그래픽 디자인에 있어서 프랙탈 구조의 활용 가능성 연구

A study on application of fractal structure on graphic design

문 철(Moon, Chul)
홍익대학교 시각디자인학과 부교수

이 논문은 2002학년도 홍익대학교 교내 연구비에 의하여 지원되었음.

研究論文 Original Articles ● Received : Nov. 17. 2003 ; Accepted : Dec. 15. 2003

(要約)

새로운 자연과학의 패러다임으로 대두되고 있는 복잡성의 과학인 카오스(Chaos), 프랙탈(Fractal) 이론은 자연을 몇 개의 단순한 요소로 분해 이해하는 것이 아니라 전체적인 관계 속에서 이해하는 것이다. 인간과 자연을 포함한 모든 세계를 바라보는 우리의 시각을 비선형성, 다양성, 시간성, 복잡성으로 향하게 하며 비정수 차원의 자연과 복잡성을 표현하기에 적합한 적용 방법이다. 비선형적 프랙탈 기하학과 카오스 이론을 예술방면으로 응용하는 것은 과학과 예술이 만나는 상상의 영역이며 아직까지 많은 연구가 이루어지지 않은 분야이다.

이러한 프랙탈 형태의 기하학적 특성과 조형 원리를 파악하기 위해 객관적인 자료를 분석해 조형 언어를 추출한 연구이다. 형식에 있어서 수학적인 방법에 의한 프랙탈적 분석이라기보다는 프랙탈의 여러 개념 가운데 특히 자기 유사성(Self-similarity)과 반복성(Recursiveness) 그리고 무작위성(Randomness), 불가능한 공간에 의해 표현되어진 도형과 그래픽디자인과의 조형적인 유사성을 밝혀 보았다. 즉 프랙탈 도형은 부분의 부분, 또 그 부분을 반복해서 확대해 가도 도형의 본질적인 구조가 변하지 않는 특성을 가지고 있다. 이와 같이 무한소까지 확대해도 전체와 일치하는 자기 닮음 구조로 되어있다. 이것은 어느 부분이나 전체를 재구성할 수 있는 정보를 모두 가지고 있음을 뜻한다.

본 연구에서는 이러한 배경을 바탕으로 그래픽디자인에서 나타난 기하학적 조형성에 대한 프랙탈적 분석 가능성을 주로 검토하는 데 목적을 두고 있다. 그리고 연구의 결과 그래픽디자인은 이미 수학적인 계산 속에서 아름다운 비례를 찾고 있었다는 것을 발견할 수 있었다. 자연을 표현하는 가장 적합한 공식인 프랙탈 기하학은 앞으로 과학과 그래픽디자인의 복합체로서 고유성과 특수성의 고부가가치를 창출해야 한다. 이런 요구를 수용하고 변화에 적응 발전해야 하는 필요성이 대두되는 단계에서 본 연구의 의의가 크다고 하겠다.

(Abstract)

The Chaos theory of complexity and Fractal theory which became a prominent figure as a new paradigm of natural science should be understood not as whole, and not into separate elements of nature. Fractal Dimensions are used to measure the complexity of objects. We now have ways of measuring things that were traditionally meaningless or impossible to measure. They are capable of describing many irregularly shaped objects including man and nature. It is compatible method of application to express complexity of nature in the dimension of non-fixed number by placing our point of view to lean toward non-linear, diverse, endless time, and complexity when we look at our world.

Fractal Dimension allows us to measure the complexity of an object. Having a wide application of fractal geometry and Chaos theory to the art field is the territory of imagination where art and science encounter each other and yet there has not been much research in this area.

The formative word has been extracted in this study by analyzing objective data to grasp formative principle and geometric characteristic of (this)distinct figures of Fractals. With this form of research, it is not so much about fractal in mathematics, but the concept of self-similarity and recursiveness , randomness, devices expressed from unspeakable space, and the formative similarity to graphic design are focused in this study. The fractal figures have characteristics in which the structure doesn't change the nature of things of the figure even in the process if repeated infinitely many times, the limit of the process produces is fractal.

Almost all fractals are at least partially self-similar. This means that a part of the fractal is identical to the entire fractal itself even if there is an enlargement to infinitesimal. This means any part has all the information to recompose as whole. Based on this scene, the research is intended to examine possibility of analysis of fractals in geometric characteristics in plasticity toward forms in graphic design. As a result, a beautiful proportion appears in graphic design with calculation of mathematic. It should be an appropriate equation to express nature since the fractal dimension allows us to measure the complexity of an object and the Fractla geometry should pick out high addition in value of peculiarity and characteristics in the complex of art and science. At the stage where the necessity of accepting this demand and adapting ourselves to the change is gathering strength is very significant in this research.

(Keyword)

chaos, complexity, fractal, graphic design

1. 서 론

새로운 자연과학의 패러다임으로 대두되고 있는 복잡성의 과학인 카오스(Chaos), 프랙탈(Fractal) 이론은 자연을 몇 개의 단순한 요소로 분해 이해하는 것이 아니라 전체적인 관계 속에서 이해하는 것이다. 인간과 자연을 포함한 모든 세계를 바라보는 우리의 시각을 비선형성, 다양성, 시간성, 복잡성으로 향하게 하며 비정수 차원의 자연과 복잡성을 표현하기에 적합한 적용 방법이다. 현재, 조형 원리 중의 하나인 복잡성에 대한 연구는 많이 이루어지지 않고 있다. 오히려 그 반대 개념인 단순성의 원리에 대한 연구가 주를 이루고 있다고 할 수 있다. 단순한 자극으로 실험을 진행하는 것은 복잡한 것보다 진행이 쉽고, 결과에 대한 원인 규명이 비교적 명쾌하기 때문일 것이다. 그러나 단순한 자극에 대한 인간의 반응과 복잡한 자극에 대한 인간의 반응은 매우 다르며, 단순성에 대한 반응과 복잡성에 대한 반응은 정반대일 것이라고 단순히 유추하기에는 무리가 있다고 할 수 있다. 따라서 복잡성에 대한 개별적 연구가 필요하다 할 수 있다.

비선형적 프랙탈 기하학과 카오스 이론을 예술 방면으로 응용하는 것은 과학과 예술이 만나는 상상의 영역이며 아직까지 많은 연구가 이루어지지 않은 분야이다. 사실 예술가들의 입장에서 바라보면, 프랙탈적 사고는 결코 새로운 것이 아니다. 작가들은 이미 자신들이 깨닫지 못하는 사이에 프랙탈적 사고와 개념으로 예술 활동을 해 오고 있었다. 결국 알지 못하는 사이에 이론적 바탕이 아닌 자연스러운 발상의 근원에서 과거와 현재의 일맥상통함을 찾아왔고 과거의 지혜를 되살려 왔다.

연구의 기본 배경으로서 카오스 현상을 기하학적 모델로 체계화한 프랙탈 미학의 개념과 특징을 설명하고 프랙탈 생성 원리, 조형 개념을 서술한다. 아울러 프랙탈 이론과 타 학문 및 사상과의 관계성을 알아보기 위해 프랙탈 미학의 조형 개념과 유기적 형태와의 연관성을 찾아 분석하고, 프랙탈 이론과 그래픽과의 유사성을 설명한다. 또한 프랙탈 형태의 기하학적 특성과 조형 원리를 파악하기 위해 객관적인 자료를 분석해 조형 언어를 추출해 낸다. 연구 형식에 있어서 수학적인 방법에 의한 프랙탈적 분석이라기보다는 프랙탈의 여러 개념 가운데 특히 자기 유사성(Self-similarity)과 반복성(Recursiveness) 그리고 무작위성(Randomness), 불가능한 공간에 의해 표현되어진 도형과 그래픽디자인과의 조형적인 유사성을 밝혀 보고자 한다. 그리고 프랙탈에서 보여지는 무한의 공간과 반복에 의한 시각적 착시는 그래픽에 어떠한 효과를 보여 주는지 알아보고 프랙탈적인 그래픽 제작 방법을 알아보겠다.

본 연구의 과정은 모두 5장으로 이루어졌다.

<1장>서론에서는 연구 배경과 목적, 연구 범위 및 방법을 다루고,

<2장>에서는 프랙탈의 양식과 미적 특성을 다룬다.

<3장>에서는 그래픽디자인의 구조 분석에 있어 유클리드적 관점만이 아닌, 프랙탈적 해석이 가능함을 검토하고자 한다.

<4장>에서는 그래픽디자인의 프랙탈적 구조 분석에서는 프랙탈 이론의 가장 중요한 특징인 자기 유사성에 대한 분석과 예시를 제시하고자 하며 방향성, 비선형, 무질서 등을 표현하는 반복성에 대한 조형적 관점을 그래픽디자인과 비교 분석하고자 한다. 또 무작위성과 관련하여 미묘한 불규칙성에 의한 창조적 속성과 아름다움을 분석하고, 나아가 2차원의 평면과 3차원의 공간 사이에 걸쳐서 존재하고 불연속의 정수 차원이 아닌, 그 중간에 소수점 차원으로 존재하는 새로운 공간 차원인 불가능한 공간에 대해 분석하고자 한다.

<5장>에서는 결론적으로 프랙탈적 조형성을 그래픽디자인에서 찾아봄으로써 그래픽디자인의 표현 방법에 있어서 다양한 방법을 모색해 보고자 한다.

본 연구의 선행 연구로서 국내에 연구된 논문인 김주미의 <프랙탈 색채 패턴의 미학적 의의 및 표현 특성>에서는 프랙탈적인 색채 디자인 방법의 조형적 가능성을 제시하고 있고, 김옥경의 <프랙탈 아트의 조형적 제안에 대한 고찰>에서는 프랑스 현대미술에서 진행되고 있는 프랙탈 개념의 조형적 가치와 가능성에 대해 연구하고 있다. 선행 연구된 논문에서는 제시된 프랙탈 기하학의 조형 원리를 개념적이 견해에서 출발하여 조형적 가능을 연구하고 있다. 본 연구자는 그래픽디자인에서의 조형적 가능성을 작품을 통하여 좀더 구체적으로 연구하고 그래픽에 활용하는 데 방법을 제시하고자 한다. 현대 물리학의 대두와 이에 따른 패러다임 변화라는 시대적 흐름에서, 우리는 과학과 예술의 복합체로서 인간 삶의 에너지인 문화를 형성하고 고유성과 특수성의 고부가가치를 창출해야 한다. 이런 요구를 수용하고 변화에 적응, 발전해야 하는 필요성이 대두되는 단계에서 본 연구의 의의가 크겠다.

2. 프랙탈의 양식과 미적 특성

2-1. 프랙탈의 양식 형성

서구 과학 문명의 기원이 된 그리스 과학에 결정적인 역할을 한 인물은 유클리드였다. 유클리드 기하학의 요점은 대상을 단순화하는 것과 보편성을 결정하는 것이다. 그의 영향으로 그리스 수학은 비례를 중시하여 자연수의 비례로 표현 가능한 유리수만을 참된 수라고 인정하였다. 이러한 보편성에 기초한 보수적인 과학은 그 시작부터 복잡한 현상을 파악하지 못하는 문제점이 있었다.

이러한 고전 기하학에 대하여, 프랑스의 수학자 만델브로트는 구름이 구가 아니고, 산은 원추형이 아니며, 번개는 직선으로 내려치지 않는다고 했다. 그가 생각한 새로운 기하학은 둥그렇지 않고 울퉁불퉁한, 또한 매끄럽지 않고 거친 우주를 반영한다. 자연이 복잡성을 이해하기 위해서는 그 복잡성이 그저 임의적이거나, 우발적인 것만이 아니라는 의심이 필요하며, 이런 기묘한 현상들이 나름의 의미를 가진다고 주장했다. 이것은 기존의 유클리드 기하학의 고전적인 형태를 넘어서는 것만이 아니라, 그것들은 종종 사물의 본질에 이르는 열쇠가 되곤 한다. 현 시점에서의 프랙탈 이론은 수학, 물리, 화학, 생물, 지리, 사회과학, 인문학, 미술, 건축, 철학 등 전 학문에 걸쳐 응용의 범위가 넓다고 할 수 있다.

2-2. 프랙탈의 미적 특성

현대물리학이 이해하는 자연은 수학의 언어에 의해서만 인식될 수 있다. 피상적으로 볼 때 서로 상반된다고 여겨지는 과학과 예술은 좀더 확대된 세계와 우주로 관심을 돌린다는 점에서 유사성이 있음을 알 수 있다. 미술이 이미지와 은유를 이용하여 환영을 만드는 과정인 반면, 프랙탈은 수학적 함수를 이용하여 실재를 만드는 과정이다. 미학적인 상상력의 세계와 수학적이고 객관적인 성질의 프랙탈은 어울리지 않아 보이지만 근본적인 특징은 서로 같다.

예술가들은 그들의 작업과정과 작품 속에 불규칙성(irregularity)을 갖고 있다. 몬드리안의 작품에서 볼 수 있듯이 엄격한 선들의 상호 작용, 추상 수학적 형태 속에 창조자로서의 영혼과 그 존재성을 불규칙성의 기하학적 표현을 통해 작품 내면에 위대한 예술 세계를 창조하였다고 보는 것이다. 서양 고전 예술의 규칙적인 조화성은 프랙탈적 형태와는 다른 유형이 많다. 그러면서도 위대한 예술 작품을 보면 심지어 이런 규칙 속에 카오스의 힘이 나타나 있음을 알 수 있다. 즉, 질서와 카오스 그리고 성장과 정체의 팽팽한 긴장을 추구한 것이며, 인간 유기체의 근본적인 속성과 만나고 있는 것임을 알 수 있다.

역동적 평형 상태라는 사물의 현대적 개념은 알렉산더 칼더의 움직이는 모빌 조각에 반영된 것으로 볼 수 있으며, 또한 아인슈타인처럼 단일한 관점의 전통을 포기하고 다양한 관점들의 동시성을 결합했던 큐비즘 화가들은 상대성 물리학에 많은 영향을 받았다. 큐비즘에 있어서 동시성은 하나의 오브제에 대한 복수 시각을 단일화할 때 적용되었으며 시간과 공간의 상호작용에 의한 통일성을 의미한다. 세잔느, 브라크, 피카소 등이 실재에 관한 표현에 있어서 부피를 면으로 분해시키는 데서 출발했다. 칸딘스티, 몬드리안, 말레비치 모두는 유클리드 기하학에 기초한 점, 선, 면에 있어서는 어느 정도 공통분모를 갖고 있으나, 큐비즘 화가들은 3차원에 머무르지 않고 직관에 의한 4차원이라 불리는 새로운 공간 척도의 가능성에 전념하였다. 화면에 표현된 실재는 그것을 둘러싸고 있는 공간과 미묘하게 만나 서로 통과하고 있으며, 시간의 흐름에 따라 관찰한 여러 형태들이 동시에 통일성을 이루면서 보여진다.

최근 예술가들은 직감적으로 프랙탈과 카오스이론을 이해하고 있다. 새로운 과학에 대한 예술가들의 미적 반응은 진실되고 중요한 가치를 지니고 있다고 본다. 또한 이와 같은 프랙탈에 대한 연구는 실질적인 적용을 가능하게 하고 예술가들에게 자연을 바라보는 세계관을 변환시켜 생각의 기회를 제공해 주는데 목적이 있다. 따라서 프랙탈은 생각, 가치를 변환시킬 수 있는 커다란 힘이 있다고 보는 것이며 자연, 과학, 예술의 새로운 미학으로서의 프랙탈 기하학에 대한 연구는 가치 있는 활동이라 생각된다. 1)

3. 그래픽디자인의 구조 분석의 예비적 검토

3-1. 기하학적 분석 가능성

1) 기하학적 형태의 의의

비선형성은 우주의 변화를 규명하는 새로운 과학 이론으로, 자연의 복합성, 다양성 속에서 새로운 통일성을 찾고, 이전까지 서로 다르게 보였던 것들 사이에서 유사성을 발견함으로써 창조적이게 된다. 그리고 창조적 정신은 예기치 않은 유사성을 발견해 내는 정신이며, 이것은 기계적 과정이 아닌 비선형 과정이다. 이제 프랙탈은 피할 수 없고 자연스러우며 기하학적 아름다움을 지닌 집합들로 받아들여지고 있다. 최근 프랙탈 이론이 많은 자연 현상을 설명하는 하나의 방법이 되고 있다. 그리고 디지털이라는 매체를 통해 불가능했던 표현이 가능해지면서 자기 유사성, 반복성, 무작위성, 불가능한 공간 등의 자유로운 변형이 디지털이라는 속성과 맞물려 유연한 변형을 할 수 있게 되었다. 프랙탈로 모든 자연 현상을 설명할 수 있는 것은 아니지만 실제로 도움이 되지 않는 경우도 '뫼비우스 띠'처럼 사고의 변환을 일으키게 하는 지적인 자극으로서 유용할 수 있다고 판단된다.

기하학적 형태는 복잡하고 급변하는 사회 또는 외부의 가시적인 세계를 순순한 정신적 차원에서 표현한 추상적 형태로서 다음과 같은 의미로 해석된다.

첫째, 기하학적 형태는 자연의 질서에서 추출된 지각적 단순함을 갖는 순수한 형태이며, 우주의 질서를 반영한다는 미학적 의미를 내포하기도 한다.

둘째, 인지주의 이론의 형태 지각적 측면에서 보면, 인간은 사물을 서로 다르게 지각하며 어떤 사물을 지각할 때 전체를 조화롭고 의미 있게 지각하려는 경향을 가진다.2)

셋째, 기하학적 형태는 이지적인 사고 체계에 의해서 창조된 자연의 은유적 형태, 혹은 정제된 형태라고 할 수 있으며, 형태의 간결성을 시지각 입장에서 고찰하여 보면 시각은 대상의 요소를 기록하는 것이 아니라, 구조적 패턴3)들을 파악하는 것이다.

2) 그래픽 패턴의 기하학적 구조 분석 근거

그래픽 작품들에서 나타나는 기하학적 구조는 프랙탈에서 보여지는 원리와 유사한 조형적인 구조를 지니고 있다는 데 놀라게 된다. 특히 옵티컬 패턴은 심리적인 과정이 눈을 통하여 뇌에 전달되는 효과를 특징으로 하는데, 기본적으로 시각적 효과의 개념으로 출발하고 있고 기하학적 패턴을 사용함으로써 생기는 시각적 모호성과 혼란을 작품의 소재로 삼는다. 빅토르 바사렐리의 작품이나, 브리짓드 릴리의 작품을 보면 시각적 공간의 문제를 기하학적 원리를 통해 현대적 공간관을 표현하고 있다. 이러한 작품에서 어떻게 수학적 사고 과정인 프랙탈 원리와 유사한 조형적인 원리가 나타나게 되었는지 놀라게 된다. 조형적인 관점에서 볼때 4차원은 세가지의 척도에서부터 나온다고 본다. 그것은 어떤 주어진 순간에, 그 자체가 영속화되는 공간의 무한성에서 비롯된다. 이러한 4차원은 공간 그 자체이며 무한성의 차원이라 할 수 있

1) 김주미: 카오스, 프랙탈의 창조적 속성과 환경 디자인에의 적용 가능성에 관한 연구, 한국 디자인 학회 춘계 학술대회-디자인학 연구, 6v.10, pp.22~25, (1984)

2) 장대운, 이정섭, 장언효. 『현대 교육 심리』, (서울: 정민사, 1988), pp.163-167.

3) 패턴(Pattern) : 마음속의 기억 표면에 있는 정보의 배열로서 어떤 반복 가능한 기억이나 아이디어, 이미지 등을 의미한다.

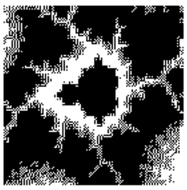
다. 4차원의 형태는 왜곡에 대한 은유로서 매우 조형적인 의미를 지니며 3차원적 원근법에 의존하지 않는 새로운 공간을 나타낸다고 본다. 따라서 이러한 예술의 탈형태, 다양성, 복잡성, 해체성의 경향은 상대성 이론과 양자역학의 추상화의 경향과 맥을 같이 한다고 본다. 최근 자연인식에 대한 의식의 전환, 기계론에 대한 반성과 더불어 생긴 반환원주의적 성향은 예술의 각 영역에서 반영되고 있다. 예를 들어 기하학과 구상을 벗어나는 예술 작업, 환경 운동과 관련된 동양의 자연관 수용, 혹은 생태계 이론과 유기체 이론을 종합하려는 시도, 그리고 해체주의적 경향이 예술 전반에서 시도되고 있음이 이를 뒷받침해 준다.

3-2. 프랙탈적 분석 가능성

프랙탈 이론의 체계가 그래픽 구조 분석에서 어떤 연관성이 있는지를 이 절에서 연구해 보기로 한다. 특히 그래픽에서 보여지는 기하학적 구조와 프랙탈 이론을 비교하여 공통점과 연관성을 찾아보고, 이러한 분석과 비교를 통해 프랙탈적 구조를 알아봄으로써 그래픽에 대한 활용 여부와 가치를 명확히 할 수 있을 것이다. 4)

1) 자기 유사성 (Self-similarity)

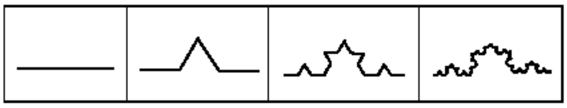
우리는 무한히 반복된 코흐 곡선을 현미경으로 들여다보면 원래 모양과 유사함을 발견할 것이다. 그것은 애초에 그렇게 만들어진 것이기 때문이다. 만델브로트는 자연의 불규칙한 패턴에 관한 연구와 무한히 복잡한 형상에 대한 탐구에서 어떤 지적 교차점을 발견했는데 그것은 바로 코흐 곡선에서 보여주는 바와 같은 자기 유사성(self-similarity)이다. 아래 그림이 바로 대표적인 프랙탈인 '만델부로트 집합'이다. [그림 1]



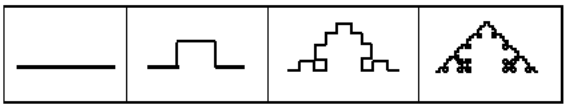
[그림 1] 만델브로트 집합

[그림 2] 코흐 곡선

[표 1] 코흐 곡선의 단계의 예

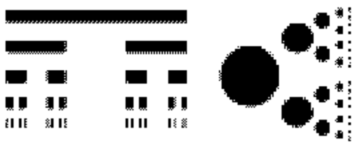


[연구 1] 코흐 곡선의 단계의 예



수학적으로 유명한 '자기 닮음 도형'으로는 '코흐 곡선'이라는 것이 있다. 이 코흐 곡선은 1890년에 '환 코흐'라는 사람이 그린 도형인데, 한 개의 선분을 3등분하여, 그 중앙 부분을 정삼각형의 두 변처럼 생긴 길이가 같은 두 선분으로 바꾸어 놓는다. 그러므로 전체로서는 처음의 길이의 3/4이 늘어난 것이다. 다음에는 이 꺾은선의 1/4길이의 각 성분을 3등분하여, 또 그 중앙 부분을 ……과 같이 똑같은 과정을 되풀이 한다. 이것을 계속하면 꺾은 선의 모양은 더욱 더 미세하게 세분화되어 마치 눈의 결정처럼 아름다운 형태를 이룬다. 이 때문에 이 곡선은 '눈송이 곡선'이라는 별명을 가지고 있다. 이 '코흐 곡선'을 때로는 뾰족한 부분이 바닷물과 접한 해안선에 비유하기도 한다. [표 1], [연구 1], [그림 2]

한때 자기 유사성은 자연 현상을 해석하는 강력한 도구로 등장해 인간의 심장 구조, 신경계, 해안선의 모양, 은하계의 모습 등을 설명하는데 이용됐으나 코흐 곡선과 같은 단순한 비교는 서서히 힘을 잃어 가고 좀 더 한 차원 진전된 자기 유사성의 개념이 제시되고 있다. 앞으로 프랙탈 개념의 물리적 해석이 폭넓게 연구된다면 이 분야는 급진전하게 발전할 것이다. 그 이유는 자연과 자연의 변화는 분명 프랙탈 구조를 보이며 프랙탈은 실체의 짜임새를 파악하는 언어이기 때문이다.



[그림 3] 칸토어 먼지 [연구 2] 칸토어 먼지

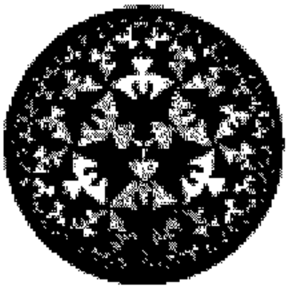
위의 프랙탈 [그림 3]은 Cantor dust(칸토어의 먼지)로 알려져 있다. 길이가 1인 막대에서 중앙의 1/3을 잘라 내고, 남은 부분에서 1/3을 잘라 내는 일을 무한정으로 계속하면 무수히 많은 점들이 나타난다. 길이가 1인 줄의 중간부분 1/3씩 을 잘라 내는 일을 무한히 반복하면 길이는 0인 무수한 점들만 남는다. 이러한 원리를 이용하여 칸토어의 먼지를 만들어 볼 수 있다. [연구 2]는 주어진 면의 크기를 1/4로 계속 축소해 몇 단계가 지난 후에 '먼지(dust)'처럼 남는 것이 거의 없다. 이를 프랙탈 차원으로 계산하면 0.6309라는 숫자가 나온다. 극한을 취해 잘라 낸 길이의 총합을 구하면 1이므로 남아 있는 점들의 길이는 0이다. 그러나 남아 있는 점들의 차원을 용량 차원(capacity dimension)의 정의에 따라 계산하면 0.6309라는 숫자가 나온다. 유클리드 기하학에서는 이 무수한 점들의 차원이 0이지만 프랙탈 기하학에서는 1보다는 작고 0보다는 큰 차원이 정의되는 것이다. 이처럼 길이가 없거나, 부피가 없는 대상의 프랙탈을 야윈(thin)프랙탈이라 한다. 위의 예에서 1/3을 잘라 내지 않고 2/9를 잘라 내면 차원은 약 0.46이 되며 남아 있는 길이의 총 합은 0.6이 된다. 이처럼 길이가 있는, 또는 부피가 있는 프랙탈을 살찐(fat) 프랙탈이라 한다.5) 우리의 신체 구조에서 혈관의 분포나 기관지의 분포, 콩팥의 배뇨관 분포, 신경계의 분포는 살찐 프랙탈의 좋은 예이다.

[그림 4]는 에셔의 프랙탈적 작품이다. 이 작품은 앙리푸앙카레의 거대한 세계의 느낌을 목판화로 표현한 것으로 열린 세계, 무한성의 세계에 대한 아름다움을 나타냈다. 에셔의 작품들은 많은 프랙탈적 개념을 반영하고 있는데, 삼각형 구도

4) 김주미: 카오스, 프랙탈의 창조적 속성과 환경 디자인에의 적용 가능성에 관한 연구, 한국 디자인 학회 춘계 학술대회-디자인학 연구, 6v.10, pp.22~25, (1984)

5) 안대영.『프랙탈과 카오스』 http://fractal.co.kr 참조

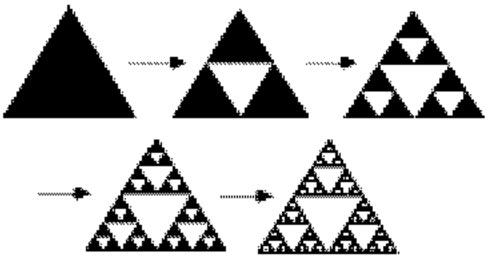
의 중심 부분을 기준으로 한없이 자기 닮음(self-similarity)을 가진 도형이 무한히 퍼져 나가는 형태로 표현하고 있다. 이 작품은 우리의 인식은 대상자체가 기준이 아니라 오히려 대상을 보는 관점에 따라 결정된다는 것을 보여준다.



[그림 4] Escher, 원의 극한 <천국과 지옥> ,1960

2) 반복성

반복이란 동일한 요소나 대상을 단위로 하여 둘 이상 배열하는 것을 말하며 형태와 형태 사이, 공간과 공간 사이에 대한 동일한 패턴의 연속이며, 율동적인 회전을 뜻한다.

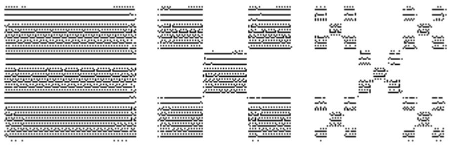


[그림 5] 시어핀스키 피라미드

[그림 6] 시어핀스키 카펫

[그림 5]는 평면 위에 정삼각형을 그린 후 정삼각형의 각 변의 중점을 연결하여 가운데 정삼각형을 제거한다. 남아 있는 세 개의 정삼각형의 중점을 연결하여 각 정삼각형의 가운데 정삼각형을 제거한다. 이러한 방법으로 반복 과정을 계속하면 삼각형 모양의 체(sieve)를 형성하게 된다. 반복 과정의 단계 수가 증가함에 따라 삼각형에 남는 넓이는 0에 접근함을 알 수 있으며 반복 과정을 무한히 되풀이 하여 마지막으로 만들어지는 도형은 삼각형 모양의 체(sieve)를 형성한다. 이 체는 1916년 폴란드의 위대한 수학자 중 한 명인 바클로 시어핀스키(Waclaw Sierpinski : 1882-1969)에 의해 소개되었다. 그 당대에 시어핀스키는 가장 영향력 있는 수학자였으며, 실제로 달의 분화구 중 하나를 그의 이름을 따서 지었다. 이 글에서는 평면과 공간의 경우로 나누어 평면에서 얻어진 삼각형 모양의 체를 시어핀스키 삼각형, 공간에서 얻어진 사면체 모양의 체를 시어핀스키 피라미드라고 부르기로 한다.

시어핀스키 카펫은 정사각형은 9등분하여 중앙의 정사각형을 버리는 과정은 계속 반복함으로써 만들어진다. [그림 6]



[그림 7] Purina Dog Chow

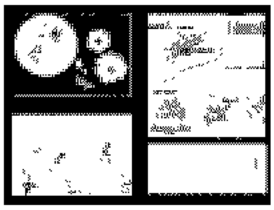
'Purina Dog Chow' [그림 7]로 알려진 이 프랙탈은 내부가 채워진 정사각형에서 시작한다. 정사각형의 각변을 삼등분하고, 정사각형의 각 변들에게 평행하게 그 점들을 연결한다. 구석의 4개의 작은 정사각형과 가운데의 작은 정사각형을 제외하고 나머지 것들은 제거한다. 이러한 과정을 각 단계에서 계속한다.

3) 무작위성

프랙탈은 '무작위적인 프랙탈(Random Fractal)'이라는 개념을 도입함으로써 더 풍부하고 유용하게 되었다. 무작위성은 복잡한 세계 구조를 가질 뿐만 아니라, 실질 세계에 존재하는 계(system)의 신선함과 비예측성을 가지고 있다.

무작위적인 프랙탈은 갖가지 재질, 고분자 합성 화학물질과 고체 표면 같은 것과 관계가 깊은데, 이것들의 물리적인 형태뿐만 아니라 성장하는 과정까지도 기술해 낼 수 있다.

이 세계의 자연현상은 대부분 질서가 있으나 혼돈스러운 형상을 보인다. 한마디로 '규칙적인 불규칙성(irreguarity)'을 보여주고 있다. 예를 들어 세포조직들은 기본적인 축과 다양한 형태가 반복되면서 나타나는 것을 볼 수 있다. 많은 살아있는 유기체들 중 불규칙한 뿌리, 선인장, 뒤틀린 나무의 형상, 또 칸토어 먼지를 연상하게 하는 화성암의 거품 등은 자연 속에 내포되어 있는 프랙탈 형상 중의 하나이다. 그리고 인체 내부의 혈관과 신경계는 프랙탈적 경향을 가지고 있다. 혈관과 신경계는 불규칙적이며 무작위적이고, 비선형적인 흐름을 가지고 있다. [그림 8]



[그림 8] 신경계

예술에 있어서 불규칙성이나 무작위적인 질서는 필수 불가결의 요소이다 이는 예술가들에 있어 하나의 선, 재료의 농도, 도구에 가하는 에너지, 작품에 실은 생명력 등의 미묘한 불규칙성이 내재되어 있으며, 그 불규칙성이 예술과 예술작품을 보다 아름답고 진실하게 만드는 중요한 요소이다. 예술가 들은 하나의 발전 과정으로서 그의 작품을 경험해 왔고, 그러한 과정을 따라 일어나는 어떤 우연적인 것, 예기치 않은 사건들을 알고 있다. 또한 창조적 속성은 예기치 않은 무질서의 과정 속에서 질서를 발견해 내는 것이다. 이는 많은

프랙탈 주의자들의 작품에 나타나 있다.6)

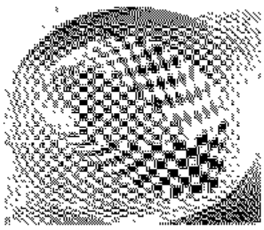
4) 불가능한 공간

차원은 점, 선, 면, 공간을 명확하게 분리하는 개념이었다. 그러나 프랙탈의 소수점 차원이 등장하면서 차원은 새로운 의미를 필요로 했다. 물론 현대 수학에서, 프랙탈 차원은 공간의 질적인 차이가 아니라 도형의 복잡도를 수치화했다고 볼 수 있다. 그러나 소수점 차원의 존재는 공간에 대한 새로운 이해 가능성을 열었다는 점에서 주목할 만하다.

칸토르 이후 힐버트(Hilbert, 1862-1943)는 3차원 공간인 R^3를 확장하여 n차원 공간 R^n을 설정하였고 나아가 무한차원 공간 R^∞를 정의 한 후에 거리함수(metric function) ℓ_2 를 주었다. n = 2, 3 인 경우는 피타고라스 정리에 의한 거리 곧 유클리드적인 거리인 것이다. 더 이상 수학을 3차원의 실세계와 자연 속에서 찾지 않았고 순수 사유의 세계에서 인위적으로 수학을 구성한 것이다. 곧 초현실의 세계인 것이다.

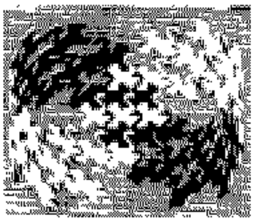
[그림 9]는 브리짓드 릴리의 작품 '반듯한 곡선'인데 제목부터가 이율배반적이다. 유클리드적 관념으로는 반듯한 것은 직선이지 곡선이 아니었다. 그러나 토폴로지적 관념으로는 자연스러운 것이다. 토폴로지의 세계에서는 곡선이 직선이고 직선이 곡선이 되는 것이다. [그림 10]은 옵티컬 아트(optical art)로 표현된 '뫼비우스 띠'이다. 2차원 평면인 캔버스에 곡선과 곡면의 수학적 성질을 잘 표현하고 있다. [그림 11]은 막스 빌의 '끝없는 표면'이다. 유한한 평면을 뫼비우스 띠로 만들었을 때 무한히 반복하여 걸을 수 있는 곡면이 생성되는 것을 간파한 조각가는 '끝없는 표면'이라고 이름 붙였다. [그림 12]는 에셔의 프랙탈적 작품이다. 새의 형태를 가진 도형이 뫼비우스의 형태로 반복되고 있다. 이는 모두 수학자와 미술가가 같은 시대정신을 표현하기 때문이다.

[그림 9] 브리짓드 릴리, 반듯한 곡선, 1963



[그림 10] Optical art Möbius band

[그림 11] 막스 빌, 끝없는 표면,1953



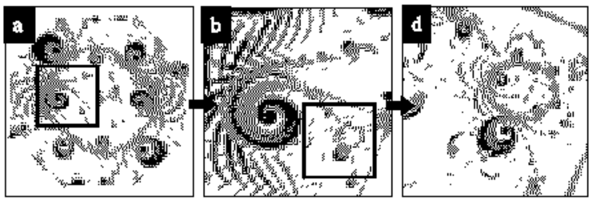
[그림 12] Escher 뫼비우스의 띠

6) John Briggs, Fractals, (New York:Simon&Schuster,1992),p.158.

4. 그래픽디자인의 프랙탈적 구조 분석

4-1. 자기 유사성

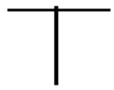
[그림 13] 자기유사성



[연구 3] (주)아텍스, 우산, 2003에 사용된 그래픽에서 보여지는 자기유사성

[그림 13]에서 보여지는 자기 유사성은 만델브로트집합을 보여 주는 예이다. 일정 부분을 확대하면 간단한 반복변환의 규칙이 상상할 수 없을 정도의 복잡한 자기유사성 구조가 나타남을 볼 수 있다. 그림의 부분을 확대해 보면 전체인 자신의 모습을 닮아 있다. [연구 3]은 우산에 사용된 그래픽에서 보여지는 자기 유사성이다. 이 그래픽도 a→b→c로 부분을 확대해 나가면 전체의 모습과 닮아 보이는 부분을 발견할 수 있다.

[연구 4] 자기 유사성을 이용한 그래픽 제작 과정

1단계(창시자)	2단계(생성자1)	3단계(생성자2)
		
기본형을 그려 넣는다.	한 선에 자신의 크기를 달리하여 붙여 넣는다.	이러한 과정을 무한히 반복한다.

[연구 4]를 보면 자신의 크기를 무한히 반복해서 만듦으로써 3단계에서 부분의 모습이 전체를 닮은 모습이 나타난다. 이런 방법으로 부분이 전체의 자신을 닮아 있는 자기 유사성의 그래픽 [그림 14]를 만들 수 있다. [그림 14]의 그림을 분석해 보면 [연구 5]와 같이 프랙탈의 형태표현과 그래픽의 형태표현을 모두 볼 수 있다.

[그림 14] struggle Inc, Random, 2003

프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
스케일링변환 우연, 회전 전체와 부분 반복	통일, 변화 동세, 비례 조화, 반복

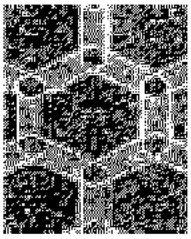
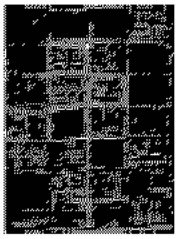
[연구 5] [그림 14] 의 분석표

4-2. 반복성

1) 반복 패턴

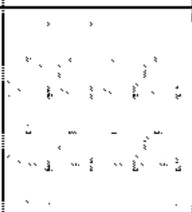
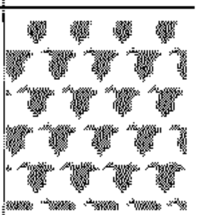
테셀레이션은 여러 가지 모양의 도형이나 사물들을 빈 여백 없이 잘 조화시킨 디자인이라 하는데, 터키의 타일[그림 15], 중국의 양탄[그림 16], 페르시아의 타일[그림 17]에서 보여지는 테셀레이션은 프랙탈의 성격 중에 하나인 반복성이 잘 보여지는 예라 할 수 있다. 역사 속에 나타난 여러 디자인들을 살펴보면 전통적인 의미에서의 테셀레이션은 어떠한 변형도 허용하지 않는 오직 정다각형들로만 이루어져 있었다.

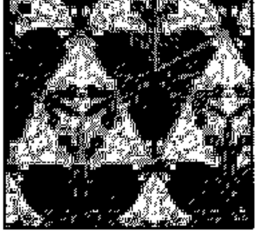
즉 정삼각형[그림 15], 정사각형[그림 16], 정육각형[그림 17]이 그것이다. 테셀레이션이 에셔에 의해 하나의 예술 장르가 되면서 어떠한 도형도 테셀레이션이 가능함을 보여준다. 현대의 테셀레이션은 동일한 도형의 단순 반복이 아니라 대칭이나, 회전, 반사등의 수학적 원리를 사용하여 좀 더 다양한 반복을 시도하게 되었다. 테실레이션은 프랙탈의 원리인 유사성과 반복의 요소가 동시에 보여지는 예라고 할 수 있다. [그림18], [그림 19]에서 보여지는 테실레이션은 에셔의 도마뱀이라는 작품으로 [연구 6]의 방법을 응용하여 만든 작품이다. 이렇게 자신을 대각선으로 평행하게 이동하여 반복시키는 방식을 미끄러짐 반사라고 한다. 이러한 형태는 에셔의 작품에서 자주 보이는 특색이다.

[그림15]터키의 타일 [그림16]페르시아타일 [그림17]중국의 양탄

[연구 6] 정삼각형 테실레이션 제작과정

1단계	2단계	3단계
		
정삼각형을 빈틈없이 그려 넣고 변형시킬 모양을 도안 한다.	모든 정삼각형을 반복하여 변형시킨다.	원하는 색을 넣어 완성시킨다.

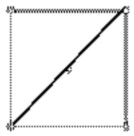
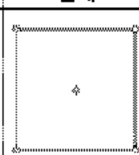
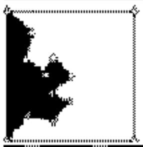


[그림18] 에셔, 도마뱀

프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
반복, 회전	조화, 반복 대칭, 통일

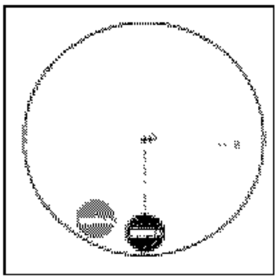
[연구 7] [그림 18] 의 분석표

[연구 8] 정사각형 테실레이션 제작과정

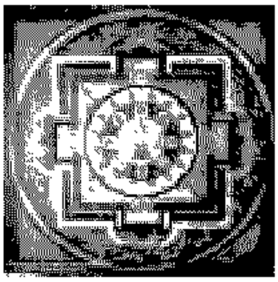
1단계	2단계	3단계	4단계
			
정사각형을 작도한다. 대각선을 작도하여 중점을 잡는다.	중점만 남겨두고 대각선을 숨긴다.	한 꼭지점에서 중점으로 적당한 그림을 작도한다.	중점을 회전 변환의 중심으로 잡고 (3)에서 작도한 도형을 90°로 변환을 한다.
5단계	**6단계**	**7단계**	**8단계**
			
(4단계)의 그림의 내부를 작도한다.	중점을 회전체의 중심으로 잡아 90° 씩 회전변환한다.	회전 변환된 도형이 완성이 된 후에 점들을 숨긴다.	사각형의 한 꼭지점을 중심으로 90° 씩 회전변환한다.

2) 무한성

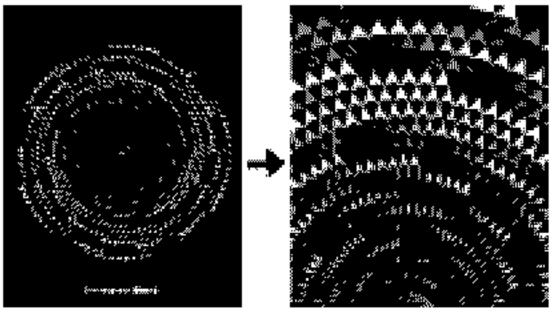
점 P를 중심으로 같은 형태의 조각들이 바람개비가 돌아가듯 일정한 양상으로 구성되어 있다. [연구 9] 이러한 형태는 신성한 그림인 원형 만다라에서 볼 수 있는데, 만다라의 모든 부분은 하나의 통일성을 나타내는 상징으로 이루어져 있고 우주는 하나의 질서 정연한 통일로 이루어져 있다고 표현되어진 것이다.



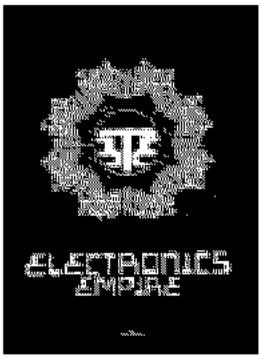
[연구 9] 만다라형 구조



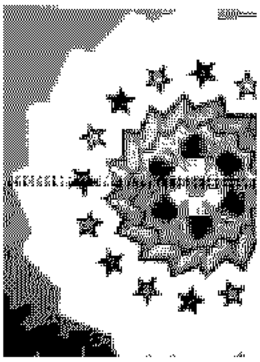
[그림 19] 만다라



[그림 20] John Maeda, Art in the 21st Century



[그림 21] Buro Destruct, Electronics Empire,2000

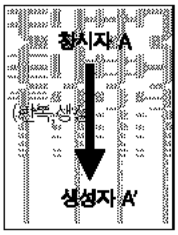


[그림 22] Alexander Boxil, Converse Fall 2001, 2001

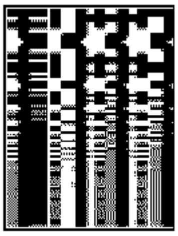
[연구 10] [그림 20], [그림 21], [그림 22] 의 분석표

프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
회전, 반복, 중합	질서, 통일, 반복, 조화

이러한 형태는 결국 창시자가 있고, 그것이 생성자의 모습으로 나타남으로써 코흐 곡선에서 보여준 최초의 개념과 같이 끝없는 반복적 형상으로 볼 수 있다. 그리고 이러한 형상은 만다라 [그림 19]에서 보여지는 무한한 우주의 움직임으로 볼 수 있고 영원히 흘러가는 시간의 수레바퀴 속에 있는 지구의 상징으로 볼 수 있다. [그림 20], [그림 21], [그림 22]



[연구 11] 창시자와 생성자



[그림 23] John Maeda, The 10 Morisawa Posters

[연구 12] 창시자와 생성자

[그림 24] John Maeda, The 10 Morisawa Posters

[연구 13] [그림 23]의 분석표

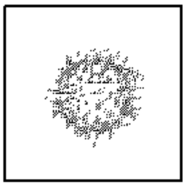
프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
스케일링 변환, 반복	점층, 반복, 통일

에서 보이는 구조를 보면 자신을 계속해서 생성하고 있는 모습을 발견 할 수 있다.

또 이러한 형태에서 디자인의 기본원리인 통일감을 느낄 수 있고 시각적으로 시선을 집중시킨다. [그림 23], [그림 24]는 존마에다(John Maeda)의 작품으로 프랙탈의 특징인 창시자가 자신을 무한히 축소 반복시키면서 자신을 생성하는 모습을 여러 구조로 보여주고 있다. 이 작품의 경우 타이포를 이용하여 위에서 아래로 변화되는 유형이다.

4-3. 무작위성

무작위성을 보이는 [그림 25], [그림 26], [그림 27]의 작품들은 구조가 일정한 규격 없이 모두 제 각각 이지만 전체적인 흐름이 있고 조화로운 느낌을 준다. 이 작품들에서 공통적으로 보이는 모습은 하나의 작은 창시자가 다양한 크기의 생성자를 만들면서 끊임없는 형태의 변화를 보여 준다. 하지만 전체적으로 보았을 때 무실서 속에 질서가 존재함을 알 수 있다. 이런 조화는 또 다른 알고리즘을 표현하고 있으며, 무작위적 시스템이라고 한다. 무작위적 시스템은 불안정한 성질을 보여 주며, 해석이 불가능한 형태를 이야기한다.



[그림 25] Casey Reas-Group C, Articulate, 2001

[그림26] Casey Reas, Hairy Red, 2001

[그림 27] Philippe Apeloig, New Year's Eve Card, 2001

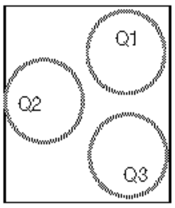
[연구 14] [그림 25], [그림 26], [그림 27]의 분석표

프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
우연, 반복, 해체	율동, 변화

4-4. 불가능한 공간

불가능한 삼각형 '트리바' [연구 15]는 R.펜로즈라는 교수가 에셔의 작품을 보고 영향을 받아 불가능한 삼각형을 찾아냈다. 불가능한 삼각형에서 세 개의 바는 각각 공간적 사물로 보인다. 그리고 각 코너에서의 연결도 아무런 문제가 없다. 그러나 하나의 코너에서 다른 코너로 시선을 옮겨갈 때, 무언가 결합상의 문제가 있음을 발견하게 된다.

[그림 28]Sububia, Infinity Poster, 2001



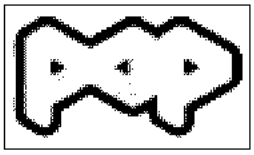
[연구 15] 불가능한 삼각형 '트리바'

프랙탈의 형태표현	그래픽의 형태표현
비선형	착시

[연구 16] [그림 28]의 분석표

이런 소수점 차원의 '트리바'를 이용하여 만든 작품이 [그림 28], [그림 29]이다. 이 작품에서도 '트리바'의 대표적인 성격을 잘 파악하여 소수점 차원에 대한 다양한 방법을 그래픽으로 시도했다. '트리바'의 형태에 대한 간단한 분석을 하면, [연구 15]의 삼각형이 종이 위에 그려져 있다고 가정하고 작은 영역 Q1, Q2, Q3이 따로 떨어져 있지만 붙여 놓아 둔 것

이라고 하자. 그리고 각각의 부분은 완전하게 구성된 3차원의 구조이다. 하지만 시각적으로는 Q1, Q2, Q3이 시선 앞으로 튀어나오려는 것처럼 보여서 불가능한 구성이라 여겨진다. 이러한 원근의 애매성은 시선을 불편하게 함으로서 시각적으로 강렬한 이미지를 전달한다. [그림 29]



[그림 29] Sububia, Pop Logo, 2000

5. 결 론

20세기 현대 물리학의 대두와 이에 따른 패러다임의 변화라는 시대적 흐름에서, 예술과 과학은 더 이상 동떨어진 분야가 아닌 하나의 통합체로서의 역할을 수행해야 한다. 그리고 이미 행해져 왔던 것들에 대한 재발견으로 과학과 예술을 접목시킨 새로운 사고와 접근 방법의 필요성이 절실해지고 있다. 본 연구는 프랙탈의 원리에 대한 분석을 통해 가장 특징적인 형태인 자기 유사성, 반복성, 무작위성, 불가능한 공간에 대해 집중적으로 연구하였다. 첫 번째 원리인 자기 유사성은 평면적 방위 개념 안에서 또는 입체적 공간 개념 안에서 부분의 요소가 전체를 닮아 있도록 표현한 것으로 그래픽 작품의 분석을 통해서 발견할 수 있었다. 두 번째는 반복성인데, 이는 반복적 패턴과 무한성을 들 수 있다. 반복성의 경우 테실레이션을 통해 프랙탈의 구조를 파악할 수 있었다. 그리고 만다라의 형태에서 중앙을 중심으로 회전을 하며 자신을 반복시키는 구조를 발견할 수 있었고, 이러한 구조의 그래픽 작품의 분석을 통해 창시자를 같은 비율로 줄여 생성자를 무한히 반복시키는 구조를 알 수 있었다. 세 번째의 원리인무작위성은 패턴의 자유형을 들 수 있다. 자유형은 작은 창시자가 조화로운 다양한 크기의 생성자를 만들며 끊임없는 형태의 변화를 보여 주면서도 흐트러짐 없는 질서를 보여 준다. 네 번째의 원리인 불가능한 공간은 '트리바'의 예를 통해 불가능한 삼각형을 만들었다. 그리고 이 삼각형의 구조를 통해 불가능한 구조는 어떻게 형성되는지 알아보았다.

[연구 17] 프랙탈과 그래픽 형태표현의 새로운 적용 과정

프랙탈의 형태 표현의 원리	그래픽의 형태 표현의 원리
스케일링 변환 왜곡, 우연 반영, 회전 전체와 부분 반복, 분할 흔적, 중합 차연, 해체	통일, 변화 균형, 율동 동세, 비례 황금분할 강조, 조화 대비, 점층 반복, 대칭 변형, 긴장, 착시
비예측, 비선형 요소 주의, 집중 감수성, 민감	통일과 질서 조화 형식미
프랙탈의 창조적 속성 + 조형 원리 적용	
다양성, 창조성이 내재된 그래픽 창조	

지금까지 작업되어 왔던 그래픽 작품들의 프랙탈적 분석을 통해서 [연구 17]과 같은 개념들을 추출해 내 그래픽의 새로운 수학적 방법론을 제시하고자 했다. 그래픽에 내제되어 왔던 속성들을 탐구하여 프랙탈의 조형미는 21세기 문화와 환경에 맞는 그래픽 제작의 한 방법이 될 수 있을 것이다. 앞으로 프랙탈 이론 이외에도 수학적인 원리를 수용하여 적용하고, 이를 위해 방법 및 과정에 대한 연구가 지속적으로 필요하겠다.

참고문헌

- 계영희: 수학과 미술, 전파과학사, (1984).
- 김용운 · 김용국: 공간의 역사, 현대과학신서 51, 전파과학사, (1997).
- 김용운 · 김용국: 수학사 대전, 우성문화사, (1986).
- 김용운 · 김용국: 수학사의 이해, 우성문화사, (1997).
- 김용운 · 김용국: 프랙탈과 카오스의 세계, 우성문화사, (1998).
- 레오나드 쉴레인, 김진엽 역: 미술과 물리의 만남, 도서출판 국제, (1995).
- 박우찬: 서양미술사 속에는 서양미술이 있다, 도서출판 재원, (1998).
- 장대운, 이정섭, 장언효: 현대교육심리, 정민사, (1988).
- 진중권: 미학 오디세이 1, 2, 새길출판사, (1994).
- 최승규: 서양미술사 100장면, 가람기획, (1996).
- 시릴 바레트, 정미희 역: 옵아트, 미진사, (198)7.
- 양윤희: 프랙탈(Fractal)적 해석에 의한 텍스타일 디자인 응용 가능성에 대한 연구, 이화여자대학교 디자인대학원 디자인학과 염색 디자인 전공, 미간행, (2000).
- 김주미: 프랙탈 색채 패턴의 미학적 의의 및 표현 특성, 원광대학교 환경 디자인 전공 부교수, (2003).
- 김주미: 카오스, 프랙탈의 창조적 속성과 환경 디자인에의 적용 가능성에 관한 연구, 한국 디자인 학회 춘계 학술대회-디자인학 연구, 6v.10, pp.22~25, (1984).
- 김옥경: 프랙탈 아트의 조형적 제안에 대한 고찰, 경산대학교
- John Briggs: Fractals, Simon& Schuster,(1992).
- M.C Escher, J. L. Locher: The Magic of M.C. Escher, Thames & Hudson, (2000).
- Peitgen, Jurgens: Sape, Fractals for the Classroom, NCTM & Springer- Verlag, (1992).
- Shishikura,M: The Hausdorff dimension of the boundary of the Mandelbrot Set and Julia Set, SUNY Stony Brook, Institute for Mathematics Sciences, Preprint, (1991).
- http://www.xp-wallpaper.de/wallpaper/xp_01.htm
- http://fractal.co.kr
- http://www.mandala.pe.kr/mandala.htm#만다라%20 갤러리
- http://proce55ing.net
- http://www.maedastudio.com/
- http://fractal.co.kr/fractal/tessellation/index.htm
- http://fractal.co.kr/fractal/tessellation/index.htm