

비선형 파라메트릭 사영필터에 의한 트러스 구조물의 손상 검출

Damage Detection of Truss Structures Using Nonlinear Parametric Projection Filter

문 호 준* 서 일 교**
Mun, Hyo-Jun Suh, Ill-Gyo

요 약

본 논문에서는 비선형 파라메트릭 사영필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상 검출에 대한 연구를 제시한다. 역문제의 해석은 최근 많은 관심을 끌고 있으며, 역문제 해석법으로서 필터이론을 사용한 접근법이 많은 관심을 받고 있다. 특히 칼만 필터는 신호·통신, 시스템 제어 등의 많은 분야에서 적용되어 왔으며 그 유효성이 입증되었다. 본 논문에서는 비선형 파라메트릭 사영필터를 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용하고 손상된 구조물의 고유 진동수와 고유 모드를 관측 데이터로 채택하여 손상부재의 위치와 손상정도를 추정한다. 마지막으로 수치해석 예를 통하여 제안된 해석법의 유효성을 밝힌다.

Abstract

In this paper, a study of damage detection for 2-Dimensional Truss Structures using the parametric projection filter theory is presented. Many researchers are interested in inverse problem and one of solution procedures for inverse problems that are very effective is the approach using the filtering algorithm in conjunction with numerical solution methods. In filtering algorithm, the Kalman filtering algorithm is well known and have been applied to many kind of inverse problems. In this paper, the Parametric projection filtering in conjunction with structural analysis is applied to the identification of damages in 2-D truss structures. The natural frequency and modes of damaged truss model are adopted as the measurement data. The effectiveness of proposed method is verified through the numerical examples.

keywords: Parametric projection filter, Inverse problem, Damage Detection, 2-D Truss Structures

1. 서 론

대부분의 구조물들은 외부의 환경과 접해 있으므로, 지진, 바람, 충격 등의 외부 하중에 의해 손상을 입게 된다. 부재의 국부적인 손상은 구조물 전체의 파괴와 연관될 수 있으므로 손상 부위를 사전에 파악하여 적절한 보수 및 보강을 통해 내력을 회복시킴으로서 구조물의 내구연한을 증진시키고 안전성을 확보하는 것이 중요하다. 이러한 측면에

서 손상 부위를 추정하는데 역문제(inverse problem)의 해석이 매우 유용하여 최근 많은 관심을 끌고 있다.

역문제 해석법으로서 지금까지 필터이론이 많은 관심을 받아왔다. 특히 칼만 필터(Kalman filter)^[3,4]는 신호·통신, 시스템 제어 등의 많은 분야에서 적용되어 왔으며 그 유효성이 입증되었다. 그러나 트러스와 같이 부재수가 많은 구조물의 부재 손상 추정에 적용한 결과 많은 문제에서 수렴속도가 늦는 문제점이 지적되었다.^[1,2]

따라서 본 논문에서는 화상복원 문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있는 사영(projection) 필터^[5]를 변형한 파라메트릭 사영필터(parametric projection filter : PPF)^[5]를 비선형시스템에 대한 필

* 학생회원, 제주대학교 건축공학과 석사과정
Tel: +064-754-3701 E-mail: mhj1218@yahoo.co.kr

** 정회원, 제주대학교 건축학부 부교수, 공학박사
E-mail: suhig@cheju.cheju.ac.kr

이 논문은 2002년도 제주대학교 발전기금 국외파견 연구지원 계획에 의하여 연구되었다.

터로 확장하여 구조물의 손상추정에 적용하여 보다 효율적이고 정밀한 해석이 가능한 역해석법의 개발을 목표로 한다.

대상 손상 추정문제로서 2차원 트러스 구조의 자유 진동 문제를 대상으로 하고 자유진동 시 관측된 고유 진동수와 고유 모드를 관측 데이터로 채택하여 손상부재의 위치를 찾고 손상정도를 추정한다. 마지막으로 수치해석 예를 통하여 제안된 해석법의 유효성을 밝힌다.

2. 2차원 트러스 구조물의 손상추정

2.1 확장 파라메트릭 사영필터

확장 파라메트릭 사영(Extended parametric projection)필터 이론^[5]은 선형 시스템을 대상으로 하는 파라메트릭 사영필터이론을 비선형 시스템에 적용시킨 필터 이론이며, 다음의 이산시간 확률시스템을 대상으로 한다.

상태방정식

$$Z_{t+1} = \Phi_t z_t + \Gamma_t w_t \quad (1)$$

관측방정식

$$y_t = M_t z_t + v_t, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

여기서 z_t, y_t, w_t, v_t 는 확률변수 벡터로서 각 t 시간 스텝에서의 상태벡터, 관측벡터, 시스템 잡음벡터 및 관측 잡음벡터이고 Φ_t 는 상태 遷移 행렬(state transition matrix), Γ_t 는 구동행렬(driving matrix), M_t 는 관측행렬(observation matrix)로 기지의 확정행렬로 한다. 확률변수 벡터의 통계적 성질을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} E\{z_0\} &= \bar{z}_0, \quad E\{w_t\} = E\{v_t\} = 0 \\ E\left\{\begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix}^T\right\} &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix} \delta_{tt} \\ E\{(z_0 - \bar{z}_0)(z_0 - \bar{z}_0)^T\} &= R_0 \\ E\{w_t z_0^T\} = E\{v_t z_0^T\} &= 0 \quad (t \geq 1) \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, E 는 기대치 연산기호, δ_{tt} 은 kronecker 델타이다. 이상의 선형화된 이산시간 확률시스템에 대한 확장 파라메트릭 사영필터는 다음과 같다.

<필터방정식>

$$\hat{z}_{t|t} = \hat{z}_{t|t-1} + B_t [y_t - M_t \hat{z}_{t|t-1}] \quad (4)$$

$$\hat{z}_{t+1|t} = \Phi_t \hat{z}_{t|t} \quad (5)$$

<Filter Gain>

$$B_t = M_t^T (M_t M_t^T + \gamma Q_t)^{-1}, \quad \gamma > 0 \quad (6)$$

< 추정오차의 공분산 행렬방정식 >

$$\begin{aligned} \hat{R}_{t/t} &= \hat{R}_{t/t-1} + B_t (M_t \hat{R}_{t/t-1} M_t^T + Q_t) B_t^T \\ &\quad - B_t M_t \hat{R}_{t/t-1} - \hat{R}_{t/t-1} M_t^T B_t^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{R}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t S_t T_t^T \quad (8)$$

<초기조건>

$$\hat{z}_{0/-1} = \bar{z}_0, \quad \hat{R}_{0/-1} = R_0 \quad (9)$$

여기서 $\hat{z}_{t/t}$ 는 t 스텝에서의 관측벡터 y_t 에 의해 얻어지는 z_t 의 추정치이고, γ 는 추정치의 최량근사 부분과 잡음부분 간의 균형을 조정하는 파라미터이다. $\hat{R}_{t/t}$ 는 $\hat{z}_{t/t}$ 의 추정오차 공분산행렬이다. 식(6)에서 알 수 있듯이 파라메트릭 사영필터에는 칼만 필터와 달리 Filter gain에 공분산 행렬 $\hat{R}_{t/t}$ 가 포함되어 있지 않다.

2.2 감도행렬의 계산

선형화에 대응하는 감도행렬 M_t 는 다음과 같다.

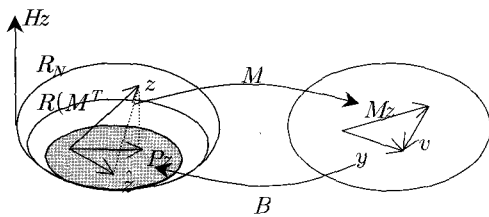
$$M_t = \left(-\frac{\partial m_t(z_t)}{\partial z_t} \right) \quad (10)$$

식(10)은 각 스텝의 Z_t 에 의존하기 때문에 필터링과정에서 반복 계산되어야 한다. 감도행렬의 성분은 차분근사에 의해 구하였다.

2.3 파라메트릭 사영필터

식(4)의 필터 방정식을 계산하기 위해서는 Filter Gain이 계산되어야 한다. 확장 칼만 필터에서는 위너(Wiener) 필터를 사용하였지만, 본 논문에서는 사

영필터를 변형한 파라메트릭 사영필터를 사용한다. 파라메트릭 사영필터는 사영필터의 제약 조건 $BM=P$ 을 완화한 필터이다. 즉 노이즈가 없는 경우의 추정량 \hat{z} 을 z 의 $R(M^T)$ 로 최량근사 P_z 로부터 약간 이동시킴으로서 노이즈가 있는 경우의 추정량의 흠어짐을 대폭 작게 할 수 있도록 한 것이다. [그림 1]은 파라메트릭 사영필터의 개념적 수리 모델을 나타낸 것이다.



<그림 1> 파라메트릭 사영필터의 수리 모델

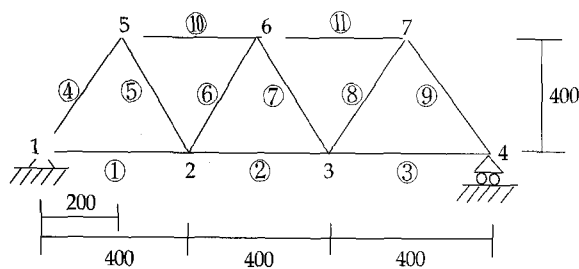
파라메트릭 사영필터는 다음과 같은 평가함수의 최소화로부터 얻을 수 있다.

$$J_{PF}(B) = \|BM - P\|^2 + \gamma E_v(\|B_v\|^2) \quad (11)$$

여기서, P 는 사영행렬을 나타내고 B 는 복원 사상으로서 파라메트릭 사영필터에 해당된다. γ 는 추정치의 최량근사 부분과 잡음부분 간의 균형을 조정하는 파라미터로서 $\gamma > 0$ 인 실수이다. 식(11)에서 제 1항은 사영에 관한 제약 조건 $BM=P$ 을 완화하기 위한 항이고 제 2항은 사영필터에서 노이즈의 흠어짐에 관한 항이다.

3. 수치해석 예

3.1 해석예제 1



<그림 2> 해석 모델 1

<표 1> Assumed damage rate

CASE	DAMAGED MEMBER		
	NO. 2	NO. 5	NO. 11
1	50%		
2		50%	
3	50%		50%
4	50%	50%	50%

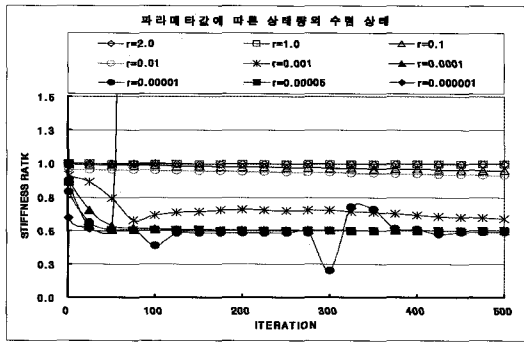
[그림 2]의 트러스 구조물을 해석 대상으로 하며 단면적 $A=10\text{cm}^2$, 영계수 $E=1000\text{kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho=0.00787\text{kg/cm}^3$ 이다. 관측 데이터는 일반적으로 구조물의 진동을 모니터링해서 얻은 계측데이터를 사용해야 하나 본 논문에서는 순해석에 의한 수치해를 측정 데이터로 사용하였다. 관측 데이터로서 고유진동수는 1차에서 3차까지의 3개의 고유진동수와 이에 대응하는 1차에서 3차까지의 고유모드에서 절점 2, 3의 x, y 방향 모드를 채택하였다. 파라메트릭 사영필터의 파라미터 γ 의 값은 $\gamma = 2.0, 1.0, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.00005, 0.000001$ 의 9가지 경우에 대해 가정하였다. 강성저하를 판단하는 강성비는 '손상 후 강성/손상 전 강성'으로 표시한다.

본 모델에서는 [표 1]에서와 같이 4가지의 손상 상태를 가정하였다. CASE 1과 CASE 2는 단일 부재 손상인 경우로서 부재 ②, ⑤가 각각 50%씩 손상된 경우이고 CASE3과 CASE4는 복수 부재 손상인 경우로서 부재 ②, ⑪ 이 각각 50%씩 손상되고 ②, ⑤, ⑪ 이 각각 50%씩 손상된 경우를 나타낸다.

손상추정을 위한 확률분포로 관측 잡음은 관측치의 30%를 표준편차로 하는 분포로 가정하고 초기조건으로 정상시의 강성을 초기 상태벡터로 한다. 또한 감도행렬 계산을 위한 초기치는 정상시의 30%의 손상으로 가정한다.

본 논문에서는 모든 γ 값에 대해서 각 Case 별로 손상추정을 하지 않고, 우선 Case 1에 대해서 각 γ 값별로 손상 부재의 수렴상태를 관찰하고 수렴정도가 가장 양호한 γ 값을 선택하여 각 Case 별로 손상 추정을 하였다.

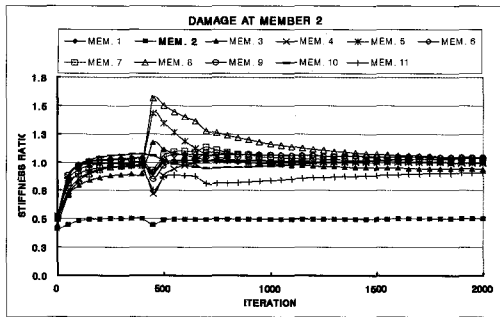
[그림 3]에서 알 수 있듯이 $\gamma = 2.0, 1.0, 0.1, 0.01$ 에서는 손상 추정이 거의 이루어지지 않고 $\gamma = 0.001, 0.00001$ 에서는 불안정한 면을 보이고 있으며



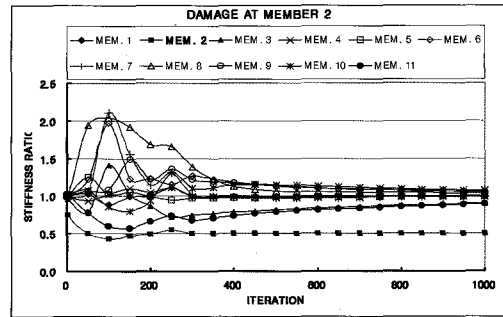
〈그림 3〉 Case 1에서 각 γ 값에 대한 손상부재의 상태량의 수렴 상태

있다. 따라서 $\gamma = 0.00005$ 의 경우에 대해서 각 Case 별로 상태량의 수렴 상황을 살펴보기로 한다. 여기서 가로축은 반복계산 횟수를 세로축은 손상전의 강성에 대한 추정된 강성비를 나타낸다.

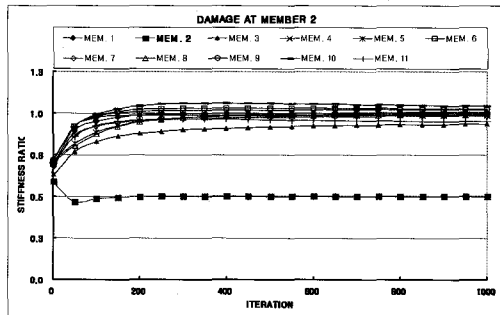
〔그림 4〕는 Case 1에 대해서 상태량의 초기치를 정상치의 50%, 70%, 90%로 가정하여 상태량의 수렴 상황을 나타낸 것이다. 여기서 관측데이터는 앞에서와 동일하다. 그림에서 알 수 있듯이 초기치가 정상치에서 멀어질수록 상태량의 수렴이 늦고 추정 오차가 커지는 것을 볼 수 있다.



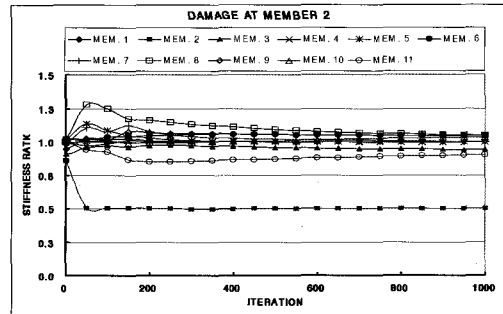
(a) 초기치를 정상치의 50%로 한 경우



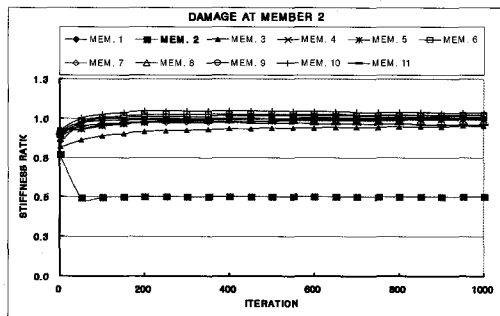
(a) 관측 잡음의 10%의 표준 편차



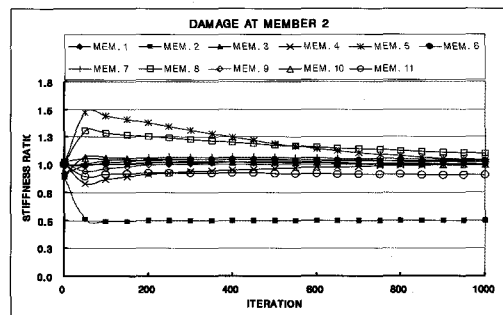
(b) 초기치를 정상치의 70%로 한 경우



(b) 관측 잡음의 30%의 표준 편차



(c) 초기치를 정상치의 90%로 한 경우



(c) 관측 잡음의 50%의 표준 편차

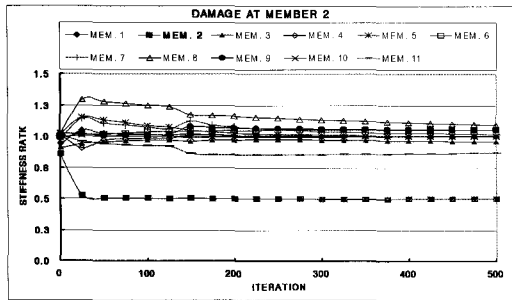
〈그림 4〉 Case 1에서 상태량의 초기치 변화에 따른 해의 수렴 상황 ($\gamma = 0.00005$)

〈그림 5〉 관측 잡음의 표준편차를 변화시킨 경우의 상태량의 수렴 상황 ($\gamma = 0.00005$)

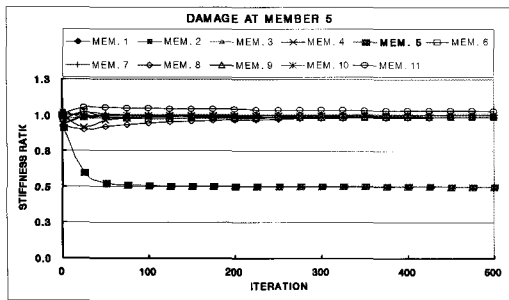
$\gamma = 0.000001$ 에서는 발산하였다. $\gamma = 0.00005$ 인 경우에서 손상 부재의 상태량의 수렴이 좋음을 볼 수

〔그림 5〕는 Case 1에 대해서 관측 데이터에 대한

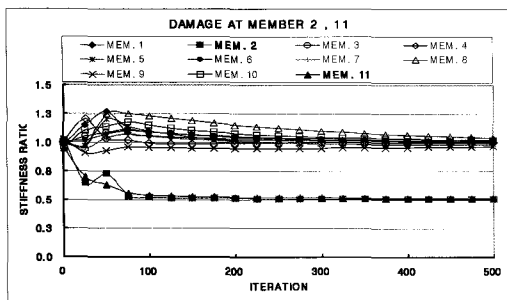
관측 잡음의 표준편차를 10%, 30%, 50% 씩 변화시켰을 때 상태량의 수렴성을 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 손상된 부재에 대한 상태량의 수렴은 표준 편차의 크기에 큰 영향 없이 안정적으로 이루어지지만 손상되지 않은 부재에 대해서는 표준 편차가 커질수록 상태량의 수렴속도가 늦고 추정오차가 커지는 것을 볼 수 있다.



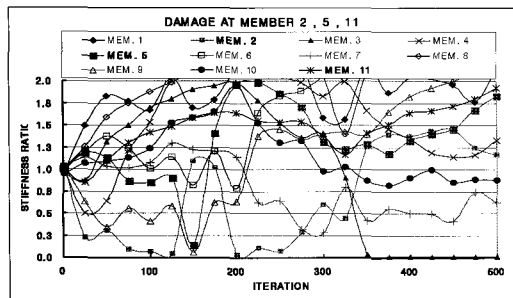
(a) Case 1



(b) Case 2



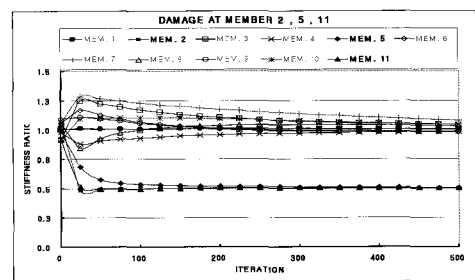
(c) Case 3



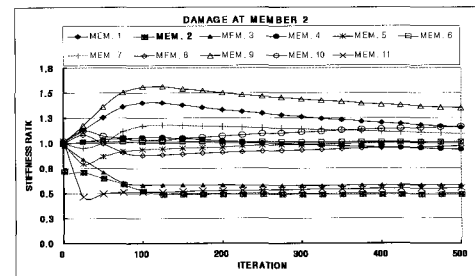
(d) Case 4

〈그림 6〉 각 Case별 상태량의 수렴 상태 ($\gamma=0.00005$)

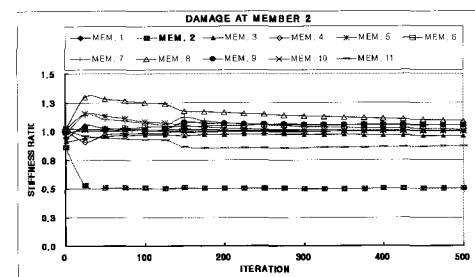
[그림 6]은 $\gamma=0.00005$ 인 경우에서 각 Case별 상태량의 수렴 상태를 나타낸 것이다. 단일 부재 손상인 경우에는 손상된 부재와 손상되지 않은 부재에 대한 상태량의 수렴이 안정적이지만, 복수 부재 손상인 경우 Case 4에서 상태량의 추정이 잘 이루어지지 않음을 볼 수 있다. 그러나 Case 4에 보조 정보량으로 절점 3에서의 x 방향 모드를 추가한 경우 [그림 7]에서 보는바와 같이 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재에 대한 상태량의 수렴 정도가 안정적으로 개선된 것을 볼 수 있다.



〈그림 7〉 Case 4에 보조 정보량으로 절점3의 x 방향 모드를 추가한 경우 ($\gamma=0.00005$)



(a) Kalman filter로 수행한 결과



(b) PPF 로 수행한 결과

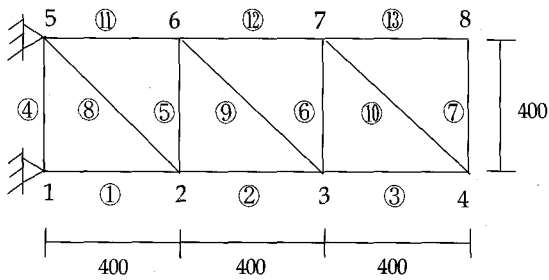
〈그림 8〉 Case 1에 대해 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터의 상태량의 수렴성 비교 ($\gamma=0.00005$)

[그림 8]은 Case 1에 대해서 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터의 상태량의 수렴성을 비교한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 파라메트릭 사영필터가 칼

만 필터보다 손상된 부재에 대한 상태량의 수렴은 빠르고 안정적이며 손상되지 않은 부재에 대한 상태량의 추정오차가 작게 나타나는 것을 볼 수 있다.

3.2 해석예제 2

[그림 9]의 트러스 구조물을 해석 대상으로 하며 단면적 $A=10cm^2$, 영계수 $E=1000kgf/cm^2$, 밀도 $p=0.00787kg/cm^3$ 이다. 관측 데이터로서 고유 진동수는 1차에서 3차까지의 3개의 고유 진동수와 이에 대응하는 1차에서 3차까지의 고유 모드에서 절점 2, 3, 4의 y 방향 모드를 채택하였다. 파라메트릭 사영필터의 파라메타 γ 의 값은 $\gamma = 2.0, 1.0, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001, 0.0000001$ 의 9가지 경우에 대해 가정하였다.



〈그림 9〉 해석 모델 2

〈표 2〉 Assumed damage rate

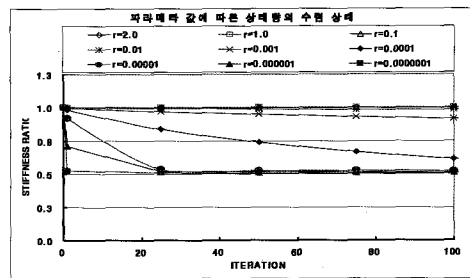
CASE	DAMAGED MEMBER		
	NO. 5	NO. 10	NO. 12
1	50%		
2		50%	
3	50%	50%	
4	30%	50%	70%

모델1과 마찬가지로 [표2]와 같이 4가지의 손상 상태를 가정하였다. CASE 1과 CASE 2는 단일 부재 손상인 경우로서 부재 ⑤, ⑩이 각각 50%씩 손상된 경우이고 CASE 3은 복수 부재 손상인 경우로서 부재 ⑤, ⑩이 50%씩 손상된 경우이다. 그리고 CASE 4는 ⑤, ⑩, ⑫가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상된 경우를 나타낸다.

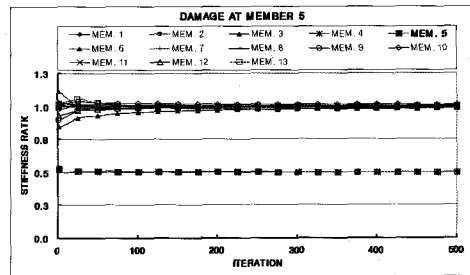
손상 추정을 위한 확률 분포의 가정은 모델 1과 같다. 모델 1에서와 마찬가지로 Case 1에 대해서 각 γ 값별로 손상 부재의 수렴상태를 관찰하고 수

렴정도가 가장 양호한 γ 값을 선택하여 각 Case 별로 손상 추정을 하였다.

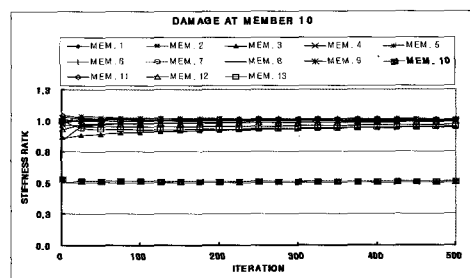
[그림 10]에서 볼 수 있듯이 γ 값이 작을수록 수렴 속도가 빠른 것을 알 수 있다. $\gamma=1.0 \times 10^{-7}$ 에서 손상된 부재에 대한 상태량의 수렴이 빠르고 오차가 가장 작으므로 $\gamma=1.0 \times 10^{-7}$ 을 선택하여 각 Case별로 상태량의 수렴 상황을 살펴보기로 한다.



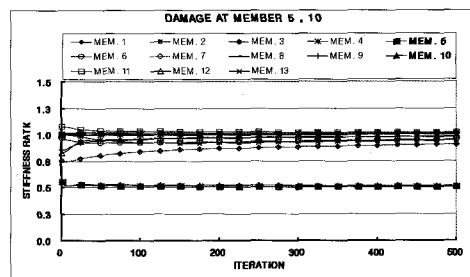
〈그림 10〉 Case 1에서 각 γ 값에 대한 손상부재의 상태량의 수렴 상태



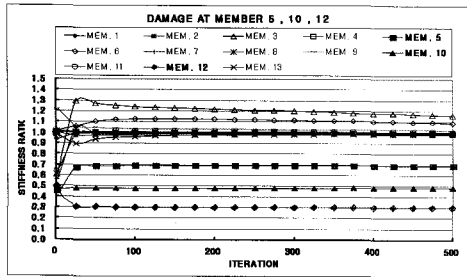
(a) Case 1



(b) Case 2



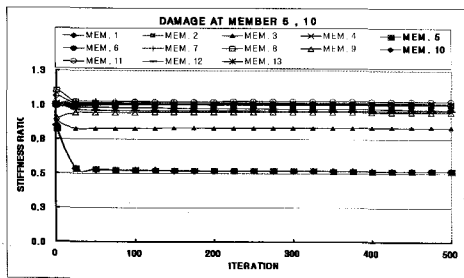
(c) Case 3



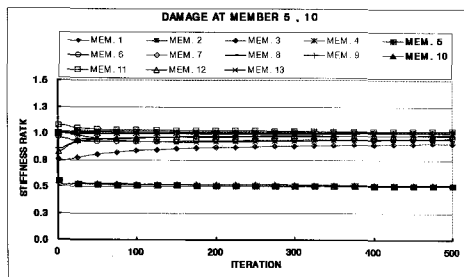
(d) Case 4

〈그림 11〉 각 Case별 상태량의 수렴 상태 ($\gamma=1.0 \times 10^{-7}$)

[그림 11]은 $\gamma=1.0 \times 10^{-7}$ 에서 각 Case별로 상태량의 수렴 상황을 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 단일 부재뿐만 아니라 복수 부재에 대한 상태량의 수렴이 빠르고 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.



(a) Kalman filter로 수행한 결과



(b) PPF로 수행한 결과

〈그림 12〉 Case 4에 대해서 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터의 상태량의 수렴성 비교 ($\gamma=1.0 \times 10^{-7}$)

[그림 12]는 Case 4에 대해서 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터의 상태량의 수렴성을 비교한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 파라메트릭 사영필터가 칼만 필터에 비해 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들에 대한 상태량의 수렴 속도가 빠르고 추정오차가 작음을 볼 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 사영필터를 변형한 파라메트릭 사영필터를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장하여 확장 파라메트릭 사영필터를 유도하고 이를 이용한 구조물의 손상 추정 역해석법 알고리즘을 제안하였다. 제안 해법의 유효성을 보이기 위해 2차원 트러스 구조물의 자유진동문제를 대상으로 하여 해석 예를 보였다. 우선, 파라메트릭 사영필터의 파라메타 γ 값을 9가지의 경우로 가정하고 각 γ 값별로 Case1에 대해서 상태량의 수렴 정도를 파악하여 수렴성이 양호한 γ 값을 대상으로 손상 추정을 수행하였다.

수행 결과 단일 부재 손상인 경우에는 손상된 부재와 손상되지 않은 부재에 대한 상태량의 수렴 속도가 빠르고 안정적이지만 복수 부재 손상인 경우에는 추정오차가 커지고 추정이 잘 이루어지지 않는 경우가 발생하였다. 하지만 보조 정보량으로 고유 모드를 추가한 경우 상태량의 수렴 정도가 안정적으로 개선되었다.

상태량의 초기치 변화에 따른 수렴성에 대한 정도는 정상치에서 멀어질수록 상태량의 추정과정이 불안정하거나 수렴이 늦고 추정오차가 커지는 것을 볼 수 있었다.

관측 데이터에 대한 관측 잡음의 표준편차를 변화시킨 경우 손상된 부재의 수렴속도에는 차이가 없었지만 손상되지 않은 부재에 대해서는 표준 편차가 클수록 상태량의 수렴속도가 늦고 추정오차가 커지는 것을 볼 수 있었다.

상태량의 수렴성에 대해서 칼만 필터와 비교한 결과 파라메트릭 사영필터가 칼만 필터보다 수렴이 빠르고 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재의 추정오차가 작음을 볼 수 있었다.

실제 상태량을 추정하는데 있어서 구조물의 손상 정도와 손상 위치를 모르기 때문에 손상 추정에 적절한 γ 값을 선택하기는 어렵다. 따라서 파라메트릭 사영필터를 이용한 효율적인 손상 추정을 위해서 손상 추정에 적절한 파라메타 γ 을 계산할 수 있는 해법에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

1. 서일교, "확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정", 대한건축학회 논문집, 제 15권 4호, 1999, pp. 3 - 12
2. 서일교, 임은지, 은희창, "사영필터이론을 이용한 트러스 구조물의 손상 검출", 濟州大學校尖端 技術研究所 論文集, 第13卷 1號, 2002, pp. 148 - 154
3. 片山 徹, 應用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983, p. 198
4. 西山 清, パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善株式会社, 1994, p. 171
5. 小川英光, "信號と 畫像の 復元[Ⅲ] (最適復元のための射影フィルタ族)", 電子情報通信學會 論文集, Vol. 71, No 7, 1988, pp. 739-748
6. Mohinder S. G, Augus P. A, Kalman Filtering Theory and Practice, Prentice hall, 1993, p. 382
7. 登坂宣好, "パラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いた大型浮遊式海洋建築物模型の損傷同定解析", 日本建築係論文集, 第559号, 2002, pp. 237-244