

비 대각요소를 이용한 부공간에서의 적응 빔 형성 기법

최 양 호, 엄 재 혁

Subspace-Based Adaptive Beamforming with Off-Diagonal Elements

Yang-Ho Choi, Jae-Hyuck Eom *Regular Members*

요 약

공분산 행렬의 고유구조에 기초한 빔 형성 방법은 수렴속도가 빠르고 도래각 추정 오차에 둔감한 이점을 가지고 있다. 그러나 SI (signal plus interference) 부공간에 대한 기저(basis)를 추정하기위해 표본행렬을 고유분해하는 것을 필요로 하여 그 계산이 매우 복잡하다. 본 논문에서는 표본행렬의 비 대각 요소를 이용하여 부공간을 추정하는 간단한 빔 형성 기법을 제안한다. 제안한 방법에서는 중첩된 부어레이들의 빔을 결합하여 최종 적응 출력을 얻는다. 이와 같이 부어레이를 결합하면 하나의 부어레이를 이용하는 경우에 비해 SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) 성능을 증가시킬 수 있다. 고유분해에 의한 방법은 원하는 신호의 도래각, 신호 수 모두에 오차가 있으면 심하게 성능이 저하되지만, 비 대각 방법에서는 효율적인 도래각 추정기법을 적용하여 이러한 오차에 매우 둔감하다.

ABSTRACT

Eigenstructure-based adaptive beamforming has advantages of fast convergence and the insensitivity to errors in the arrival angle of the desired signal. Eigen-decomposing the sample matrix to extract a basis for the SI (signal plus interference) subspace, however, is very computationally expensive. In this paper, we present a simple subspace based beamforming which utilizes off-diagonal elements of the sample matrix to estimate the SI subspace. The outputs of overlapped subarrays are combined to produce the final adaptive output, which improves SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) compared to exploiting a single subarray. The proposed adaptive beamformer, which employs an efficient angle estimation, is very robust to errors in both the arrival angles and the number of the incident signals, while the eigenstructure-based beamformer suffers from severe performance degradation.

Key Words: Adaptive arrays, Subspace-based beamforming

* 강원대학교 전기전자정보통신공학부(yhochoi@kangwon.ac.kr)

논문번호 : 030252 - 0613, 접수일자 : 2003년 6월 13일

※ 이 논문은 2003년도 강원대학교 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

I. 서론

적응 어레이(adaptive array)는 간섭신호를 제거하면서 원하는 신호의 방향으로 빔 이득을 최대로 한다. 간섭신호 제거에는 어떤 정보도 필요하지 않으나, 빔 이득을 최대로 하려면 원하는 신호에 대한 정보를 필요로 한다. 이에 대한 정보로 신호의 도래각을 이용할 수 있다. 레이더에서 처럼 원하는 신호가 어레이에 없는 경우, DMI(direct matrix inversion) 또는 LCMV(linearly constrained minimum variance) 방법은 정상상태(steady-state)로의 수렴속도(convergence speed)가 빠른 특성을 가지고 있다.^{[1][2]} 그러나 신호가 존재하는 경우, 수렴속도가 느려지고 도래각 정보에 오차가 있으면 SINR(signal-to-interference-plus-noise ratio)성능이 저하된다. 신호의 세기가 크면 클수록 성능저하가 심하게 발생된다.^[2]

부공간 빔형성(subspace-based beamforming) 방법을 이용하여 이러한 문제를 완화할 수 있다. 부공간에 기초한 방법에서는 자유도(degrees of freedom)가 실질적으로 간섭신호의 수로 제한되어, DMI와 비교하여 도래각 정보 오차에 둔감하고 수렴속도가 빠른 특성을 가진다.^{[3][4][5]} 표본행렬(sample matrix)을 고유분해(eigen-decomposition)하여 SI 부공간(signal-plus-interference subspace)을 구할 수 있으나 행렬을 고유분해하는 것은 계산이 복잡하다. 특히 어레이 안테나의 수가 많을수록 그 복잡도는 매우 커진다.

신호 부공간을 이용하여 도래각을 추정할 수 있어, 이에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다.^{[6]-[9]} 복잡한 고유분해를 하지않고 비 대각요소(off-diagonal elements)를 이용하여 신호 부공간의 추정을 통해 도래각을 알아낼 수 있다.^{[6][7]} 본 논문에서는 이의 사실에 기초한 SI 부공간 빔 형성 방법을 제안한다. SI 부공간은 표본행렬의 비 대각 요소를 이용하여 추정되고, 추정된 SI 부공간에서 가중벡터(weight vector)를 LCMV 원리에 의거하여 구한다. 비 대각 요소의 이용에 따라 발생하는 어레이 실효크기 감소 문제를 개선하기 위해 중첩되게 부어레이를 구성하여 그 출력을 결합하는 방법을 또한

제안하였다. 고유분해 방법에서 신호 수, 도래각 추정 모두에 오차가 있으면 심한 성능저하가 일어난다. 제안한 비 대각 방법에서는 Newton 방법에 기초한 도래각 추정기법^[10]을 적용하여 신호 수, 도래각 모두에 오차가 있어도 성능이 거의 저하되지 않는다.

II. 고유공간에서 최적 가중벡터

M 개의 안테나로 구성된 ULA(uniform linear array)에 d 개의 신호가 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{d-1}$ 의 방향으로부터 도래한다. 여기서 θ_0 는 원하는 신호의 도래방향, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{d-1}$ 는 $d-1$ 개의 간섭신호의 도래방향을 나타낸다. 안테나 간 거리는 δ , 신호의 파장은 μ 라 하자. $(i+1)$ 번째 신호에 대한 어레이 응답벡터(array response vector)는

$$\mathbf{a}_M(\theta_i) = [1, \phi_i, \dots, \phi_i^{M-1}]^T \equiv \mathbf{a}_i \quad (1)$$

와 같이 표현된다. 여기서 $\phi_i = 2\pi\delta \sin \theta_i / \mu$, T 는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다. 어레이에 수신된 신호는

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \\ &= \mathbf{A}_M \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현된다. 여기서 $x_i(t)$ 는 i 번째 안테나에 수신된 신호를 나타내며, \mathbf{A}_M 은 각 신호의 어레이 응답벡터를 열(column)로 가지는 $M \times d$ 행렬로

$$\mathbf{A}_M = [\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{d-1}]^T \quad (3)$$

와 같이 표현되고, $\mathbf{s}(t)$ 는 복소 포락선 벡터(complex envelope vector), $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터이다. 본 논문에서 \mathbf{a}_0 를 원하는신호 벡터, \mathbf{a}_i ($i=1, \dots, d-1$),를 간섭신호 벡터, \mathbf{A}_M 을 신호벡터 행렬이라 부른다. 각 안테나의 잡음은 상관되어 있지 않다고 가정한다. 이 가정에 의해 잡음 공분산 행렬(noise covariance matrix)

은

$$R_n \equiv E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

와 같이 주어진다. 여기서 E 는 기대치 (expectation), H 는 Hermitian 연산을 의미하고, σ^2 은 잡음전력, \mathbf{I} 는 단위행렬이다.

적응 빔 형성기(adaptive beamformer)에서 수신된 신호를 가중하고 가중된 신호를 더하여 어레이 출력을 생성한다.

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (5)$$

여기서 \mathbf{w} 는 가중벡터이다. 출력 전력을 구하면

$$P_{out} = E[|y(t)|^2] = \mathbf{w}^H R_x \mathbf{w} \quad (6)$$

처럼 나타내진다. R_x 는 어레이 수신신호에 대한 공분산 행렬로 다음처럼 표현된다.

$$R_x \equiv E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}_M R_s \mathbf{A}_M^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

여기서

$$R_s = E[s(t) s^H(t)] \quad (8)$$

이다. 출력단에서 SINR을 최대로 하는 최적 가중벡터를 구하면

$$\mathbf{w}_{opt} = c R_x^{-1} \mathbf{a}_0 \quad (9)$$

와 같으며, c 는 0이 아닌 임의의 복소 상수이다.^[2] R_x 를 고유분해하여 최적벡터를 고유공간(eigen-space) 상에서 표현할 수 있다. R_x 를 고유분해하면

$$R_x = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^H \quad (10)$$

와 같이 쓸 수 있다. \mathbf{E} 는 고유벡터 (eigenvector) 행렬, $\mathbf{\Lambda}$ 는 대각행렬(diagonal matrix)로 고유치(eigenvalue)를 대각요소로 가진다. R_x 는 positive-definite Hermitian 행렬

로, 고유벡터들은 서로 직교하며 고유치는 양수 값을 가진다. R_x 가 (7)의 형태이어서 σ^2 인 고유치가 $(M-d)$ 번 중복하여 나타난다. 따라서 고유벡터들을 σ^2 에 대응하는 잡음 고유벡터, σ^2 보다 큰 고유치에 대응하는 신호 고유벡터로 나누어, 식 (10)을 다음처럼 쓸 수 있다.

$$R_x = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{\Lambda}_s$ 는 σ^2 보다 큰 고유치를 대각요소로 갖는 $d \times d$ 대각행렬, \mathbf{E}_s 는 이들 고유치에 대응하는 고유벡터를 열로 가지는 신호 고유벡터 행렬, $\mathbf{\Lambda}_n$ 은 σ^2 를 대각요소로 갖는 $(M-d) \times (M-d)$ 대각행렬, \mathbf{E}_n 는 잡음 고유벡터 행렬이다. \mathbf{A}_M 의 열공간(column space)을 SI 부공간이라 부른다. \mathbf{E}_s 의 열벡터들(column vectors)은 같은 SI 부공간을 생성한다. R_x 의 역행렬(inverse matrix)을 고유공간에서 나타내면, 식 (11)로부터

$$R_x^{-1} = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s^{-1} \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n^{-1} \mathbf{E}_n^H \quad (12)$$

와 같이 주어진다. \mathbf{E}_n 의 열벡터들은 SI 부공간의 직교 보공간(orthogonal complement)을 생성하며, 따라서 $\mathbf{E}_n^H \mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ 이다. 식 (12)를 (9)에 대입하고 이 사실을 이용하면, 최적 가중벡터는

$$\mathbf{w}_{opt} = c \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s^{-1} \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}_0 \quad (13)$$

와 같이 표현된다. 최적벡터가 SI 부공간에 놓여 있음을 (13)식은 보여준다.

고유공간 빔 형성 방법에서는 식 (13)의 결과에 의거하여 가중벡터를 구한다. 실제로는 공분산 행렬을 구할 수 없기 때문에 이를 추정해야 한다. N 개의 수신벡터 표본을 이용할 수 있다면 공분산 행렬은 다음처럼 추정된다.

$$R_x(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (14)$$

이 추정행렬을 표본행렬(sample matrix)이라 한다. $R_x(N)$ 을 고유분해하여 신호 고유벡터

에 대한 추정 $E_s(N)$, 고유치에 대한 추정 $\Lambda_s(N)$ 를 구하여 가중벡터 $w_{eg}(N)$ 을 계산한다.

$$w_{eg}(N) = c E_s(N) \Lambda_s^{-1}(N) E_s^H(N) a_0 \quad (15)$$

III. 비 대각 요소를 이용한 도래각 추정 및 빔 형성 기법

1. SI 부공간 추정 및 가중 벡터

$M \times M$ 행렬을 고유분해하는 것은 계산이 매우 복잡하다. 만약 잡음전력 항이 없다면 공분산 행렬의 열로부터 SI 부공간을 직접 구할 수 있다. 잡음전력 항은 대각요소에 있으므로 공분산 행렬의 비 대각 요소를 이용하여 SI 부공간을 얻을 수 있다.^{[6][7]} ULA에서 어레이 응답 벡터는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$A_M = \begin{bmatrix} A_i \\ A_{M-i} \Phi^i \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, M-1 \quad (16)$$

여기서 A_i 는 $i \times d$ 신호벡터행렬이고, Φ 는 대각행렬로

$$\Phi = \text{diag} [\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{d-1}] \quad (17)$$

이다. 어레이에 도래하는 신호가 d 개이므로 SI 부공간을 생성하는 기저벡터(basis vectors)는 d 개로 구성된다. 이러한 d 개의 벡터는 [6]에서 처럼 비대각 요소를 이용하여 공분산 행렬에서 처음 d 개의 열, 마지막 $M-d$ 개의 행으로 구성되는 부행렬(submatrix)로부터 구성할 수 있다. 이 부행렬은

$$B = A_{M-d} \Phi^d R_s A_d^H \quad (18)$$

와 같이 주어지며, B 의 열벡터들이 SI 부공간을 형성하는 기저임을 보여준다. 이 기저벡터의 차원은 $M-d$ 로 실효 어레이 크기 (effective array aperture)가 감소된다.

편의상, d 를 짝수라 하자. 이때 $d=2e$ 와 같이 쓸 수 있고, 여기서 e 는 자연수이다. 식 (19)와 같이 부행렬을 구성하여 이러한 실효 크기 감

소 문제를 크게 완화시킬 수 있다.^[7]

$$B = [B_1, B_2] \quad (19)$$

여기서

$$B_1 = A_{M-e} \Phi^e R_s A_e^H \quad (21)$$

$$B_2 = A_{M-e} R_s \Phi^{-(M-e)} A_e^H \quad (22)$$

B_1 는 R_s 의 처음 e 열, 마지막 $(M-e)$ 행으로 구성되는 부행렬, B_2 는 마지막 e 열, 처음 $M-e$ 행으로 구성되는 부행렬이다. 식 (18)에서 B 의 열들은 서로 일차독립이며, 따라서 SI 부공간을 생성한다.^[7] B 는 $(M-e) \times d$ 행렬로 식 (18)에 비해 크기 감소를 1/2 줄인다.

M 개의 안테나로 구성된 전체 어레이에서 크기가 q 인 부어레이를 다음처럼 정의한다.

- 부어레이 1: 안테나 1, 2, ..., q 로 구성
- 부어레이 2: 안테나 2, 3, ..., $q+1$ 로 구성
- ⋮
- 부어레이 $M-q+1$: 안테나 $M-q+1$, $M-q+2$, ..., M 으로 구성.

크기 $M-e$ 인 부어레이가 $e+1$ 개 존재한다. 가중 벡터는 SI 부공간에 놓여 있으므로

$$w_{\mu} = [w_{\mu,1}, w_{\mu,2}, \dots, w_{\mu,M-e}]^T = B\xi \quad (23)$$

와 같은 형태로 주어진다. 여기서 ξ 는 $(M-e)$ 차원의 벡터로 적절한 빔 형성이 되도록 결정되어야 한다. LCMV 원리에 의거해서 ξ 를 구할 수 있다. LCMV에서 원하는 신호방향으로 빔 이득을 1로 고정시키고, 출력전력이 최소가 되도록 한다. Lagrange multiplier 방법을 이용하여 제한이 있는 문제를 제한이 없는 문제로 변환할 수 있다. Lagrange multiplier 방법에 따라 ξ 를 구하는 문제는 다음처럼 나타낼 수 있다.

$$\min [w_{\mu}^H R_{x_1} w + \lambda(1 - w_{\mu}^H a_0)] \quad (24)$$

여기서 R_{x_1} 은 부어레이 1에 대한 공분산행렬을 나타낸다. 식 (24)에서 원하는 신호벡터 a_0 의 차원은 $(M-e)$ 이다. a_0 은 식 (1)에서 M 차원 벡터로 정의됐지만, 편의상, 이의 표기에서 차원을 표시함이 없이 사용한다. 식 (23)을 (24)에 대입하면 다음과 같이 주어진다.

$$\min [\xi^H B^H R_{x_1} B \xi + \lambda(1 - \xi^H a_0)] \quad (25)$$

여기서, λ 는 Lagrange multiplier,

$$a_0 = B^H a_0 \quad (26)$$

이다. ξ 에 대해 미분하여 식 (25)의 해를 구하면, 식 (27)처럼 계산된다.

$$\xi = \frac{\lambda}{2} (B^H R_{x_1} B)^{-1} a_0 \quad (27)$$

식 (27)를 (23)에 대입하고, $w_{\rho_0}^H a_0 = 1$ 이 되도록 λ 를 계산하여 가중벡터를 구할 수 있다:

$$w_{p,i} = \begin{cases} \phi_0^{i-1} w_{\rho_0,1} + \phi_0^{i-2} w_{\rho_0,2} + \dots, & + w_{\rho_0,i}, & 1 \leq i \leq M-e \\ \phi_0^{i-1} w_{\rho_0,1} + \phi_0^{i-2} w_{\rho_0,2} + \dots, & + \phi_0^{i-(M-e)} w_{\rho_0,M-e}, & M-e+1 \leq i \leq e+1 \\ \phi_0^e w_{\rho_0,i-e} + \phi_0^{e-1} w_{\rho_0,i-e+1} + \dots, & + \phi_0^{e-(M-i)} w_{\rho_0,M-e}, & e+2 \leq i \leq M \end{cases} \quad (33)$$

$$w_{\rho_0} = c_o B (B^H R_{x_1} B)^{-1} B^H a_0 \quad (28)$$

$$c_o = \frac{1}{a_0^H B (B^H R_{x_1} B)^{-1} B^H a_0} \quad (29)$$

가중벡터 w_{ρ_0} 의 차원은 $M-e$ 로, 크기 $M-e$ 인 부어레이 1에만 적용하고 나머지 e 개의 안테나를 빔 형성에 사용하지 않는 것은 효율적이지 않다. 일반적으로 간섭신호는 잡음에 비해 매우 크다. 간섭신호 전력이 잡음에 비해 매우 크면 가중벡터는 간섭신호 벡터에 거의 직교하게 된다.^{[7][11]} 따라서 출력 단에서 실질적으로 원하는 신호와 잡음만 존재하는 것으로 볼 수 있다. 다른 부어레이에서 간섭벡터는 부어레이 1에서의 간섭벡터와 복소 상수배 만큼만 차이를 가진다. 따라서 식 (28)의 가중벡터를 다른 부어레이에 적용해도 간섭신호는 제거된다. 부어레이

이 1뿐만 아니라 모든 부어레이에 가중벡터를 적용하여 그 부어레이 출력을 결합 함으로써 SINR 성능을 개선할 수 있다. 원하는 신호에 대한 부어레이간 위상차이를 고려하여, 부어레이 k 에 대해 다음처럼 가중한다.

$$w_{pk} = \phi_0^{k-1} w_{\rho_0}, \quad k=1, 2, \dots, e+1 \quad (30)$$

k 번째 부어레이 출력을 $y_k(t)$ 라 하자. 전체 어레이 출력은 이들 부어레이 출력을 더하여 구해진다.

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + \dots + y_{e+1}(t) \quad (31)$$

이 어레이 출력에 대한 가중벡터는

$$\begin{aligned} w_p &= [w_{p,1}, w_{p,2}, \dots, w_{p,M}]^T \\ &= w_{\rho_1} + \phi_0 w_{\rho_2} + \dots + \phi_0^e w_{\rho_{e+1}} \end{aligned} \quad (32)$$

와 같다. $e > (M-1)/2$ 인 경우, 식 (32)는 다음과 같이 나타내진다.

2. 원하는 신호의 도래각 추정 및 적응 빔 형성
III.1에서는 제안 방식을 원리적으로 설명하기 위해 공분산 행렬, 원하는 신호의 도래방향, 어레이에 존재하는 신호 수 모두 정확히 알려졌다고 가정하였다. 실제로는 표본행렬, 추정된

도래각 θ_0 와 신호수 \hat{d} 을 이용해야한다. 도래하는 신호수를 정확히 알고있다면 부공간 빔형성기는 도래방향 에러에 대해 강인한 특성을 가진다. 그러나 신호수와 도래방향 모두에 에러가 있는 경우, 심한 성능저하를 가져오게 된다.^[10] MDL(minimum description length)^[12] 방식을 적용하여 신호의 수를 비교적 정확히 검출하는 것은 가능하지만, 그 계산이 매우 복잡하다. 효율적으로 이러한 에러에 대한 대응이 바람직하다.

최근에 Newton 방법을 변형한 간단한 도래각 추정방법이 제안되었다.^[10] 이 도래각 추정

방법에 기초하여 원하는 신호의 도래각을 쉽게 추정할 수 있다. 검출된 신호수 \tilde{d} 을 편의상 짝수라 하자. 즉 $\tilde{d}=2e$ 여기서 e 는 자연수를 나타낸다. 이 때, SI 부공간에 대한 추정된 기저벡터행렬 $B(N)$ 은 $R_x(N)$ 로부터 식(19)와 같이 구성된 $(M-e) \times \tilde{d}$ 행렬이다. $Q(N)$ 의 열 벡터들은 서로 단위직교하며 (orthonormal), $B(N)$ 의 열벡터들이 생성하는 같은 공간을 생성한다고 하자. $B(N)$ 을 QR 분해하거나 Gram-Schmidt 직교를 통해 $Q(N)$ 을 얻을 수 있다. MUSIC(MUltiple SInal Classification)^[9] 원리에 따라 도래각 추정에 다음의 비용함수(cost function)을 이용한다.

$$f_N(\theta) = \mathbf{a}_{M-e}^H(\theta) \mathbf{Q}(N) \mathbf{Q}^H(N) \mathbf{a}_{M-e}(\theta) \quad (34)$$

$f_N(\theta)$ 의 최대치에서 θ 에 대한 미분은 0이다. Newton 방법에 기초해서 N 번째 표본에서 원하는 신호의 도래각은 식 (35)와 같이 추정된다.

$$\theta_{0,N} = \theta_{0,N-1} - \Delta\theta_{0,N} \quad (35)$$

$$\Delta\theta_{0,N} = \begin{cases} f_N'(\vartheta_{0,N-1})/f_N''(\vartheta_{0,N-1}) = \Delta_N, & \text{if } |\Delta_N| \leq \Delta_{\max} \\ \text{sgn}(\Delta_N)\Delta_{\max} & \text{if } |\Delta_N| > \Delta_{\max} \end{cases} \quad (36)$$

여기서 $f_N''(\theta) = df_N'(\theta)/d\theta$ 그리고 Δ_{\max} , Z 는 사전에 정해진 상수이다. $f_N''(\vartheta_{0,N-1})$ 는 0보다 작으며, $\vartheta_{0,N-1}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\vartheta_{0,N-1} = \begin{cases} \theta_{0,N-1}^{(k)}, & \text{if } f_N''(\theta_{0,N-1}) < 0 \\ \theta_{0,N-1}^{(k)} = \theta_{0,N-1} + k \cdot \text{sgn}[f_N'(\theta_{0,N-1})]Z, & \text{if } f_N''(\theta_{0,N-1}) \geq 0 \end{cases} \quad (37)$$

여기서 $f_N''(\theta_{0,N-1}^{(k)}) < 0$, $f_N''(\theta_{0,N-1}^{(k-1)}) > 0$ 이다. $f_N(\theta) = f_{N-1}(\theta)$ 를 가정했을 때 $\theta_{0,N-1}$ 이 구간 $(\theta_{\min 1}, \theta_{\min 2})$ 에 있으면 위의 추정방법에 의해 $f_N(\theta)$ 의 최대값에 도달할 수 있다. $\theta_{\min 1}$, $\theta_{\min 2}$ 는 θ_0 에 가장 가까이 있는 $f_N(\theta)$ 의 두 최소점을 나타낸다.

추정된 도래각 정보를 이용하여 N 번째 표본에서 가중벡터는 식 (28), (29)로부터

$$\mathbf{w}_{\mu 0}(N) = c_o(N) \mathbf{B}(N) (\mathbf{B}^H(N) \mathbf{R}_{x_1}(N) \mathbf{B}(N))^{-1} \mathbf{B}^H(N) \mathbf{a}_{0,N} \quad (38)$$

$$c_o(N) = \frac{1}{\mathbf{a}_{0,N}^H \mathbf{B}(N) (\mathbf{B}^H(N) \mathbf{R}_{x_1}(N) \mathbf{B}(N))^{-1} \mathbf{B}^H(N) \mathbf{a}_{0,N}} \quad (39)$$

와 같이 구해진다. 여기서 $\mathbf{a}_{0,N}$ 은 $(M-e)$ 차원 벡터로 N 번째 표본에서 추정된 원하는 신호 벡터이다. 즉

$$\mathbf{a}_{0,N} = \mathbf{a}_{M-e}(\theta_{0,N}) \quad (40)$$

이다. 식 (38), (39)에서 $\mathbf{B}(N)$ 을 $\mathbf{Q}(N)$ 으로 대체해도 가중벡터는 똑같다. k 번째 부어레이에 대한 가중벡터는

$$\mathbf{w}_{pk}(N) = \phi_{0,N}^{k-1} \mathbf{w}_{\mu 0}(N) \quad (41)$$

과 같고, 여기서 $\phi_{0,N} = 2\pi\delta \sin\theta_{0,N} / \mu$ 이다. $\mathbf{w}_{\mu 0}(N)$ 를 구하는 데 요구되는 계산량을 살펴보면, $\mathbf{R}_x(N)$ 에 $O(M^2)$, $\mathbf{Q}(N)$ 에 $O(\tilde{d}^2(M-e))$, $\Delta\theta_{0,N}$ 에 $O(\tilde{d}(M-e))$, $\mathbf{B}^H(N) \mathbf{R}_{x_1}(N) \mathbf{B}(N)$ 에 $O(\tilde{d}(M-e)^2)$

그리고 역행렬에 $O(\tilde{d}^3)$ 의 복소 곱셈이 필요하다. 일반적으로 $\tilde{d} \ll M$ 이며, 따라서 전체 계산량은 $O(M^2)$ 이다. 직접 $\mathbf{R}_x(N)$ 의 역행렬을 계산하거나 고유분해를 하는 방법은 $O(M^3)$ 의 계산량을 요구하며, 제안 방법은 이들 방법보다 계산량을 크게 줄일 수 있다.

IV. 모의실험 결과

모의실험에서는 16개의 안테나가 반파장 간격으로 일정하게 배열된 어레이를 이용하였다. 원하는 신호는 $\theta_0 = 0^\circ$ 방향에서 10 dB SNR (signal-to-noise ratio)의 세기로 어레이에 도래한다. 간섭신호는 모두 3개가 존재한다. 이들 간섭신호의 전력은 서로 같고, 원하는 신호전력보다 10 dB 크다고 상정하였다. 간섭 신호의 방향은 $\theta_1 = -35^\circ$, $\theta_2 = 25^\circ$ 이다. 제안방법의 가중벡터는 비 대각 요소의 부행렬을 QR 분해하

어 계산되었다.

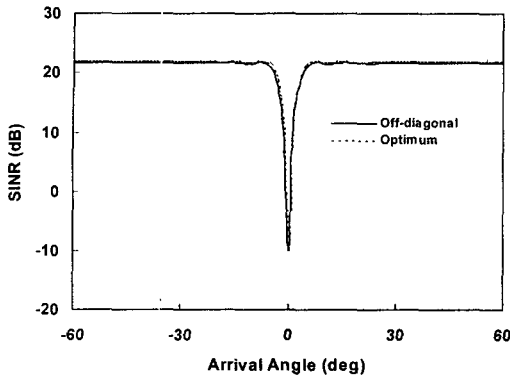


그림 1. 정상상태에서 제안 방법과 최적 성능 비교 ($\hat{d}=d$)

그림 1은 정상상태(steady-state)에서, 즉 공분산 행렬이 정확히 알려졌다고 가정했을 때, θ_3 에 대해 제안된 비대각 방법의 출력 SINR과 최적 성능을 비교해 보여준다. 원하는 신호방향, 전체 신호의 수는 정확히 알려졌다고 가정하였고, 제안 방법에서 가장벡터는 식 (32)와 같이 계산된다. $\theta_3 = 0^\circ$ 이면 이 간섭신호를 전혀 압축할 수 없으므로 -10 dB SINR을 가진다. 제안 방법 성능과 최적 성능간 성능차이가 매우 작아 두 커브(curves)가 거의 겹쳐진 것처럼 보인다. 어레이 실효 크기 감소로 제안 방법에서 간섭신호가 주 빔에 있을 때 상대적으로 성능 차이가 크지만 최대 차이가 1.1 dB에 불과하다.

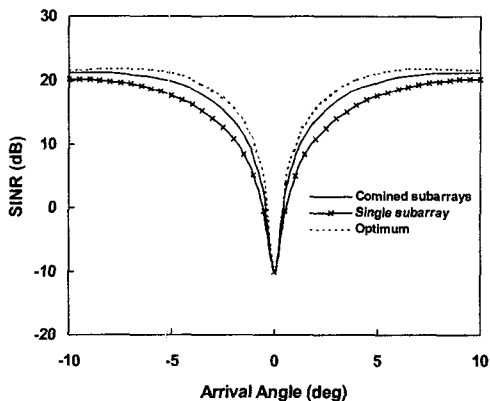


그림 2. 정상상태에서 하나의 부어레이를 이용하는 방식과 여러 부어레이를 결합하는 방식 간 성능 비교 ($\hat{d}=d+6$)

그림 2에서는 θ_3 에 대해, 부어레이1 만을 가장한 방식과 여러 부어레이 출력을 식 (31)과 같이 결합한 방식을 비교한다. 이의 비교를 위해, 신호 수 추정에 오차를 가정하여 $\hat{d}=d+6 (=10)$ 이라 하였다. $\hat{d}=10$ 으로 식 (19)와 같이 구성된 부행렬 B 는 위수(rank)가 4이며, 따라서 10×10 행렬 $B^H R_x B$ 의 위수도 4로 역행렬은 존재하지 않는다. 가장벡터 계산에서는 B 를 Householder 변환을 이용하여 QR 분해^[13]하고, 분해된 단위 직교행렬(orthonormal matrix)에서 처음 10개의 열을 B 대신에 사용하였다. 그림 2는 여러 부어레이를 결합함으로써 성능이 개선됨을 나타낸다. 그림 1과 비교하면 어레이 실효 크기의 감소로 $\hat{d}=10$ 에 대한 성능이 $\hat{d}=d$ 인 성능보다 작지만 그 차이는 1.2 dB 이하이다.

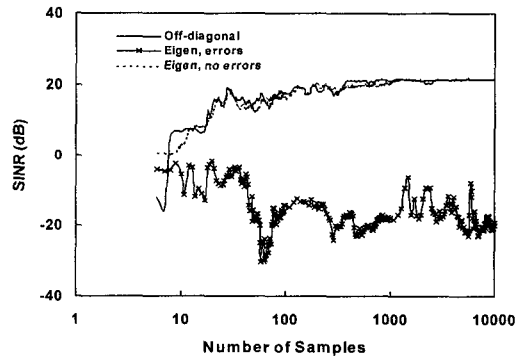


그림 3. 도래각, 신호 수에서 오차가 있을 때 표본 수 N 에 따른 성능 비교

그림 3은 원하는 신호 방향, 신호 수 추정에 모두 오차가 있을 때, 공분산 행렬의 추정에 사용한 표본의 수 N 에 대한 성능을 예시한다. 원하는 신호 도래각의 초기 추정치는 $\theta_0 = -5^\circ$ 이고, $\hat{d}=d+2 (=6)$ 이라 가정하였다. $\theta_3 = 8^\circ$ 라 놓았다. 제안한 빔 형성기에서는 III.2 절에 설명한 방법에 따라 원하는 신호도래각을 추정한다. $\hat{d}=6$ 인 경우 $N=6$ 부터 도래각 추정이 시작되며, 따라서 $\theta_{0.5} = \theta_0$ 이다. 비교를 위해 같은 오차를 가질 때 고유분

해 방식에 따른 빔 형성기에 대한 성능을 나타내었다. 고유 분해 방법에서는 도래각 오차로 원하는 신호가 간섭신호로 간주되어 심하게 감쇠되며 그 결과로 SINR 성능이 크게 저하된다. 반면에 제안된 방법에서는 도래각 추정을 빠르고 정확히 할 수 있어 이러한 오차에 거의 영향을 받지않고 잘 동작하여, 오차가 전혀 없는 고유분해 방법과 실질적으로 같은 성능을 나타냄을 그림 3은 보여준다.

V. 결론

계산이 간단한 SI 부공간 빔 형성 방법을 제안하였다. 제안한 방법에서는 공분산 행렬을 고유분해없이 비 대각 요소를 이용하여 쉽게 SI 부공간을 구한다. 가중벡터를 구하는데 필요한 계산량을 보면, 고유분해에 따른 방법은 $O(M^3)$ 의 계산량을 요구하나 제안방법에서는 $O(M^2)$ 계산량이 요구되어 크게 계산량을 줄일 수 있다. 비 대각 요소를 이용함에 따라 어레이 실효 크기가 감소하게 된다. 부 어레이 출력을 결합함으로써 이로 인한 성능저하를 작게 한다. 모의실험 결과에 보인 것처럼 최적 성능과 비교하여, 주 빔으로 간섭신호가 도래할 때 성능차이가 상대적으로 크지만 1 dB 정도에 지나지 않는다.

SI 부공간을 추정하기 위해서는 도래하는 신호 수를 알아야한다. 신호 수와 도래각에 오차가 있을 때, 고유분해 방법에서는 원하는 신호가 감쇠됨에 따라 심하게 성능이 저하된다. 반면에 제안 방법에서는 원하는 신호의 방향을 효과적이고 빠르게 추정할 수 있어 거의 성능저하가 일어나지 않음을 모의실험 결과는 보여준다.

참 고 문 헌

[1] I. S. Reed, J. D. Mallet and L. E. Brennan, Rapid convergence rate in adaptive arrays, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-10, pp. 853-863, Nov. 1974.

[2] R. A. Monzingo and T. A. Miller, Introduction to Adaptive Arrays. New

York: Wiley, 1980.

[3] D. D. Feldman and L. J. Griffith, "A projection approach for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-42, pp. 867-876, Apr. 1994.

[4] L. Chang and C.-C. Yeh, Performance of DMI and eigenspace-based beamformers, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-40, pp. 1336-1347, Nov. 1992.

[5] Y.-H. Choi, Eigenstructure-based adaptive beamforming for coherent and incoherent interference cancellation, *IEICE Trans. Commun.*, vol. E85-B, pp. 633-640, Mar. 2002.

[6] C.-C. Yeh, Simple computation of projection matrix for bearing estimations, *IEE Proc. F*, vol. 134, pp. 146-150, Apr. 1987.

[7] Y.-H. Choi, Subspace method for angle estimation using off-diagonal elements, *Electron. Lett.*, 2000, vol. 36, No. 7, pp. 685-686, Mar. 2000.

[8] L. C. Godara, Application of antenna arrays to mobile communications-Part II: Beamforming and DOA considerations, *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, No. 8, pp. 1195-1247, Aug. 1997.

[9] R. O. Schmidt, Multiple emitter location and signal parameter estimation, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 276-280, Mar. 1986.

[10] Y.-H. Choi, Robust adaptive beamforming by self-correction of look direction errors, *IEICE Trans. Commun.*, vol. E85-B, pp. 694-697, Mar. 2002.

[11] M. Wax and Y. Anu, Performance analysis of the minimum variance beamformer, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-44, pp. 928-937, Apr. 1996.

- [12] M. Wax and T. Kailath, Detection of signals by information theoretic criteria, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, pp. 387-392, Aug. 1985.
- [13] F. Szidarovszky, *Principles and Procedures of Numerical Analysis*. New York: Plenum Press, 1978.

최 양 호(Yang-Ho Choi)



1982년 2월: 연세대학교
전자공학과 학사
1984년 8월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 석사
1989년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 박사

1989년 3월 ~ 1997년 2월: 한국통신 연구개발본부 팀장

1997년 3월 ~ 2002년 2월: 동양대학교 정보통신공학부 조교수

2002년 3월 ~ 현재: 강원대학교 전기전자정보통신공학부 부교수

<주관심분야> 이동통신, 무선신호처리, 무선접속기술

엄 재 혁(Jae-hyuck Eom)



1996년 3월: 강원대학교 제어계측공학과 입학
2004년 2월: 강원대학교 전기전자정보통신공학부 졸업 예정

<주관심분야> 이동통신, 네트워크 프로그래밍