

예조건화 방법론의 Navier-Stokes 방정식에의 적용

이상현*

Application of Preconditioning to Navier-Stokes Equations

Sang-Hyeon Lee*

ABSTRACT

The objective of this study is to apply preconditioning to Navier-Stokes equations with a turbulence model. The concept of a pseudo sonic speed was adopted. Roe's FDS was used for spatial discretization, LU-SGS scheme was used for time integration. In order to test the algorithms, the low speed flows around NACA airfoils and the flows through supersonic nozzle were calculated. The algorithm developed in the present study shows good performance in the calculations of low speed viscous flows and supersonics flows.

초 록

본 연구의 목적은 예조건화 방법론을 난류모델을 포함한 Navier-Stokes 방정식에 적용하는 것이다. 가상 음속 개념을 적용하였다. 공간차분을 위해 Roe의 FDS를 사용하였고, 시간 적분을 위해 LU-SGS 기법을 사용하였다. 알고리즘을 검증하기 위하여 NACA 날개 주위의 저속유동, 초음속 노즐 유동을 계산하였다. 본 연구에서 개발된 알고리즘은 저속유동 및 초음속 유동의 계산에서 충분한 계산 성능을 보이는 것으로 판단된다.

Key Words: Preconditioning(예조건화), Navier-Stokes Equations(Navier-Stokes 방정식), Pseudo Sonic speed(가상음속), Turbulence model(난류모델)

1. 서 론

압축성 저속 유동을 해석하기 위해서 최근 예 조건화 방법론(Preconditioning Methods)에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 저속 유동에서 수렴성이 악화되는 이유는 고유치들의 비

† 2003년 10월 2일 접수 ~ 2004년 1월 3일 심사완료

* 정회원, 울산대학교 수송시스템공학부
연락처, E-mail: lsh@mail.ulsan.ac.kr

가 지나치게 커지기 때문에 발생하는 문제이다 [1,6]. 이러한 문제를 고유치를 인위적으로 조절하여 예조건화함으로써 극복하는 방식이 주로 많이 사용되고 있다. 예조건화 방법론에 대한 초기 연구는 주로 Euler 방정식에 국한되었으나 최근에는 이 방법론을 Navier-Stokes 방정식에 적용함으로써 저속 점성유동의 해를 구하는 효과적인 방법론에 대한 연구가 수행되고 있다.

Navier-Stokes 방정식에 포함되어 있는 점성항은 저속 압축성 유동의 해를 구하는 과정에서 상당히 불안정한 양상을 보이는 것으로 알려져 있다[8]. 저속 유동에서는 레이놀즈수가 작아지기 때문에 점성에 의한 효과가 커지게 되며, 유속이 낮을수록 그 효과가 상대적으로 더 크게 나타난다. 따라서 시간 간격을 결정할 때 점성에 의한 효과를 고려해 주어야 하며, 점성항에 대한 자코비언을 고려해야만 한다. 그리고, 점성효과 때문에 속도가 낮아지는 영역(경계층, 박리 및 후류 영역)에서 가상음속(pseudo sonic speed)을 결정하는 과정이 Euler 코드와는 다른 방식으로 수정되어야 한다. 해의 수렴성이 악화되어 수렴된 해를 구할 수 없는 경우가 발생하기 때문이다.

본 연구의 선행연구[7]에서는 가상음속의 개념을 도입한 예조건화 Euler 코드의 알고리즘을 개발한 바 있는데, 본 연구에서는 이 알고리즘 및 방법론을 확장하여 Navier-Stokes 코드의 알고리즘을 개발하고 시험해 보았다. 또한 기존의 이방정식 난류모델을 적용하여 알고리즘의 응용범위를 넓히고자 하였다. 그리고, 본 연구에서 개발된 Navier-Stokes 코드의 검증에 위하여 NACA 날개 주위의 저속 유동, 출구 마하수가 3인 노즐 유동 문제에 적용하여 해를 구하여 보았다.

2. 본 론

2.1 지배방정식

유동 및 연소과정을 모사하기 위하여 본 연구에서는 2차원 Navier-Stokes 방정식을 사용하

였으며, 난류 점성계수를 구하기 위해 k- ω SST 난류 모델[9]을 적용하였다.

$$\Gamma \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \widehat{\mathbf{E}}_{vi}}{\partial x_i} + S \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho e_o, \rho k, \rho \omega]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{P} = [\rho, u, v, T, k, \omega]^T \quad (3)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{P}} = \begin{bmatrix} 1/\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u/\beta & \rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v/\beta & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ h_o/\beta - 1 & \rho u & \rho v & \rho c_p & 0 & 0 \\ k/\beta & 0 & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \omega/\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho h_o u, \rho ku, \rho \omega u]^T \quad (5)$$

$$\widehat{\mathbf{E}}_v = \frac{1}{R_e} [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xj} u_j - q_x, \mu^k k_x, \mu^\omega \omega_x]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{S} = [0, 0, 0, 0, P^k, P^\omega]^T \quad (7)$$

$$\mu^k = \mu_L + \sigma^* \mu_T, \quad \mu^\omega = \mu_L + \sigma \mu_T \quad (8)$$

$$P^k = \tau_{ij} u_{,j} - \beta^* \rho \omega k \quad (9)$$

$$P^\omega = \frac{\alpha}{\nu_T} \tau_{ik} u_{,k} - \beta^* \rho \omega \omega + 2\sigma_{\omega 2} \rho / \omega k_{,j} \omega_{,j} \\ \beta = M_r^2 c^2, \quad (10)$$

$$M_r^2 = \min\{1, \max(0.25M_\infty^2, M^2)\} \quad (11)$$

이때, x 방향의 고유치는 다음과 같다.

$$\lambda = u, \frac{1}{2} \{ u(1 + M_r^2) \pm \sqrt{u^2(1 - M_r^2)^2 + 4\beta} \} \quad (12)$$

본 연구의 선행연구[7]에서는 가상음속 개념을 이용하여 기존의 고유치의 형태를 기존의 압축성 알고리즘과 비슷한 형태를 갖도록 수정하여 사용하는 방법론을 제시한 바 있는데, 본 연구에서는 이 방법을 적용하였다. 이때, 고유치는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = u, u \pm \tilde{c} \quad (13)$$

여기서, 가상음속(\tilde{c})은 마하수의 함수로 정의된다.

$$\tilde{c} = cf(M_r),$$

$$f(M_r) = M_r^{(am-1)/am}, \quad m = -\log_{10}(M_r) \quad (14)$$

수정함수에 포함된 계수(α)는 이상현[7]이 제시한 바와 같이 $\alpha=6$ 을 사용하였다.

벡터 Q, P, E, E_v, S 는 각각, 해 벡터, 원시해 벡터, 대류항 벡터, 점성항 벡터, 난류생성항 벡터를 의미하며, Γ 는 예조건 행렬을 의미한다. 첨자 L은 층류를, T는 난류를 의미한다. 난류 점성계수의 정의와 각 계수들은 Menter[9]의 계수를 수정 없이 사용하였다.

2.2 지배방정식의 차분화

실좌표계(x, y)에서 표현된 지배방정식을 일반좌표계(ξ, η)로 변환하였으며, 이를 차분화하기 위해 유한체적법(Finite Volume Method)을 이용하였다. 일반좌표계 상에 표현된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\Gamma}{J} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} = \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + S \quad (15)$$

이때, 대류 및 점성항 벡터는 다음과 같은 방식으로 변환된다.

$$F_j = (\eta_x E_j + \eta_y F_j) / J \quad (16)$$

공간 차분을 위해서는 Roe[10]의 FDS (Flux Difference Splitting) 풍상차분 기법을 3차 정확도로 적용하였다.

$$E_{i+1/2} = \frac{1}{2} \{E_L + E_R - |A(Q_L, Q_R)| \Delta Q\}$$

$$|A(Q_L, Q_R)| \Delta Q = \begin{bmatrix} \alpha_s \\ \alpha_s u + \alpha_\rho \Delta u \\ \alpha_s v + \alpha_\rho \Delta v \\ \alpha_s h + \alpha_\rho \Delta h \\ \alpha_s k + \alpha_\rho \Delta k \\ \alpha_s \omega + \alpha_\rho \Delta \omega \end{bmatrix} \quad (17)$$

이때, 관련 기호들은 다음과 같다.

$$\alpha_1 = |\lambda_1| \left(\Delta \rho - \frac{\Delta p}{c^2} \right), \quad \alpha_2 = |\lambda_2| \left(\frac{\Delta p + \rho \tilde{c} \Delta U}{2c^2} \right)$$

$$\alpha_3 = |\lambda_3| \left(\frac{\Delta p - \rho \tilde{c} \Delta U}{2c^2} \right), \quad \alpha_\rho = |\lambda_1| \rho, \quad \alpha_s = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \quad (18)$$

여기서, 고유치 및 관련 기호들은 다음과 같다.

$$\lambda_1 = U, \quad \lambda_{2,3} = U \pm \tilde{c} \quad (19)$$

삿갓 기호는 격자 길이로 무차원화된 것을 의미한다. 반전속도(contravariant velocity, U, V)는 다음과 같이 정의된다.

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v \quad (20)$$

이때, 임의의 변수(ϕ)에 대한 차분량은 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta \phi = \phi_R - \phi_L, \quad \phi = \rho, p, u, v, h, k, \omega \quad (21)$$

여기서, 첨자 R은 우측에서 근사한 물리량을, 첨자 L은 좌측에서 근사한 물리량을 의미하는데, 이 과정에서 수치진동을 억제하기 위하여 다음과 같은 Koren 제한자를 사용하였다.

시간적분을 위해서는 예조건화된 LU-SGS (Lower Upper Symmetric Gauss Seidel)[3] 기법을 사용하였다. 이 과정에서 다음과 같은 근사 자코비언을 사용하였다.

$$A^\pm = \frac{1}{2}(A \pm \lambda_{\max} \Gamma) \quad (22)$$

여기서 대류항 벡터의 자코비언(A)은 다음과 같다

$$A \equiv \frac{\partial E}{\partial P} = \begin{bmatrix} \rho U/p & \rho \xi_x \\ \rho Uu/p + \xi_x & \rho U + \rho \xi_x u \\ \rho Uv/p + \xi_y & \rho \xi_y u \\ \rho U h_o/p + U & \rho \xi_x h_o + \rho Uu \\ \rho U k/p & \rho \xi_x k \\ \rho U \omega/p & \rho \xi_x \omega \\ \rho \xi_y & -\rho U/T & 0 & 0 \\ \rho \xi_y v & -\rho Uv/T & 0 & 0 \\ \rho U + \rho \xi_y v & -\rho Uv/T & 0 & 0 \\ \rho \xi_y h_o + \rho Uv & \rho U(c_p - h_o/T) & 0 & 0 \\ \rho \xi_y k & -\rho Uk/T & \rho U & 0 \\ \rho \xi_y \omega & -\rho U\omega/T & 0 & \rho U \end{bmatrix} \quad (23)$$

점성항 벡터에 대한 자코비언(A_v)은 대각 성분만을 고려한 분광 반경 (spectral radius, ρ_v) 근사를 이용하는 것이 편리하다. 분광 반경 근사는 다음과 같이 표현된다.

$$A_v \approx \rho_{v,\xi} I = \frac{1}{R_e} \nu (\xi_x^2 + \xi_y^2) I \quad (24)$$

지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$LD^{-1}U \Delta P = RHS$$

$$D = \frac{\Gamma}{\Delta t} + \lambda_D \Gamma = \left(\frac{1}{\Delta t} + \lambda_D \right) \Gamma,$$

$$L = D - \{ (A^+ + \rho_{v,\xi})_{i-1} + (B^+ + \rho_{v,\eta})_{j-1} \},$$

$$U = D + \{ (A^- - \rho_{v,\xi})_{i+1} + (B^- - \rho_{v,\eta})_{j+1} \},$$

$$RHS = -\{ \delta_\xi (E - E_v) + \delta_\eta (F - E_v) \}^{(n)} \quad (25)$$

여기서, λ_D는 모든 고유치 및 분광반경의 합으로 정의되며, 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_D = \lambda_{\max,\xi} + \lambda_{\max,\eta} + 2\rho_{v,\xi} + 2\rho_{v,\eta} \quad (26)$$

2.3 경계 조건

2.3.1 날개 주위 유동의 경계조건

원방경계에서의 조건은 경계를 통과하는 유동의 방향과 경계의 방향을 고려하여 다음과 같이 결정하였다.

$$\begin{aligned} p_k &= \phi p_{k-1} + (1 - \phi) p_\infty \\ \phi_k &= \theta \phi_\infty + (1 - \theta) \phi_{k-1}, \quad \phi = T, \rho, u, v \\ \theta &= (1 - v_n/|v|)/2 \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 v_n은 경계에 수직하는 속도 성분이다. 날개 표면은 단일 벽면으로 처리하였다.

$$u_w = v_w = 0, \quad \phi_w = \phi_{w+1} \quad (\phi = p, \rho, T) \quad (28)$$

2.3.2 노즐유동의 경계조건

노즐입구에서의 밀도, 속도는 고정하고 압력은 외삽하였고, 출구에서는 초음속이므로 모든 물리량을 외삽하였다.

$$\begin{aligned} p_i &= p_{i+1} \\ \phi_e &= \phi_{e-1}, \quad \phi = T, \rho, u, v \end{aligned} \quad (29)$$

노즐 벽면은 식(28)과 같이 단일 벽면으로 처리하였다.

2.4 계산 격자계

2.4.1 NACA 날개

격자계는 날개 시위의 10배 반경을 가지는 O형 격자를 사용하였다. 날개의 시위는 10cm이다. 격자 시스템은 Fig. 1에 나타나 있다.

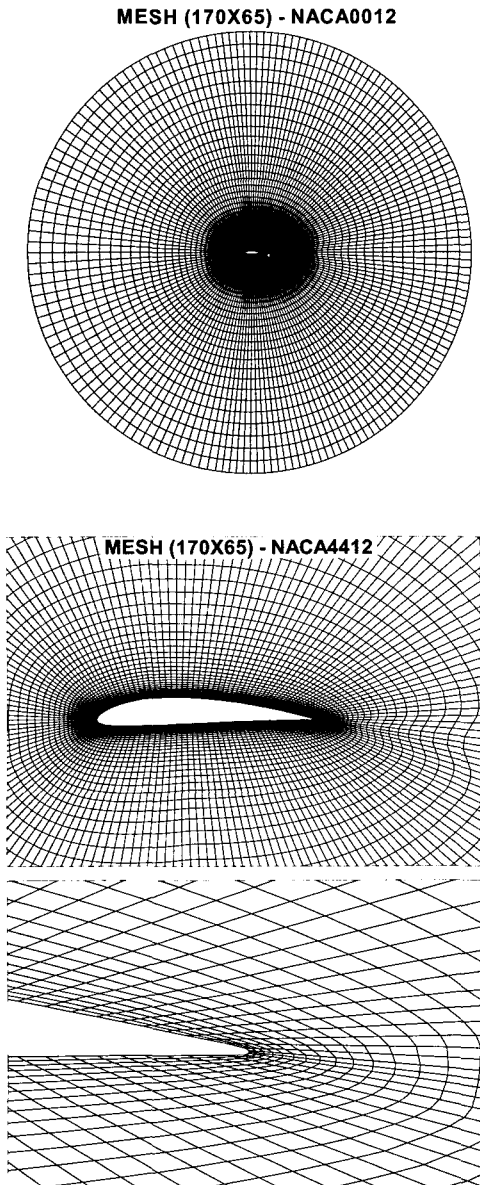


Fig. 1 Grid systems: [top] NACA0012 airfoil, [middle] near view of NACA4412, [bottom] near view of trailing edge of NACA4412

총 격자 수는 $170 \times 65 (=11,050)$ 개이며, 격자점은 날개 주위로 밀집시켰다. O형 격자를 이용할 때 날개 뒷전 부분의 격자점의 배치에 어려움이 있는데, 격자의 밀집 정도를 조절하여 매끄럽게 처리하였다.

2.4.2 축소확대 노즐

노즐 유동은 아음속 유동과 초음속 유동이 공존하는 전형적인 문제로 예조건화 방법론의 검증에 적합한 문제이다. 노즐은 출구 마하수가 3.0인 축소확대형 노즐을 사용하였다. 노즐은 형상 중형으로 노즐목에서 팽창파가 발생하기 시작하고 변곡점 이후로는 압축파가 발생하여 노즐 출구에서의 유동이 축 방향 성분만을 갖도록 설계된 것이다[11]. 이때, 노즐 설계 시 변곡점의 확산각(θ_i)의 값을 결정해야 하는데, 확산각의 최대치는 팽창파 함수의 절반보다 클 수 없다.

$$\theta_{i, \max} = 0.5 \nu_e \quad (30)$$

본 연구에서는 $\theta_i = 0.4 \nu_e$ 인 경우와 $\theta_i = 0.5 \nu_e$ 인 경우를 비교하여 보았다.

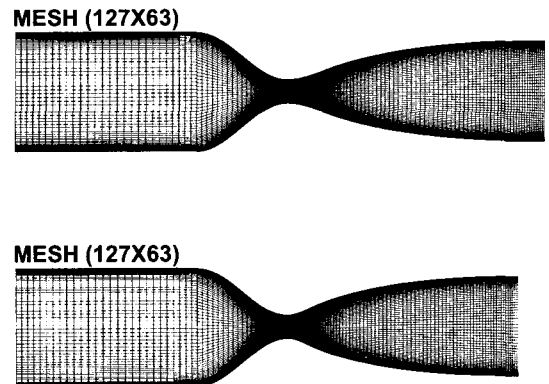


Fig. 2 Grid systems : [top] $\theta_i = 0.4 \nu_e$, [bottom] $\theta_i = 0.5 \nu_e$

노즐 목($x=0$)의 직경(D)은 1 cm로 설정하였고, 노즐의 입구위치는 $x=-12D$ 로, 노즐면적 축소

시작점은 $x=-4D$ 로 설정하였다. 총 격자 수는 127×63 (=8,001)개이다. Fig. 2는 확산각이 다른 두 가지 경우의 격자 시스템을 도시하고 있다. $\theta_i=0.4\nu_e$ 인 경우 $\theta_i=0.5\nu_2$ 경우보다 확산각이 작기 때문에 길이가 더 길어지는 것을 볼 수 있다. 격자는 변화가 많은 벽면과 노즐목 근처에 격자를 밀집시켰다.

3. 결과 및 분석

3.1 NACA 날개 주위 유동

본 연구에 사용된 코드의 검증을 위하여 NACA 4412 날개 주위 유동에 대해 본 연구에서 계산한 압력계수 (C_p)의 분포와 NACA 실험 결과 [12]를 비교하였다. 원방에서의 마하수, 온도, 압력은 각각 10^{-2} , 300 K, 1 기압이다. 레이놀즈수는 3.1×10^6 이고 받음각은 2° 이다.

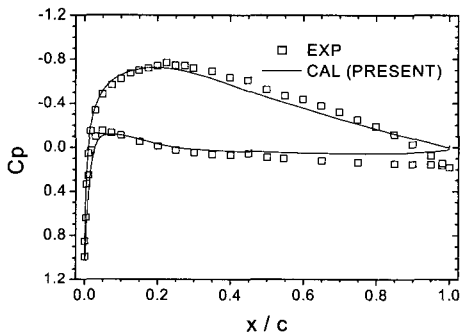


Fig. 3 Distribution of pressure coefficients on NACA 4412 airfoil

본 연구에서 계산된 날개의 전방 부근의 압력분포는 실험치와 거의 일치하지만 유동의 감속으로 압력이 다시 증가하는 중반 이후부터 약간씩 오차를 나타낸다. 날개의 후미(trailing edge) 부분에서 본 연구에서 계산된 압력계수가 실험치와의 오차가 가장 크게 나타나는데, 그 차이가 그렇게 크지 않는 것으로 보인다. 따라서, 본 연구에서 사용된 코드가 타당성을 가지는 것으로 판단된다.

Figure 4는 NACA0012 날개 주위를 통과하는 유동에 대한 계산(압력, 온도, 난류점성계수) 결과를 도시하고 있다. 이때, 받음각은 0° 이다. 압력 및 온도분포, 난류점성계수의 분포를 보면 대칭적인 구조를 가지고 있음을 알 수 있다. 압력장을 살펴보면, 유속이 커지는 측면의 압력이 낮아지고 후미에서 압력회복이 일어나는 현상을 잘 포착하고 있음을 볼 수 있다.

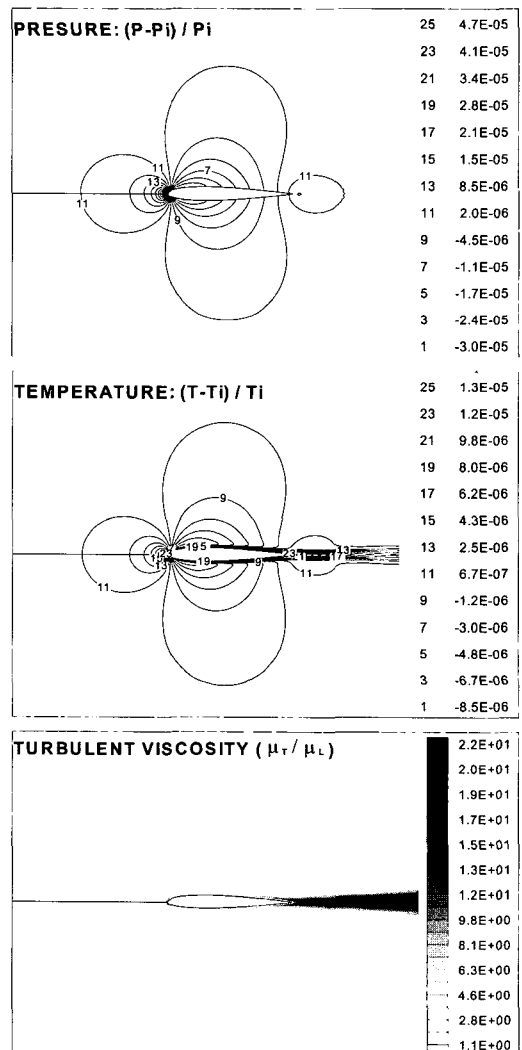


Fig. 4 Calculation results of low speed flow ($M=10^{-2}$) around NACA0012 airfoil

온도장을 살펴보면, 전체적인 경향은 압력장

과 유사하나 경계층 내와 경계층에 의해 형성되는 후류영역에서도 높은 온도가 형성되는 것을 관찰할 수 있다. 점성계수의 경향을 살펴보면, 경계층 부근과 후류영역에서 점성계수가 높게 나타나는 것을 볼 수 있다. 전체적인 경향을 보면 본 연구에서 개발된 코드가 안정적인 해를 제공하고 있음을 알 수 있다.

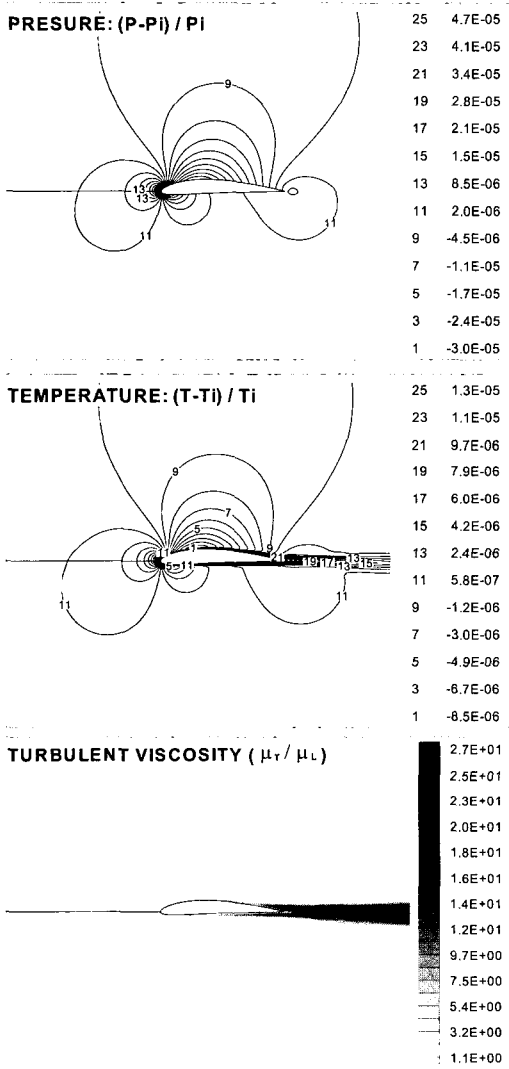


Fig. 5 Calculation results of low speed flow ($M=10^{-2}$) around NACA4412 airfoil

Figure 5는 NACA4412 날개를 통과하는 유동에

대한 계산 결과를 도시하고 있다. 압력 및 온도 분포, 난류점성계수의 분포를 보면 비대칭적인 구조를 가지고 있음을 알 수 있다. 압력장을 살펴보면, 곡률이 큰 날개 위쪽의 압력변화가 크게 나타나고 날개 아래쪽의 압력변화는 적은 것으로 나타났다.

이러한 경향은 온도장에서도 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한, 난류점성계수의 크기를 살펴보면 NACA4412에서 NACA0012보다 약간 큰 값을 가지는 영역이 존재하는 것을 볼 수 있다. 이는 NACA4412를 통과하는 유동이 날개의 후반부에서 발생하는 역압력구배가 NACA0012보다 크게 나타나는 것이 원인인 것으로 판단된다.

3.3 축소확대 노즐 유동

노즐 입구 유동의 마하수는 10^{-2} 이고, 온도와 압력은 각각 2000K, 100기압이다. 밀도는 상태방정식으로 결정하였다.

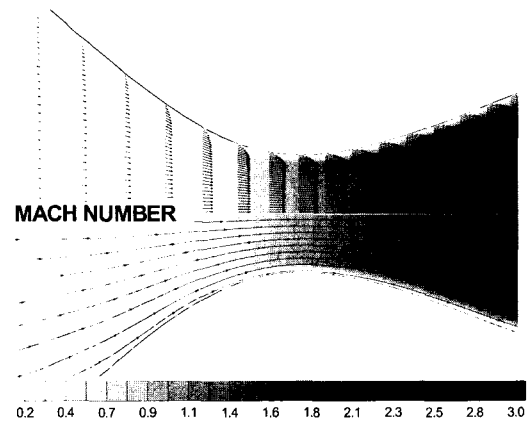


Fig. 6 Velocity vector fields of nozzle flow ($M_i=10^{-2} M_e=3.0, \theta_i=0.4 \nu_{max}$)

Figure 6은 $\theta_i=0.4 \nu_e$ 인 경우의 노즐 유동장을 계산한 결과인데, 노즐 목 근처를 확대한 그림으로 유선과 속도벡터의 변화를 도시하고 있다. 유동의 가속 정도를 표시하기 위하여 마하수도 동시에 표현하였다.

유선의 형태는 단면의 형상을 따라 고르게 분포하는 것을 볼 수 있다. 속도 벡터의 크기를 비

교해보면, 축소부의 유동은 노즐목에 도달하기 전까지 서서히 가속되다가 노즐목 근처에서부터 급격하게 가속되는 것을 확인할 수 있다. 이는 등마하수 선의 분포가 축소부에는 드문드문 존재하지만 노즐 목 근처에서 조밀하게 분포하는 것과 일치하는 현상이다. 노즐목 상류인 축소부에서의 경계층 두께는 상당히 두껍게 나타나고 노즐목을 통과한 유동의 경계층은 상대적으로 얇은 것을 볼 수 있다.

Figure 7은 $\theta_i = 0.4 \nu_e$ 인 경우의 노즐 유동장을 계산한 결과 (마하수, 압력, 온도, 난류전성계수) 이다. 마하수의 경향을 살펴보면, 노즐목 근처까지도 아주 낮은 마하수를 유지하고 있다가 노즐 목 근처에서 급격하게 마하수가 증가하는 것을 볼 수 있다.

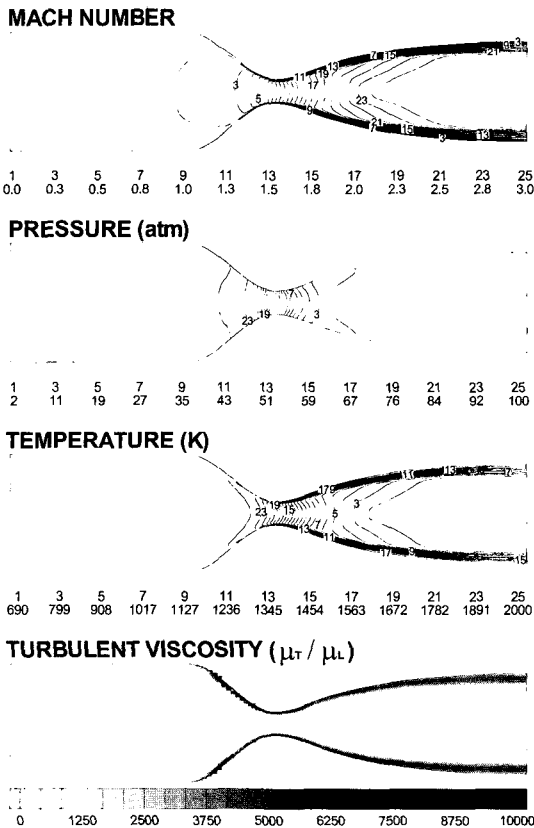


Fig. 7 Calculation results of Nozzle flow
($M_i = 10^{-2} M_e = 3.0, \theta_i = 0.4 \nu_{max}$)

확대부에서의 마하 선도 형태를 보면 중심부에서 가장 먼저 마하 3.0에 도달하는 것을 볼 수 있으며, 경계층 부근에서는 낮은 마하수가 나타나는 것을 볼 수 있다. 압력 변화를 살펴보면, 노즐 목 부근에서 급격하게 변화하고 그 외 영역에서는 거의 변화가 없는 것을 볼 수 있으며 경계층의 영향은 거의 받지 않는 것을 볼 수 있다. 온도장을 살펴보면, 다른 유동성질과 마찬가지로 노즐목 부근에서 급격하게 변화하는 것을 볼 수 있다. 확대부의 경계층에서는 벽면 마찰에 의해 높은 온도가 유지되는 것을 볼 수 있다. 난류점성계수의 분포를 보면, 축소부에서 단면의 면적이 작아지면서 유동의 가속이 일어나는 지점의 경계층에서부터 급격하게 증가하는 것을 볼 수 있으며, 확대부에서는 경계층 근처에서 큰 값을 가지는 것을 볼 수 있다.

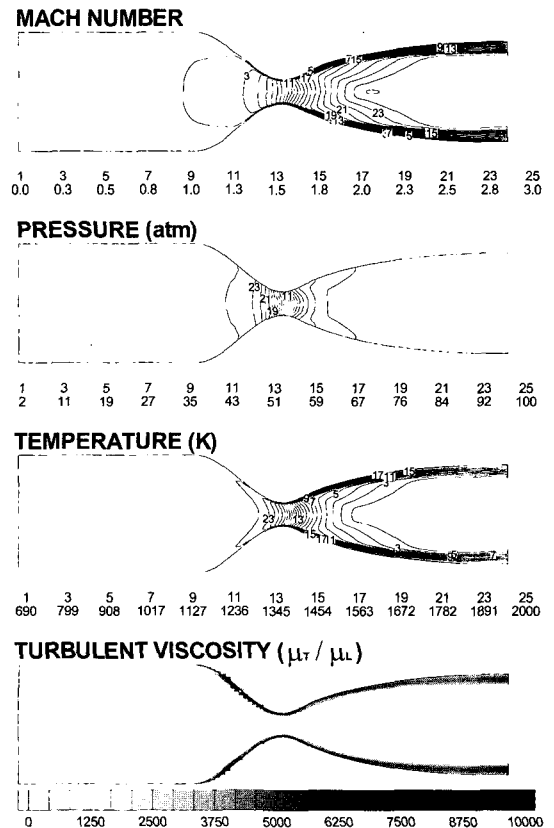


Fig. 8 Calculation results of Nozzle flow
($M_i = 10^{-2} M_e = 3.0, \theta_i = 0.5 \nu_{max}$)

Figure 8은 $\theta_i = 0.5 \nu_e$ 인 경우의 노즐 유동장을 계산한 결과 (마하수, 압력, 온도, 난류전성계수) 이다. 전체적으로 유동의 특성은 $\theta_i = 0.4 \nu_e$ 인 경우와 유사하지만, 동일한 유동 성질을 가지는 지점이 노즐 길이의 비율 정도에 따라 짧아지는 것을 볼 수 있다.

Figure 9는 출구면과 노즐목에서의 마하수의 분포를 그래프로 도시한 것이다. 그래프를 보면, 출구면에서의 마하수의 분포는 확산각에 따라 크게 다르지 않음을 볼 수 있으며, 경계층을 제외한 영역에서 설계 요구 속도인 마하수 3.0이 되는 것을 볼 수 있다.

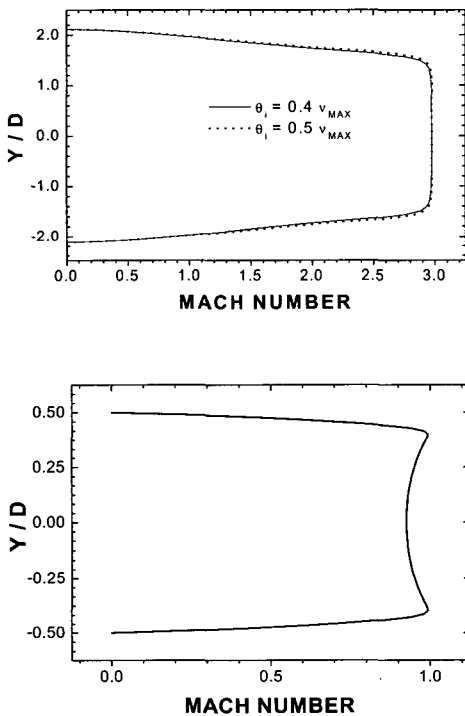


Fig. 9 Distribution of Mach Number: [top] nozzle exit, [bottom] nozzle throat
 ($M_i = 10^{-2} M_e = 3.0, \theta_i = 0.4 \nu_{\max}$)

95% 경계층의 두께는 약 20%이다. 노즐목에서는 마하수의 최대 값이 경계층 근처에서 형성되고 그 값이 약 1.0인 것으로 나타났으며, 노즐목

중심부의 마하수는 오히려 낮은 값을 나타내고 있다. 노즐목에서의 경계층의 두께는 약 18%인 것으로 나타났으며 노즐 출구에서의 경계층의 두께와 거의 비슷한 비율로 나타나는 것을 알 수 있다. 따라서 경계층을 제외한 면적비 (출구 면적/노즐목 면적)가 실제 형상의 면적비와 거의 동일하게 되는 것을 알 수 있다. 이러한 이유로 비점성 유동을 고려한 노즐 형상 설계 기법이 실제 점성유동에 의해 경계층이 존재하는 경우에도 여전히 유효성을 유지하는 것으로 판단된다.

Figure 10은 출구면과 노즐목에서의 온도 분포를 그래프로 도시한 것이다. 그래프는 마하수 그래프와 마찬가지로 확산각에 따라 크게 다르지 않음을 볼 수 있으며, 열 경계층의 두께는 약 20%정도로 속도 경계층과 거의 비슷한 것으로 판단된다.

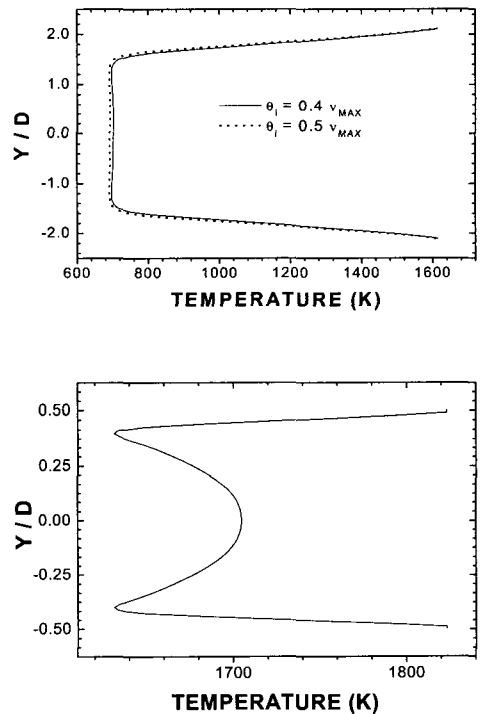


Fig. 10 Distribution of temperature: [top] nozzle exit, [bottom] nozzle throat
 ($M_i = 10^{-2} M_e = 3.0, \theta_i = 0.4 \nu_{\max}$)

노즐목에서의 온도 분포도 마하수의 분포와 마찬가지로 온도의 최소 값은 경계층 근처에서 형성되고 노즐목 중심부의 온도는 오히려 높은 값을 나타내고 있다. 이는 마하수 그래프에서 본바와 같이 경계층 근처에서 유동의 가속이 가장 크게 일어나는 것과 관련성이 있는 것으로 판단된다. 노즐목에서의 경계층의 두께는 약 20% 정도인 것으로 나타났다. 이는 마하수의 경우와 유사한 결과이다.

Figure 11은 출구면과 노즐목에서의 압력 분포를 그래프로 도시한 것이다. 출구면에서의 압력 분포는 마하수와 온도 분포와는 달리 확산각에 따라 형태는 유사하지만, 크기가 상당히 다르게 나타나는 것을 볼 수 있는데, 이는 $\theta_i = 0.5 \nu_2$ 인 경우에 $\theta_i = 0.4 \nu_6$ 인 경우보다 길이가 짧아 동일한 출구마하수에 도달하기 위해 보다 급격한 유동의 가속이 일어나기 때문인 것으로 판단된다.

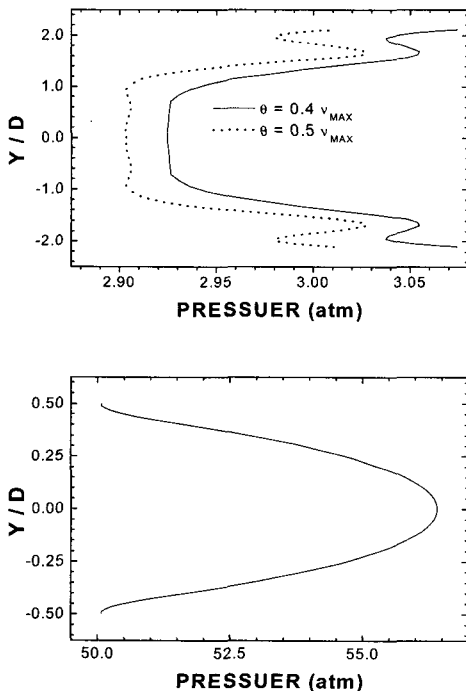


Fig. 11 Distribution of pressure: [top] nozzle exit, [bottom] nozzle throat

$$(M_i = 10^{-2}, M_e = 3.0, \theta_i = 0.4 \nu_{max})$$

노즐목에서의 압력분포는 마하수와 온도 분포와는 달리 노즐목 중심부에서 가장 높게 나타나고 벽면 쪽이 가장 낮은 것으로 나타났다. 이는 온도분포에서 경계층을 제외한 부분의 온도 분포와 유사한 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 예조건화 방법론을 이용해 점성 유동장을 해석하기 위한 난류방정식을 포함한 Navier-Stokes 코드를 개발하고, 이를 검증하여 보았다. 검증을 위해 저속에서의 NACA 날개 주위 유동과 저속 아음속 유동과 초음속 유동이 공존하는 축소확대 노즐 유동에 대해 계산을 수행하였다.

저속 유동만 존재하는 NACA 날개 주위 유동에서 압력장 및 온도장을 잘 예측하는 것으로 판단되며, 초음속 노즐에서는 낮은 마하수의 아음속 유동장이 초음속으로 가속되는 과정을 상당히 정확하게 예측하는 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서 개발된 예조건화된 Navier-Stokes 알고리즘은 저속유동장뿐만 아니라 저속 유동과 고속 초음속 유동이 혼합된 유동장을 해석하는데 적합한 것으로 사료된다.

이후의 연구에서는 화학반응을 고려한 코드를 개발하여 보다 다양한 추진기관의 유동 특성을 해석하는 데 적용할 계획이다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단의 신진교수연구(과제번호: KRF-2002-003-D00049) 지원으로 수행되었습니다. 또한 이 연구의 주요 계산은 한국과학기술정보연구원(KISTI)이 무상으로 제공한 슈퍼 컴퓨팅 자원을 이용하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. J. S. Sheun, K. H. Chen, and Y. H. Choi, "A Coupled Implicit Method for Chemical Non-Equilibrium Flows at All Speeds," *Journal of Computational Physics* 106, 1993, pp.306-318
2. K. H. Chen, and J. S. Shuen, "Three Dimensional Coupled Implicit Methods for Spray Combustion Flows at All Speeds," *AIAA*, 1994, pp.94-3047
3. L. D. Dailey, and R. H. Pletcher, "Evaluation of Multigrid Acceleration for Preconditioned Time-Accurate Navier-Stokes Algorithms," *AIAA* 1995, pp.95-1668
4. J. R. Edwards, and C. J. Roy, "Preconditioned Multigrid Methods for Two Dimensional Combustion Calculations at All Speeds," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 2, February, 1998, pp.185-192
5. J. R. Edwards, and M. S. Liou, "Low Diffusion Flux Splitting Methods for Flows at All Speeds," *AIAA Journal*, Vol. 36. No. 9, 1998, pp.1610-1617
6. J. S-Y. Hsieh, and V. Yang, "A Preconditioning Flux-Difference Scheme for Chemically Reacting Flows at All Mach Numbers," *International Journal of CFD*, Vol. 8, 1997, pp.31-49
7. 이상현, "저속 압축성 유동장 해석을 위한 예조건화 방법론 연구 I," *항공우주학회지*, 29권, 7호, pp.87-95
8. Y-H. Choi, and C. L. Merkle, "The application of Preconditioning in Viscous Flows," *Journal of Computational Physics* 106, 1993, pp.207-223
9. F. R. Menter, Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp.1598-1605
10. P. L. Roe, Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes, *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, No. 3, 1981, pp.352-372
11. C. Crown, "Supersonic Nozzle Design," *NACA Technical Report* 1651, June, 1948
12. Pinkerton, R. M., "Calculated and Measured Pressure Distributions over the Midspan Section of the NACA 4412 Airfoil," *Report* 563, NACA, 1936