

## 초음속 공기유동으로의 연료 분사노즐 종횡비 변화에 대한 연소특성 연구

김경무\* · 백승욱\*\* · 김윤곤\*\*\*

### Effects of Aspect Ratio of a Fuel Injection Nozzle into a Supersonic Air Stream on Combustion Characteristics

K. M. Kim\* · S. W. Baek\*\* · Y. G. Kim\*\*\*

#### ABSTRACT

This paper is to investigate the combustion characteristics with a three dimensional chemical reacting flow on the aspect ratio of an exit configuration of the slit type nozzle for the fuel injection and to device the methods of combustion/mixing enhancement. The results show that both inside inflow and slit side vortices should be considered from a viewpoint of the mixing. The combustion efficiency becomes the smallest at aspect ratio, where the aspect ratio is less and more than unity, respectively. The total pressure loss becomes the largest at aspect ratio of unity due to the high penetration. All results imply that a streamwise very long slit is desirable with respect to the combustion and the pressure loss.

#### 초 록

본 논문에서는 슬릿형 분사노즐의 출구 종횡비에 따라 3차원 화학반응 유동장을 수치적 계산을 통하여 그 특성을 조사하고 연소/혼합 촉진 방법을 고찰하였다. 내부유입유동과 슬릿측면 와동들 둘다 혼합관점에서 고려되어야 한다는 것을 보여 주었다. 연소효율은 종횡비1.0을 기준으로 작은 경우가 낮고 압력손실 역시 종횡비가 작은 경우가 적다. 모든 결과들은 유동방향으로 긴 슬릿이 연소와 압력손실에 대해 바람직함을 나타내고 있다.

Key Words: Injection(분사), Combustion efficiency(연소 효율), Total Pressure Loss (전 압력손실), Aspect Ratio(종횡비)

#### 1. 서 론

초음속 유동에 2차 제트가 수직으로 분사되는 형태는 스크램제트 연소기에서의 연료분사나 로켓 추진기관의 추력방향조종(TVC) 장치에 자주 이용되는 모델이다. 최근 스크램제트 엔진은 극

† 2004년 2월 4일 접수 ~ 2004년 3월 12일 심사완료

\* 정회원, 국방과학연구소 추진기관부

\*\* 종신회원, 한국과학기술원 기계공학과(항공우주)

\*\*\* 정회원, 국방과학연구소 추진기관부

연락처, E-mail: pmj6273@hanafos.com

음속 수송과 우주 여행기의 추진기관으로서 그 관심이 증대 되고 있다. 그러나 스크램제트 엔진의 설계에 있어서 어려운 문제들이 여러 가지 존재하는데, 그 중 하나가 초음속유동 상태에서의 연료 혼합/연소 과정이다. 초음속유동과 분사제트의 상호작용은 매우 복잡한 3차원 구조를 갖는다. 일반적인 단일 원형 분사구 주위의 3차원 유동장 구조는 Fig. 1에 나타내었다[1].

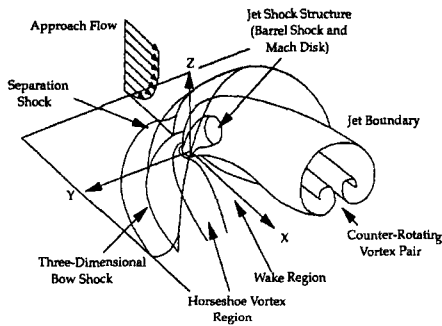


Fig. 1 Schematic of the transverse injection flowfield

그림에서 노즐로부터 음속( $M = 1$ )으로 분사된 기체 제트는 외부 초음속 유동장과 혼합되고, 분사구 출구면 상류쪽에서 3차원 궁형 충격파를 형성한다. 이 덮개모양을 갖는 궁형충격파는 분사구 상류의 유동박리에 의한 난류 경계층과 박리 충격파와 밀접한 상호 작용을 일으킨다. 3차원 분사의 경우 궁형 충격파는 분사 플룸 주위로 빠르게 꺾이고, 한 쌍의 말굽와동(horseshoe vortices)을 벽근방에서 형성하고 분사구 주위를 감싼다. 분사된 제트는 노즐의 외부에서 가속되고 하류방향으로 급히 구부러진다. 바렐(barrel) 충격파와 마하 디스크로 구성된 충격파계로 구성된 분사 플룸에서 2개의 대표적인 와동을 생성한다. 첫번째 와동계는 제트 플룸 주위에서 형성된다. 와동으로서 eddy들은 제트유체가 노즐을 빠져 나오면서 속히 전개되기 시작한다. 이들은 제트와 자유흐름사이에서 일어나는 혼합에 기여한다. 혼합층 압축성 level은 near field에서 이들 와동의 대류 특성에 크게 영향을 준다고 알려져 있다. 제트 유체 속에서 발달

하는 두번째 주요 와동 구조는 한쌍의 역회전 하는 유선방향 와동들 이다. 교차흐름이 비압축성 제트에서 관찰된 것과 유사하게, 이들 eddy들은 제트로 자유유동 유체의 휘말림(engulfment)에 기여한다[1,2].

따라서 3차원 분사유동은 연료분사계의 응용뿐만 아니라, 연소실벽면의 막냉각, 노즐벽면의 분사에 의한 추력조종, 고출력 화학레이저를 위한 분사반응 유동 등 다양한 분야에 적용시켜 여러 관점에서 연구될 수 있다.

본 논문에서는 슬릿형 분사노즐의 출구 중형비에 따라 3차원 화학반응 유동장을 수치적 계산을 통하여 그 특성을 비교/조사하였다. 기본적으로 중형비가 1보다 큰 경우와 작은 경우로 나누어 연료 분사노즐의 연소와 혼합 능력을 가늠하는 성능을 해석 하였는데, 연소효율과 압력손실을 비교하여 분사노즐의 중형비에 따라 비교 해석하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 지배방정식과 물성치

현 수치계산에서 사용된 화학반응 생성항( $\bar{S}$ )을 포함한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}_v}{\partial \zeta} + \bar{S} \quad (1)$$

화학반응은 유한 화학 반응률 모델(finite rate chemistry model)에 따라 구하는데, 본 연구에서 수소-공기 혼합기체에 대한 화학 반응모델을 계산적 효용성 및 점화 후 광범위한 반응조건에 대하여 8단계 7화학종( $H_2, O_2, N_2, H, O, OH, H_2O$ )모델을 사용하고, 반응율을 계산하기 위한 화학반응 계수들은 Evans와 Schexnayder에 의해 제안된 값을 적용하였다[3].

각 화학종의 점성계수와 열전도계수는 통계열역학의 Chapman 이론식[4]으로부터 구하였다. 그리고 층류 유동에 대한 기체혼합물의 점성계수나 열전도 계수는 앞의 각 화학종의 계수들을 계산한

후 Wilke의 혼합법칙[5]으로부터 구하였다.

난류 점성계수는 계산격자구조에 덜 구속받는 간단한 형태인 Baldwin-Lomax 대수모델로 구하였다. 난류 열전도계수와 확산계수는 난류 Prandtl number와 Schmidt수의 정의에 의해 구할 수 있는데, 모두 0.9로 정하였다.

## 2.2 수치기법

초음속 연소현상의 복잡한 유동해석을 위해서는 수치적 알고리즘이 정교한 난류모델과 연소모델을 요구할 뿐만 아니라 충격파 포획(shock capturing) 능력을 갖추어야 하며, 점화지점의 급격한 화학 반응율로 인하여 야기되는 방정식의 경직성 문제도 해결할 수 있어야 한다. 또한 비평형 화학반응에 의한 실제기체효과를 고려할 수 있어야 한다. 본 논문에서 공간 차분화 방법에는 유한 체적법이 사용됐다. 또한 유한 체적법에서 격자경계를 출입하는 플럭스 항을 처리는 upwind difference를 이용하였다. 시간적분은 내재적 방법을 사용하였는데, Pulliam등이 개발한 근사인자(Approximate Factorization: AF)기법[6]을 도입하여 내재적 부분(implicit part → numeric term)은 1차의 정확도를 갖는 upwind 차분법을 사용함으로써 두 개의 블록 3중대각 행렬로 분해시켜 계산을 효과적으로 수행할 수 있었다[7]. 시간 적분에 필요한 시간간격의 결정은 계산 격자마다 다른 시간간격을 적용하는 국부적 시간간격(local time step)을 사용하였다.

## 2.3 수치검증

본 연구에서는 우선적으로 혼합특성을 파악하기 앞서 분사에 의한 유동장 계산을 수행하고 기존의 물리적 관찰에 따라 유동현상이 어떻게 이루어지는가를 파악하였다. 계산 조건은 다음처럼 Gruber 등의[8,10] 실험조건에 따라 설정하였다. 입구에는 공기( $\gamma_\infty = 1.4$ )가 마하수  $M_\infty = 1.98$ 의 속도에 정체압력과 밀도는 각각  $P_t = 317kPa$ ,  $\rho_\infty = 0.86kg/m^3$  이고  $Re_\infty = 3.87 \times 10^7/m$  레이놀즈수로 유입한다. 벽면조건으로 상, 하부 좌측 벽면에서 점착(no-slip), 단열 조건이 적용되고,

출구 조건은 모든 물리량은 내부 유동장으로부터 외삽하여 결정한다.

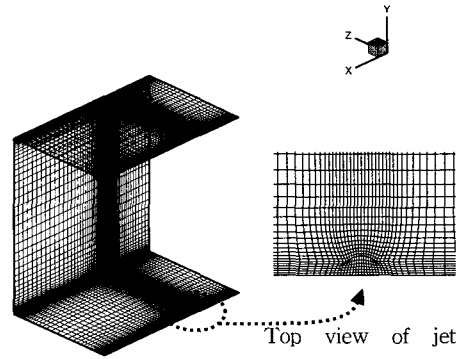


Fig. 2 Computational grid with jet injection nozzle

분사조건으로 분사노즐 끝단에서 분사기체 (air :  $\gamma_\infty = 1.4$ )가 초크(choke)되었을 경우로 모든 조건은 고정(fix)값을 취하였다. 즉 마하수  $M_j = 1.0$  이고, 밀도  $\rho_j = 6.63kg/m^3$ , 압력  $P_j = 476kPa$  이다. 계산 영역에서 나머지 유속은 물리량의 대칭조건을 초기조건으로 입구유동을 전 계산영역에 분포 시킨 후 계산을 하였다. 계산 격자는 Fig. 2에서와 같이  $130 \times 90 \times 90$ 를 사용하여 계산을 수행하였는데, 원형 분사구 근방의 격자는 우측에 자세히 표시하였다. 격자는 벽면에서 조밀성에 따라 여러 경우를 사용하여, 벽압력 분포와 비교하고 계산의 신속성을 위해 최소 격자수로 설정하였다.

현재의 계산 결과를 기존 Gruber등의 실험값 [10]과 다른 연구자[9,10] 들의 결과와 비교하기 위해 분사구 중앙을 지나는 선을 따라 벽 압력분포를 Fig. 3에 나타내었다. 분사구 전방에서 압력강하지역이 존재하고 후방의 압력회복 지점에서 약간의 차이가 나지만, 전반적 구성은 그 양상을 따라가고 있으며, 특히 더 복잡한 난류모델을 사용한 다른 결과보다 실험값에 현 계산 결과가 더 양호한 것으로 분석된다. 현 코드가 더 신뢰성이 있고, 보다 더 정확한 값을 취하기 위해서 난류모델

의 개발과 부족한 계산격자의 보완을 통한 노력이 좀더 요구된다고 사료된다.

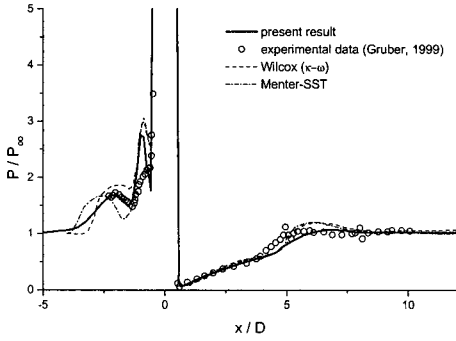


Fig. 3 Centerline surface pressure comparisons (D: injector diameter)

Figure 4는 연소실(chamber)내부의 마하분포를 나타내고 있다. 분사구에서 분사된 기체는 3차원적으로 구성된 경계층과 상호 작용하면서 하류로 흐르게 되며, 분사구 하류로 갈수록 형상에서 역회전 와동(counter vortex)형상이 확인된다.

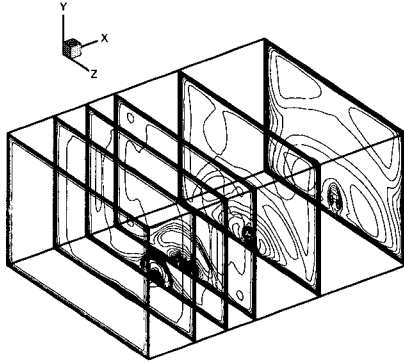


Fig. 4 Computed Mach Contours

Figure 5는 중심축을 따르는 마하수와 압력분포 및 분사노즐 부근의 속도벡터를 나타낸 것이다. 압력분포를 보면 분사구에서 나온 분사기체는 자유유동에 대하여 일종의 고체 원기둥과 같은 역할을 한다. 전방에는 커다란 궁형 충격파를 형성하고, 압력이 분사구 주위를 감싸면서 분포된다. 특히 하부벽면에서 앞서 언급된 바리 충격파가 존재

하고, 3차원 궁형 충격파와 경계층과의 상호작용에 의한 말굽형 와동 영역과 후류 지역이 존재하고 있음을 보여준다.

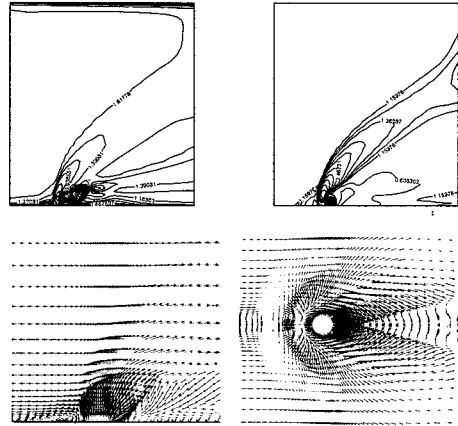


Fig. 5 Computed results of cross-section view of the injection ; (upper) Mach and Pressure distribution (lower) Velocity vector plot near injector

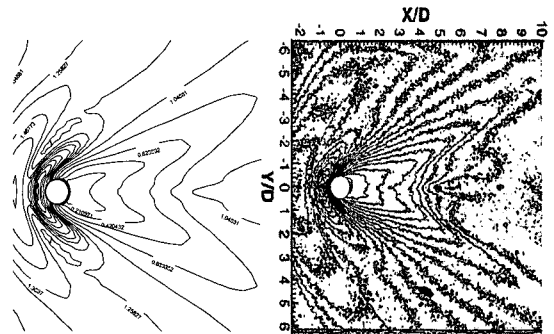


Fig. 6 Wall pressure comparisons at injector near field (left : Present result , right : Gruber's experiment)

Figure 5의 속도분포를 살펴보면, 벽면에서 점착조건의 역할로 일정 속도분포가 형성되는 것을 보이고 있다. 분사구 주변의 속도분포는 2차원 분사의 경우와 유사하게 분사구 전, 후방에서 와동이 존재하는 바리지역이 형성 되고, 특히 자유흐름과 마주치는 분사구 상류에서 큰 재순환 구역이 존재하고 있음을 보여준다. 흐름은 분사구 앞단에서 분리된 궁형 충격파와 그 주변으로의 와동을

형성하고 있으며, 후류는 3차원적 휘말림으로 다시 형성된 속도분포가 존재하고 있음을 나타낸다.

Figure 6은 하부벽면에서 분사구 주변의 압력 분포를 나타낸 것인데, Gruber의 실험 이미지 결과[6]와 유사하여, 현 계산이 실험에서 도출된 현상을 잘 나타내고 있음을 보여준다.

2.4 계산결과

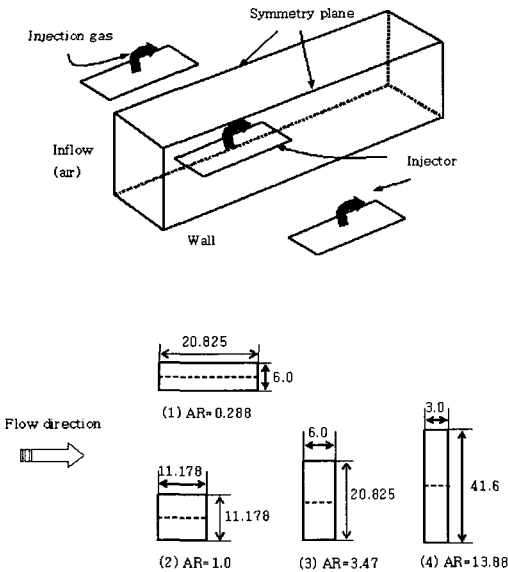


Fig. 7 Computational domain (upper) and slit injection nozzles (lower, unit: mm)

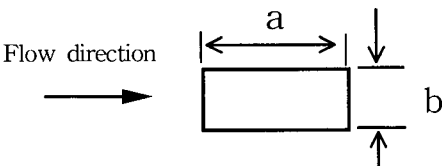


Fig. 8 Definition of slit nozzle for the aspect ratio

일반적으로 분사노즐은 여러 효율적인 면을 고려해서, Fig. 7과 같이 여러가지를 설치하여 연료를 분사 시키는데, 분사구의 형상에 따른 연소특성을 파악하기 위해 노즐 출구 종횡비(AR : Aspect Ratio)가 0.288, 1.0, 3.47, 그리고 13.88의 4

가지 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

이 종횡비는 유입공기의 조건과 수소연료의 분사조건에 따라 당량비가 0.3인 조건에서 계산된 면적을 기준으로 구성한 것으로 Fig.8에 따라 다음으로 정의 된다.

$$AR = \frac{b}{a} \tag{2}$$

계산영역은 Fig. 7처럼 분사기 중앙을 지나는 면과 분사기와 분사기 사이를 지나는 면으로 구성하였다. 그리고 경계조건은 양쪽면을 대칭평면으로 처리하고, 계산조건은 마하수  $M_j = 1.0$  이고, 밀도  $\rho_j = 6.63 \text{ kg/m}^3$ , 압력  $P_j = 476 \text{ kPa}$  을 사용하였다.

Figure 9는 종횡비가 13.88인 경우의 계산 결과로서 압력, 연료(H<sub>2</sub>)와 생성물(H<sub>2</sub>O)의 질량 분포를 나타낸 것이다. 슬릿형 분사구 상류에서 박리구역과 궁형 충격파의 확인으로 초음속 유동 특성을 표현하고 있다. 슬릿의 수직부는 유동방향으로는 횡 방향으로 분포를 확인 할 때 3차원적 특성을 갖고 있다. 또 그림에서 수소 질량분포를 보면 분사구 끝에서 돌출부(protuberance) 분포를 보이고 있는데, 그 앞뒤로 재순환 구역이 존재하며, 이들 돌출부를 연결한 궤적이 수소의 궤적이라 볼 수 있다. 연료의 침투는 횡 방향의 퍼짐이 커서 분사 수직방향으로는 깊지 못하다. 즉 횡 방향으로 긴 분사구는 횡 방향 분사 퍼짐(dispersion)으로 인하여 연료의 침투깊이가 작아진다는 것을 의미한다. 또 분사구 하류에서 수소 질량분포가 움푹 들어간 곳(hollow)이 있는데, 이는 주 흐름(main stream)이 외부로부터 수소 궤적 속으로 유동하고 있음을 의미한다. 이런 주 흐름은 내부 유입류(inside inflow)라 하는데, inside inflow는 낮은 침투로 인하여 슬릿에서 상당히 떨어진 하류바닥 근방에서 발생한다. 이 inside inflow는 물리적으로 수소의 혼합율로 볼 수 있는데, 벽면에서 수직방향으로 혼합이 훨씬 작다는 것을 보이고 있다. Fig. 9의 (c)와 (d)는 연소반응에 대하여 연소 생성물 H<sub>2</sub>O 질량분포와 분사구 단면에서 속도분포를 나타낸 것이다.

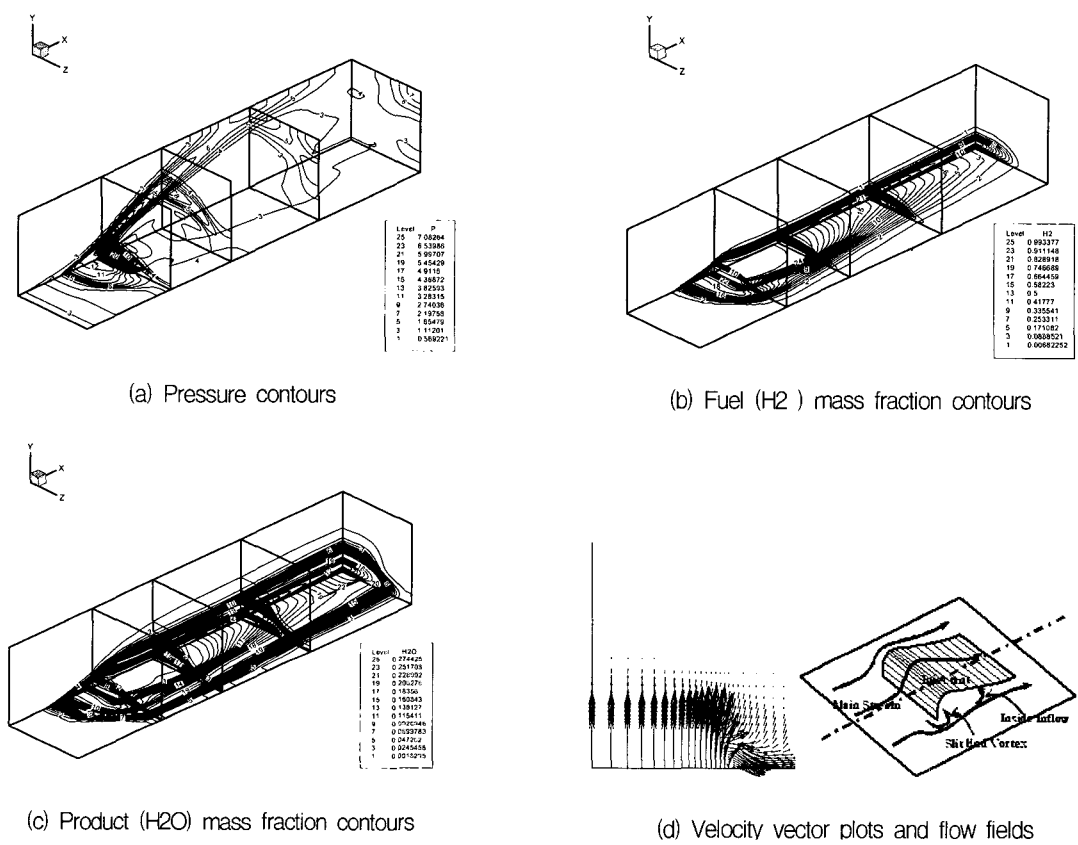
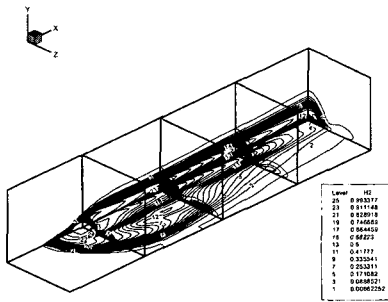


Fig. 9 Computed results in case of AR=13.88

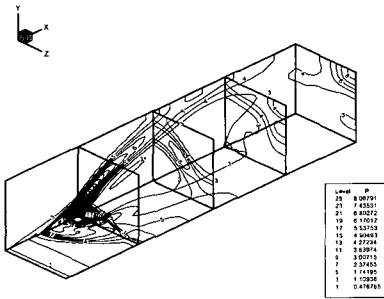
연소반응은 분사된 수소가 이론혼합비(0.0291)에 도달되는 구역에서 활발히 일어나는 것을 H2O 질량분포로 미루어 알 수 있으며, 횡 방향 분사 퍼짐으로 반응대는 전반적으로 벽면에 밀착되어 있다. 슬릿에서 속도분포를 보면 그 끝단에서 와동이 형성되는 것을 볼 수 있다. 이 슬릿 끝 와동(slit end vortex)은 분사노즐에서 분사된 수소기체에 의해 수평방향으로 구부러진 주 흐름에 의해 생성된다. 이 slit end vortex는 분사된 수소가스를 외부로 수송하고 돌출부(protuberance)를 형성한다.

그러나 횡 방향으로 긴 노즐에서 slit end vortex는 연료의 침투가 깊지 못하고, inside inflow가 슬릿으로부터 멀리 떨어진 하류에서 발생하여 그리 크지 못하다.

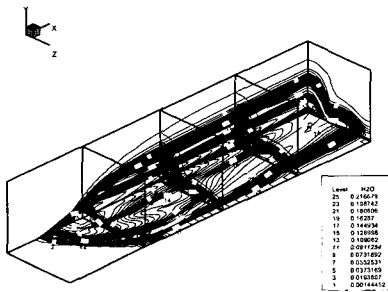
이런 유동장의 개략도는 Fig. 9 (d)우측에서 도시하였다. 분사구에서 분사된 분사체는 퍼짐으로 낮게 벽면으로 깔리고, 그 끝단을 따라 slit end vortex와 inside inflow가 존재하며, slit end vortex는 침투가 작아서 크기가 작고, inside inflow는 침투와 작은 slit end vortex에 의해 슬릿 하류에서 발생한다.



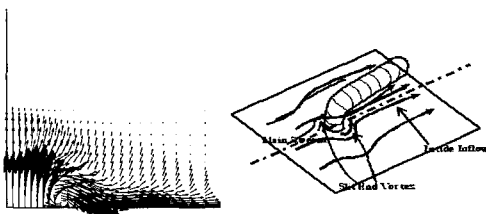
(a) Pressure contours



(b) Fuel (H<sub>2</sub>) mass fraction contours



(c) Product (H<sub>2</sub>O) mass fraction contours



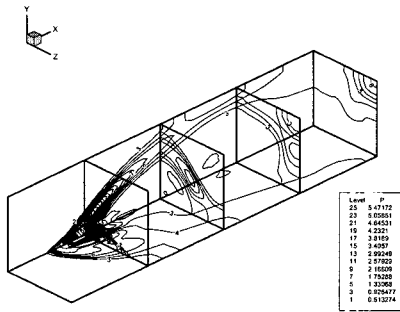
(d) Velocity vector plots and flow fields

Figure 10은 종횡비가 1인 경우의 계산 결과이다. 압력분포를 볼 때 분사에 의한 주 흐름의 장애물(blockage)은 횡 방향으로 작게 유지된다. 따라서 주 흐름은 바닥근방에서 크게 밀리지 않아 박리구역은 작아지고 박리 충격파는 약해진다. 반대로 궁형 충격파의 강도는 Fig.9의 경우보다 더 강하다. 이는 침투 깊이가 증가해서 수직방향으로 blockage가 생성되어 그 결과로 궁형 충격파가 매우 강하게 형성된다. 수소연료의 침투는 Fig. 10(b)에서 확인 할 수 있는데, 종횡비가 큰 경우보다 깊이 침투하고, inside inflow도 커지고 있음을 보여준다. 침투가 깊고 슬릿 끝 사이거리가 작아 혼합율은 더 커지는데, 이는 큰 inside inflow에 기인한다고 생각된다.

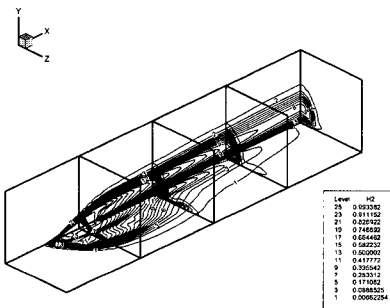
Figure 10(d)에서 slit end vortex를 확인할 수 있는데, 크기는 종횡비가 큰 경우보다 더 컸다. 이 slit end vortex는 외부로 수소를 수송하고, 돌출부를 형성시킨다. 위 설명을 쉽게 나타내기 위해 Fig. 10(d)에 종횡비가 1인 분사유동에서 유동형태를 도식적으로 표시하였다.

종횡비가 작은 경우(AR=0.288)에 관해서 계산된 결과는 Fig. 11에 나타내었다. 압력분포를 보면 유동박리와 궁형 충격파는 모두 약하게 형성되었다. 바닥부의 슬릿 노즐 상류부분은 박리영역이 상당히 작고, 슬릿의 횡 방향 길이가 가장 작아서 횡 방향 blockage가 가장 작음을 알 수 있다. 특히 유동방향으로 긴 슬릿의 형상으로 인하여 Fig. 11(b)에서처럼 수소의 분포는 분사 후 3각형 모양을 갖는다. 이는 2차원에서 일렬로 배열된 경우와 유사한 효과를 갖는다. 원형 분사노즐이 여러개일 경우두번째 분사구에서의 blockage는 그 상류 분사에 의해 상당히 작아지고, 이에 따라 분사기체의 침투가 더 용이한 일렬 효과(tandem effect)와 유사한 특징을 갖는다. 따라서 종횡비가 작은 경우 분사된 수소는 선형적인 3각형의 분포로 더 깊게 침투함을 의미한다.

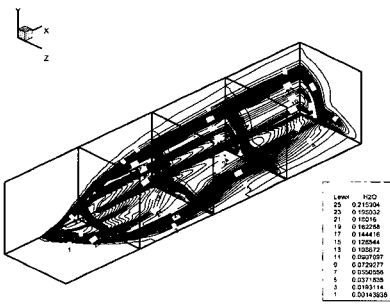
Fig. 10 Computed results in case of AR=1.0



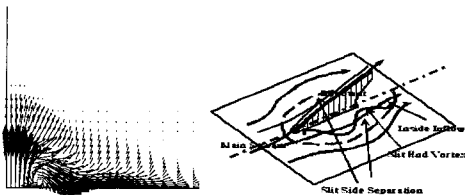
(a) Pressure contours



(b) Fuel (H2 ) mass fraction contours



(c) Product (H<sub>2</sub>O) mass fraction contours



(d) Velocity vector plots and flow fields

Fig. 11 Computed results in case of AR=0.288

수소 분포에서 보면 hollow는 분사 이후에서 작지만 출구부 하류에서 크게 만들어지고 있다. 이는 해당 수소분포에 따라 혼합률이 크다는 것을 나타낸다. 따라서 Fig. 11(b)에서 보듯이 수소의 침투가 커서 연소생성물의 분포가 수직방향으로 깊게 퍼지고, 또한 긴 분사에 의해 측면에서도 주 흐름과의 접촉면을 확장 시켜, 연소반응에 기여한다고 볼 수 있다. 그 결과로 slit end vortex도 분사 길이방향으로 현저히 커지고 있는데, 이는 Fig. 11(d)의 속도분포로 알 수 있다. 그리고 이런 반응 유동형태를 도식적으로 Fig. 11(d)에 알기 쉽게 나타내었다. 그림에서 분사구 근방 상/하류 지역의 압력분포와 속도분포를 나타내었다. 와동의 크기를 살펴보면, 횡 방향으로 긴 노즐의 경우 보다 유동방향으로 긴 노즐에서 더욱 큰 것으로 나타났는데, 이로 인하여 분사된 연료는 공기와 훨씬 더 용이하게 혼합되어, 연소성능개선에 유용한 것이라 판단된다.

종합적으로 연소기의 성능상의 변수로 정체압력 손실과 연소효율이 있는데, 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$\eta_{loss} = 1.0 - \frac{\int_A \rho u P_t dA / \int_A \rho u dA}{\left( \int_A \rho u P_t dA / \int_A \rho u dA \right)_{inj}} \quad (3)$$

$$\eta_{com} = 1.0 - \frac{\int_A \rho u c_{H_2} dA}{\left( \int_A \rho u c_{H_2} dA \right)_{inj}} \quad (4)$$

즉, 연소효율은 유입된 연료 유동율에 대한 반응하고 남은 연료의 유동율을 나타내고, 전 압력손실은 연소기내 유동장에서 유입되는 기체의 유동율로 평균화 시킨 것이다. 이들을 분사기 형상에 대하여 나타낸 것이 Fig. 12과 Fig. 13이다.



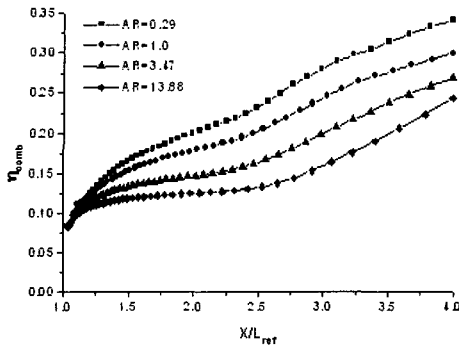


Fig. 12 Combustion efficiencies for various AR

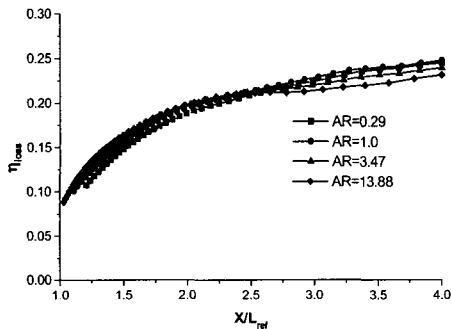


Fig. 13 Total pressure ratio for various AR

중횡비가 커질수록 압력손실은 커지는데, 이는 주 흐름이 횡 방향으로 긴 분사기에서 나온 연료와 상호 작용으로 큰 궁형 충격파에 원인이 되고, 중횡비가 작은 경우 압력손실도 작아지며, 긴 분사에 의한 tandem effect와 분사체 측면에서의 공기와 접촉면이 커져(slut end vortex) 연소효율이 커진다고 볼 수 있다. 따라서 바람직한 분사노즐의 배열은 중횡비가 작은 경우, 즉 유동방향으로 분사구가 긴 형태가 바람직한 분사 방법이라 할 수 있다.

### 3. 결 론

초음속공기가 흐르는 연소실 안으로 수소연료를 분사시킬 경우, 분사노즐 끝단의 형상에 따라 연소 양상을 수치적으로 조사하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 초음속 반응 유동장에서 노즐 출구 형상이 유입 공기 유동방향에 수직으로 놓일 경우, 분사연료와 직접 충돌하는 부분이 많아 압력손실이 커지지만, 3가지 형상에서는 별 차이는 없다.
2. 반면에 노즐이 유동방향으로 긴 형상을 가질 경우, 분사연료는 공기와 연속적으로 접촉하면서 측면 와동이 발생하여 일련의 혼합과정을 더욱 강화시켜 연소반응 역시 다른 형상에 비해 크게 촉진된다.
3. 따라서 일렬(tandem)효과를 갖는 유동방향으로 긴 분사노즐의 설치가 더 효과적인 형상임을 알 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. W.M. VanLerberghe et.al., "Mixing of a Sonic Transverse Jet Injected into a Supersonic flow," AIAA Journal, Vol. 38, No. 3, 2000, pp. 470-479
2. S.D. Heister and A.R. Karagozian, "Gaseous Jet in Supersonic Crossflow," AIAA Journal, Vol. 28, No. 5, 1990, pp.819-827
3. J.S. Evans and C.J. Schexnayder, "Influence of Chemical Kinetics and Unmixedness on burning in supersonic Hydrogen Flames," AIAA Journal, Vol. 18, No. 2, 1980, pp. 188-193
4. S. Chapman and T.G. Cowling, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Cambridge, 1970
5. C.R. Wilke, "A Viscosity Equation for Gas Mixtures," J. of Chemical Physics, Vol. 18, No.4, 1950, pp.517-519
6. T.H. Pulliam and D.S. Chaussee, "A Diagonal Form of an Implicit Approximate Factorization Algorithm," J. of Computational Physics, 39, 1981, pp.347-363
7. 김경무, 백승욱, "초음속 유동으로의 2차 기체 분사 및 혼합에 관한 수치적 연구," 한국 항공우주학회지, 제29권, 제2호, 2001, pp.10-19

- 
8. M.R. Gruber, et. al. "Large Structure Convection Velocity Measurement Compressible Transverse Injection Flow Fields," Experiment in Fluids, Vol. 22, 1997, pp.397-407
9. M.R. Gruber, et. al. "Compressibility Effect in Supersonic Transverse Injection Flow Fields," Physics Fluids, Vol. 9, 1997, pp.1448-1461
10. C.J. Tam and M.R. Gruber, "Numerical Study of Jet Injection into a Supersonic Cross Flow," AIAA-99-2254, 1999