

# 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구

## The Configuration Optimization of Truss Structures

임 연 수<sup>1)</sup> · 최 병 한<sup>2)</sup> · 이 규 원<sup>3)</sup>

Lim, Youn Su · Choi, Byoung Han · Lee, Gyu Won

요 약 : 본 연구에서는 효율적인 형상최적화를 위해 다단계 분할기법으로 트러스 구조물의 형상 최적화를 시도하였다. 1단계에서는 단면적을 설계변수로 하여 중량, 또는 체적을 목적함수로 하고 다하중 재하조건 하의 거동제약조건과 부가적인 제약조건을 고려하여 비선형 최적화 문제를 형성한다. 이 비선형 계획문제를 축차 선형계획 문제로 변환하여 개선된 허용방향법으로 최적화하였다. 이때 필요한 도함수는 다른 연구와 달리 효율적이라고 알려진 거동공간법으로 구하였고, 최적화 과정 중 이를 이용하여 부재력을 근사화 함으로써 계산의 효율성을 높였다. 2단계에서는 형상 설계변수만을 고려한 무제약 최적화 문제로 형성한 후 일방향 탐사기법을 적용하여 형상을 최적화하였다. 이와 같이 구성된 본 연구의 알고리즘을 몇 가지 트러스 구조물에 적용하여 본 알고리즘의 적용성과 효율성 및 타당성을 증명하였다.

ABSTRACT : In this research, a multilevel decomposition technique to enhance the efficiency of the configuration optimization of truss structures was proposed. On the first level, the nonlinear programming problem was formulated considering cross-sectional areas as design variables, weight, or volume as objective function and behavior under multiloading condition as design constraint.

Said nonlinear programming problem was transformed into a sequential linear programming problem, which was effective in calculation through the approximation of member forces using behavior space approach. Such approach has proven to be efficient in sensitivity analysis and different from existing shape optimization studies. The modified method of feasible direction (MMFD) was used for the optimization process. On the second level, by treating only shape design variables, the optimum problem was transformed into an unconstrained optimal design problem. A unidirectional search technique was used. As numerical examples, some truss structures were applied to illustrate the applicability, efficiency, and validity of the formulated algorithm.

핵심어 : 다단계 분할기법, 개선된 허용방향법, 거동공간법

KEYWORDS : Multi-level decomposition technique, Modified method of feasible direction(MMFD), Behavior space approach

### 1. 서 론

구조물의 최적설계는 공학자들 사이에 많은 관심의 대상이 되어 이에 관한 연구가 상당히 진행되었다. 초기의 최적설계에 관한 연구의 대부분은 수학적 설계법(Mathematical programming method)이었으나 해의 수렴속도를 개선하기 위하여 최적설계 기준법(Optimality criteria method)을 도입하였다. 최근에는 보다 더 수렴속도를 향상시키고자 근사기법(Aproximation method)에 관한 연구(Schmit 등,

1974; Storaasli 등, 1974; Noor 등, 1975; Fleury 등, 1986; Fadel 등, 1990; Wang 등, 1995; Wang 등, 1996; Zhang 등, 1997; Chung 등, 2000)가 활발히 진행되고 있는 실정이다. 또한 지금까지 연구의 대부분은 소규모 구조물의 최적화이었으나 근래에는 구조물이 복잡해지고 대형화됨에 따라 대규모 구조물의 최적화에 관한 연구가 요청되고 있다. 그러나 대규모의 복잡한 구조물에 대한 형상이 고정된 경우의 최적화일지라도 설계변수와 제약조건식의 수가 많아지므로 이들을 고려한 설계공간에서 해를 구하기가 상당히 곤란

1) 정희원, 전북대학교 토목공학과 대학원 석사과정  
(Tel. 063-270-2425, Fax. 063-270-2421, E-mail: limyonsoo@hanmail.net)

2) 정희원, 전북대학교 토목공학과 강사, 공학박사(khan1020@shinburo.com)

3) 정희원, 전북대학교 토목공학과 교수, 공학박사 (lgywon@moak.chonbuk.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2004년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

하고, 때로는 막대한 설계시간이 요구되기도 하는 등의 많은 문제점을 지니고 있다.

그러므로 대규모 구조물의 형상최적화는 형상이 고정된 경우의 최적화보다는 설계공간이 대단히 증가하여 더욱 곤란함은 명백하다. 소규모 구조물일지라도 기하학적 형상을 고려한 최적화는 기하학적 형상이 고정된 경우의 최적화보다 설계변수 및 제약조건식의 수가 증가하고, 또한 형상최적화 문제는 수렴방법이 다른 두 종류의 설계변수가 결합된 고차의 비선형 최적화문제가 되며, 형상의 설계변수는 형상이 고정된 경우의 설계변수에 매개변수로 되어 최적화 과정 중에 상당한 회수의 구조 재해석이 필요함을 상기하면 대형 구조물의 형상최적화는 상당한 시간이 요구 된다는 사실을 알 수 있다.

따라서 이러한 대규모의 복잡한 구조물을 효율적으로 최적화하기 위해서는 전 최적화문제를 독립된 여러 개의 작은 부분 최적화문제(Sub-optimal problem)로 분할하여 이 부분 최적화문제의 해를 독립적으로 구함으로써 전 최적화문제의 최적해가 효율적으로 얻어지는 다단계 분할 최적화기법에 관한 연구의 출현은(Pedersen,1971; 이규원 등, 1986; 이규원 등, 1990; 이규원 등,1991; 이규원 등, 1992; 이규원 등, 1995; 이규원 등, 1996; 이규원 등, 2001) 당연한 현상이라고 하겠다.

본 연구의 다단계 분할 최적화기법의 제 1단계에서는 비선형계획 최적화문제를 축차 선형계획 문제로 변환하여 개선된 허용방향법(Modified Method of Feasible Directions: MMFD)으로 단면 최적화를 수행한다. 이때 본 연구에서는 기존의 연구와 달리 민감도해석(Sensitivity analysis)에 효율적이라고 알려진 거동공간법(Behavior space approach) (Arroa 등, 1976; Haug 등, 1978; Arroa 등, 1979)을 이용하여 필요한 도함수를 구하며, 또한 최적화 과정 중 이를 이용한 부재력의 근사화로 구조해석의 수를 줄여 계산의 효율을 높이고, 제 2단계에서는 형상 설계변수만을 고려하여 간편한 무제약 최적화 문제를 형성함으로써 다단계 분할기법에 의한 트러스 구조물 형상최적화의 효율성을 높이는데 그 목적이 있다.

## 2. 연구방법

### 2.1 연구내용

지금까지의 다단계 분할기법에는 모델조정법(Model coordination method)(Kirch, 1975; 이규원, 1980)과 고울조정법(Goal coordination method)(Kirch,1975) 및 혼합조정법(이규원 등,1991)이 있다. 모델조정법은 수렴방법이

다른 설계변수를 각각 분리하여 독립적으로 최적화하는 방법 이므로 성질이 다른 두 종류의 설계변수로 결합되어 있는 최적화문제의 해를 효율적으로 구할 수 있는 방법이다. 고울조정법은 구조물을 분리, 독립적으로 구조물의 결합조건식 (Interaction-balance Condition)이 만족할 때까지 최적화를 실시하는 방법으로 설계변수 및 제약조건식의 수를 크게 감소시킬 수 있는 장점이 있으나 각 부분 구조물의 최적 해에 큰 영향을 미치는 제약조건식, 즉 변위제약을 고려하는 최적화 문제에는 이 방법을 적용하기가 어렵다. 그리고 혼합조정법은 성질이 다른 두 종류의 설계변수를 분리해서 최적화를 실시할 수 있는 모델조정법의 장점과 구조물을 분할하여 얻은 각 부분 구조물을 독립적으로 최적화를 실시하여 설계변수의 수 및 제약조건식의 수를 축소시킬 수 있는 고울조정법의 장점을 취하고 있으나 이 방법도 구조물을 분할하므로 고울조정법과 마찬가지로의 단점을 가지고 있다. 따라서 고울조정법 및 혼합조정법은 변위제약을 고려하기가 곤란하므로 본 연구에서는 모델 조정법으로 트러스 구조물의 형상최적화를 수행하고자 한다.

본 연구의 제 1단계에서는 단면적을 설계변수로 하며 목적함수로 구조물의 중량, 또는 체적함수를 고려하고 다재하 조건하의 제약조건으로는 거동제약조건 및 부가적인 설계변수의 상,하한치를 고려한 비선형 최적화문제를 형성, 이를 축차 선형계획 문제로 변환한다. 이에 활성화 제약조건(Active Constraints)만을 고려하는 개선된 허용방향법을 적용한다. 최적화 과정에서는 거동공간법으로 필요한 도함수를 계산하고, 이를 이용하여 부재력을 근사화 함으로써 최적화에 필요한 구조해석의 수를 줄이고, 제2단계에서는 형상 설계변수만 고려함으로써 최적화의 과정이 간편한 무제약 최적화문제를 형성하여 일방향 탐사기법으로 최적화를 수행함으로써 타의 연구에 비하여 적은 구조해석으로 트러스 구조물의 최적 형상을 용이하게 구할 수 있다.

본 연구에서는 이상과 같이 성질이 다른 설계변수를 각각 분리하고, 효율적인 민감도해석을 이용한 다단계 분할기법을 트러스 구조물에 적용하여 본 기법의 적용성과 효율성 및 타당성을 분석한다.

### 2.2 다단계 분할 형상최적화 기법

본 연구의 다단계 최적화기법은 다음과 같다.

#### 2.2.1 제 1단계 최적화 문제 형식

본 연구의 제1단계에서는 부재의 단면적을 설계변수로 하고 목적함수는 중량 또는 체적함수로, 제약조건식으로는 응력 및 변위제약을 고려한다. 거동공간법으로 민감도를 해석하여 비

선형계획 문제를 축차 선형계획 문제로 변환하며, 또한 민감도를 이용하여 최적화 과정 중 부재력을 근사화한다.

Minimize

$$M_1(\delta A) = Weight = [\rho]\{A_0\}\{L\} + [\rho]\{\delta A\}^T\{L\} \quad (1)$$

Subject to :

$$\frac{[B]\{F\}}{\{\sigma_{ta}\}} - 1.0 \leq 0 \quad (2)$$

$$\frac{[B]\{F\}}{\{\sigma_{ca}\}} - 1.0 \leq 0 \quad (3)$$

$$\{u\}_L \leq \{u\} \leq \{u\}_U \quad (4)$$

$$\{\delta A\}_L \leq \{\delta A\} \leq \{\delta A\}_U \quad (5)$$

여기서,

$$[\rho] = \begin{bmatrix} \rho_1 & & & & & \\ & \cdot & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & \rho_m \end{bmatrix} : \text{단위중량행렬}$$

\{L\} : 부재 길이 행렬

\{\delta A\} = (\{A\} - \{A\_0\})

\{A\} : 설계변수 행렬

\{A\_0\} : 설계변수 \{A\}의 초기치 행렬

\{\sigma\_{ta}\} : 허용 인장응력 행렬

\{\sigma\_{ca}\} : 허용 압축응력 행렬

\{\delta A\}\_L : \{\delta A\}의 하한치

\{\delta A\}\_U : \{\delta A\}의 상한치

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & & & & & \\ & \cdot & & & & \\ & & \frac{1}{A_i} & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & \frac{1}{A_m} \end{bmatrix}$$

A<sub>i</sub> : i 부재의 단면적

\{u\} = \{u\_0\} + [\nabla u]\{\delta A\} : 변위 행렬

\{u\_0\} : \{A\_0\}에서의 변위행렬

$$[\nabla u] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial u_1}{\partial A_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial u_n}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial u_n}{\partial A_m} \end{bmatrix}$$

Taylor급수의 1차항만 고려하여 \{A\_0\}근방에서 부재력 \{F\}를 다음과 같이 근사화한다.

$$\{F\} = \{F_0\} + [\nabla F](\{A\} - \{A_0\}) = \{F_0\} + [\nabla F]\delta A \quad (6)$$

여기서, \{F\_0\} : \{A\_0\}에서의 부재력행렬

$$[\nabla F] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \{F_1\}}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial \{F_1\}}{\partial A_i} & \dots & \frac{\partial \{F_1\}}{\partial A_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \{F_j\}}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial \{F_j\}}{\partial A_i} & \dots & \frac{\partial \{F_j\}}{\partial A_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \{F_m\}}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial \{F_m\}}{\partial A_i} & \dots & \frac{\partial \{F_m\}}{\partial A_m} \end{bmatrix}$$

$$= [\frac{\partial \{F\}}{\partial A_1} \dots \frac{\partial \{F\}}{\partial A_i} \dots \frac{\partial \{F\}}{\partial A_m}] \quad (7)$$

여기서,

$$\frac{\partial \{F\}}{\partial A_i} = \frac{\partial [k]}{\partial A_i} [\beta]\{u\} + [k][\beta] \frac{\partial \{u\}}{\partial A_i} \quad (8)$$

여기서,

[k] : 부재 강성행렬

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA_1}{L_1} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \frac{EA_i}{L_i} & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{EA_m}{L_m} \end{bmatrix}$$

[\beta] : 위상연결관계 행렬

식(4) 및 식(8)의 변위구배  $\frac{\partial \{u\}}{\partial A_i}$ 는 다음과 같이 거동공간법에 의해 계산한다.

2.2.1.1 거동 공간법에 의한 민감도 해석

변위  $\{u\}$ 을 독립변수로 하고 설계변수의 변분의 향으로  $\{u\}$ 의 변분을 나타내도록 수반관계(Adjoint Relationship)를 도입한다. 변위  $\{u\}$ 와 설계변수  $\{X\}$ 를 독립변수라 하면 제약조건식  $g_j(\{X\}, \{u\})$ 의 제 1변분(1차의 변화량)은 다음 식과 같이 된다.

$$\delta g_j = \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\}^T \{\delta X\} + \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}^T \{\delta u\} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\}^T &= \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial g_j}{\partial X_n} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}^T &= \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u_1}, \dots, \frac{\partial g_j}{\partial u_M} \right\} \\ \{\delta X\}^T &= \{\delta X_1, \dots, \delta X_n\} \\ \{\delta u\}^T &= \{\delta u_1, \dots, \delta u_M\} \end{aligned} \quad (10)$$

도함수  $\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\}, \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}$ 는 주어진 설계변수의 값  $\{X^*\}$ (이에 대응한 변위의 값  $\{u^*\}$ )에서 계산된다.

또한  $\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}^T \{\delta u\}$ 은  $\{\delta X\}$ 의 함수로서 나타내지기 때문에 벡터 변위의 1차 변화량  $\{\delta u\}$ 은 소거할 수 있으므로 식(9)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta g_j = \{\nabla g_j\}^T \{\delta X\} \quad (11)$$

여기서,

$$\{\nabla g_j\}^T = \left\{ \frac{dg_j}{dX_1}, \dots, \frac{dg_j}{dX_n} \right\} \quad (12)$$

이 값은 제약조건식  $g_j$ 에 대응한 수반변수벡터(Adjoint Variable Vector)  $\{\xi_j\}$ 를 도입하면 수반변수벡터는 다음 식의 해로서 정의된다.

$$[k]\{\xi_j\} = \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\} \quad (13)$$

여기서,  $\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}$ 은 식(10)에서 주어졌으며 만약  $g_j \equiv u_j$

이라면  $\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\} = \{I_j\}$ 이므로 식(13)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K]\{\xi_j\} = \{I_j\} \quad (14)$$

여기서,  $\{I_j\}$ 는  $j$ 번째에서 1이고 그 외의 요소들은 모두 영인 벡터이다.

변위법에 의한 평형방정식은 다음과 같다.

$$[K]\{u\} = \{R\} \quad (15)$$

여기서,  $[K] = [\beta]^T [k] [\beta]$  : 구조물의 강성 행렬  
 $\{R\}$  : 작용하중 행렬

식(15)의 양변의 제 1변분을 취하면 다음과 같다.

$$[K]\{\delta u\} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{u\} \delta X_i = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial R}{\partial X_i} \right\} \delta X_i \quad (16)$$

이때 행렬  $[H]$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\begin{aligned} [H] \equiv & \left[ \left\{ \frac{\partial R}{\partial X_1} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\partial R}{\partial X_n} \right\} \right] \\ & - \left[ \left[ \frac{\partial K}{\partial X_1} \right] \{u\}, \dots, \left[ \frac{\partial K}{\partial X_n} \right] \{u\} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

식(16)은 다음과 같이 된다.

$$[K]\{\delta u\} = [H]\{\delta X\} \quad (18)$$

$\{\xi_j\}^T$ 로 식(13)을 곱하여 식(13)을 식(18)에 대입하면  $[K]$ 는 대칭이기 때문에 다음 식이 얻어진다.

$$\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial u} \right\}^T \{\delta u\} = \{\xi_j\}^T [H] \{\delta X\} \quad (19)$$

식(19)을 식(9)에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$\delta g_j = \left( \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\}^T + \{\xi_j\}^T [H] \right) \{\delta X\} \quad (20)$$

이 결과와 식(11)을 비교하면  $\{\nabla g_j\}$ 에 대하여 다음 식이 얻어진다.

$$\{\nabla g_j\}^T = \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\}^T + \{\xi_j\}^T [H] \quad (21)$$

$g_i \equiv u_j$ 로 가정하면  $\left\{ \frac{\partial g_j}{\partial X} \right\} = \{0\}$ 이므로 식(21)로부터 변위구배 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\nabla u_j\}^T = \{\xi_j\}^T [H] \quad (22)$$

### 2.2.2 제 2단계 최적화문제 형식

본 연구의 제 2단계에서는 형상변수를 설계변수로 하고 목적함수는 중량 또는 체적함수로 하여 다음과 같은 무제약 최적화문제를 형성한다. 이를 일방향 탐사기법으로 형상최적화를 수행한다.

Minimize :

$$M_2(Y) = Weight = [\rho] \{A^*\}^T \{L(Y)\} \quad (23)$$

$$\text{Subject to : } \{Y\}_L \leq \{Y\} \leq \{Y\}_U \quad (24)$$

$\{A^*\}$  : 제1단계에서 구한 설계변수 행렬

$\{Y\}$  : 형상 설계변수 행렬

$\{Y\}_L$  : 형상 설계변수 하한치 행렬

$\{Y\}_U$  : 형상 설계변수 상한치 행렬

### 2.3 최적화 알고리즘

2단계 분할 최적화로 구성되어있는 본 연구의 최적화 알고리즘은 그림 1에서 보여주며 다음과 같이 요약된다.

Step 1 : 제 1단계 분할 최적화 문제에 설계변수 및 조정 변수의 초기치 부여

Step 2 : 구조해석

Step 3 : 민감도해석에 의거하여 부재력 근사화

Step 4 : 제 1단계 분할 최적화문제의 최적 해를 개선된 허용 방향법에 의해 구한다.

Step 5 : 제 1단계 최적해가 수렴하면 Step 6으로 진행, 그렇지 않으면 Step 2로 진행 한다.

Step 6 : 제 2단계 분할최적화 문제의 최적 해를 Powell 법의 일방향 탐사법에 의해 구한다.

Step 7 : 목적함수값이 수렴하거나 또는 허용반복회수에 도달하면 중지하고, 그렇지 않으면 Step 2로 진행하며 반복회수는  $K=K+1$ 로 한다.

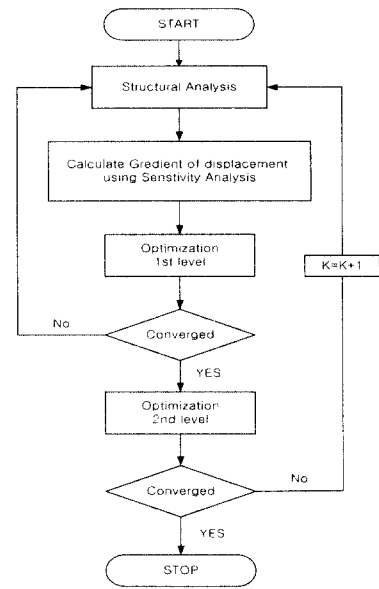


그림 1. 최적화 과정의 흐름도

### 3. 수치 예

본 연구에서 제안된 알고리즘을 최적화 문헌에서 자주 이용되는 3개의 트러스 구조물에 적용하여, 본 알고리즘의 적용성과 효율성 및 유용성을 분석하고자 한다.

#### 3.1 2부재 트러스 구조물

그림 2와 같은 2부재 트러스의 설계조건은 표 1과 같으며, 최적해 과정의 결과치는 표 2와 같고, 표 2로부터 반복회수에 따른 목적함수 값은 그림 3, 최적형상은 그림 4와 같으며, 또한 타의 연구 결과 치와 본 연구의 결과 치의 비교는 표 3과 같다.

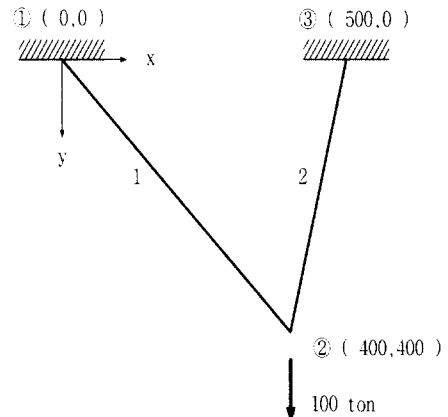


그림 2. 2부재 적용 구조 모형

표 1. 2부재 트러스의 설계조건 (문헌 5,8,10)

설계조건		
재하조건(절점2)		100ton
제약조건	허용응력	1400kg/cm <sup>2</sup>
	변위제약(절점2)	0.25cm
탄성계수		2100000kg/cm <sup>2</sup>

표 2. 2부재 트러스의 설계 결과치

	부재 (cm <sup>2</sup> )		형상 (cm)		목적함수(cm <sup>3</sup> )
	1	2	X	Y	
초기치	50	50	400.00	400.00	48899.80
형상 고정	26.9011	78.36613	400.00	400.00	47528.75
1 회 반복	33.3484	67.5878	400.00	205.00	30405.24
2 회 반복	34.2452	67.0665	400.00	201.07	30387.19

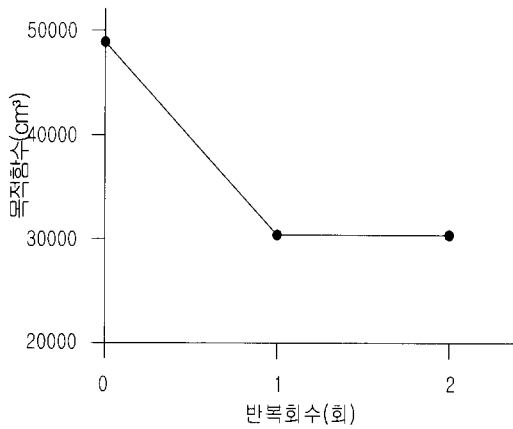


그림 3. 2부재 트러스의 반복회수에 따른 목적함수 (cm<sup>3</sup>)

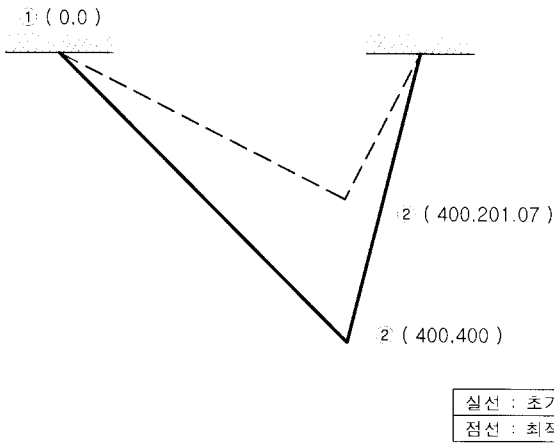


그림 4. 2부재 트러스의 최적 형상

표 3. 2부재 트러스의 타 연구와 비교

비교내용	문헌 5	문헌 8	문헌 10	본 연구
목적함수(cm <sup>3</sup> )	30476.19	30476.19	30459.27	30387.19
최적형상(cm)	200.00	200.00	200.07	201.07
구조해석의 수(회)	N/A	N/A	3	2

\* N/A : No Account

### 3.2 7부재 트러스 구조물

그림 5와 같은 7부재 트러스의 설계조건은 표 4와 같으며, 최적해 과정의 결과치는 표 5와 같고, 표 5로부터 반복회수에 따른 목적함수 값은 그림 6, 최적형상은 그림 7과 같으며, 또한 타의 연구 결과 치와 본 연구의 결과 치의 비교는 표 6과 같다.

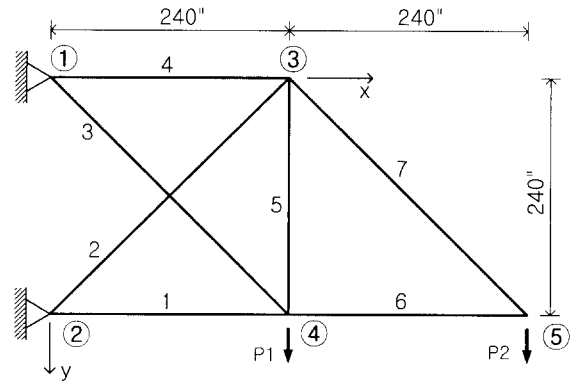


그림 5. 7부재 트러스의 적용 구조 모형

표 4. 7부재 트러스의 설계조건 (문헌 6,10,22)

설계조건		X방향	Y방향
제1재하조건	절점4	0.	40.0(kips)
제2재하조건	절점5	0.	40.0(kips)
제약조건	허용응력(압축)	15 (ksi)	
	허용응력(인장)	20 (ksi)	
	변위제약 (Y방향 절점5)	30 (in)	
탄성계수		1000 (ksi)	

표 5. 7부재 트러스의 설계 결과치

설계변수	초기치	형상고정	반복회수			
			1회	2회	3회	
부재 (in <sup>2</sup> )	1	3.846	2.6108	2.9376	2.7385	2.6995
	2	3.846	0.0749	0.0100	0.0100	0.0100
	3	3.846	3.5312	2.8371	2.4855	2.4669
	4	3.846	5.0560	5.0307	5.1734	5.2116
	5	3.846	0.3594	0.3949	0.3999	0.4003
	6	3.846	2.5499	2.9388	2.7240	2.6899
	7	3.846	3.6142	3.7809	3.9751	4.0116
형상 (in)	X3	240.00	240.00	240.00	269.10	270.69
	Y3	240.00	240.00	203.18	189.16	189.61
목적함수 (in <sup>3</sup> )		7608.28	4988.93	4796.55	4738.19	4737.45

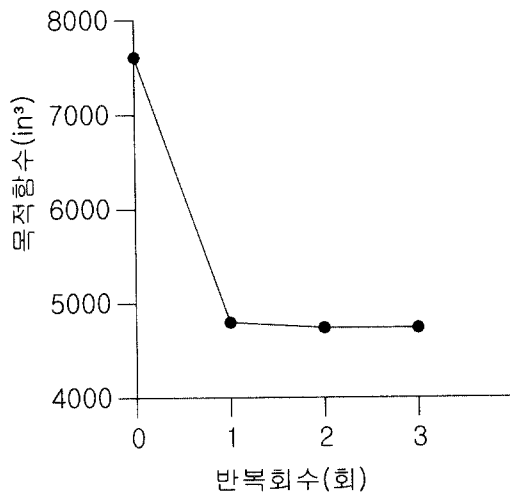


그림 6. 7부재 트러스의 반복회수에 따른 목적함수(in³)

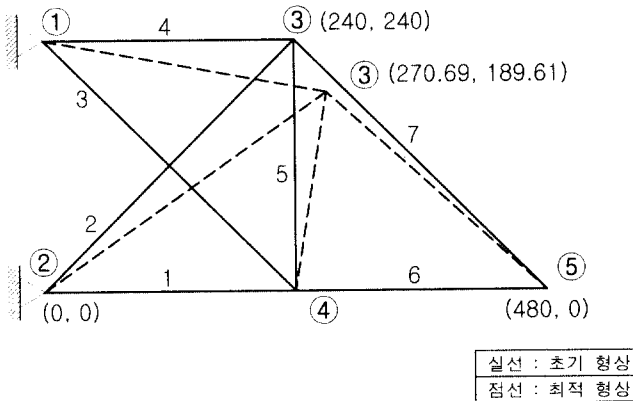


그림 7. 7부재 트러스의 최적 형상

표 6. 7부재 트러스의 타 연구와 비교

비교내용	문헌 6	문헌 10	문헌 22	본 연구
목적함수 (in³)	5074.56	5033.56	5303.96	4737.45
최적형상 (in)	X3	389.95	334.89	270.69
	Y3	159.46	181.37	189.61
구조해석의 수(회)	N/A	3	N/A	3

### 3.3 18부재 트러스 구조물

그림 8과 같은 18부재 트러스의 설계조건은 표 7에 수록하였다.

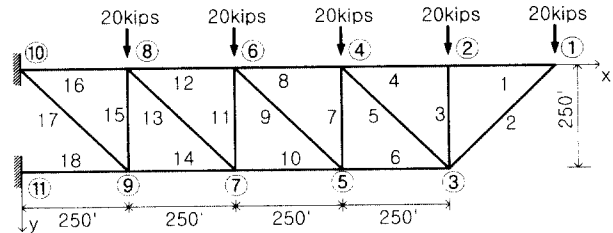


그림 8. 18부재 트러스의 적용 구조 모형

표 7. 18부재 트러스의 설계조건 (문헌 5,14,17)

설계조건	Case 1		Case 2	
	X방향	Y방향	X방향	Y방향
재하조건 (절점1)	0.	20.0(kips)	0.	20.0(kips)
(절점2)	0.	20.0(kips)	0.	20.0(kips)
(절점4)	0.	20.0(kips)	0.	20.0(kips)
(절점6)	0.	20.0(kips)	0.	20.0(kips)
(절점8)	0.	20.0(kips)	0.	20.0(kips)
제약조건	허용응력 (압축·인장) 20 (ksi)			
조건	허용응력 (압축·인장)		EULER의 좌굴응력(ksi)	
탄성계수	10000(ksi)			
단위중량	0.1(lb/in³)			

#### 3.3.1 Case 1

설계조건 Case 1에 대한 결과치는 표 8과 같고, 표 8로부터 반복회수에 따른 목적함수 값은 그림 9, 최적형상은 그림 10과 같으며, 또한 타의 연구 결과 치와 본 연구의 결과 치의 비교는 표 9와 같다.

표 8. 18부재 트러스의 설계 결과치(Case 1)

설계변수	초기치	형상 고정	반복회수		
			1회	2회	3회
A1(A4, A8, A12, A16)	10.00	10.00	10.10	10.23	10.26
A2(A6, A10, A14, A18)	21.65	15.00	15.00	15.01	15.02
A3(A7, A11, A15)	12.50	5.00	3.55	2.55	2.51
A5(A9, A13, A17)	7.07	7.07	6.79	6.47	6.47
단위(in²)					
X3	1000.00	1000.00	798.21	698.21	703.76
Y3	0.00	0.00	102.65	121.24	121.24
X5	750.00	750.00	563.80	522.67	530.10
Y5	0.00	0.00	75.36	78.66	80.06
X7	500.00	500.00	322.85	319.44	314.73
Y7	0.00	0.00	26.77	26.77	26.27
X9	250.00	250.00	255.00	261.74	266.74
Y9	0.00	0.00	5.00	11.10	13.38
단위(in)					
목적함수 값(lb)	6436.29	4780.33	4186.94	4069.93	4052.76

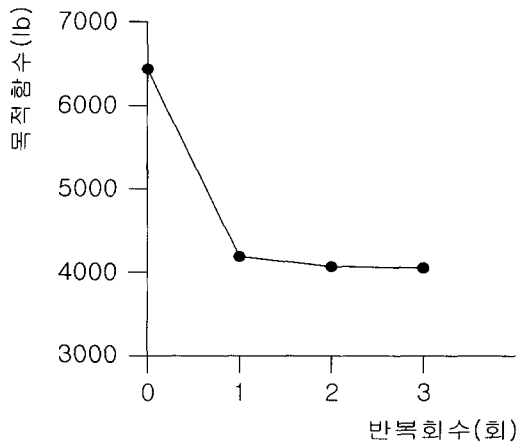


그림 9. 18부재 트러스의 반복회수에 따른 목적함수(lb) (Case 1)

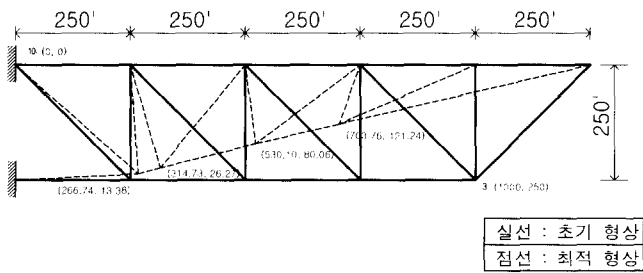


그림 10. 18부재 트러스의 최적 형상 (Case 1)

표 9. 18부재 트러스의 타 연구와 비교 (Case 1)

설계변수	초기치	최적해			
		본연구	문헌 5	Felix (문헌:14)	Hansen (문헌:17)
A1(A4, A8, A12, A16)	10.00	10.26	10.32	11.05	10.70
A2(A6, A10, A14, A18)	21.65	15.02	15.02	15.07	15.19
A3(A7, A11, A15)	12.50	2.51	2.53	4.54	1.94
A5(A9, A13, A17)	7.07	6.33	6.28	5.33	5.19
단위(in <sup>2</sup> )					
X3	1000.00	703.76	748.99	991.17	881.42
Y3	0.00	121.24	110.12	19.68	178.76
X5	750.00	530.10	539.52	745.88	628.90
Y5	0.00	80.06	156.00	15.12	124.92
X7	500.00	314.73	317.37	494.61	390.54
Y7	0.00	26.27	221.56	34.53	66.79
X9	250.00	266.74	262.86	249.54	313.16
Y9	0.00	13.38	235.90	23.60	45.03
단위(in)					
목적함수 값(lb)	6436.29	4052.76	4016.8	4524.70	3906.80
구조해석의 수(회)		3	N/A	59	8

### 3.3.2 Case 2

설계조건 Case 2에 대한 결과치는 표 10과 같고, 표 10으로부터 반복회수에 따른 목적함수 값은 그림 11, 최적형상은 그림 12와 같으며, 또한 타의 연구 결과 치와 본 연구의 결과치의 비교는 표 11과 같다.

표 10. 18부재 트러스의 설계 결과치 (Case 2)

설계변수	초기치	형상 고정	반복회수		
			1회	2회	3회
A1(A4, A8, A12, A16)	10.00	10.00	9.93	9.95	9.94
A2(A6, A10, A14, A18)	21.65	15.00	15.00	15.00	15.00
A3(A7, A11, A15)	12.50	5.00	3.43	2.48	2.48
A5(A9, A13, A17)	7.07	7.07	7.49	7.73	7.73
단위(in <sup>2</sup> )					
X3	1000.00	1000.00	798.90	798.90	798.90
Y3	0.00	0.00	111.3	161.30	161.30
X5	750.00	750.00	562.11	523.73	523.73
Y5	0.00	0.00	79.58	97.86	97.86
X7	500.00	500.00	326.21	326.21	326.21
Y7	0.00	0.00	26.79	28.54	28.54
X9	250.00	250.00	255.00	252.16	252.16
Y9	0.00	0.00	0.65	-0.26	-0.30
단위(in)					
목적함수 값(lb)	6436.29	4780.33	4175.28	4022.56	4022.55

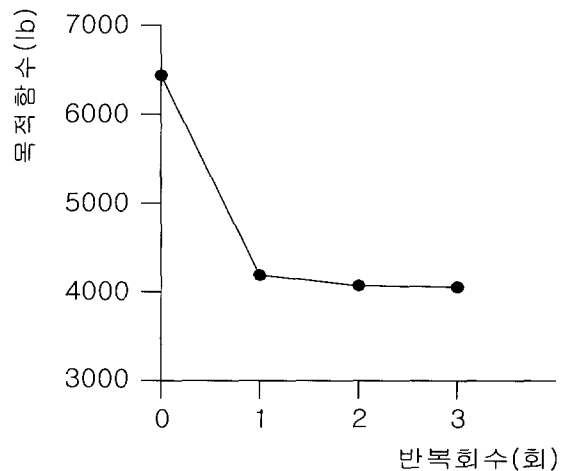


그림 11. 18부재 트러스의 반복회수에 따른 목적함수(lb) (Case 2)



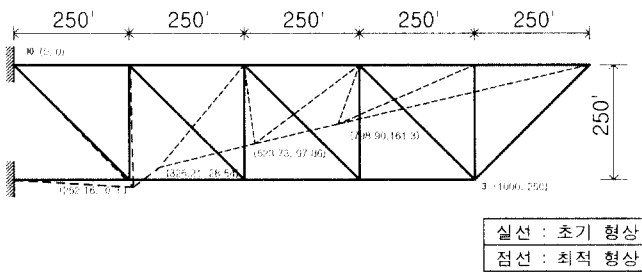


그림 12. 18부재 트러스의 최적 형상 (Case 2)

표 11. 18부재 트러스의 타 연구와 비교 (Case 2)

설계변수	초기치	최적해			
		본연구	문헌 5	Felix (문헌:14)	Hansen (문헌:17)
A1(A4,A8, A12, A16)	10.00	9.94	9.79	11.34	12.76
A2(A6,A10, A14, A18)	21.65	15.00	15.00	19.28	17.77
A3(A7,A11 A15)	12.50	2.48	2.91	10.97	5.55
A5(A9,A13, A17)	7.07	7.73	7.26	5.30	3.26
단위(in <sup>2</sup> )					
X3	1000.00	798.90	801.62	994.57	881.42
Y3	0.00	111.3	162.90	162.31	178.76
X5	750.00	562.11	563.75	747.36	628.90
Y5	0.00	79.58	116.10	102.92	124.92
X7	500.00	326.21	329.76	482.90	390.54
Y7	0.00	26.79	27.38	32.96	66.79
X9	250.00	255.00	263.20	221.71	313.16
Y9	0.00	0.65	0.00	17.10	45.03
단위(in)					
목적함수 값(lb)	6436.29	4022.55	4053.70	5713.00	4505.00
구조해석의 수(회)		3	3	78	8

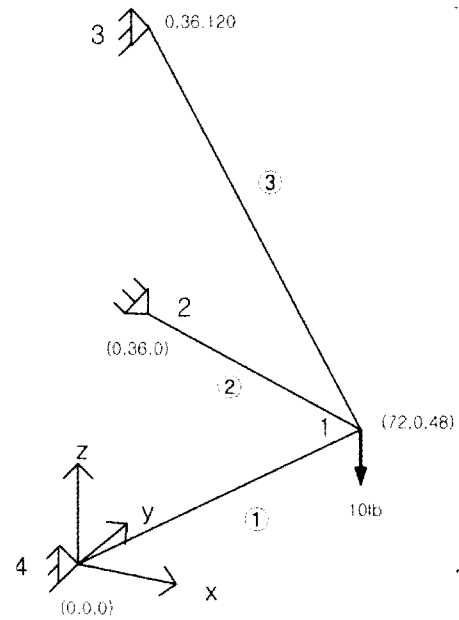


그림 13. 3부재 입체 트러스 적용 구조 모형

표 12. 3부재 입체 트러스의 설계조건

설계조건	
재하조건(절점1)	1000lb
제약조건	허용응력 10ksi
탄성계수	1200000psi

표 13. 3부재 입체 트러스의 설계 결과치(Y방향 고정)

설계변수	초기치	형상고정	반복회수	
			1회	2회
부재 (in <sup>2</sup> )	1	100	77.32	50.04
	2	100	8.07	0.00
	3	100	85.67	58.32
형상 (in)	X	72.0	72.0	2.00
	Z	48.0	48.0	60.02
목적함수 (in <sup>3</sup> )	27503.2	16592.6	7086.75	7086.75

### 3.4 3부재 입체 트러스

그림 13과 같은 3부재 입체 트러스의 설계조건은 표 12와 같으며, 최적해 과정의 결과치는 표 13과 같고, 표 13으로부터 반복회수에 따른 목적함수 값은 그림 14, 최적형상은 그림 15와 같다.

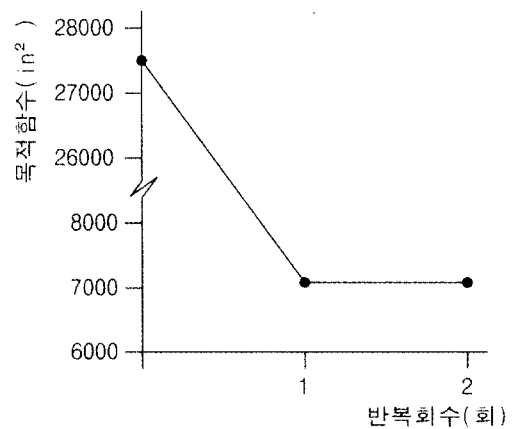


그림 14. 3부재 입체 트러스의 반복회수에 따른 목적함수 (in<sup>3</sup>)

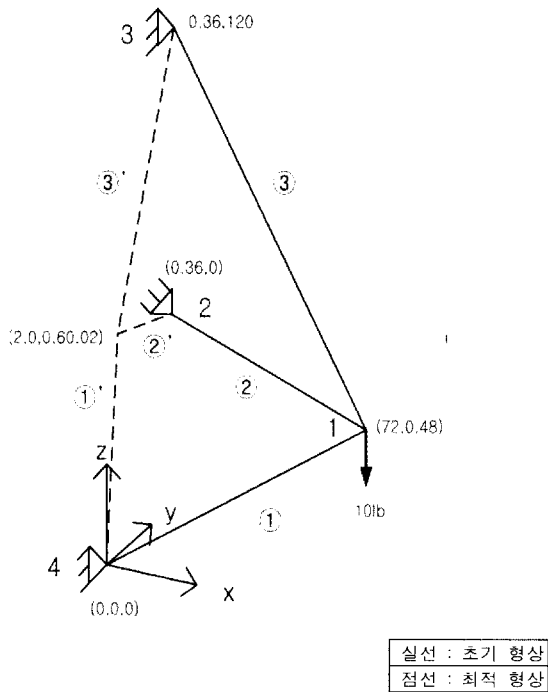


그림 15. 3부재 입체 트러스의 최적 형상

4. 결과 분석

예제를 통하여 분석한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 트러스 구조물 수치 예로부터 타의 연구 결과 치와 본 연구 결과치는 약간의 차이가 있음을 표 3, 6, 9, 11로부터 알 수 있다. 그 차이는 수렴조건 및 알고리즘이 서로 다르기 때문으로 판단된다.
- (2) 표 3, 6, 9, 11, 13에서 보여준 본 연구와 타 연구의 구조해석 수를 정리하면 표 14와 같다.

표 14. 구조해석 수(회)

문헌	트러스 종류	2부재 트러스	7부재 트러스	18부재 트러스		3부재 입체트러스
				case1	case2	
문헌 10		3	3	-	-	-
문헌 13		-	-	59	78	-
문헌 15		-	-	8	8	-
본 연구		2	3	3	3	1

위와 같이 본 연구 알고리즘에 의하면 최적화 과정중 구조해석의 수는 타의 연구 결과와 달리 단지 2~3회만이 필요하였다.

- (3) 본 연구 알고리즘은 트러스 구조물의 형태, 규모, 재하 조건, 제약 조건식에 구애 받지 않고 그림 3, 6, 9,

11, 14와 같이 3회 이내의 반복시행으로 최적 해에 수렴하였다.

- (4) 표 2, 5, 8, 10, 13에서 보여준 본 트러스 구조물 수치 예에서 목적함수의 감소율은 표 15에 정리되어 있다.

표 15. 목적함수 감소율

	2부재 트러스	7부재 트러스	18부재 트러스		3부재 입체트러스
			case1	case2	
형상고정 (단면최적화)	2.80%	34.43%	25.73%	25.73%	39.67%
형상 최적화	37.86%	37.73%	37.03%	37.50%	74.23%

5. 결 론

2단계로 구성된 본 연구의 다단계 분할기법을 4종의 트러스 구조물에 적용하여 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 연구의 알고리즘에 의한 트러스 구조물의 단면 최적화는 목적함수가 대략 2.8%~39.67% 감소되었고, 형상 최적화는 목적함수가 대략 37.0%~74.23% 감소되었다. 따라서 트러스 구조물의 최적화는 단면적뿐만 아니라 반드시 형상을 고려하여야 최적화 목적에 부합한다.
- (2) 거동공간법으로 필요한 민감도를 해석하여 비선형계획 문제를 축차 선형계획 문제로 변환함으로써 해를 얻기가 용이 하도록 하였으며, 또한 민감도를 이용하여 최적화 과정 중 부재력을 근사화 함으로써 구조해석의 수를 축소시킬 수 있어 최적화의 시간을 단축하였다.
- (3) 본 연구 알고리즘은 트러스 구조물의 형태, 규모, 재하 조건, 제약 조건식에 구애 받지 않고 3회 이내의 반복시행으로 최적 해에 수렴하였다. 따라서 반복회수만 고려할 때 본 알고리즘은 효율성이 좋다고 판단된다. 또한 복잡한 구조물의 최적화 문제도 비교적 간편한 부분 최적화 문제로 분할할 수 있어 대형구조물 최적화 문제에도 도움이 될 것이므로, 본 연구 알고리즘은 항공기와 같이 기능이 다른 여러 부분 구조로 구성되어 있는 구조물의 최적화에 적합하다고 판단된다.

감사의 말

본 연구는 전북대학교 국내연구교수 지원 및 전북대학교 부설공학연구원 공업기술연구센터의 지원으로 이루어 졌습니다.

## 참고 문헌

- 이규원(1980) 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구, 연세대학교대학원(박사학위 논문)
- 이규원, 고성곤(2001) 다목적함수에 가중치를 적용한 트러스 구조물의 퍼지형상최적화, 대한토목학회논문집 제21권 제 4-A호 pp.445-454.
- 이규원, 김성완(1986) 분할최적화 기법에 의한 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구, 대한토목학회논문집 제6권 제2호 pp.1-15.
- 이규원, 김완영(1995) 다단계 다목적 최적화 방법에 의한 트러스구조물의 형상최적화, 대한토목학회논문집 제15권 제2호 pp.389-399.
- 이규원, 송기범(1992) 3단계 분할기법에 의한 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한연구, 대한토목학회논문집 제12권 제3호 pp.39-55.
- 이규원, 이근태(1990) 정적 및 고유진동수 제약조건식을 고려한 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구, 대한토목학회논문집 제10권 제2호 pp.23-38.
- 이규원, 이재영(1991) 다단계 분할최적화 기법에 의한 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구, 한국강구조학 회지 Vol.3 No.2 pp.20.
- 이규원, 임정환(1991) 혼합조정법에 의한 평면트러스 구조물의 형상 최적화에 관한 연구, 대한토목학회논문집 제11권 제2호 pp.55-68.
- 이규원, 양창용(1996) Fuzzy이론을 이용한 다목적함수를 갖는 트러스구조물의 형상최적화, 대한토목학회논문집 제16권 제6호 pp.705-713.
- 이규원, 유희중(1993) 부재응력 근사기법을 이용한 평면트러스의 형상최적화에 관한 연구, 대한토목학회 논문집 제13권 제2호, pp.73~84.
- Arora, J. S. and Haug, S. H.(1990) Arch Shape Optimization using Force Approximation Method, *Structural Optimization Journal*, Vol. 2, pp.193~201.
- Arora, J. S. and Haug, S. H.(1979) Method of Design Sensitivity Analysis in Structural Optimization, *AIAA J.*, Vol. 17, Sep. pp.970~974.
- Fadel, G. M., Riley, M. F., and Barthelemy, J.M. (1990) Two point exponential approximation method for structural optimization, *Struct. Optim.*, Vol.2, pp.117-124.
- Felix, J. and Vanderplasts, G. N.(1987) Configuration Optimization of Trusses Subject to Strength, Displacement, and Frequency Constraint. *J.Mechanics, Transmissions and Automation in Design*, ASME, Vol.109 No.2 pp.233-241.
- Fleury, C. and Braibant, V.(1986) Structural optimization: a new dual method using mixed variable. *Int. Num. Meth. Engng.*, Vol.23, pp.409-28.
- Haug, S. H. and Arora, J. S.(1978) Design Sensitivity Analysis of Elastic Mechanical System, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 15, pp.35~62.
- Hansen, S.R. and Vanderplaats, G.N.(1988) An Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses, *Proceedings AIAA/ ASME/ASCE/AHS 29th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*.
- Kirch,U.(1975) Multilevel Approach to Optimum Structural Design, *J.Structural Division*, ASCE, Vol.101.,ST4.
- Kirch,U.(1981) Oprimum Structure Design, Concepts, Methods, and Applications, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Noor, A. K. and Lowder, H. E.(1975) Structural reanalysis via mixed method, *Comput. Struct*, Vol.5, pp.9-12.
- Pederson, P.(1971) On the Minimum Mass Layout of Trusses, *AGARD Symposium on Structural Optimization*, Istanbul, Turkey.
- Reinschmidt, K.F. and Russell, M.D.(1970) Linear Methods in Structural Optimization, The Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Research Report R71-41, July.
- Schmit, L.A. and Farshi, B.(1974) Some approximation concepts results in a higher- approximation synthesis, *AIAA*, Vol.12, No.5, pp.692-699.
- Storaasli, O.O. and Sobieszczanski-Sobieski, J.(1974) On the accuracy of the Taylor approximation for structure resizing, *AIAA*, Vol.12, pp.231-233.
- Tien-Tung, Chung. and Chyon-Huey, Chiou.(2000) Self-adjusted convex approximation method for structural optimization. Department of Mechanical Engineering National Talwan University, Taipei 10617, Taiwan, ROC.
- Wang, L.P. and Grandhi, R.V.(1995) Improved

- two-point function approximations for design optimization, AIAA, Vol.33, pp.1720-1727.
- Wang, L.P., Grandhi, R.V. and Canfield, R.A.(1996) Multivariate Hermite approximations for design optimization, *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol.39, pp.787-803.
- Zhang, W.H. and Fleucy, C.(1997) A modification of convex approximation methods for structural optimization, *Comput. Struct.*, Vol.64(1-4), pp.89-95.
- (접수일자 : 2003. 11. 5 / 심사일 2003. 11. 21 / 심사완료일 2004. 2. 2)