운동방정식은 다음과 같이 일반적인 형태로 쓸 수 있다.

$$A_1(q^{-1})y_1(k) = B_{11}(q^{-1})u_1(k) + B_{12}(q^{-1})u_2(k) + C_{11}(q^{-1})d_1(k) + C_{12}(q^{-1})d_2(k) \quad (14)$$

$$A_2(q^{-1})y_2(k) = B_{21}(q^{-1})u_1(k) + B_{22}(q^{-1})u_2(k) + C_{21}(q^{-1})d_1(k) + C_{22}(q^{-1})d_2(k)$$

식(14)는 폐회로 운동방정식을 측정좌표계에서 나타낸 것이며, 이산계로 변환한 형태이다. $A_1(q^{-1})$, $A_2(q^{-1})$ 은 각각 출력 y_1 과 y_2 에 관한 전달함수의 분모 다항식이며, $B_{ij}(q^{-1})$ 와 $C_{ij}(q^{-1})$ 는 해당 전달함수의 분자 다항식이다. q^{-1} 은 한스텝 지연 연산자이다.

식(14)의 계는 외란에 의한 영향을 받으므로 이 외란에 의한 응답 감소시킬 필요가 있다. 외란

에 의한 응답의 감소를 위해 고이득(high gain)되먹임제어를 적용하여 폐회로의 대역폭을 증가시키는 방법이 있으나, 고이득 되먹임제어는 잡음에 민감하며 기계적 공진을 야기할 수도 있다. 따라서 만일 외란을 측정할 수 있다면 보상을 통해 외란응답을 최소화하는 것이 보다 효율적이다.

외란의 보상을 위해 Fig. 4 와 같은 외란 앞먹임 보상제어를 고려할 수 있다. Fig. 4 에서 보상제어기는 다음의 형태를 갖는다.

$$u_1(k) = W_{11}(q^{-1})d_1(k) + W_{12}(q^{-1})d_2(k) \quad (15-1)$$

$$u_2(k) = W_{21}(q^{-1})d_1(k) + W_{22}(q^{-1})d_2(k) \quad (15-2)$$

식(15)의 보상제어기에 의해 보상된 계의 운동방정식은 다음 식으로 나타난다. 표현의 편의를 위해 한스텝 지연 연산자는 생략하였다.

$$A_1 y_1(k) = [B_{11}W_{11} + B_{12}W_{21} + C_{11}]d_1(k) + [B_{11}W_{12} + B_{12}W_{22} + C_{12}]d_2(k) \quad (16-1)$$

$$A_2 y_2(k) = [B_{21}W_{11} + B_{22}W_{21} + C_{21}]d_1(k) + [B_{21}W_{12} + B_{22}W_{22} + C_{22}]d_2(k) \quad (16-2)$$

외란응답을 완전히 제거할 수 있는 보상제어기를 각각 W_{11}^* , W_{21}^* , W_{12}^* , W_{22}^* 라 한다면 이 보상기들은 식(16)으로부터 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{Bmatrix} W_{11}^* \\ W_{21}^* \end{Bmatrix} = \frac{\begin{Bmatrix} B_{22}C_{11} - B_{12}C_{21} \\ -B_{21}C_{11} + B_{11}C_{21} \end{Bmatrix}}{B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}} \quad (17-1)$$

$$\begin{Bmatrix} W_{12}^* \\ W_{22}^* \end{Bmatrix} = \frac{\begin{Bmatrix} B_{22}C_{12} - B_{12}C_{22} \\ -B_{21}C_{12} + B_{11}C_{22} \end{Bmatrix}}{B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}} \quad (17-2)$$

식(17)의 보상제어기는 역동력학 모델에 해당하므로 제어성능은 모델의 정확성에 의존한다. 그러나 수학적 모델은 실제 계의 근사적 표현이며, 디지털 제어를 위해 연속계를 이산계로 변환하여 얻은 모델은 하나의 등가적 표현이므로 정확한 모델을 구하기 쉽지 않다. 또한

식(17)의 보상기는 IIR(infinite impulse response) 필터 구조를 가지므로 보상기의 안정성을 보장하지 못한다. 따라서 본 논문에서는 외란을 임의로 가할 수 있고 또한 외란을 측정할 수 있는 시스템에서 수학적 모델보다는 실험적 방법의 의해 보상제어기를 직접 설계하는 방법을 제안한다. 제안된 보상제어기는 다음과 같이 두 단계의 과정을 통해 설계된다.

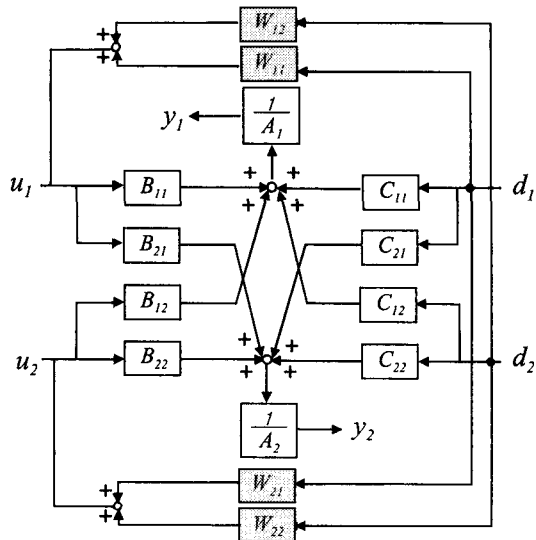


Fig. 4 Block diagram of compensated system

(1) 외란제거 제어기의 주파수응답함수 결정

외란을 단일 주파수 성분을 갖는 단순 조화함수로 제공하면서 이 외란응답을 제거할 수 있는 보상제어기를 MFXLMS 알고리즘을 이용하여 추정하며, 추정된 보상제어기 계수로부터 해당 주파수의 주파수 응답함수를 얻는다.

식(17)은 외란을 완벽하게 제거하는 보상제어기이므로 만일 보상제어기가 다음 식(18)을 만족하는 1-차 다항식일 경우 이 보상제어기는 주파수 ω_i 를 갖는 단순 조화함수 외란의 정상상태 응답을 완벽하게 제거할 수 있다.

$$[W_{11} = w_{11}^1 + w_{11}^2 q^{-1}]_{q=e^{j\omega_i T}} = W_{11}^* \Big|_{q=e^{j\omega_i T}} \quad (18-1)$$

$$[W_{21} = w_{21}^1 + w_{21}^2 q^{-1}]_{q=e^{j\omega_i T}} = W_{21}^* \Big|_{q=e^{j\omega_i T}} \quad (18-2)$$

$$[W_{12} = w_{12}^1 + w_{12}^2 q^{-1}]_{q=e^{j\omega_i T}} = W_{12}^* \Big|_{q=e^{j\omega_i T}} \quad (18-3)$$

$$[W_{22} = w_{22}^1 + w_{22}^2 q^{-1}]_{q=e^{j\omega_i T}} = W_{22}^* \Big|_{q=e^{j\omega_i T}} \quad (18-4)$$

여기서 T 는 샘플링 간격이다. 식(18)을 만족하는 1-차 다항식의 계수는 유일하다. 식(18)을 만족하는 보상제어기들을 계의 모델을 기반으로 설계하기 위해서는 모델의 정확성이 요구되는 문제가 있으므로 이를 해결하기 위해 부록에서와 같이 MFXLMS 알고리즘을 이용하여 보상제어기 다항식의 계수를 추정하는 방법을 제안하고자 한다. 부록의 설계과정에 따라 주파수 ω_i 를 갖는 조화함수 외란을 제거하는 보상제어기 다항식과 보상제어기의 주파수 ω_i 에서의 주파수 응답을 얻을 수 있다. 따라서 이상의 과정을 외란의 주파수를 변경하면서 반복하면 관심있는 주파수 대역에서 외란의 정상상태 응답을 제거할 수 있는 보상제어기 주파수 응답함수들을 얻게 된다.

(2) 주파수 영역에서 제어기 모델 최적화

앞에서 얻은 보상제어기의 주파수 응답함수가 가장 잘 표현하는 보상제어기 모델을 결정한다. 모델 계수는 다음의 주파수 영역에서 정의된 가격함수 J_{lm} 를 최소화시켜 보상제어기 $W_{lm}(q^{-1})$ 를 결정한다.

$$J_{lm} = \sum_{k=1}^n \lambda_{lm}(\omega_k) [\hat{W}_{lm}(q^{-1}) - W_{lm}(q^{-1})]_{q=e^{j\omega_k T}}^2 \quad (19)$$

$, l, m = 1, 2$

여기서 $\lambda_{lm}(\omega_k)$ 는 가격함수의 주파수 가중치이며, $\hat{W}_{lm}(q^{-1})$ 은 1-단계에서 MFXLMS 알고리즘으로 구한 1-차 다항식 보상제어기 모델이다. $W_{lm}(q^{-1})$ 는 IIR(infinite impulse response)-모델 또는 FIR(finite impulse response)-모델을 선택할 수 있으나, IIR-필터 구조는 보상기 안정성을 보장하지 못하므로 안정성을 보장하는 FIR 필터 구조를 선정할 수 있다. 일반적으로 FIR-모델은 고차가 필요하나, 고차의 제어기는 제어기 구현에 부담을 주므로 모델 차수의 증가와 가격함수의 감소간의 관계를 고려하여 차수를 결정한다. 결정된 모델은 외란보상제어기로 적용한다.

4. 결론

차량 탑재용 조준장치의 고각축 부양 및 지지를 위해 사용하는 능동전자기 베어링계에서 베이스 운동에 의한 축의 진동을 억제하기 위해 외란 보상제어기 설계방법을 제안하였다. 제안된 방법은 MFRLMS 알고리즘을 이용하여 보상제어기 계수를 적응 추정하는 실험적 방법에 기초를 두므로 기존의 모델 기반 설계방법에 비해 모델 정확도에 대한 요구를 완화시킬 수 있을 뿐 아니라 계의 실제적 동특성에 적합한 보상제어기 설계가 가능하다.

본 논문에서 제안한 보상제어기 설계방법의 성능 검증을 위해 조준장치의 5-자유도 AMB 특성을 최대한 갖춘 2-자유도 AMB 를 제작하여 실험한 내용 및 결과는 후속 논문에 수록 예정이다.

참고문헌

1. Amstrong-Helouvy, B., Dupont, P. and Canudas, D.E., "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for Control of Machines with Friction," *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp.1083-1138, 1994.
2. Habermann, H. and Liard, G., "An Active Magnetic Bearing System," *Tribology International*, pp.85-89, 1980.
3. Brunet, M., "Practical Applications of Active Magnetic Bearing to the Industrial World," 1'st International Symposium on Magnetic Bearing, Zurich, pp.225-244, 1988.
4. M. O. T. Cole, P. S. Keogh and C. R. Burrows, "Control and Non-linear Compensation of a Rotor/Magnetic Bearing System Subject to base Motion," 6th Int. Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge, MA, pp.618-627, 1998.
5. M. E. Kasarda, J. Clements, A. L. Wicks, C. D. Hall and R. G. Kirk, "Effect of Sinusoidal Base Motion on a Magnetic Bearing," *Proc. IEEE International Conference on Control Applications*, pp.144-149, 2000.
6. Suzuki, Y., "Acceleration Feedforward Control for Active Magnetic Bearing Excited by Ground

- Motion," *IEEE Proc. Control Theory Appl.*, Vol.145, pp. 113-118, 1998.
7. Jinzenji, A., Sasamoto, T., Aikawa, K., Yoshida, S. and Aruga, K., "Acceleration feedforward control Against Rotational Disturbance in hard Disk Drives," *IEEE Trans. On Magnetics*, Vol.37, No.2, pp.888-893, 2001.
8. Kang, M.S., "Optimal Acceleration Feedforward Control of Active magnetic bearing Systems Subject to base Motion," *J. of the KSPE*, vol.20, no.9, pp.84-91, 2003.
9. Kang, M.S., "Acceleration Feedforward Control in Active Magnetic Bearing Systems Subject to Base Motion by Filtered-x LMS Algorithm," *J. of the KSME*, part A, vol.27, no.10, 2003, to be published.
10. Haykin, S. *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall Inc., 2002.
11. Kuo, S. M. and Morgan, D. R., *Active Noise Control Systems*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley Sons, Inc., 1996.
12. White, M. T. and Tomizuka, M., "Increased Disturbance Rejection in Magnetic Disk Drives by Acceleration Feedforward Control and Parameter Adaptation," *Control Engineering Practice*, vol.5, no.6., pp.741-751, 1997.
13. Kang, M.S., "Disturbance Compensation Control by FXLMS Algorithm," *J. of the KSPE*, vol.20, no.11, 2003, to be published.
14. Ogata, K. *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall Inc., 2002

부 록

MFRLMS 알고리즘을 이용한 외란보상 제어기 설계

식(16)과 같이 보상제어를 한 계의 운동방정식을 다음 식과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$y_1(k) = \left[W_{11}d_{11}^1(k) + W_{21}d_{12}^1(k) + \frac{C_{11}}{A_1}d_1(k) \right] + \left[W_{12}d_{11}^2(k) + W_{22}d_{12}^2(k) + \frac{C_{12}}{A_1}d_2(k) \right] \quad (A-1)$$

$$y_2(k) = \left[W_{11}d_{21}^1(k) + W_{21}d_{22}^1(k) + \frac{C_{21}}{A_2}d_1(k) \right] + \left[W_{12}d_{21}^2(k) + W_{22}d_{22}^2(k) + \frac{C_{22}}{A_2}d_2(k) \right] \quad (A-2)$$

여기서

$$d_{ij}^m(k) = \frac{B_{ij}}{A_i}d_m(k), i, j, m = 1, 2 \quad (A-3)$$

식(A-2)에서 $d_1(k)$ 와 $d_2(k)$ 가 동일한 단일 주파수를 가질 경우 식(18)을 만족하는 1-차 다항식 보상제어기, 즉 $y_1(k)=0$, $y_2(k)=0$ 로 할 수 있는 1-차 다항식 보상제어기를 다음의 MFXLMS 알고리즘을 이용하여 추정할 수 있다.

$$\begin{cases} w_{11}^1(k+1) \\ w_{21}^1(k+1) \end{cases} = \begin{cases} w_{11}^1(k) \\ w_{21}^1(k) \end{cases} + \begin{cases} \hat{d}_{11}^1(k) \\ \hat{d}_{11}^1(k-1) \end{cases} \mu_1 \frac{1}{D_{11}^1(k)} y_1(k) + \begin{cases} \hat{d}_{21}^1(k) \\ \hat{d}_{21}^1(k-1) \end{cases} \eta_1 \frac{1}{D_{21}^1(k)} y_2(k) \quad (A-4)$$

$$\begin{cases} w_{21}^1(k+1) \\ w_{21}^2(k+1) \end{cases} = \begin{cases} w_{21}^1(k) \\ w_{21}^2(k) \end{cases} + \begin{cases} \hat{d}_{12}^1(k) \\ \hat{d}_{11}^1(k-1) \end{cases} \mu_2 \frac{1}{D_{12}^1(k)} y_1(k) + \begin{cases} \hat{d}_{22}^1(k) \\ \hat{d}_{21}^1(k-1) \end{cases} \eta_2 \frac{1}{D_{22}^1(k)} y_2(k) \quad (A-5)$$

$$\begin{cases} w_{12}^1(k+1) \\ w_{12}^2(k+1) \end{cases} = \begin{cases} w_{12}^1(k) \\ w_{12}^2(k) \end{cases} + \begin{cases} \hat{d}_{11}^2(k) \\ \hat{d}_{11}^2(k-1) \end{cases} \mu_3 \frac{1}{D_{11}^2(k)} y_1(k) + \begin{cases} \hat{d}_{21}^2(k) \\ \hat{d}_{21}^2(k-1) \end{cases} \eta_3 \frac{1}{D_{21}^2(k)} y_2(k) \quad (A-6)$$

$$\begin{cases} w_{22}^1(k+1) \\ w_{22}^2(k+1) \end{cases} = \begin{cases} w_{22}^1(k) \\ w_{22}^2(k) \end{cases} + \begin{cases} \hat{d}_{12}^2(k) \\ \hat{d}_{12}^2(k-1) \end{cases} \mu_4 \frac{1}{D_{12}^2(k)} y_1(k) + \begin{cases} \hat{d}_{22}^2(k) \\ \hat{d}_{22}^2(k-1) \end{cases} \eta_4 \frac{1}{D_{22}^2(k)} y_2(k) \quad (A-7)$$

식(A-4)-(A-7)에서

$$D_{ij}^m(k) = \hat{d}_{ij}^m(k)^2 + \hat{d}_{ij}^m(k-1)^2 \quad (A-8)$$

$$\hat{d}_{ij}^m(k) = \frac{\hat{B}_{ij}}{\hat{A}_i}d_m(k), i, j, m = 1, 2 \quad (A-9)$$

이며, $\mu_i, i=1, 2, 3, 4$, $\eta_i, i=1, 2, 3, 4$ 는 갱신상수이다. 식(A-9)에서 \hat{A}_i 과 \hat{B}_{ij} 는 각각 A_i 와 B_{ij} 의 추정에 해당한다. Fig. A-1 은 식(A-4)의 MFXLMS 알고리즘을 보인다.

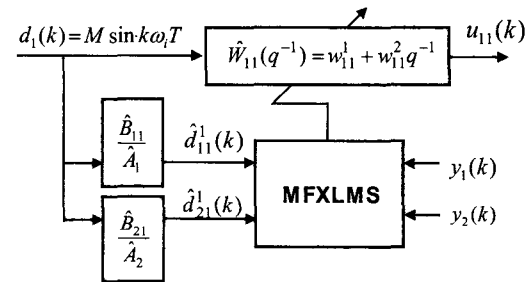


Fig. A-1 Estimation of compensator by MFXLMS algorithm

이와 같이 베이스 외란을 단순 조화함수로 가하면서 식(A-4) - (A-7)을 이용하여 해당 주파수 외란응답을 제거하는 보상제어기 계수를 추정한다. 이 때 외란 $d_1(k)$ 와 $d_2(k)$ 가 동일 주파수를 가지므로 두 관계는 일반적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d_1(j\omega) = \alpha d_2(j\omega) = M e^{j\theta} d_2(j\omega) \quad (A-10)$$

이 관계는 외란 $d_1(k)$ 이 $d_2(k)$ 보다 크기가 M 배이고 위상이 θ 만큼 앞섬을 의미한다. 식(A-10)을 식(16)에 대입하면, $y_1(k)=0$, $y_2(k)=0$ 을 만족하는 보상제어기는 다음의 관계를 만족함을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{11} \\ B_{11} & B_{11} \end{bmatrix} \alpha \begin{bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{bmatrix} = -\alpha \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} \quad (A-11)$$

따라서 $d_1(k)$ 과 $d_2(k)$ 가 식(A-10)의 관계를 갖고

$\alpha \neq 0$ 일 경우 식(A-4) - (A-7)을 이용하여 구한 보상제어기 다항식들은 유일한 값이 아니고 다음의 관계를 만족하는 값이 얻어진다.

$$\alpha \left\{ \begin{matrix} \hat{W}_{11}(\omega) \\ \hat{W}_{21}(\omega) \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \hat{W}_{12}(\omega) \\ \hat{W}_{22}(\omega) \end{matrix} \right\} = \alpha \left\{ \begin{matrix} W_{11}^*(\omega) \\ W_{21}^*(\omega) \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} W_{12}^*(\omega) \\ W_{22}^*(\omega) \end{matrix} \right\} \quad (A-12)$$

식(A-12)에서 $\hat{W}_{ij}(\omega)$ 는 MFXLMS 알고리즘으로 구한 보상제어기의 주파수 응답을 나타내며, $W_{ij}^*(\omega)$ 는 식(18)을 만족하는 보상제어기의 주파수 응답을 나타낸다. 이는 보상기 다항식을 얻기 위해서는 식(A-10)의 α 를 다르게 하여 적어도 두 번 이상의 추정이 필요함을 의미한다.

만일 외란의 주파수가 $\omega = \omega_i$ 이고 $\alpha = \alpha_1 \neq 0$ 일 경우 식(A-12)에서

$$\alpha_1 \left\{ \begin{matrix} W_{11}^*(\omega_i) \\ W_{21}^*(\omega_i) \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} W_{12}^*(\omega_i) \\ W_{22}^*(\omega_i) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \end{matrix} \right\} \quad (A-13)$$

여기서

$$\beta_{11} = \alpha_1(\hat{w}_{11}^1 + \hat{w}_{11}^2 e^{-j\omega_i T}) + (\hat{w}_{12}^1 + \hat{w}_{12}^2 e^{-j\omega_i T}) \quad (A-14-1)$$

$$\beta_{12} = \alpha_1(\hat{w}_{21}^1 + \hat{w}_{21}^2 e^{-j\omega_i T}) + (\hat{w}_{22}^1 + \hat{w}_{22}^2 e^{-j\omega_i T}) \quad (A-14-2)$$

식(A-14)에서 \hat{w}_{ij}^m 은 MFXLMS 알고리즘으로 추정된 보상기 다항식 계수이다. 동일한 주파수이며 단, $\alpha = \alpha_2 \neq \alpha_1$ 의 관계를 갖도록 외란을 제공하면서 MFXLMS 알고리즘에 의해 구한 보상제어기 주파수 응답은 식(A-14)와 유사한 관계를 만족한다.

$$\alpha_2 \left\{ \begin{matrix} W_{11}^*(\omega_i) \\ W_{21}^*(\omega_i) \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} W_{12}^*(\omega_i) \\ W_{22}^*(\omega_i) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \beta_{21} \\ \beta_{22} \end{matrix} \right\} \quad (A-15)$$

여기서

$$\beta_{21} = \alpha_2(\hat{w}_{11}^1 + \hat{w}_{11}^2 e^{-j\omega_i T}) + (\hat{w}_{12}^1 + \hat{w}_{12}^2 e^{-j\omega_i T}) \quad (A-16-1)$$

$$\beta_{22} = \alpha_2(\hat{w}_{21}^1 + \hat{w}_{21}^2 e^{-j\omega_i T}) + (\hat{w}_{22}^1 + \hat{w}_{22}^2 e^{-j\omega_i T}) \quad (A-16-2)$$

식(A-16)에서 \hat{w}_{ij}^m 은 $\alpha = \alpha_2$ 일 때 MFXLMS 알고리즘으로 추정된 보상기 다항식 계수이다

이와 같이 α 를 변경하면서 2 번 이상의 실험을 통해 주파수는 동일하나 임의의 상대적 관계를 갖는 외란 $d_1(k)$ 이 $d_2(k)$ 에 의한 응답을 제거하는 보상제어기를 설계할 수 있다. 예를 들어 식(A-13)과 (A-15)의 관계를 얻으면 주파수 $\omega = \omega_i$ 를 갖는 외란의 정상상태 응답을 제거할 수 있는 보상제어기의 주파수 $\omega = \omega_i$ 에서의 주파수 응답은 다음 식에서 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} W_{11}^*(\omega_i) \\ W_{21}^*(\omega_i) \\ W_{12}^*(\omega_i) \\ W_{22}^*(\omega_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 1 \\ \alpha_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \beta_{21} \\ \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (A-17)$$

물론 외란이 $d_1(k) \neq 0$, $d_2(k) = 0$ 인 경우에는 MFXLMS 알고리즘으로 추정된 보상기 다항식이 바로 $W_{11}^*(q^{-1})$ 과 $W_{21}^*(q^{-1})$ 이 되며, 반대로 외란이 $d_1(k) = 0$, $d_2(k) \neq 0$ 인 경우에는 MFXLMS 알고리즘으로 추정된 보상기 다항식이 바로 $W_{12}^*(q^{-1})$ 과 $W_{22}^*(q^{-1})$ 이 된다.