48 대한기계학회논문집 A권, 제 28 권 제 1 호, pp. 48~54, 2004

등가정하중을 이용한 유연다물체 동역학계의 구조최적설계

강 병 수† · 박 경 진*

(2003 년 3 월 26 일 접수, 2003 년 11 월 17 일 심사완료)

Optimization of Flexible Multibody Dynamic Systems Using Equivalent Static Load Method

Byung Soo Kang and Gyung-Jin Park

Key Words : Dynamic Response Optimization(동적반응최적화), Equivalent Static Load(등가정하중), Karush-Kuhn-Tucker Necessary Condition(캐러시-쿤-터커 조건), Structural Optimization(구조최적설계), Flexible Multibody Dynamic System(유연다물체동역학계)

Abstract

Generally, structural optimization is carried out based on external static loads. All forces have dynamic characteristics in the real world. Mathematical optimization with dynamic loads is extremely difficult in a large-scale problem due to the behaviors in the time domain. In practical applications, it is customary to transform the dynamic loads into static loads by dynamic factors, design codes, and etc. But the optimization results with the unreasonably transformed loads cannot give us good solutions. Recently, a systematic transformation has been proposed as an engineering algorithm. Equivalent static loads are made to generate the same displacement field as the one from dynamic loads at each time step of dynamic analysis. Thus, many load cases are used as the multiple loading conditions which are not costly to include in modern structural optimization. In this research, the proposed algorithm is applied to the optimization of flexible multibody dynamic systems. The equivalent static load is derived from the equations of motion of a flexible multibody dynamic system. A few examples that have been solved before are solved to be compared with the results from the proposed algorithm.

1. 서 론

구조최적설계기법은[1] 오늘날 산업현장에서 비교적 널리 사용되고있는 공학설계기법이다. 구조최적설계를 위해서는 구조물에 가해지는 외력이 정확하게 고려되어야 한다. 많은 경우, 실제 구조물에 가해지는 외력은 시간에 따라 그 크기와 방향이 변하는 동하중이다. 그러나 현재 산업현장에서는 대부분 실제 동하중을 적절하다고 추정되는 정하중으로 변환하여 구조최적설계를 시도한다. 이는 현재의 구조최적설계 기법이 정하중에 기초하여 개발되어왔기 때문이다.[2~6] 구조최적설계 기법에 관한 연구가 정하중에 치중하여 이루어진 것은 전통적인 동적반응최적화(dynamic response optimization) 접근법이 가진 몇 가지 난점에 기인한다.[7~11]

동적반응최적화의 난점은 주로 민감도해석과 시간종속 구속조건의 처리에서 나타난다. 전통적인 동적반응최적화에서의 민감도 해석은 이차미분방정식을 설계변수의 수나 관심있는 반응의 수 만큼 풀어야 한다. 최적화문제는 일반적으로 직접법(direct method)이나 변환법(transformation method)으로 정식화된다. 직접법은 계산비용의 측면에서 동적반응최적화에 적합하지 않은 것으로 알려져 있다.[11] 변환법의 일종인 붙임라그랑지법(Augmented

† 책임저자, 회원, 한양대학교 최적설계신기술연구센터
E-mail : kbsoo@ihanyang.ac.kr
TEL : (031) 400-4065 FAX : (031) 407-0755
* 회원, 한양대학교 기계공학과

Lagrangian Method; ALM)을 딸림변수법(Adjoint Variable Method; AVM)과 함께 사용할 경우 계산비용을 줄일 수 있다. 그러나 이 방법은 종단값문제(terminal value problem)를 풀어야 하기 때문에, 운동방정식을 적분하는 과정에서 생긴 오차와 종단값문제를 적분하는 과정에서 생긴 오차가 해의 정확도나 수렴성에 나쁜 영향을 준다.[12]

일반적으로 수치해석에 기초한 구조최적설계에서는 시간종속구속조건을 등가적분형으로 변환하여 시간종속성을 제거하거나, 유한개로 이산화된 시공간에서 구속조건을 다룬다. 이 접근법들은 대개 수치적인 불안정성을 보이거나 구속조건 수의 급격한 증가를 가져오게 된다.

한편, 정하중을 사용하는 정적반응최적화는 민감도해석을 위해 대수방정식을 풀므로, 동적반응최적화에 비해 민감도해석비용이 적다. 정적반응최적화의 장점이 동적반응최적화에 채용될 수 있다면 구조물의 동적반응최적화가 더 용이할 것이다. 전통적인 동적반응최적화 기법에서 시간종속구속조건을 처리하는 기본적인 취지는 시간종속성을 제거하는 것이다. 어떤 방법으로든 시간종속성을 제거한 후에 최적점을 찾으려는 시도를 한다. 정적반응최적화는 시간종속성이 없는 구속조건을 다룬다. 여기에서 만약 민감도해석 오차와 구조물의 반응값 오차를 보정할 수 있다면, 어떤 방법으로든 정적반응최적화기법을 동적반응최적화에 채용할 수 있을 것이다. 이 점이 이 연구의 착안점이다.

유연다물체동역학계는 상대운동을 하는 유연체들의 집합이다. 각 유연체는 외부에서 가해진 동하중, 상대운동에 의한 관성력, 조인트에 의한 반력 등에 의한 동하중을 받고 있다. 따라서 유연다물체동역학계 최적화는 동적반응최적화의 범주에 속한다. 지금까지 다물체동역학계의 최적화에 관한 연구는 주로 강체계의 기구학적 반응에 치중되어 왔다. 또한, 다루려는 강체계의 자유도가 극히 적었기 때문에 민감도해석에 소요되는 비용도 비교적 저렴한 편이었다. 그러나 다물체동역학계의 부재들이 유연체일 경우에는 다물체동역학계를 이루는 부재들의 자유도와 설계변수가 증가하게 되어, 기존의 전통적인 동적반응최적화 기법을 적용하기가 힘들다.

최근에 저자들은 등가정하중이라는 개념을 도입하여, 정적반응최적화기법을 통해 동적반응최적화를 수행하는 방법을 제안하였다.[13~15] 이 연구에서 상용 정적반응최적화 코드와 상용 과도응답해석코드의 결합만으로 구조물의 동적반응최적화를 수행하였다. 또한 이 방법에 의해 얻은 해가 캐러시-

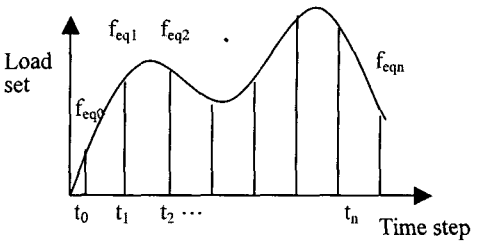

Fig. 1 Equivalent static loads that are calculated at every time grid point

쿤-터커 필요조건 (Karush-Kuhn-Tucker necessary condition; KKT necessary condition)을 만족하는 최적해임을 증명하였다.[16]

이 연구의 목적은 참고문헌 (16)에서 제안한 방법을 유연다물체동역학계에 적용하여, 유연다물체동역학계의 동적반응최적화를 수행하는 것이다. 구조최적설계를 위해 GENESIS를, 유연다물체동역학해석을 위해 Recurdyn을, 유한요소모델 생성을 위해 ANSYS를 각각 사용하였다.[17~19]

2. 등가정하중

등가정하중이라는 개념은 주로 동하중에 의한 효과를 대체하기 위하여 사용된다. 등가정하중은 토목공학분야에서 널리 사용되고 있으나 그 개념이 명확하지 않고 여러 경우에 사용되고 있다. 따라서 이 연구에 사용되는 등가정하중에 대한 정의가 선행되어야 한다.

2.1 등가정하중의 정의

등가정하중은 동하중이 구조물에 작용할 때 임의의 시간에 발생하는 변위장과 같은 변위장을 만들어내는 정하중으로 정의한다.[16]

동하중 $\mathbf{r}(t)$가 작용하는 구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M(b)}\ddot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{K(b)y}(t)=\mathbf{r}(t) \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{M}$은 질량행렬, $\mathbf{K}$는 강성행렬, $\mathbf{b}$는 설계변수, $\mathbf{r}$은 동적하중벡터, $\mathbf{y}$는 동하중에 의한 변위벡터이다. 감쇠(damping)는 무시하였다. 식 (1)을 다시 쓰면

$$\mathbf{K(b)y}(t)=\mathbf{r}(t)-\mathbf{M(b)}\ddot{\mathbf{y}}(t) \tag{2}$$

또는

$$\mathbf{K(b)y}(t)=\mathbf{f}_{eq} \tag{3}$$

로 표현된다. 따라서 등가정하중 $\mathbf{f}_{eq}$는 정의에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}_{eq}(t)=\mathbf{r}(t)-\mathbf{M(b)}\ddot{\mathbf{y}}(t) \tag{4}$$

이다. 식 (4)로부터 등가정하중은 외력과 관성력을

포함하고 있음을 알 수 있다. 또한 식 (4)는 동하중이 단 하나의 절점에 작용하더라도 등가정하중은 모든 자유도에 가해지는 것을 보여준다.

2.2 등가정하중을 이용한 동적반응최적화 알고리듬

식 (1)의 해는 이산화된 시간영역에서 구하므로 등가정하중 역시 이산시간영역에서 산출한다. 이산화된 시간영역의 u 번째 시간 절점(time grid point)에서의 등가정하중은 식 (3) 혹은 식 (4)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{f}_{eq}^{u} = \mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{y}_u = \mathbf{r}(t_u) - \mathbf{M}(\mathbf{b})\ddot{\mathbf{y}}_u \qquad u = 1,\cdots,q \tag{5}$$

Fig. 1 과 같이 등가정하중은 모든 이산화된 시간에서 계산한다. 등가정하중을 산출하여 정적반응최적화에 의한 해를 얻는 과정까지가 전체 최적화 과정 중의 한 주기 (cycle)에 해당한다. 식 (6)과 같이 갱신된 설계변수를 사용하여 새롭게 산출되는 등가정하중이 이전의 등가정하중과 그 크기가 충분히 같은 경우 전체 최적화 과정이 수렴한 것으로 본다.

$$\sum_{u=1}^{q} \left\| \mathbf{f}_{eq}^{u}(p) - \mathbf{f}_{eq}^{u}(p-1) \right\| < \varepsilon \tag{6}$$

여기서 p 는 주기를 의미한다. 이 알고리즘에 의한 해는 KKT 필요조건 (Karush-Kuhn-Tucker necessary condition)을 만족하는 최적해임이 증명된 바 있다.[16]

3. 유연다물체동역학계의 구조최적설계

3.1 유연다물체동역학계

유연다물체동역학계는 서로 연결된 유연체들로 이루어진다. 유연체의 탄성변형을 고려하기 위해 유한요소법을 도입한다. 실제로 유연다물체동역학계는 다물체동역학계와 유한요소법의 결합이라 할 수 있다. 유연다물체동역학계의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^{i} & \mathbf{m}_{R\theta}^{i} & \mathbf{m}_{Rf}^{i} \\ & \mathbf{m}_{\theta\theta}^{i} & \mathbf{m}_{\theta f}^{i} \\ & & \mathbf{m}_{ff}^{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}^{i} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} \\ \ddot{\mathbf{q}}_f^{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{ff}^{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{i} \\ \boldsymbol{\theta}^{i} \\ \mathbf{q}_f^{i} \end{bmatrix}$$
$$= -\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{R^i}^{T} \\ \mathbf{C}_{\theta^i}^{T} \\ \mathbf{C}_{q_f^i}^{T} \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}_e^{i})_R \\ (\mathbf{Q}_e^{i})_\theta \\ (\mathbf{Q}_e^{i})_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}_v^{i})_R \\ (\mathbf{Q}_v^{i})_\theta \\ (\mathbf{Q}_v^{i})_f \end{bmatrix} \quad i = 1,2,\ldots,n_b \tag{7}$$

$\mathbf{q}_f$ 는 유한유소모델의 절점변위, $\mathbf{R}$ 은 부동기준좌표계 (floating body reference frame)의 원점의 위치를 가르키는 좌표값, $\boldsymbol{\theta}$ 는 부동기준좌표계의 자세를 표현하는 값이다. 식 (7)의 오른쪽 항들은 각각 조인트에서의 반력, 외력, 코리올리의 힘 (Coriolis force) 및 원심력 등이다. 이들 힘은 모두 시간종속적인 힘이므로, 유연다물체동역학계는 동하중을 받는 계이다. 유연다물체동역학계에 대한 자세한 사항은 참고문헌 (20)에서 찾을 수 있다.

3.2 유연다물체동역학계에서의 등가정하중

2.1 절에 따르면 등가정하중을 구하기 위해 먼저 식 (7)을 풀어야 한다. 식 (7)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\mathbf{m}_{RR}^{i}\ddot{\mathbf{R}}^{i} + \mathbf{m}_{R\theta}^{i}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} + \mathbf{m}_{Rf}^{i}\ddot{\mathbf{q}}_f^{i} = -\mathbf{C}_{R^i}^{T}\lambda + (\mathbf{Q}_e^{i})_R + (\mathbf{Q}_v^{i})_R \tag{8}$$

$$\mathbf{m}_{R\theta}^{i}\ddot{\mathbf{R}}^{i} + \mathbf{m}_{\theta\theta}^{i}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} + \mathbf{m}_{\theta f}^{i}\ddot{\mathbf{q}}_f^{i} = -\mathbf{C}_{\theta^i}^{T}\lambda + (\mathbf{Q}_e^{i})_\theta + (\mathbf{Q}_v^{i})_\theta \tag{9}$$

$$\mathbf{m}_{Rf}^{i}\ddot{\mathbf{R}}^{i} + \mathbf{m}_{f\theta}^{i}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} + \mathbf{m}_{ff}^{i}\ddot{\mathbf{q}}_f^{i} + \mathbf{K}_{ff}^{i}\mathbf{q}_f^{i} = -\mathbf{C}_{q_f^i}^{T}\lambda + (\mathbf{Q}_e^{i})_f + (\mathbf{Q}_v^{i})_f \tag{10}$$

식(10)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{K}_{ff}^{i}\mathbf{q}_f^{i} = -\mathbf{m}_{Rf}^{i}\ddot{\mathbf{R}}^{i} - \mathbf{m}_{f\theta}^{i}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} - \mathbf{m}_{ff}^{i}\ddot{\mathbf{q}}_f^{i} - \mathbf{C}_{q_f^i}^{T}\lambda + (\mathbf{Q}_e^{i})_f + (\mathbf{Q}_v^{i})_f \tag{11}$$

식(7)을 풀어 모든 정보를 알고 있다면, 2.1 절의 정의에 따라 유연다물체동역학계의 등가정하중은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{eq} = \mathbf{K}_{ff}^{i}\mathbf{q}_f^{i} \tag{12}$$

혹은

$$\mathbf{f}_{eq} = -\mathbf{m}_{Rf}^{i}\ddot{\mathbf{R}}^{i} - \mathbf{m}_{f\theta}^{i}\ddot{\boldsymbol{\theta}}^{i} - \mathbf{m}_{ff}^{i}\ddot{\mathbf{q}}_f^{i} - \mathbf{C}_{q_f^i}^{T}\lambda + (\mathbf{Q}_e^{i})_f + (\mathbf{Q}_v^{i})_f \tag{13}$$

식 (13)의 오른쪽 첫번째 두 항은 강체운동과 탄성변형사이의 상호연관에 의한 영향을 반영하고 있다. 세번째 항은 유한요소법으로 표현된 유연체의 변형에 의한 관성력이다. 강체만으로 이루어진 다물체동역학계에서는 이들 세 항을 제외한 나머지 세 항만이 구조물에 가해지는 힘을 구성한다.

3.3 등가정하중을 이용한 유연다물체동역학계의 구조최적설계

등가정하중을 이용한 유연다물체동역학계의 구조최적설계는 참고문헌 (16)의 순서를 그대로 차용하여 다음과 같이 진행한다. 다만, 등가정하중은 식 (12)를 대신 사용한다.

단계 1. p=0, $\mathbf{b}_p=\mathbf{b}_0$

단계 2. 식 (7)에서 설계변수 $\mathbf{b}$ 를 $\mathbf{b}_p$ 로 두고 과도응답해석을 수행한다.

다음과 같이 모든 시간영역에서 등가정하중을 계산한다.

$$\mathbf{f}_{eq}^{u} = \mathbf{K}_{ff}(\mathbf{b}_p)\mathbf{y}_f^{u} \qquad u = 1,\ldots,q \tag{14}$$

여기서 q 는 식 (2)에서의 분할된 시간의 개수이고 $\mathbf{y}_f^{u}$ 는 u 번째 시구간에서의 변

위이다. 따라서 $\mathbf{f}_{eq}$의 개수는 q 개이다.

단계 3. p=0 이면 단계 5 로 간다.

$$p>0 \text{ 일 때, } \sum_{u=1}^{q}\left\|\mathbf{f}_{eq}^{u}(p)-\mathbf{f}_{eq}^{u}(p-1)\right\|<\varepsilon \quad (15)$$

이면 정지, 그렇지 않다면 단계 5 로 간다. 여기서 $\mathbf{f}_{eq}^{u}(p)$ 는 u 번째 시간에서의 p 번째 주기에서 계산된 등가정하중이다.

단계 4. 다음의 정적최적화 문제를 푼다.

$$\text{Find} \quad \mathbf{b}_{p+1}$$

$$\text{to minimize} \varphi(\mathbf{b}_{p+1}) \quad (16)$$

$$\text{subject to } \mathbf{K}_{ff}(\mathbf{b}_{p+1})\mathbf{z}_u=\mathbf{f}_{eq}^{u} \quad (17)$$

$$\mathbf{g}_{ju}(\mathbf{b}_{p+1},\mathbf{z}_u)\le 0 \quad (18)$$

$$\mathbf{b}_{p+1,kL} \le \mathbf{b}_{p+1,k} \le \mathbf{b}_{p+1,kU} \quad (19)$$

$$u=1,\ldots,q$$

$$j=1,\ldots,m$$

$$k=1,\ldots,w$$

단계 5. p=p+1, 단계 2 로 간다.

알고리즘의 전체적인 과정은 Fig. 2 에 간략하게 나타내었다.

4. 등가정하중을 이용한 유연다물체동역학계 최적화의 예

4.1 2 절 로봇 팔의 단면 치수 최적화

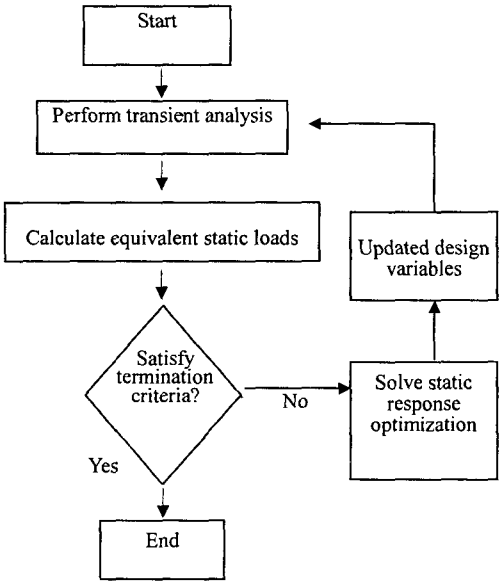

Fig. 2 An optimization process using the equivalent static loads which is a sort of sequential static response optimization

이 예제는 참고문헌 (21)에서 다룬 것이다. Fig. 3 의 로보트 팔의 각 링크는 2 개의 원형중공단면보로 이루어져 있다. 각 링크의 길이는 0.6m 이며, 설계변수는 각 보의 외경이다. 보의 두께는 외경의 1/10 배로 고정되어 있다. 영률은 72GPa 이고 밀도는 2700kg/m^3 이다. 레볼루트 조인트 (revolute joint) A 는 2kg 의 질량을 가지고 있으며, 엔드이펙터(end effector) E 의 질량은 1kg 이다. 목적함수는 팔의 무게이며 엔드이펙터 E 의 경로는 다음과 같다.

$$\Delta X_E=\Delta Y_E=\frac{0.5}{T}\left(t-\frac{T}{2\pi}\sin\frac{2\pi t}{T}\right),\forall t\in[0,0.66] \quad (20)$$

여기서 T 는 0.5 초로 하였다. 제한조건은 다음과 같다.

$$-75.0\le\sigma_i\le 75.0\text{MPa}, i=1,2,3,4 \quad (21)$$

$$(\delta y_a^2+\delta y_b^2)^{0.5}\le 0.001\text{m} \quad (22)$$

식 (21)은 응력제한 조건이고, 식 (22)의 $\delta y_a, \delta y_b$ 는 절점 a 와 b 에서의 수직변위이다. 설계변수의 초기치는 모두 0.05m 이다.

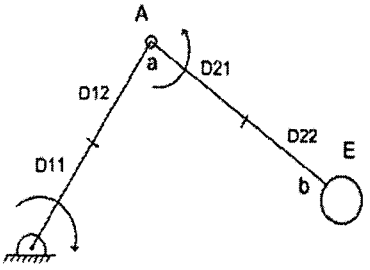

Fig. 3 A two-link robot arm whose links are modeled as finite element beams and whose cross sections are hollow circular sections

Table 1 Comparison of optimum cross sectional dimensions of the two-link robot arm, which shows a good agreement with the result of Ref. (21) and efficiency of the equivalent static load method

	Proposed method	Ref. (21)
D11	54.500	54.266
D12	38.525	44.150
D21	30.400	37.552
D22	22.700	26.315
Cost[N]	13.229	15.719
No. of cycle	6	38
No. of inner iter.	14	

Table 1 은 최적화결과이다. 참고문헌 (21)의 최적화코드와 이 연구에서의 코드가 다르기 때문에 직접적인 비교는 불가능하나, 전체적인 경향은 비교가 가능하다. 최적화결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

여기서 주의할 점은 참고문헌 (21)에서는 시간종속제한조건을 처리하기 위해 최악조건법(worst-case approach)을 사용한 것이다. 최악조건법은 반응치의 극점(critical point)을 추적하여 그 극점에서만 제한조건을 적용하는 방법으로, 설계가 갱신됨에 따라 극점을 계속 추적해야하는 번거러움이 있다. 그러나 이 연구에서는 이산화된 모든 시간에서 제한조건을 적용한다. 따라서 설계가 변경됨에 따라 극점을 추적해야 하는 노력이 필요하지 않다. 뿐만 아니라, 참고문헌 (21)은 유한차분법을 통해 민감도해석을 하므로 매우 많은 수의 과도응답해석이 필요하다. 그러나 제안한 방법에 의하면 과도응답해석을 6 회만 수행한다. 따라서 Table 1 의 결과로 보아 정적최적화기법을 채용하는 제안한 방법이 해석비용의 측면에서 더 우수하다고 할 수 있다.

4.2 4 절 링크기구의 단면 치수 최적화

이 문제는 참고문헌 (22)에서 다룬 것이다. Fig. 4 의 4 절 링크의 각 링크는 6 개의 유한요소보로 이루어져 있으며, 원형중실단면을 가지고 있다. 영률은 68.95GPa 이고 밀도는 $2757\,kg/m^3$ 이다. 링크 1, 링크 2, 링크 3, 링크 4 의 길이는 각각 0.3048m, 0.9144m, 0.7620m, 0.9144m 이다. 링크 1 은 $10\pi/sec.$ 의 각속도로 회전하고 있다. 설계변수는 각 링크의 지름이다. i 번째 링크의 k 번째 노드에서의 굽힘응력은, i 번째 링크의 단면적 A_i 와 i 번째 링크의 k 번째 노드에서의 굽힘모멘트 M_i^k 에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\sigma_i^k = \frac{4\sqrt{\pi}}{A_i} M_i^k \qquad (23)$$

목적함수는 링크기구의 전체질량이며, 식 (23)의 굽힘응력은 정상상태에서 27.58MPa 이하여야 한다. 설계변수의 초기값은 모두 356.8mm 이다.

Table 2 는 최적화의 결과를 보여주고 있다. 참고문헌 (22)에 의하면 이 문제는 국부최적점이 다수 존재하는 문제이다. 따라서 본 연구에서의 결과는 다수의 국부최적점 중의 하나로 이해할 수 있다. 또한 두 연구에서 사용된 해석코드와 최적화코드가 서로 다른 것도 다른 결과를 이끌어내는 한 요인이 될 수 있다.

기존의 동적반응최적화에서는 일반적으로 이차 미분방정식으로부터 민감도 정보를 얻어야 한다. 그런데 기존의 접근법을 해석코드와 결합시킬 경우, 민감도해석은 유한차분법이 거의 유일한 해결책이다. Table 2 에서 참고문헌 (22)도 유한차분법을 통해 민감도정보를 얻었기 때문에 45 회의 과도응답해석을 수행하였다. 반면, 제안한 방법에 의한 과도응답해석은 16 회이다. 이렇게 적은 과도응답 횟수가 가능한 것은 정적반응최적화에서는 민감도 정보를 효율적으로 구하는 많은 방법들이 이미 개발되어 있고, 제안한 방법은 정적반응최적화기법을 반복적으로 사용하기 때문이다.[23~24]

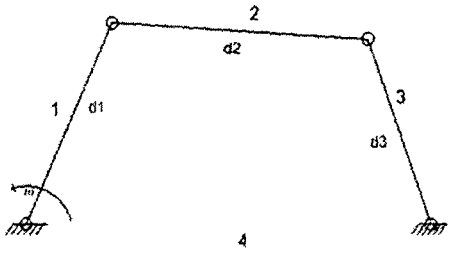

Fig. 4 A four-bar mechanism whose links are modeled as finite element beams and whose cross sections are solid circular sections

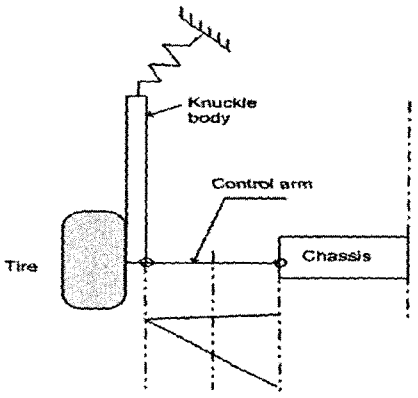

Fig. 5 A suspension system whose lower control arm is modeled with finite element method

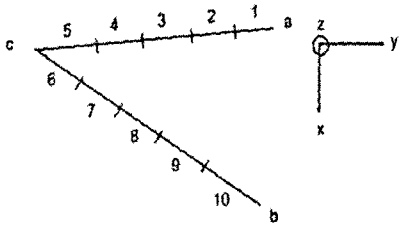

Fig. 6 A lower control arm that is modeled as a ten element beam structure

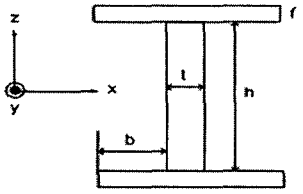

Fig. 7 Four design variables of the I-shaped section of each element in the lower control arm

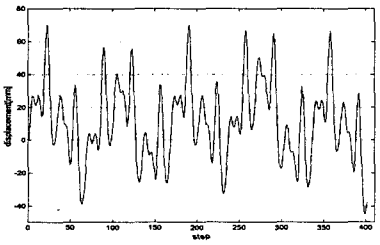

Fig. 8 A prescribed motion of the tire in the suspension system

Table 2 Comparison of optimum cross sectional dimensions of the four-bar mechanism where Ref. (22) performed forty five transient analyses and the present method performed sixteen transient analyses

	Proposed method	Ref. (22)
d1[mm]	33.5	38.5
d2[mm]	23.2	25.2
d3[mm]	16.9	20.0
Cost[kg]	2.28	2.89
No. of cycle	16	15
No. of inner iter.	22	

4.3 서스펜션 콘트롤 암의 단면 치수 최적화

Fig. 5 의 서스펜션계를 이루는 구조물 중의 하나인 Fig. 6 의 콘트롤 암의 단면을 최적화한다. 콘트롤암은 10 개의 보요소로 구성되어 있으며, 각각의 단면과 설계 변수는 Fig. 7 과 같다. Fig. 6 과 Fig. 7 에서 보는 바와 같이 설계변수는 40 개이다. 영률은 7.2GPa, 밀도는 2700 kg / m^3 이다.

Fig. 5 의 타이어가 상하방향으로 Fig. 8 의 경로를 따른다. 제안한 방법의 응용가능성을 보이기 위한 문제이므로, 제동에 의한 반력이나 차량의 중량 등을 고려하지 않았다. 목적함수는 콘트롤 암의 질량이며, 제한조건으로는 15MPa 의 응력제한조건을 두었다. 설계변수 b, f, h, t 의 초기치는 각각 10mm, 2mm, 20mm, 5mm 이다. [0.0, 1.5]초의 구간을 400 개로 이산화시킨 시공간에서 설계를 수행하였다.

Table 3 Optimum cross sectional dimensions of the control arm that are obtained by the proposed method

Design variables	Optimum values	Design variables	Optimum values
b1	5.0	b6	5.50012
f1	1.50035	f6	1.50004
h1	5.00002	h6	5.00042
t1	3.00000	t6	3.00007
b2	5.00000	b7	5.00003
f2	1.50033	f7	1.50001
h2	5.00000	h7	7.52060
t2	3.00000	t7	3.00002
b3	5.00000	b8	5.00001
f3	1.50035	f8	1.50000
h3	5.00000	h8	8.51132
t3	3.00000	t8	3.00000
b4	5.00000	b9	5.00002
f4	1.50003	f9	1.50001
h4	5.00000	h9	7.03266
t4	3.00000	t9	3.00001
b5	5.00000	b10	0.71618
f5	1.50035	f10	1.50000
h5	5.00000	h10	7.05728
t5	3.00000	t10	3.00000
Cost[kg]	0.1243		

Table 3 은 최적화결과를 보여주고 있다. 7, 8, 9 번 요소는 보강되었고 나머지는 하한치에 가까운 것을 볼 수 있다. 이것은 b-c 의 길이가 a-c 의 길이보다 길기 때문에 7, 8, 9 번 부재를 보강시켜 관성력과 중력에 의한 변형을 감소시키려는 방향으로 설계가 진행되었음을 의미한다.

5. 결 론

등가정하중을 이용하여 유연다물체동역학계의 구조최적설계를 수행하였다. 이를 위해 유연다물체동역학계에 적용할 수 있는 등가정하중을 유연다물체동역학계의 운동방정식으로부터 유도하였다. 기존의 문제를 제안한 방법으로 풀어 그 결과를 비교함으로써 제안한 방법이 유용함을 보였다. 또한 유한차분법을 사용하여 민감도정보를 구할 수 밖에 없는 기존의 접근법에 비해, 해석 횟수의 측면에서 제안한 방법이 우수함을 수치실험결과를 통해 확인하였다.

제안한 방법은 형상최적설계에도 적용될 수 있을 것으로 생각된다. 기존의 방법으로는 유한요소로 이루어진 복잡한 구조물이 동하중을 받을 경우, 형상최적설계를 시도하는 것은 거의 불가능하였다. 따라서, 이 연구에서 다룬 서스펜션의 콘트롤 암

을 실제와 비슷한 모델로 교체한 후 형상최적설계를 수행하는 것은 의미가 있을 것이다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Haftka, R.T. and Gurdal, Z., 1993, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

(2) Haug, E.J. and Arora, J.S., 1979, *Applied Optimal Design, John Wiley and Sons*, New York, New York,.

(3) Vanderplaats, G.N., 1982, "Structural Optimization-Past, Present, and Future," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 7, pp. 992~100.

(4) Ashley, H., 1982, "On Making Things the Best – Aeronautical Uses of Optimization," *Journal of Aircraft*, Vol. 19, No. 21, pp. 5~28.

(5) Schmit, L.A., 1981, "Structural Synthesis-Its Genesis and Development," *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 10, pp. 1249~1263.

(6) Hansen, S.R. and Vanderplaats, G.N., 1990, "Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 1, pp. 161~168.

(7) Cassis, J.H. and Schmit, L.A., 1976, "Optimum Structural Design with Dynamic Constraints," *ASCE, Journal of Structural Division*, ST10, pp. 2053~2071.

(8) Rangachargulu, M.A.V. and Done, G.T.S., 1979, "A Survey of Structural Design under Dynamic Constraints," *Shock and Vibration Digest*, Vol. 11 No. 12, pp. 15~25.

(9) Feng, T.T., Arora, J.S., and Haug, E.J., 1977, "Optimal Structural Design under Dynamic Loads," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, pp. 39~52.

(10) Grandhi, R.V., Haftka, R.T., and Watson, L.T., 1986, "Design-Oriented Identification of Critical Times in Transient Response," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 4, pp. 649~656.

(11) C.C. Hsieh and J.S. Arora, 1984, "Design Sensitivity Analysis and Optimization of Dynamic Response," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 43, pp. 195~219.

(12) Chahande, A.I. and Arora, J.S., 1993, "Development of a Multiplier for Dynamic Response Optimization Problems," *Structural Optimization*, Vol. 6, pp. 69~78.

(13) Kang, B.S., Choi, W.S., and Park, G.J., 2001, "Structural Optimization Under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," *Computers & Structures*, Vol. 79, pp. 145~154.

(14) Park, G.J. and Kang, B.S., 2003, "Validation of a Structural Optimization Algorithm Transforming Dynamic Loads into Equivalent Static Loads," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 119, No. 1 (will appear.)

(15) Choi, W.S. and Park, G.J., 2002, "Quasi-Static Structural Optimization Using Equivalent Static Loads Transformed Dynamic Loads at All the Time Intervals," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, pp. 2105~2122.

(16) Park, G.J. and Kang, B.S., 2003, "Mathematical Proof for Structural Optimization with Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 27, No.2, pp.263~275.

(17) VR&D, 2001, *GENESIS User Manual*, VR&D, Colorado Springs, CO.

(18) Function Bay, Inc., 1998, *RecurDyn Help Library*, Function Bay, Inc., Seoul, Korea.

(19) Ansys, 1997, *Ansys user's manual*, SAS IP, Inc.

(20) Shabana, A.A., 1998, *Dynamics of Multibody Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.

(21) Oral, S.and Ider, S., 1997, "Optimum Design of High-Speed Flexible Robotic Arms with Dynamic Behavior Constraints," *Computers & Structures*, Vol. 65, No. 2, pp. 255~259.

(22) Etman, L.F.P, Van Campen, D.H., and Schoofs, A.J.G., 1998, "Design Optimization of Multibody Systems by Sequential Approximation," *Multibody System Dynamics*, Vol. 2, pp. 393-415.

(23) Haug, E.J., Choi, K.K., and Komkov, V., 1986, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press, UK.

(24) Arora, J.S. and Crdoso, J.B., 1992, "Variational Principle for Shape Design Sensitivity Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 538-547.