

# 보강재로 보강된 개방 원뿔형 셸의 해석

박원태<sup>†</sup> · 최재진 · 손병직<sup>\*</sup>

천안공업대학 토목과 · <sup>\*</sup>한국표준과학연구원 강도평가  
(2004. 6. 23. 접수 / 2004. 11. 25. 채택)

## Analysis of Open Conical Shells with Stiffeners

Weon-Tae Park<sup>†</sup> · Jae-Jin Choi · Byung-Jik Son<sup>\*</sup>

Department of Civil Engineering, Cheonan National Technical College  
<sup>\*</sup>Strength Evaluation, Korea Research Institute of Standards and Science  
(Received June 23, 2004 / Accepted November 25, 2004)

**Abstract** : In this study, open conical shells with ring and stringers are analyzed. A versatile 4-node shell element which is useful for the analysis of conical shell structures is used and 3-D beam element is used for stiffeners. An improved flat shell element is established by the combined use of the addition of non-conforming displacement modes and the substitute shear strain fields. The proposed element has six degrees of freedom per node and permits an easy connection to other types (beam element) of finite elements. Optimum location and optimum section properties of ring and stringer are obtained. It is shown that the thickness of conical shell can be reduced about 20~50% by appropriate location of stiffeners.

**Key Words** : ring, stringer, open conical shells, flat shell element

### 1. 서 론

본 연구에서는 개방된 원뿔형 셸 구조를 해석 모델로 하여 보강효과에 대해서 고찰하였다. 셸 구조의 보강방안은 크게 세가지로 구분할 수 있다. 즉, 셸의 단면을 크게 하는 방법, 복합재료를 사용하는 방법 그리고 보강재로 보강하는 방법이다. 본 연구에서는 위의 세가지 방법 중 보강재로 보강하는 방법을 이용하였으며, 복합재료를 사용하는 방법은 박원태(2004)<sup>1)</sup> 등이 연구한 바 있다. 본 연구에서의 보강재는 원주방향의 보강재(링)와 원뿔방향(길이방향)의 보강재(스트링거) 2가지 경우를 의미한다.

원뿔형 셸의 보강효과에 대한 최근의 연구를 살펴보면, Assan(1999)<sup>3)</sup>과 Prushy(2001)<sup>4)</sup> 등이 보강된 폐합 원뿔형 셸의 연구를, Damatty(2001)<sup>2)</sup> 등이 보강된 폐합 원뿔형 셸의 연구를 수행하였으나, 파라미터 연구가 미흡하여 설계에 참조하기에 미흡한 점이 있으며, 본 연구에서 다루는 개방 원뿔형 셸

구조의 해석은 이루어지지 않고 있다. 또한, 박원태(2004)<sup>1)</sup> 등은 복합적층된 폐합 원뿔형 셸의 보강효과에 대해서 2004년에 연구를 수행한 적이 있다. 따라서, 본 연구는 박원태(2004)<sup>1)</sup> 등의 연구를 바탕으로 개방된 원뿔형 셸의 보강효과에 대해서 체계적으로 연구를 하고자 한다.

등방성 재료인 강재로 구성된 원뿔형 셸 구조를 해석대상으로 하였으며, 경계조건에 따라 3가지 모델에 대해서 보강재의 효과에 대해서 고찰하였다. 즉, 최적의 보강위치를 결정하고, 보강재의 최적 단면크기를 결정하였다. 이렇게 결정된 보강재로 보강할 경우 셸 두께의 감소효과에 대해서도 연구하여, 보강재 설계시 참조가 되도록 하였다. 복합재료로 구성된 개방된 원뿔형 셸 구조의 보강효과에 관한 연구는 추후 연구하고자 한다.

### 2. 기본 이론<sup>1,7,9)</sup>

본 연구에서는 개방된 원뿔형 셸의 보강재 보강 효과에 대해서 연구하였다. Fig. 1은 해석모델의 미

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
pwtae@cnc.ac.kr

소요소에 대한 좌표계 및 변위장을 나타내며, Fig. 2는 면내력을, Fig. 3은 면외력을 나타낸 것이다.

Fig. 2와 Fig. 3의 합응력과 변형률 관계는 식(1), (2), (3)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_i \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-z}^z \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}_{ij}]_k(1, z, z^2) dz \quad (4)$$

이고,  $A_{ij}$ 는 면내력 강도,  $B_{ij}$ 는 휨-면내력 연계강도,  $D_{ij}$ 는 휨강도 그리고  $K_i$ 는 전단보정계수를 의미한다.

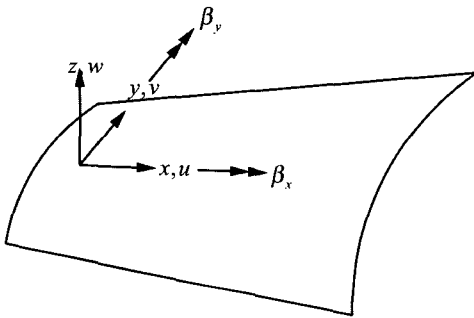


Fig. 1. The cylindrical coordinate system and displacement fields of conical shell

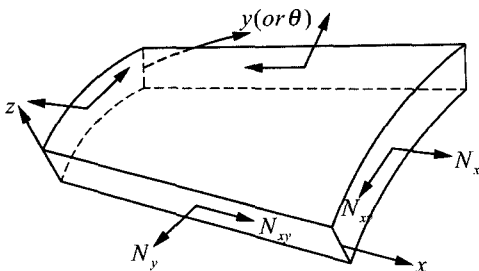


Fig. 2. In-plane forces for conical shells

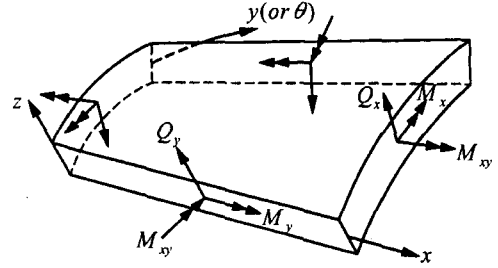


Fig. 3. Out-of-plane forces for conical shells element

또한  $\bar{Q}_{ij}$ 는 재료축에서의 재료강도를 구조축으로 좌표변환하여 구한 재료강도를 나타낸다. 본 연구에서는 등방성인 재료에 관해서 해석을 수행했기 때문에,  $B_{ij}$ 는 0이며, 나머지 값들은 등방성인 재료의 경우와 같다<sup>7)</sup>.

### 3. 유한요소법

본 연구에서 사용한 쉘요소는 평면쉘요소를 선택하여 해석을 수행하였다. 평면쉘요소는 본 논문에서 고려한 보강재가 고려될 경우 적용성을 높이며, 요소의 각도를 5° 이내로 세분화하면 좋은 정도를 얻을 수 있게 된다. 본 연구에서의 개방된 원뿔형 쉘은 평면쉘요소를 사용하여 충분한 정확성을 얻을 수 있다. 또한, 보강재의 요소는 3차원 보요소<sup>5,14)</sup>를 사용하여 해당 자유도에 중첩을 시켜 해석을 수행하였다.

Fig. 4는 평면쉘요소의 자유도를 나타낸 것이며, 면내 회전자유도( $\theta_z$ )가 추가되어 쉘 구조의 해석이나 보요소와의 결합에 유용하게 사용할 수 있다. 기존의 쉘요소들은 잠김(locking)현상과 같은 많은 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 비적합 모드, 직접수정법, 대체전단 변형률을 사용하여 요소를 개선시켰으며<sup>16)</sup>, 복합재료를 사용할 수 있게 재구성하였다<sup>1)</sup>.

### 4. 해석 예 및 결과분석

#### 4.1. 해석모델

본 연구의 해석모델은 Fig. 5와 같이 개방되고 등분포 외압( $q_0$ )을 받는 원뿔형 쉘로 설정하였다. 링 및 스트링거의 위치가 변할 때 변위와 합응력의 변화를 연구하였다. 길이/반경비의 변화에 따른 보강재의 효과를 고려하였고, 변형형상을 분석함으로써 개방된 쉘 구조물의 최적의 보강방안을 연구하였다.

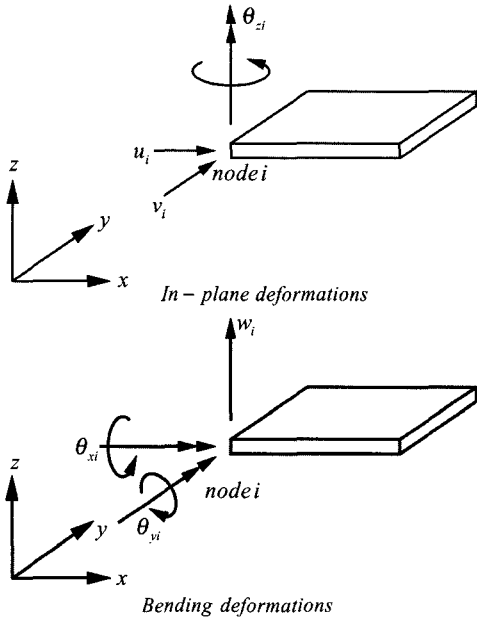


Fig. 4. Six degrees of freedom of a flat element

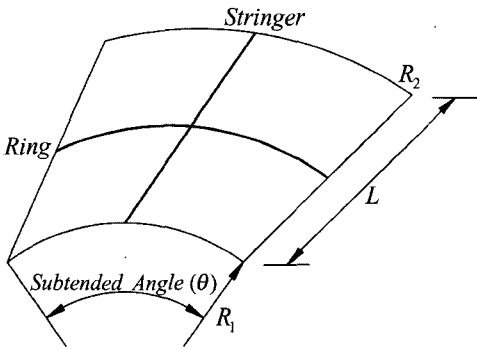


Fig. 5. Open conical shell with stiffeners  
 (\$R\_1 = 10in, R\_2 = 20in, L = 30in, \theta = 120^\circ\$,  
 Thickness = 1in, \$q\_0 = 1ksiz\$)

해석에 사용된 셸과 보강재의 물성치 및 보강재의 단면특성치는 Table 1과 같다. 해석모델은 변장비축, 원뿔방향 길이와 원주방향 중심길이를 거의 같게 설정하였으며, Fig. 6과 같이 지점조건에 따라 Model A, B, C 3가지로 설정하였다.

Table 1. Material properties and section properties

Material (Steel) for beam & shell	$E = 30,000ksi, \nu = 0.3$ $G = E/2(1 + \nu)$
Solid Rectangular for beam element	$B = 2in$ (Width of Section) $H = 2in$ (Height of Section)

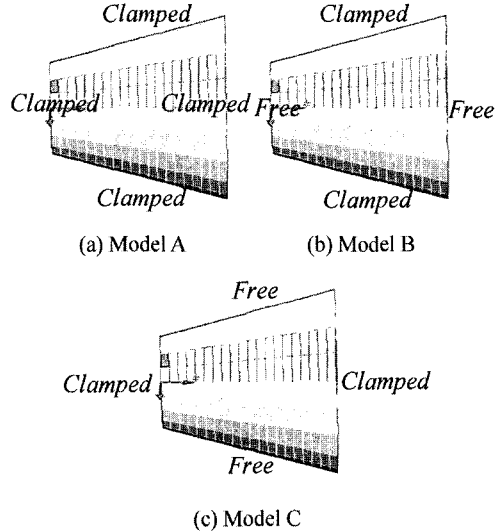


Fig. 6. Analysis Model A,B,C

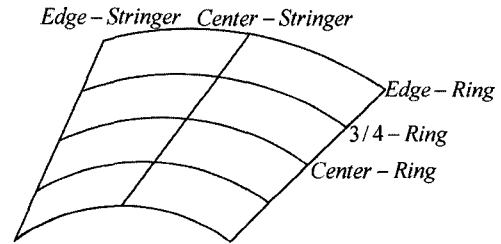


Fig. 7. Location of stiffeners

보강재의 위치 설정은 Fig. 7과 같으며, 링은 중앙, 3/4, 끝단에, 스트링거는 중앙과 끝단에 배치하였다. 스트링거의 배치는 중앙에는 원래 단면으로 하고, 중앙이 아닐 경우는 양쪽 쌍으로 원래 단면의 반씩으로 설정하여, 비교할 수 있도록 하였다.

#### 4.2. 해석 프로그램의 검증

본 해석 프로그램은 박원태(2004)<sup>1)</sup> 등이 검증한 해석 프로그램을 사용하였다. 해석 프로그램은 3절의 이론을 토대로 FORTRAN 95를 사용하여 직접 코딩하였다.

#### 4.3. 보강재의 효과

본 절에서는 자유단을 갖는 개방 원뿔형 셸에서 링 및 스트링거 보강재의 효과에 대해서 해석을 수행하였다. 3개의 해석모델에 대해서 각각 Table 2~4에 결과를 나타내었다. 변위 RSLT는 합변위  $\sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$  를 의미한다.

Table 2. Numerical results of Model A

Maximum	Unstiffened	Center-Stringer	3/4-Ring	Center-Stringer + 3/4-Ring
RSLT	0.14341E-01	0.13445E-01	0.13228E-01	0.12654E-01
$N_x$	0.58096E+01	0.57376E+01	0.54104E+01	0.51573E+01
$N_y$	0.19053E+02	0.18439E+02	0.16265E+02	0.16220E+02
$N_{xy}$	0.27829E+01	0.26013E+01	0.24012E+01	0.22587E+01
$M_x$	0.37595E+01	0.37874E+01	0.33626E+01	0.31531E+01
$M_y$	0.21035E+01	0.22308E+01	0.14866E+01	0.15635E+01
$M_{xy}$	0.58941E+00	0.62201E+00	0.44412E+00	0.45657E+00

Table 3. Numerical results of Model B

Maximum	Unstiffened	Center-Stringer	Edge-Ring	Center-Stringer + Edge-Ring
RSLT	0.43002E-01	0.39952E-01	0.24384E-01	0.23006E-01
$N_x$	0.12004E+02	0.11920E+02	0.57804E+01	0.57499E+01
$N_y$	0.41620E+02	0.41334E+02	0.19169E+02	0.18933E+02
$N_{xy}$	0.10959E+02	0.10918E+02	0.64340E+01	0.64036E+01
$M_x$	0.64785E+00	0.69976E+00	0.13376E+01	0.11223E+01
$M_y$	0.21446E+01	0.23187E+01	0.18206E+01	0.19712E+01
$M_{xy}$	0.26976E+00	0.23520E+00	0.52827E+00	0.51604E+00

Table 4. Numerical results of Model C

Maximum	Unstiffened	Edge-Stringer	Center-Ring	Edge-Stringer + Center-Ring
RSLT	0.33719E+00	0.11216E+00	0.27563E+00	0.15301E+00
$N_x$	0.17486E+03	0.37716E+02	0.16357E+03	0.63075E+02
$N_y$	0.52568E+02	0.24941E+02	0.49173E+02	0.19935E+02
$N_{xy}$	0.59981E+02	0.32898E+02	0.57045E+02	0.32275E+02
$M_x$	0.28617E+02	0.13203E+02	0.25307E+02	0.12347E+02
$M_y$	0.11314E+02	0.64937E+01	0.90679E+01	0.52513E+01
$M_{xy}$	0.64451E+01	0.28797E+01	0.52962E+01	0.27029E+01

Model A의 경우는 3/4-Ring의 효과가 크게 나타났으며, 변위 및 합응력 모두 상당히 감소하였다. 원주방향 자유단인 Model B의 경우는 링을 반경이 큰 쪽 자유단에 보강하는 것이 유리하며, 중앙 스트링거는 거의 효과가 없는 것으로 나타났다. 원뿔방향 자유단인 Model C의 경우는 스트링거를 끝단에 보강하는 것이 유리하다.

#### 4.4. 보강재 높이의 영향

본 절은 보강재 높이 / 셸의 두께( $H_{beam} / t_{shell}$ ) 변화에 따른 결과를 분석하였다. 셸의 두께를 일정하게 놓고 보강재의 높이를 변화시키면서 해석을 수행하였다.

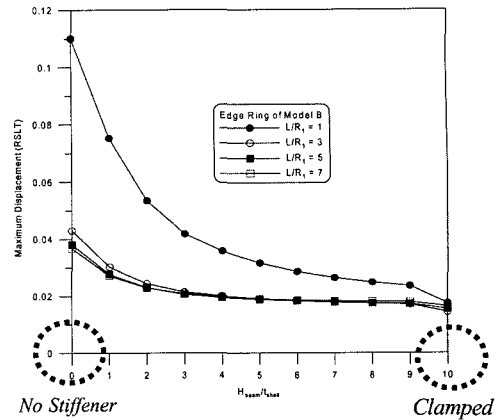


Fig. 8(a). Maximum RSLT by  $H_{beam} / t_{shell}$  of Model B

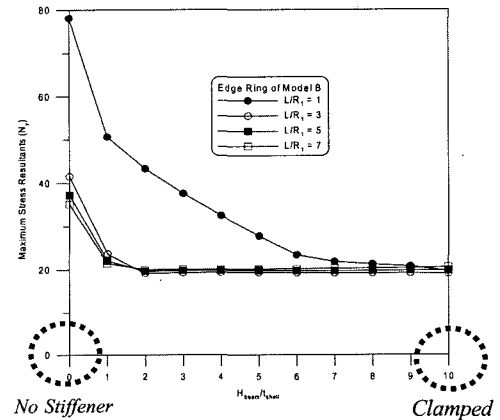


Fig. 8(b). Maximum  $N_y$  by  $H_{beam} / t_{shell}$  of Model B

Fig. 8은 원주방향 자유단인 Model B의 끝단링의 효과에 대해서 변위와 합응력을 도시한 것이다. 가로축의 0은 보강재가 없는 경우를 나타내며, 10은  $H_{beam} / t_{shell} = 10$ 이 아니라 고정단을 의미한다. 끝단링의 효과가 잘 나타나며, 변장비( $L/R_1$ )가 3이상인 경우는 링의 높이가 셸의 두께보다 약 2배 이상에서는 변위 및 면내력은 거의 고정단 효과처럼 보강 효과가 잘 나타났다.

Fig. 9는 원뿔방향 자유단인 Model C의 양쪽 끝단 스트링거의 효과에 대해서 변위와 합응력을 도시한 것이다. Model B와는 반대로 변장비 ( $L/R_1$ )가 작을수록 스트링거의 효과가 크게 나타났다. 이러한 이유는 링의 효과는 자유단인 원주방향의 길이가 짧을 때(Model B), 스트링거의 효과는 자유단인 원뿔방향의 길이가 짧을 때(Model C) 잘 나타나기 때문이다.

변장비가 1보다 작을 경우 스트링거의 높이는 셸의 단면보다 작아도 고정단 효과를 볼 수 있으나,

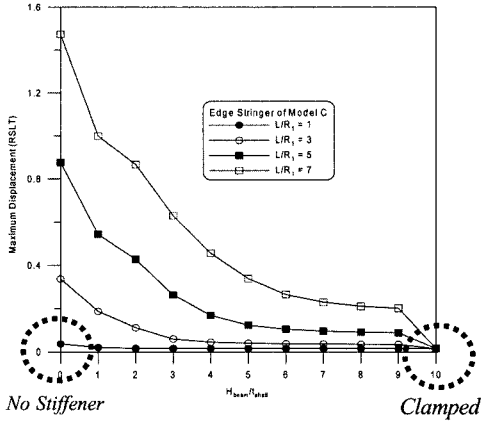


Fig. 9(a). Maximum RSLT by  $H_{beam} / t_{shell}$  of Model C

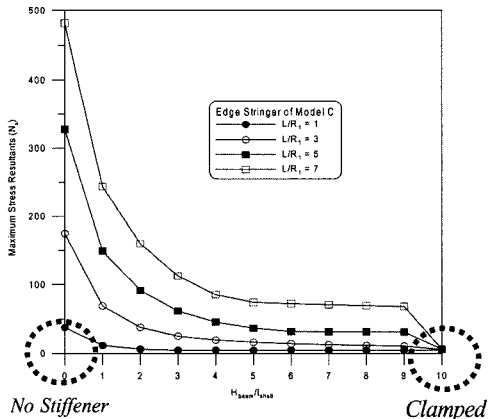


Fig. 9(b). Maximum  $N_x$  by  $H_{beam} / t_{shell}$  of Model C

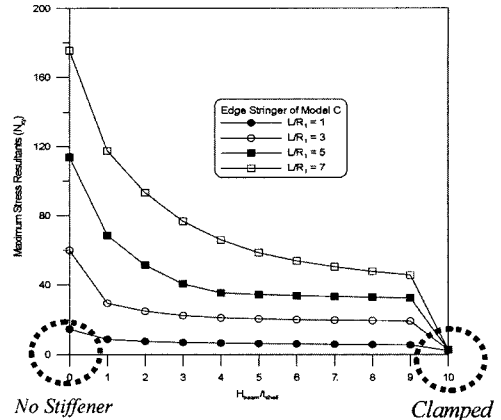


Fig. 9(c). Maximum  $N_y$  by  $H_{beam} / t_{shell}$  of Model C

변장비가 커질수록 고정단 효과를 보기 위해서는 스트링거의 높이도 크게 해야 한다.

#### 4.5. 보강재의 의한 셸의 두께 감소 효과

본 절에서는 전 절에서 제시한 단면을 가진 보강재로 보강했을 때, 셸의 두께를 얼마나 감소시킬 수 있는지를 알고자 해석을 수행하였다. 함응력 대신 응력을 산출하여 결과에 나타내었다. 두께가 감소하면 함응력은 그에 상응하게 감소하게 되어 비교가 되지 못하므로 응력으로 결과 값을 비교, 검토하였다.

Table 5는 Model B의 끝단 링의 효과를, Table 6은 Model C의 끝단 스트링거의 효과를 나타내었다. 변장비에 따라서 다소 차이가 있지만 Model B에서는 끝단 링으로 셸의 두께를 약 20~40% 정도 감소시킬 수 있으며, Model C에서는 끝단 스트링거로

Table 5. Reduction effect of shell thickness by edge ring of Model B ( $H_{beam} / t_{shell} = 2$ )

$L/R_1$		Absolute Maximum Values					Thickness Reduction (%)
		Unstiffened	Stiffened (Edge Ring)				
			$t = 1in$	$t = 1in$	$t = 0.8$	$t = 0.6$	
1	RSLT	0.11010	0.05341	0.06188	0.07633	0.08727	20~30 %
	$\sigma_x$	36.093	26.916	33.848	47.209	59.673	
	$\sigma_y$	113.54	84.266	106.32	149.14	189.33	
3	RSLT	0.043002	0.02438	0.02946	0.03668	0.04165	About 40 %
	$\sigma_x$	12.698	8.2528	10.182	12.869	17.571	
	$\sigma_y$	43.843	25.617	31.620	42.264	51.280	
5	RSLT	0.038118	0.02302	0.02783	0.03463	0.03930	20~30 %
	$\sigma_x$	11.573	7.5076	9.3237	12.5480	15.883	
	$\sigma_y$	39.403	25.470	31.625	42.534	51.594	

Table 6. Reduction effect of shell thickness by edge stringer of Model C ( $H_{beam}/t_{shell} = 2$ )

$L/R_1$		Absolute Maximum Values					Thickness Reduction (%)
		Unstiffened	Stiffened (Edge Stringer)				
		$t = 1in$	$t = 1in$	$t = 0.8$	$t = 0.6$	$t = 0.5$	
1	RSLT	0.036811	0.01632	0.02387	0.03753	0.04975	About 40 %
	$\sigma_x$	116.64	43.093	53.694	72.564	88.271	
	$\sigma_y$	34.865	23.831	33.321	49.132	61.573	
	$\sigma_{xy}$	22.003	11.824	17.066	25.752	32.546	
3	RSLT	0.33719	0.11216	0.13458	0.16346	0.18730	More Than 50 %
	$\sigma_x$	344.76	88.746	88.662	102.15	117.84	
	$\sigma_y$	103.65	49.743	58.821	72.203	81.981	
	$\sigma_{xy}$	63.938	29.931	34.926	51.410	63.536	
5	RSLT	0.87654	0.42736	0.56530	0.75243	0.87285	About 50 %
	$\sigma_x$	545.81	180.78	191.01	195.38	194.75	
	$\sigma_y$	196.43	115.46	139.89	171.47	192.19	
	$\sigma_{xy}$	117.08	61.169	72.644	87.869	98.692	

셸의 두께를 약 40~50% 정도 감소시킬 수 있다. 이처럼 지점조건에 따라서 적당한 단면을 가진 보강

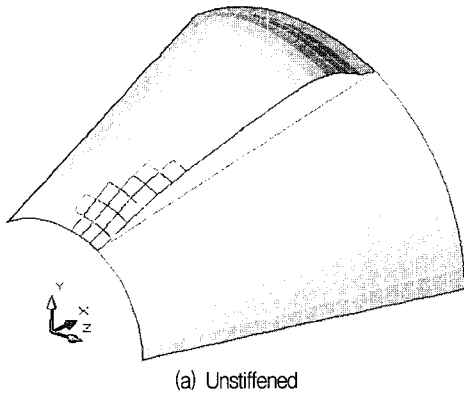


Fig. 10. Deformed shape of Model A for  $L/R_1 = 3$

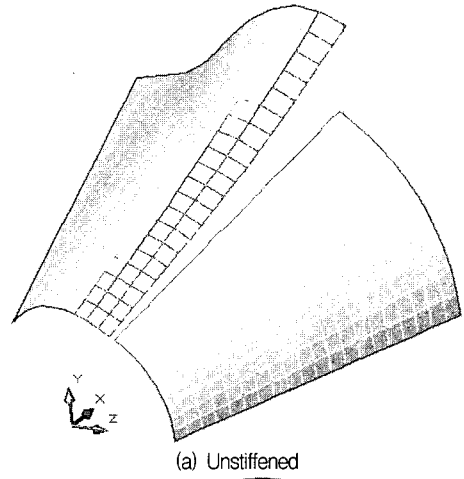


Fig. 11. Deformed shape of Model B for  $L/R_1 = 3$

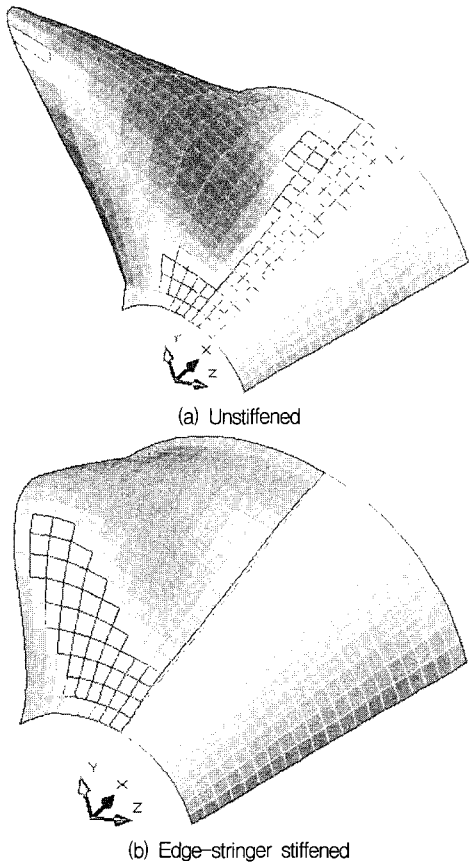


Fig. 12. Deformed shape of Model C for  $L/R_1 = 3$

재로 보강한다면 셸의 두께를 현저히 감소시킬 수 있게 된다.

#### 4.6. 보강된 개방 원뿔형 셸의 변형 형상

보강재의 유무에 따라서 개방된 원뿔형 셸의 변형형상을 나타내었다. Fig. 10~12에 Model A, B, C의 처짐형상이 나타나 있다. 이해를 돕기 위해서 반쪽 그림은 원래형상을, 반쪽부분 변형된 형상을 나타내었다. 링과 스트링거의 효과를 볼 수 있다. 보강된 부분의 변위가 현저하게 감소한다는 것을 알 수 있다.

### 5. 결론

지금까지 개방 원뿔형 셸 구조의 링 보강효과에 대해서 고찰하였다. 셸요소는 개선된 평면셸 요소를 사용하였고, 링 보강재 요소는 3차원 보요소를

사용하여 해석을 수행하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 4변 고정인 Model A인 경우 3/4-Ring의 효과가 크게 나타났으며, 원주방향이 자유단인 Model B의 경우는 반경이 큰 쪽 자유단에 링을 보강하는 것이 유리하고, 원뿔방향이 자유단인 Model C의 경우는 끝단에 스트링거를 보강하는 것이 유리하다.

2) 보강재의 높이 변화에 따른 분석에서는 Model B의 경우 변장비가 클수록, Model C의 경우는 변장비가 작을수록 고정단 효과를 볼 수 있다.

3) 보강재의 효율적인 단면은 셸 두께의 약 2배 정도이며, 이런 단면을 가진 보강재로 보강할 경우, Model B는 끝단 링으로 셸의 두께를 20~40% 감소시킬 수 있으며, Model C는 끝단 스트링거로 셸의 두께를 40~50% 감소시킬 수 있다.

### 참고문헌

- 1) 박원태, 최재진, 손병직, "복합적층 원뿔형 셸의 링보강효과연구", 한국산업안전학회지, 제19권, 제1호, 94~101, 2004.
- 2) A. A. El Damatty, E. G. Marroquin, M. El Attar, "Behavior of stiffened liquid-filled conical tanks", *Thin-Walled Structures*, 39, 353~273, 2001.
- 3) A. E. Assan, "Analysis of multiple stiffened barrel shell structures by strain-based finite elements", *Thin-Walled Structures*, 35, 233~253, 1999.
- 4) B. Gangadhara Prushy, S. K. Satsangi, "Analysis of stiffened shell for ships and ocean structures by finite element method", *Ocean Engineering*, 28, 621~638, 2001.
- 5) LUSAS Theory Manuel(Ver 13.4), FEA Ltd., 2001.
- 6) C. K. Choi, and P. S. Lee, "Defect-free 4-node flat shell element : NMS-4F element", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 8, 207~231, 1999.
- 7) J. N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates", CRC press, 1997.
- 8) Robert, M. Jones, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill, 1975.
- 9) Jack, R. Vinson, Tsu-wei, Chou, "Composite Materials and Their Use in Structures", Applied Science Publishers LTD, 1975.
- 10) Werner Soedel, "Vibrations of Shells and Plates", Marcel Dekker, Inc., 1981.

- 11) Wilhelm Flugge, "Stresses in Shells", Springer-Verlag Berlin, 2nd Ed., 1973.
- 12) E. Hinton, D. R. J. Owen, "Finite Element Software for Plates and Shells", Pineridge Press Limited, 1984.
- 13) R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, 3rd Ed., 1989.
- 14) D. L. Logan, "A First Course in the Finite Element Method", 3rd., 2002.