

A Simplification of Linear System via Frequency Transfer Function Synthesis

金周植* · 金鍾根** · 柳正雄***
(Ju-Sik Kim · Jong-Gun Kim · Jeong-Woong Ryu)

Abstract - This paper presents an approximation method for simplifying a high-order transfer function to a low-order transfer function. A model reduction is based on minimizing the error function weighted by the numerator polynomial of reduced systems. The proposed methods provide better low frequency fit and a computer aided algorithm that estimates the coefficients vector for the numerator and denominator polynomial on the simplified systems from an overdetermined linear system constructed by frequency responses of the original systems. Two examples are given to illustrate the feasibilities of the suggested schemes.

Key Words : simplification, model reduction, transfer function synthesis, LS, TLS

1. 서 론

제어시스템의 해석과 설계에 있어서 가장 중요한 과제 중 하나는 시스템의 동특성을 충분히 표현할 수 있는 수학적 모델을 얻는 것이며, 고려된 성능사양을 만족하는 제어기를 보다 쉽게 구현하기 위해서 모델화된 고차의 동적시스템을 저차모델로 근사화하는 것이 종종 요구된다[1-11]. 이때 간소화된 저차의 근사모델은 본래 시스템의 특성을 가능한한 유지하여야 한다. 간소화를 위해서 응답특성을 고려하여 무의미한 극점을 무시하는 간단한 방법이 있지만, 실제 시스템에서는 우세극점과 무의미한 극점의 영역이 명확하게 구분되지 않기 때문에 이용에 많은 문제점이 있다[1]. 따라서 고차시스템을 저차시스템으로 근사화하는 공식적인 접근이 필요하다.

Hsia는 고차 및 저차시스템에서 진폭특성의 등가성으로부터 근사화 공식을 제안하였지만, 간소화된 모델이 고차의 모델 보다 적게 제동되는 특성이 나타나기 때문에 근사화 과정에서 불안정한 극점이 발생할 수 있다[2]. 그 후 주파수영역에서의 모델 간소화 방법에 관한 연구로서 Padé 근사법[3,4], Markov 파라미터[5], 그리고 Routh 근사법[6-9]을 이용한 간소화 방식들이 제안되었다. 그러나 이 방식들은 간단한 연산에 의해서 저차 근사모델을 얻을 수 있지만, 안정성, 안정성 확보를 위한 반복적인 연산, 그리고 비교적 큰 오차를 발생시키는 문제점을 갖고 있다. Reddy는 고려된 전달함수의 분자와 분모다항식에 대응되는 실수부와 허수부 사이의 오차관계로부터 얻어진 방정식에 의해서 저차 전달함수의 계수값을

구하였으나, 기존의 다른 방식 보다 개선된 특성을 보이지는 못하였다[10]. Luus는 주파수응답을 직접 이용하는 근사화 방식으로 전달함수합성에 의한 간소화 방법을 제안하였지만, 복잡하고 반복적인 연산과정을 포함하고 있다[11].

본 논문에서는 위와 같은 문제점들을 해결하기 위해서 고차시스템의 주파수응답으로부터 간소화된 저차시스템의 주파수 전달함수를 합성하는 방법을 제안한다. 제안된 방법은 고차시스템의 정상상태응답을 고려하여 각각의 주파수에서 이득과 위상응답이 복소평면의 허용영역에 놓이도록 근사화된 저차의 주파수 전달함수에 대한 계수벡터를 추정하는 방식이다. 전달함수합성을 이용하지만[12,13], 제안된 방법은 합성에서 나타나는 분모다항식에 대한 편의(bias)문제를 해결하기 위한 오차조건과 반복과정이 필요 없는 공식화된 관계식을 포함하기 때문에 간단한 연산에 의해 간소화를 성취할 수 있고, 컴퓨터를 이용한 자동적인 계산이 가능하다. 제안된 간소화 방법에 대한 효율성과 우수성을 설명하기 위해서 본 논문에서는 두 개의 예제를 다루며, 이 예제에 대한 시뮬레이션 결과에서 기존 방식들과 비교한다.

2. 주파수 전달함수합성에 의한 저차화 방법

고차시스템의 주파수응답으로부터 간소화된 저차시스템의 계수들을 결정하기 위해 다음과 같은 고차의 주파수 전달함수 $G_H(j\omega)$ 와 저차의 주파수 전달함수 $G_L(j\omega)$ 를 고려하자.

$$G_H(j\omega) = \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)} = \frac{\sum_{g=0}^{m_1} b_g(j\omega)^g}{\sum_{h=0}^{n_1} a_h(j\omega)^h} \tag{1}$$

$$= |G_H(j\omega)| \cos \phi_H(\omega) + j |G_H(j\omega)| \sin \phi_H(\omega)$$

* 正 會 員 : 忠北大 電氣電子컴퓨터工學部 專任講師·工博

** 正 會 員 : 忠北大 電氣工學科 博士課程

***正 會 員 : 忠北大 電氣電子컴퓨터工學部 教授·工博

接受日字 : 2003年 7月 30日

最終完了 : 2003年 9月 10日

$$G_L(j\omega) = \frac{d(j\omega)}{c(j\omega)} = \frac{\sum_{g=0}^{m_l} d_g(j\omega)^g}{\sum_{h=0}^{n_l} c_h(j\omega)^h}$$

$$= |G_L(j\omega)| \cos \phi_L(\omega) + j |G_L(j\omega)| \sin \phi_L(\omega) \quad (2)$$

여기서, $n_h \geq m_h$, $n_h > n_l \geq m_l$ 이고, $|G_H(j\omega)|$ 와 $\phi_H(\omega)$ 는 고차시스템의 이득 및 위상응답이다. 그리고 $|G_L(j\omega)|$ 와 $\phi_L(\omega)$ 는 간소화된 저차시스템의 이득 및 위상응답이다

식 (1)의 분모 및 분자다항식 $a(j\omega)$ 와 $b(j\omega)$ 의 계수, 그리고 $|G_H(j\omega)|$ 와 $\phi_H(\omega)$ 는 기지의 값이며, 본 논문에서 제안한 주파수 전달함수 합성법에 의한 간소화는 분모다항식에 대한 편의를 해결하기 위한 오차관계와 두 시스템의 직류이득을 등가로 고려한 다음과 같은 조건에 의해서 식 (2)의 $c(j\omega)$ 와 $d(j\omega)$ 의 계수값들을 결정하는 방법이다.

$$\epsilon = \frac{1}{G_H(j\omega)} - \frac{c(j\omega)}{d(j\omega)}, \quad c_0 = a_0, \quad d_0 = b_0.$$

식 (1)의 주파수응답과 위의 조건식으로부터 i 번째 주파수 ω_i 에 대해 식 (2)는 다음과 같이 표현할 수 있고,

$$\sum_{h=1}^{n_l} c_h(j\omega_i)^h - \sum_{g=1}^{m_l} d_g(j\omega_i)^g (M_i + jN_i) = (d_0 M_i - c_0) + j d_0 N_i \quad (3)$$

여기서, $M_i = \frac{\cos \phi_H(\omega_i)}{|G_H(j\omega_i)|}$, $N_i = -\frac{\sin \phi_H(\omega_i)}{|G_H(j\omega_i)|}$ 이다.

m_l 과 n_l 이 짝수일 때에는 $p = \frac{m_l}{2}$, $q = \frac{m_l}{2} - 1$, $u = \frac{n_l}{2}$,

$v = \frac{n_l}{2} - 1$, 홀수일 때에는 $p = q = \frac{m_l - 1}{2}$, $u = v = \frac{n_l - 1}{2}$

로 각각 정의하면, 식 (3)에서 $\sum_{h=1}^{n_l} c_h(j\omega_i)^h$ 와 $\sum_{g=1}^{m_l} d_g(j\omega_i)^g$ 를 다음과 같은 일반식으로 정리할 수 있다.

$$\sum_{h=1}^{n_l} c_h(j\omega_i)^h = \sum_{\gamma=1}^u (-1)^\gamma c_{2\gamma} \omega_i^{2\gamma} + j \sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta c_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^{m_l} d_g(j\omega_i)^g = \sum_{\alpha=1}^p (-1)^\alpha d_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} + j \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta d_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \quad (5)$$

그리고 식 (4)와 (5)를 식 (3)에 대입하고, 실수부와 허수부로 구분하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$d_0 M_i - c_0 = \sum_{\gamma=1}^u (-1)^\gamma c_{2\gamma} \omega_i^{2\gamma} - M_i \sum_{\alpha=1}^p (-1)^\alpha d_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} + N_i \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta d_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \quad (6)$$

$$d_0 N_i = \sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta c_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} - N_i \sum_{\alpha=1}^p (-1)^\alpha d_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} - M_i \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta d_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \quad (7)$$

여기서, 식 (6)과 (7)의 각 항들을 다음과 같이 정의하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{Ri}^{even} &= [-\omega_i^2 \omega_i^4 - \omega_i^6 \dots (-1)^u \omega_i^{2u}] \in R^u, \\ \mathbf{p}_{Li}^{odd} &= [\omega_i - \omega_i^3 \omega_i^5 \dots (-1)^v \omega_i^{2v+1}] \in R^{v+1}, \\ \mathbf{z}_{Ri}^{even} &= [\omega_i^2 M_i - \omega_i^4 M_i \omega_i^6 M_i \dots (-1)^{p+1} \omega_i^{2p} M_i] \in R^p, \\ \mathbf{z}_{Li}^{even} &= [\omega_i^2 N_i - \omega_i^4 N_i \omega_i^6 N_i \dots (-1)^{p+1} \omega_i^{2p} N_i] \in R^p, \\ \mathbf{z}_{Ri}^{odd} &= [\omega_i N_i - \omega_i^3 N_i \omega_i^5 N_i \dots (-1)^q \omega_i^{2q+1} N_i] \in R^{q+1}, \\ \mathbf{z}_{Li}^{odd} &= [-\omega_i M_i \omega_i^3 M_i - \omega_i^5 M_i \dots (-1)^{q+1} \omega_i^{2q+1} M_i] \in R^{q+1}, \\ \mathbf{c}^{even} &= [c_2 \quad c_4 \quad c_6 \quad \dots \quad c_{2u}]^T \in R^u, \\ \mathbf{c}^{odd} &= [c_1 \quad c_3 \quad c_5 \quad \dots \quad c_{2v+1}]^T \in R^{v+1}, \\ \mathbf{d}^{even} &= [d_2 \quad d_4 \quad d_6 \quad \dots \quad d_{2p}]^T \in R^p, \\ \mathbf{d}^{odd} &= [d_1 \quad d_3 \quad d_5 \quad \dots \quad d_{2q+1}]^T \in R^{q+1}, \end{aligned}$$

다음과 같은 일차연립방정식을 구성할 수 있고,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ri}^{even} & \mathbf{0} & \mathbf{z}_{Ri}^{even} & \mathbf{z}_{Ri}^{odd} \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{Li}^{odd} & \mathbf{z}_{Li}^{even} & \mathbf{z}_{Li}^{odd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{even} \\ \mathbf{c}^{odd} \\ \mathbf{d}^{even} \\ \mathbf{d}^{odd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 M_i - c_0 \\ d_0 N_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

N 개의 이득 및 위상응답을 고려하면 식 (8)로부터 다음과 같은 과잉결정된 일차연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{X}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{y} \quad (9)$$

여기서, $\mathbf{X} \in R^{2N \times (n_l + m_l)}$, $\mathbf{y} \in R^{2N}$, $\boldsymbol{\theta} \in R^{n_l + m_l}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{R1}^{even} & \mathbf{0} & \mathbf{z}_{R1}^{even} & \mathbf{z}_{R1}^{odd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{p}_{Ri}^{even} & \mathbf{0} & \mathbf{z}_{Ri}^{even} & \mathbf{z}_{Ri}^{odd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{p}_{RN}^{even} & \mathbf{0} & \mathbf{z}_{RN}^{even} & \mathbf{z}_{RN}^{odd} \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{L1}^{odd} & \mathbf{z}_{L1}^{even} & \mathbf{z}_{L1}^{odd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{Li}^{odd} & \mathbf{z}_{Li}^{even} & \mathbf{z}_{Li}^{odd} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{LN}^{odd} & \mathbf{z}_{LN}^{even} & \mathbf{z}_{LN}^{odd} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} d_0 M_1 - c_0 \\ \vdots \\ d_0 M_i - c_0 \\ \vdots \\ d_0 M_N - c_0 \\ d_0 N_1 \\ \vdots \\ d_0 N_i \\ \vdots \\ d_0 N_N \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{even} \\ \mathbf{c}^{odd} \\ \mathbf{d}^{even} \\ \mathbf{d}^{odd} \end{bmatrix}.$$

그러면 간소화된 저차시스템의 주파수 전달함수에 대한 미지의 계수벡터 즉, 식 (9)의 해 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 을 잘 알려진 바와 같이 최소자승(LS; Least Square)법에 의해서 다음과 같이 구할 수

있다.

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (10)$$

다른 방법으로 완전최소자승(TLS ; Total Least Square) 법을 이용할 수 있으며, 다음과 같이 그 해를 얻을 수 있다. 식 (9)에서 첨가행렬 $[X : y] \in R^{2N \times (n_i + m_i + 1)}$ 에 대한 특이값 분해는 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$D = U^T [X : y] V = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n_i + m_i + 1}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

특이값이 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k > \sigma_{k+1} = \dots = \sigma_{n_i + m_i + 1} > 0$ 의 관계를 갖는다면, Householder 변환에 의해 다음과 같은 관계를 갖는 행렬 Q 를 구할 수 있다.

$$[v_{k+1} \ v_{k+2} \ \dots \ v_{n_i + m_i + 1}] Q = \begin{bmatrix} W & z \\ 0 & \eta \end{bmatrix} \quad (12)$$

그러면 식 (12)의 마지막 열벡터 $w = [z \ \eta]^T \in R^{n_i + m_i + 1}$ 로 부터 최소정규해 $\hat{\theta}$ 가 다음에 의해서 주어진다[14,15].

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ -1 \end{bmatrix} = -\frac{w}{\eta} \quad (13)$$

3. 시뮬레이션 및 평가결과

본 장에서는 다음 두 개의 예제를 고려한다. 먼저 3차 시스템을 2차 시스템으로 저차화한 예제에 Hsia[2]와 Reddy [10]의 방법과 2장에서 제안된 방법을 적용한 결과를 비교하고, 두 번째에서는 8차 시스템을 4차 시스템으로 근사화한 예제에 Krishnamurthy와 Seshadri[7], Choo[9], 그리고 Luus [11]의 결과와 2장의 방법을 이용한 결과를 비교하여 제안된 주파수 전달함수 합성에 의한 간소화 방식의 유용성 및 우수성을 검증한다.

3.1 예제 1

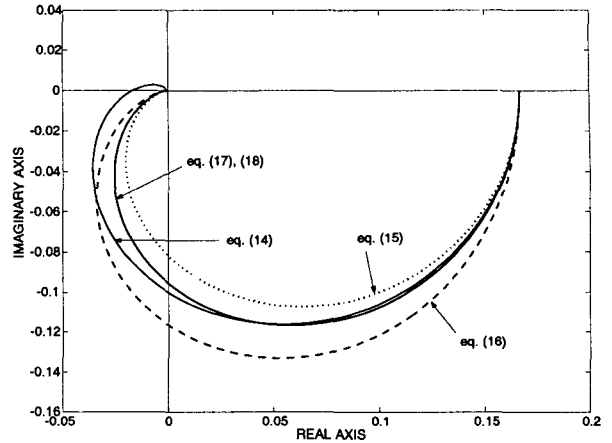
다음과 같은 3차 시스템을 고려하자.

$$G_H(s) = \frac{1}{6} \frac{1}{\frac{1}{6}s^3 + s^2 + \frac{11}{6}s + 1} \quad (14)$$

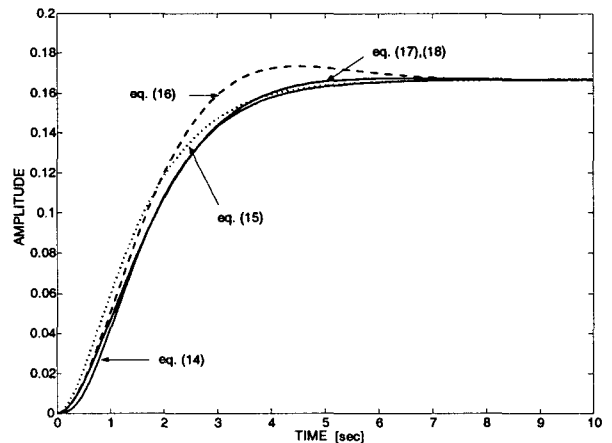
Hsia와 Reddy가 제시한 2차 근사모델은 각각 다음과 같고,

$$G_L^{Hsia}(s) = \frac{1}{6} \frac{1}{0.625s^2 + 1.615s + 1} \quad (15)$$

$$G_L^{Reddy}(s) = \frac{1}{6} \frac{1}{s^2 + 1.433s + 1} \quad (16)$$



(a) frequency responses of the original system and simplified system



(b) time responses of the original system and simplified system

그림 1 3차 시스템과 간소화된 2차 시스템의 응답

Fig. 1 Responses of the third-order system and simplified second-order system

표 1 예제 1의 평가결과

Table 1 Evaluating results of example 1

Method	S_1	S_2
Hsia	1.1003×10^{-2}	8.4487×10^{-3}
Reddy	9.5685×10^{-3}	1.5775×10^{-2}
LS method	1.6052×10^{-3}	8.6215×10^{-4}
TLS method	1.6049×10^{-3}	8.5367×10^{-4}

제안된 주파수 전달함수 합성법에 최소자승법과 완전최소자승법을 적용하여 $10^{-2} \leq \omega \leq 10^0$ [rad/sec]의 주파수범위에서 대수(logarithm)적인 간격으로 100개의 데이터를 이용한 결과는 각각 다음과 같다.

$$G_L^{LS}(s) = \frac{1}{6} \frac{1}{s^2 + 1.7461s + 1} \quad (17)$$

$$G_L^{TLS}(s) = \frac{1}{6} \frac{1}{s^2 + 1.7470s + 1} \quad (18)$$

그리고 주파수응답과 시간응답에 대해서 각각의 방식들을 비교하기 위한 평가방법은 다음과 같이 고려한다[11].

$$S_1 = \sum_{i=1}^N [\{ |G_H(j\omega_i)| \cos \phi_H(\omega_i) - |G_L(j\omega_i)| \cos \phi_L(\omega_i) \}^2 + \{ |G_H(j\omega_i)| \sin \phi_H(\omega_i) - |G_L(j\omega_i)| \sin \phi_L(\omega_i) \}^2] \quad (19)$$

$$S_2 = \sum_{k=1}^M [y_H(t_k) - y_L(t_k)]^2 \quad (20)$$

여기서, $y_H(t_k)$ 와 $y_L(t_k)$ 는 고려된 시간범위에서 t_k 시점의 단위계단응답들이다.

그림 1은 각각의 결과들에 대한 주파수응답과 시간응답이고, 표 1은 식 (19)와 (20)에 의한 평가결과를 나타낸다. 여기서, S_1 은 $10^{-2} \leq \omega \leq 10^2$ [rad/sec]의 범위에서 100개의 데이터에 대한 결과이고, S_2 는 $0 \leq t \leq 10$ [sec]의 범위에서 0.05 [sec]의 간격으로 주어진 출력들의 오차에 대한 차승합이다. 그림 1과 표 1로부터 주파수응답의 경우에는 Reddy의 방법이 Hsia의 방법보다 개선된 특성을 보이지만, 시간응답의 경우에는 반대 특성이 나타남을 확인할 수 있다. 그러나 제안된 방법들은 기존의 두 방식에 비해서 개선된 응답특성을 보이며, 제안된 합성법에 완전최소차승법을 적용한 결과가 가장 우수한 특성을 나타내고 있음을 알 수 있다.

3.2 예제 2

다음과 같은 8차 시스템을 고려하자.

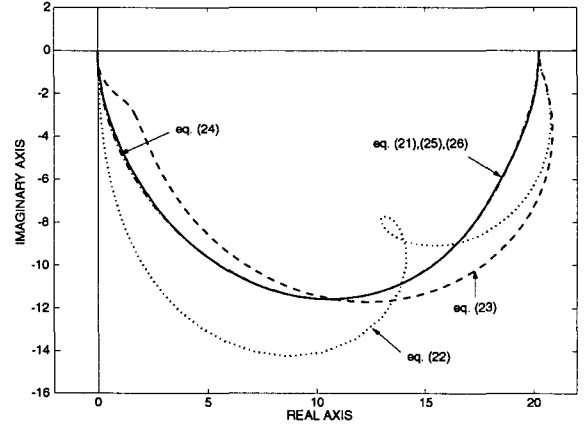
$$G_H(s) = \frac{35s^7 + 1086s^6 + 13285s^5 + 82402s^4 + 278376s^3 + 511812s^2 + 482964s + 194480}{s^8 + 33s^7 + 437s^6 + 3017s^5 + 11870s^4 + 27470s^3 + 37492s^2 + 28880s + 9600} \quad (21)$$

Routh 근사법을 이용한 Krishnamurthy와 Seshadri, 수정된 Routh 근사법을 이용한 Choo, 그리고 전달함수 합성을 이용한 Luus의 4차 근사 모델은 각각 다음과 같고,

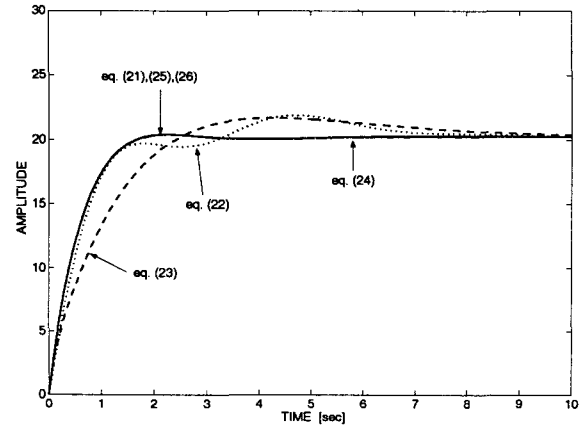
$$G_L^{Seshadri}(s) = \frac{173419.1s^3 + 322069s^2 + 439546.9s + 194480}{6817.2s^4 + 14847.1s^3 + 31694s^2 + 25199s + 9600} \quad (22)$$

$$G_L^{Choo}(s) = \frac{0.1046s^3 + 3.24558s^2 + 17.57156s + 7.07569}{0.002989s^4 + 0.09826s^3 + 1.06462s^2 + 1.05073s + 0.34927} \quad (23)$$

$$G_L^{Luus}(s) = \frac{200520s^3 + 512083s^2 + 679423s + 194480}{5934s^4 + 24092s^3 + 42335s^2 + 38699s + 9600} \quad (24)$$



(a) frequency responses of the original system and simplified system



(b) time responses of the original system and simplified system

그림 2 8차 시스템과 간소화된 4차 시스템의 응답

Fig. 2 Responses of the eighth-order system and simplified fourth-order system

제안된 주파수 전달함수 합성법에 최소차승법과 완전최소차승법을 적용하여 $10^{-2} \leq \omega \leq 10^{0.7}$ [rad/sec]의 주파수범위에서 100개의 데이터를 이용한 결과는 각각 다음과 같다.

$$G_L^{LS}(s) = \frac{2.5679 \times 10^4 s^3 + 1.7816 \times 10^4 s^2 + 2.8342 \times 10^5 s + 1.9448 \times 10^5}{7.3646 \times 10^2 s^4 + 6.4946 \times 10^3 s^3 + 1.5936 \times 10^4 s^2 + 1.9009 \times 10^4 s + 9600} \quad (25)$$

$$G_L^{TLS}(s) = \frac{2.6194 \times 10^4 s^3 + 1.8069 \times 10^5 s^2 + 2.8651 \times 10^5 s + 1.9448 \times 10^5}{7.5129 \times 10^2 s^4 + 6.5941 \times 10^3 s^3 + 1.6132 \times 10^4 s^2 + 1.9166 \times 10^4 s + 9600} \quad (26)$$

표 2 예제 2의 평가결과

Table 2 Evaluating results of example 2

Method	S_1	S_2
Krishnamurthy and Seshadri	1.8775×10^2	1.3449×10^2
Choo	7.2972×10^2	5.4361×10^2
Luus	1.5610×10^{-1}	1.1050×10^{-1}
LS method	6.5915×10^{-3}	1.0379×10^{-2}
TLS method	5.4554×10^{-3}	7.8908×10^{-3}

그림 2는 위 결과들에 대한 주파수 및 시간응답이고, 표 2는 평가결과이다. 여기서, S_1 은 $10^{-2} \leq \omega \leq 10^3$ [rad/sec]의 범위에서 100개의 데이터에 대한 오차이고, S_2 는 예제 1의 경우와 같은 조건이다. Routh 근사화 방법[7,9]을 이용한 두 경우는 수치적인 연산에 의해 간단하게 계산되어지는 장점이 있는 반면, 저차화된 시스템에서 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. Luus의 결과는 본 논문에서 제안한 방식에 가장 근접한 특성을 보이지만, 보다 정확한 근사모델을 얻기 위해서는 반복적인 연산을 지속적으로 수행해야하는 문제점을 갖고 있다. 그러나 제안된 방법은 기존의 방식들에 비해서 개선된 시간 및 주파수응답특성이 나타남을 그림 2와 표 2로부터 검증할 수 있다. 이 예제에서도 제안된 합성법에 완전최소자승법을 적용한 결과가 가장 우수한 특성을 나타내고 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 저차시스템의 근사모델을 얻기 위한 주파수 전달함수 합성법을 제시하였다. 제안된 방법은 주어진 고차 시스템의 주파수응답에 맞는 저차의 주파수 전달함수를 합성하기 위해서 두 시스템의 정상상태응답을 고려하고, 분모다항식에 대한 편의문제를 해결한 오차조건으로부터 선형화된 식별을 수행할 수 있는 공식화된 표현식을 유도한 후, 전개된 일차연립방정식에 최소자승법과 완전최소자승법을 적용한 방식이다. 기존의 방식들 보다 개선된 응답특성이 나타남을 예제에 대한 시뮬레이션 결과로부터 확인하였으며, 제안된 간소화 과정에 완전최소자승법을 이용한 방식이 가장 우수한 결과를 나타내었다. 특히 본 논문에서 제안된 간소화 과정에서는 주파수응답을 직접 이용하여 저차시스템을 구성하기 때문에 실제 시스템의 수학적 모델화에도 유용하게 활용될 것으로 기대된다. 그러나 이 방식에서는 근사모델의 안정성을 미리 보장하지 못하는 문제점이 존재한다. 이 안정성 문제는 제안된 방법에 의해 합성된 저차 전달함수가 고려된 주파수 영역의 선정에 의해서 달라지기 때문에 적절한 구간을 설정하면 해결될 수 있을 것이다. 본 논문에서는 대역폭에 해당하는 주파수 근방에서 범위를 선정하였을 때 안정성을 보장하면서 가장 개선된 결과를 보였다. 따라서 이에 대한 실제적인 검증이 향후 지속적으로 연구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] E. J. Davison, "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-11, pp. 93-101, 1966.
- [2] T. C. Hsia, "On the Simplification of Linear Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-17, pp. 372-374, 1972.
- [3] Y. Shamash, "Stable Reduced-Order Models Using Padé-Type Approximation", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-19, pp. 615-616, 1974.
- [4] H. Xiheng, "FF-Padé Method of Model Reduction in Frequency Domain", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, no. 3, pp. 243-246, 1987.
- [5] W. Krajewski, A. Lepschy, and U. Viaro, "Model Reduction by Matching Markov Parameters, Time Moments, and Impulse-Response Energies", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-40, no. 5, pp. 949-953, 1995.
- [6] M. F. Hutton and B. Friedland, "Routh Approximations for Reducing Order of Linear, Time-Invariant Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-20, no. 3, pp. 329-337, 1975.
- [7] V. Krishnamurthy and V. Seshadri, "Model Reduction Using the Routh Stability Criterion", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-23, no. 4, pp. 729-731, 1978.
- [8] C. S. Hsieh and C. Hwang, "Model Reduction of Continuous-Time Systems Using a Modified Routh Approximation Method", IEE Proc. Control Theory Appl., vol. 136, no. 4, pp. 151-156, 1989.
- [9] Y. Choo, "Direct Method for obtaining Modified Routh Approximants", IEE Electron. Lett., vol. 35, no. 19, pp. 1627-1628, 1999.
- [10] A. S. S. R. Reddy, "A Method for Frequency Domain Simplification of Transfer Functions", Int. J. Control, vol. 23, no. 3, pp. 403-408, 1976.
- [11] R. Luus, "Optimization in Model Reduction", Int. J. Control, vol. 32, no. 5, pp. 741-747, 1980.
- [12] A. H. Whitfield, "Transfer Function Synthesis Using Frequency Response Data", Int. J. Control, vol. 43, pp. 1413-1426, 1986.
- [13] R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens, and H. Van hamme, "Parametric Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain - A Survey", IEEE Trans. on Auto. Cont, vol. 39, no. 11, pp. 2245-2260, 1994.
- [14] S. Van Huffel and J. Vandewalle, The Total Least Squares Problem Computational Aspects and Analysis, SIAM, 1991.
- [15] T. K. Moon and W. C. Stirling, Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing, Prentice Hall, 2000.

저 자 소 개



김 주 식 (金 周 植)

1992년 충북대 전기공학과 졸업, 1994년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(박사), 1999년~2001년 (주)지엔티씨 기술개발실, 2001년~현재 충북대 전기전자컴퓨터공학부 초빙전임강사.

Tel : 043) 261-3330, Fax : 043) 263-2419

E-mail : kimjusik@chungbuk.ac.kr



김 종 근 (金 鍾 根)

1990년 한밭대 전기공학과 졸업, 1992년 충북대 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1992년~1997년 (주)세방전지 중앙전지기술연구소, 1999년~현재 동대학원 전기공학과 박사과정.

Tel : 043) 261-2419, Fax : 043) 263-2419

E-mail : tofuture2000@yahoo.co.kr



유 정 응 (柳 正 雄)

1965년 한양대 전기공학과 졸업, 1976년 단국대 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1987년 동대학원 전자공학과 졸업(박사), 1969년~1979년 대전공업전문학교 전기과 부교수, 1979년~현재 충북대 전기전자컴퓨터공학부 교수.

Tel : 043) 261-2422, Fax : 043) 263-2419

E-mail : jwryu@chungbuk.ac.kr