

케이블지지교량의 좌굴설계를 위한 유효좌굴길이 산정

Determination of the Accurate Effective Length for Buckling Design of Cable-Supported Bridges

진만식¹⁾ · 경용수²⁾ · 이명재³⁾ · 김문영⁴⁾
Jin, Man Sik · Kyoung, Yong Soo · Lee, Myung Jae · Kim, Moon Young

요약 : 선행연구에서 개발된 개선된 초기형상해석법을 이용하여 케이블지지교량의 초기장력과 보강거더, 주탑의 축방향 압축력을 구하였으며, 이를 이용하여, 케이블 지지교량의 전체 시스템에 대한 좌굴해석을 할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 케이블은 트러스요소, 주탑과 보강거더는 보-기둥요소로 모델링하고 대응하는 탄성 및 기하강성행렬을 제시하였다. 초기평형해석을 통하여 얻은 부재력을 이용하여 좌굴파라미터 값을 결정하고 이에 대응하는 각 주요부재의 좌굴하중을 산정하고 유효좌굴길이를 구한다. 사장교 및 자정식 현수교에 대하여 결과를 제시하였으며, 결론적으로 이렇게 구한 유효좌굴길이는 축방향력 및 휨모멘트를 동시에 받는 케이블 지지교량의 부재의 안정성 검토에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

ABSTRACT : In order to obtain the effective length factor of beam-column members of plane frames, this paper extensively used an alignment chart approach, based on the nomograph given in LRFD-AISC specification commentaries. However, it should be noted that various simplifications and assumptions were introduced in constructing the alignment chart.

To overcome the practical limitations of the alignment chart, this paper proposes a simple but accurate procedure that determined the effective buckling length for stability design of main members of cable-supported bridges. This method requires the full system buckling analysis. The numerical examples showing the suitability of the present scheme are discussed and some conclusions are drawn.

핵심용어 : 사장교, 현수교, 초기형상해석, 유효좌굴길이, 보-기둥요소

KEYWORDS : cable-stayed bridge, suspension bridge, initial shape analysis, effective buckling length, beam-column element

1. 서론

평면 프레임의 유효좌굴길이 및 계수를 산정하기 위한 연구(Duan 등, 1993; Charles 등, 1996)는 많은 연구자에 의해 수행되어 왔다. LRFD-AISC(American Institute of Steel Construction) commentary(미국, 1993)에서는 가로흔들이(side sway)를 허용하거나 이를 허용치 않는 프레임을 설계할 때, 강재 보-기둥부재의 유효좌굴계수(이후 "K-factor"사용)를 산정하기 위하여 소위 alignment chart를 추천하고 있다. 그러나 평면프레임의 유효좌굴길이 산정을 위한 차트는 기본가정을 가지고 있어 이 가정에 어긋난 구조물

의 경우에는 유효좌굴길이의 보정이 요구된다.

한편, 사장교나 현수교와 같은 케이블 지지교량의 주탑과 보강거더는 축방향력과 휨모멘트를 동시에 받기 때문에 도로교 설계기준(대한민국, 2000)에는 이러한 보-기둥부재에 대하여 아래와 같은 안정성검토를 요구하고 있다.

$$\frac{f_c}{f_{cuz}} + \frac{f_{bcv}}{f_{bagy} \left(1 - \frac{f_c}{f_{Ey}}\right)} \leq 1 \quad (1)$$

여기서, f_c = 단면에 작용하는 축방향력에 의한 압축응

1) (주)다산건설컨설팅 사원

(Tel. 031-290-75443, Fax. 031-290-75488, E-mail : jackofall@hanmail.net)

2) 학생회원, 성균관대학교 토목환경공학과 박사과정(sosory@dreamwiz.com)

3) 유신코퍼레이션 이사

4) 정회원, 성균관대학교 토목환경공학과 교수(kmye@skku.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2004년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

력; f_{caz} = 약축(z축) 방향의 허용압축응력; f_{bcy} = 강축 둘레에 작용하는 휨모멘트에 의한 휨압축응력; f_{bagy} = 국부좌굴을 고려하지 않은 강축(y축) 둘레의 허용휨압축응력; f_{Ey} = 강축 둘레의 허용 오일러 좌굴응력이다. 이때 응력 f_{caz} , f_{Ey} 을 산정하기 위해서는 적절한 유효좌굴길이를 결정할 필요가 있다. 이 경우에 사장교의 보강거더는 케이블에 의하여 탄성 지지되고 있다고 가정할 수 있으므로 alignment chart를 이용하여 유효좌굴길이를 산정하는 것은 거의 불가능하다고 판단된다. 더욱이, 케이블 지지교량은 케이블 구조의 유연한 거동특성에 의한 기하학적 비선형성 때문에 이러한 구조물의 설계, 해석을 어렵게 하고 있다. 현재까지 저자가 파악하기로는 케이블 지지교량의 보강거더나 주탑처럼 압축력과 휨을 동시에 받는 부재의 유효좌굴길이의 산정에 대한 연구결과는 거의 보고 되지 못한 것으로 판단된다.

본 논문에서는 alignment chart를 사용하지 않고 축방향력 및 휨모멘트를 동시에 받는 케이블 지지교량 주요부재의 유효좌굴길이를 효과적으로 산정할 수 있는 방법을 제시한다. 이를 위하여 먼저 개선된 초기형상해석법을 이용하여 케이블 초기장력과 주탑, 보강거더의 축방향력을 산정한다. 이때 케이블은 등가트러스요소, 주탑, 보강거더는 보-기둥요소로 모델링하고 전체 시스템의 좌굴해석을 수행한다. 이로부터 계산되는 케이블교량 전체의 좌굴하중으로부터 주목하는 정착부 구간 보강거더가 사인함수 형태로 좌굴모드를 발생시킨다는 점에 착안하여 이 보-기둥부재의 정확한 유효좌굴길이를 산정한다. 사장교 및 자정식 현수교 예제를 통하여 이 방법의 타당성을 보인다.

2. 개선된 초기형상해석법을 이용한 케이블지지교량의 초기장력 및 축방향력 결정

케이블지지교량의 설계 시 가장 먼저 수행해야 하는 것은 대상교량의 고정하중에 의한 교량의 초기형상을 결정하는 것이다. 여기서, 초기형상의 결정이라 함은 완성된 구조계에서 고정하중에 의해 케이블지지교량의 보강거더 및 주탑에 발생하는 휨모멘트와 변위가 최소화되면서 고정하중과 평형을 이룰 수 있는 케이블 장력과 무응력길이를 결정하는 것을 말한다. 현재까지의 거론되어온 초기형상 결정방법에는 시산법(trial & error), 초기부재력법, 그리고 TCUD(target configuration under dead load) 해석법 등이 있다. 현재는 김문영 등이 초기부재력법과 TCUD 해석법의 장점을 취하여 케이블 지지교량의 초기형상을 결정하는 개선된 초기형상해석법(김문영 등, 2003; 김문영 등, 2003)을 개발하였다. 케이

블지지교량의 해석에 있어서 초기강성을 결정하기 위한 초기 평형상태를 맞추어야 하는데, 이것은 장대교량의 설계에서 구조물에 횡하중이 재하되면 큰 처짐이 발생하여 전체 구조가 복잡한 거동을 하기 때문이다. 본 연구에서는 케이블지지교량의 정확한 초기형상을 결정하기 위하여 전술한 여러 초기형상을 결정법 중 개선된 초기형상해석법을 사용한다.

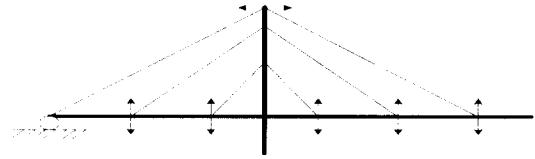


그림 1(a). 사장교

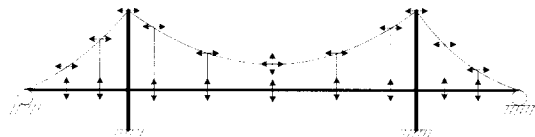


그림 1(b). 자정식 현수교

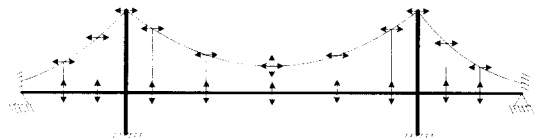


그림 1(c). 타정식 현수교

그림 1. TCUD법에서 케이블 부재의 개수에 대응하는 구속조건

기존의 초기부재력법은 케이블지지교량을 모델링할 때, 초기부재력을 가정하고 비선형방정식을 사용하여 초기형상을 결정하였다(김제춘, 1997). TCUD 해석법은 케이블지지 구조물에서 절점변위 이외에 케이블의 초기장력이나 무응력길이를 미지수로 추가하므로, 평형방정식의 수보다 미지수의 수가 더 많은 부정방정식이 된다. 따라서 케이블의 요소 개수만큼의 기하학적으로 제어시킨 조건식이 필요하다. 따라서 케이블 부재 개수만큼 특정한 절점변위를 구속하고 Newton-Raphson 반복법을 적용하여 미지의 무응력길이와 장력을 결정한다.

그림 1은 케이블지지교량에서 케이블 부재 개수에 대응하여 구속시키는 특정 절점변위를 나타낸 것이다. 사장교의 경우(그림 1a)는 맨 좌측 케이블에 대응하여 구속조건으로 주탑 꼭대기의 수평변위를 구속하는 것을 제외하면 원칙적으로 각 경사 케이블은 보강거더 정착부의 수직변위를 구속시킨다. 그렇게 함으로써 케이블 부재갯수 m개 만큼 구속조건을 도입하는 것이 가능하며, 보강거더의 휨모멘트를 최소화시킬 수 있다. 한편 현수교(그림 1b와 1c)의 경우는 행어 정착부, 주케이블(main cable)의 수평변위 그리고 중앙경간 주케이블 중앙부의 수직변위를 구속조건으로 선택한다.

케이블 및 보-기둥부재의 증분방정식 (6), (8)을 이용하고

직접강도법을 적용하면 케이블지지교량 전체의 증분평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta F = K_l \Delta U + K_l \Delta L_0 \quad (2)$$

여기서, $\Delta F = n \times 1$ 증분외력 또는 불평형하중벡터; $K_l, K_l =$ 각각 구조물의 $n \times n$ 접선강성행렬과 무응력길이에 대응하는 $n \times m$ 강성행렬; $\Delta U, \Delta L_0 = n \times 1$ 절점변위벡터, $m \times 1$ 무응력길이벡터; $n =$ 절점의 총 수 $\times 6$; $m =$ 케이블부재의 개수이다. 위 식은 조건식에 비하여 미지수가 케이블부재 개수인 m 만큼 많으므로 이 숫자만큼 절점변위를 구할 수 있다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Delta F = K_{lu} \Delta U_u + K_{ls} \Delta U_s + K_l \Delta L_0 \quad (3)$$

여기서, $\Delta U_u, \Delta U_s =$ 각각 미지수인 $(n - m) \times 1$ 절점변위, 구속되는 $m \times 1$ 절점변위벡터를 나타낸다. 따라서 식 (3)에서 세 번째 항은 사라지고, 나머지 두 개의 항으로 구성되는 수정강성행렬은 비대칭 강성행렬이 된다.

$$\Delta F = [K_{lu} \quad K_l] \begin{pmatrix} \Delta U_u \\ \Delta L_0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서, m 개의 미지수 L_0 에 대응하여, m 개의 구속조건을 도입한다. 구속조건을 대입하면, 그 부분의 변위는 영이 되며, 이때 각 케이블에 대응하는 미지수 L_0 를 구속조건에 일대일 대응시킨다. 일대일 대응시킨 식을 이용하여 연립방정식을 풀면, 변화된 양절점의 위치와 현재의 길이 L_0 결정할 수 있다. 이때 결정된 좌표와 무응력길이를 가지고 Newton-Raphson 방법을 이용하여 각각의 절점력을 구하고, 불평형하중과 증분변위가 허용오차 범위 내에 수렴할 때 까지 반복계산을 수행한다.

이렇게 하여 수렴된 평형상태는 축방향력으로 인하여 보강거더, 주탑의 신장량이 필연적으로 발생하게 된다. 그런데 설계자 입장에서 초기형상조건은 이러한 축방향변위가 제거되어야 할 필요가 있으므로, 개선된 초기형상해석법에서는 TCUO 해석법에 의해 수렴된 평형상태에서 축방향력을 제외한 나머지 부재력과 처짐들을 영으로 하고 축방향변위를 제거하기 위하여 초기부재력법을 사용하였다.

3. 케이블지지교량 시스템의 좌굴해석

본 절에서는 2절에서 결정한 케이블 장력과 주요부재의 축방향력을 이용하고 다음 식을 적용하여 케이블 지지교량의 좌

굴해석을 수행한다.

$$K_e U = \lambda K_g U \quad (5)$$

여기서 $K_e, K_g =$ 각각 시스템의 탄성 및 기하강성행렬; $\lambda =$ 좌굴파라미터; $U =$ 절점변위벡터이다. 아래에 트러스-케이블요소, 보-기둥요소의 순서로 탄성 및 기하강성행렬을 제시한다. K_g 는 고정하중과 평형을 이루는 케이블 장력과 보강거더, 주탑의 축방향력을 사용하여 산정하므로, 고정하중에 좌굴파라미터의 임계값 λ_{cr} 을 곱한 하중이 전체 시스템의 좌굴을 일으키는 하중수준을 나타내는 것을 의미한다.

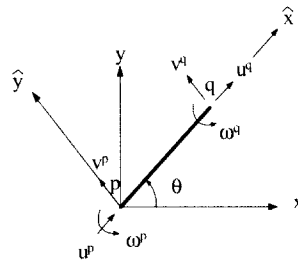


그림 2. 요소 변위벡터

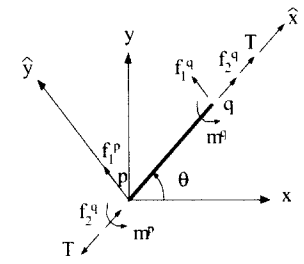


그림 3. 요소 부재력벡터

그림 2와 그림 3은 국부좌표계에서 트러스-케이블요소의 변위 및 부재력벡터를 나타낸다. 이때 다음과 같이 트러스-케이블요소의 증분방정식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\Delta f = (\widehat{k}_{ce} + \widehat{k}_{cg}) \Delta u \quad (6)$$

여기서, $\Delta f =$ 케이블요소의 증분절점력벡터; $\widehat{k}_{ce} =$ 탄성강성행렬; $\widehat{k}_{cg} =$ 기하강성행렬; $\Delta u =$ 증분변위벡터를 나타낸다. 이들 벡터와 행렬은 모두 요소좌표계에서 정의하였으며, 결과적으로 구체적인 식은 다음과 같다.

$$u^T = \langle u^p, v^p, \omega^p, u^q, v^q, \omega^q \rangle$$

$$f^T = \langle f_1^p, f_2^p, m^p, f_1^q, f_2^q, m^q \rangle$$

$$\widehat{k}_{ce} + \widehat{k}_{cg} = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot & -a & \cdot & \cdot \\ & b & \cdot & \cdot & -b & \cdot \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline & & & a & \cdot & \cdot \\ & & & & b & \cdot \\ \hline \text{symm} & & & & & \cdot \end{bmatrix}$$

(7a-c)

여기서, $a = \frac{E_{eq}A_0}{L}$; $b = \frac{T}{L}$; $L =$ 부재 길이;

$E_{eq}A_0 =$ 축강성 ; $T =$ 케이블장력 ;

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(\gamma L)^2}{12T^3} EA_0^2}$$
 : Ernst의 등가탄성계수

; $\gamma =$ 경사진 케이블의 직각방향으로 단위중량 성분 ;

또한, 그림 2와 3을 참고로 하여 국부좌표계에서 축방향력을 받는 보-기둥요소의 증분 평형방정식은 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta f = (\widehat{\kappa}_{be} + \widehat{\kappa}_{bg}) \Delta u \tag{8}$$

여기서 $\widehat{\kappa}_{be} + \widehat{\kappa}_{bg}$ 는 평면 국부좌표계에서의 6×6 접선강성행렬(김문영, 안성원, 1997)을 구성하고, 구체적인 계산결과는 식 (9)와 같다. 이제 국부좌표계에서 계산된 탄성 및 기하강성행렬은 전체좌표계로 변환시킬 수 있고, 직접강도법에 의하여 전체 시스템에 대한 좌굴방정식을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 Inverse iteration method(Bathe, 1996)를 이용하여 첫 번째 좌굴 고유치값과 고유벡터를 산정하였다.

$$\widehat{\kappa}_{be} + \widehat{\kappa}_{bg} = \begin{bmatrix} a_1 & \cdot & \cdot & -a_1 & \cdot & \cdot \\ & a_2 & b_1 & \cdot & -a_2 & b_1 \\ & & a_3 & \cdot & -b_1 & c_1 \\ \hline & & & a_1 & \cdot & \cdot \\ & & & & a_2 - b_1 & \\ \text{symm.} & & & & & a_3 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$a_1 = EA/L, \quad a_2 = 6T/5L + 12EI/L^3, \\ a_3 = 2TL/15 + 4EI/L, \quad b_1 = T/10 + 6EI/L^2, \\ c_1 = -TL/30 + 2EI/L$$

여기서, $EI =$ 휨강성; $T =$ 축방향력

4. 케이블지지교량 주요부재의 유효좌굴길이 산정법

2절에서 언급한 개선된 초기형상해석법을 이용하여 케이블 장력과 주요부재의 부재력(축방향력)을 산정하고, 이를 이용하여 3절의 케이블지지교량의 고유치 해석을 수행하면 시스템

좌굴하중을 산정할 수 있다. 본 절에서는 이러한 해석결과를 이용하여 케이블교량 주요부재의 유효좌굴길이 산정법에 대한 이론적인 개념과 구체적인 알고리즘을 제시한다.

4.1 유효좌굴길이에 대한 이론적 고찰

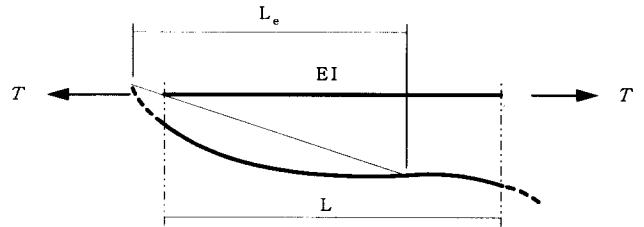


그림 4. 임의의 경계조건을 갖는 보-기둥부재의 좌굴모드와 유효좌굴길이

먼저 그림 4와 같이 임의의 경계조건 하에서 부재길이가 L 이고 횡하중 없이 축방향력 T 만 작용하는 휨부재의 좌굴방정식과 일반해는 각각 식 (10a)와 (10b)로 나타낼 수 있다.

$$v(x)'''' + k^2 v(x)'' = 0 \tag{10a}$$

$$v(x) = A \sin kx + B \cos kx + Cx + D \tag{10b}$$

여기서, $v =$ 보의 횡변위; $k^2 = T/EI$ 이다. 식 (10b)에서 세 번째와 네 번째 항은 휨부재의 강체회전 및 이동변위에 대응하므로 이를 제외하면 첫 번째 및 두 번째 항은 사인함수로 합성하는 것이 가능하다. 따라서 이 부재의 유효좌굴길이는 단순지지인 경우에 좌굴길이가 반주기 사인함수인 점에 착안하여 그림 4에 표시된 바와 같이 부재길이 L 구간을 사인함수로 확장시켜 반주기에 대응하는 길이를 유효좌굴길리로 설정할 수 있다.

이제 케이블지지교량의 정착부 구간 부재의 유효좌굴길이 개념을 생각해 보자. 이를 위하여 고정하중 하의 2차원 사장교 및 자정식 현수교(그림 5)를 고려한다. 이때 그림 5의 (a)와 (b)는 사장교 및 현수교 보강거더의 i 번째 케이블 정착부 구간의 좌굴모드와 이를 확대시켜 변곡점이 나올때까지의 형상을 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이, 주목하고 있는 케이블의 지지점간 길이가 L_i 이고, 초기 평형상태에 이를 때의 케이블 지지점 사이에 보강거더의 축압축력은 각각의 케이블 지지점 사이에서 일정하지만 그 크기는 각 구간마다 다르다. 이 때의 케이블지지교량의 좌굴해석을 위해서 좌굴모드는 이미 언급한 바와 같이 사인함수로 표현된다. 따라서 주목하고 있는 보강거더의 i 번째 케이블 정착부 구간(실선)과 사인함

수의 연장선(접선)의 변곡점 사이의 거리가 유효좌굴길이로 됨을 알 수 있다.

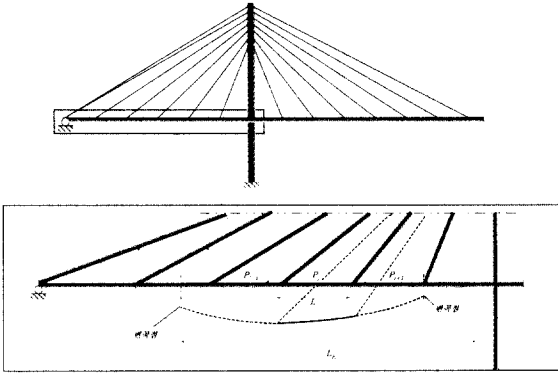


그림 5(a). 사장교의 유효좌굴길이

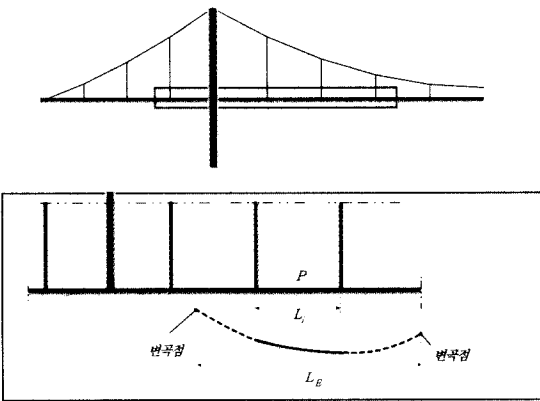


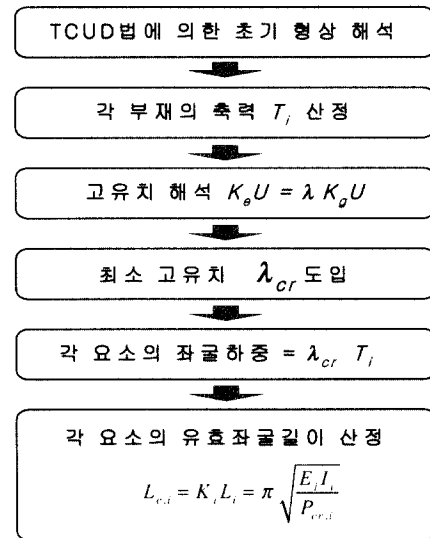
그림 5(b). 현수교의 유효좌굴길이

$$L_{e,i} = K_i L_i = \pi \sqrt{\frac{E_i I_i}{P_{cr,i}}} \quad (12)$$

여기서 K_i 는 i 번째 부재의 유효좌굴계수이다. 이렇게 유효좌굴계수를 산정하는 과정을 표 1에 제시하였다.

식 (12)에서 산정한 유효좌굴길이를 이용하여 도로설계기준(3.4.3)의 축방향력 및 휨모멘트를 동시에 받는 부재의 내하력 검토를 하기 위한 식(3.4.11-12)에 적용하여 케이블지교량의 보강거더의 좌굴에 대한 안정성을 검토할 수 있다.

표 1. 유효좌굴길이 산정법



4.2 유효좌굴길이 산정법

2절에서 설명된 트러스요소와 보-기둥요소를 이용하여 케이블교량을 모델링하고, 개선된 초기형상해석법에 근거한 기하학적 비선형해석을 통해 고정하중에 대한 케이블 장력, 보강거더 및 주탑의 축방향력을 산정한다. 이 때의 탄성강성 행렬 (K_e) 및 기하강성 행렬 (K_g)을 이용하여 식 (5)의 고유치 해석을 수행한다. 고유치 해석을 통해 얻은 고유치 λ_{cr} 를 부재에 작용하는 축력에 곱하여 식 (11)과 같이 i 번째 부재의 좌굴하중 ($P_{cr,i}$)을 얻는다.

$$P_{cr,i} = \lambda_{cr} T_i \quad (11)$$

여기서 T_i 는 고정하중에 대응하는 i 번째 부재의 축방향력이다. 최종적으로 부재의 유효좌굴길이 $L_{e,i}$ 는 전 절의 설명에 근거하여 다음 식으로 구할 수 있다.

5. 수치예제

5.1 사장교의 유효좌굴길이 산정

본 연구에서 사용된 2차원 예제는 그림 6와 같으며, 김제춘 등(1999)의 논문에서 인용하였다. 이것은 팬형(fan type) 사장교로서 주탑의 높이 112m, 중앙지간은 300m이며 측지간은 120m이다. 사장교의 단면상수 및 물성값은 표 2에 나타내었다.

표 2. 2차원 사장교 모델의 단면상수 및 물성값

Member	E(tonf/m)	A(m ²)	I(m ⁴)	w(tonf/m)	부가사하중(tonf/m)	
Cable	2.0×10 ⁷	0.01	-	0.078	-	
Deck	2.0×10 ⁷	1.06	1.00	12.72	4	
Tower	(top)	2.0×10 ⁷	1.21	1.30	14.52	-
	(bottom)	2.0×10 ⁷	2.25	1.90	27	-

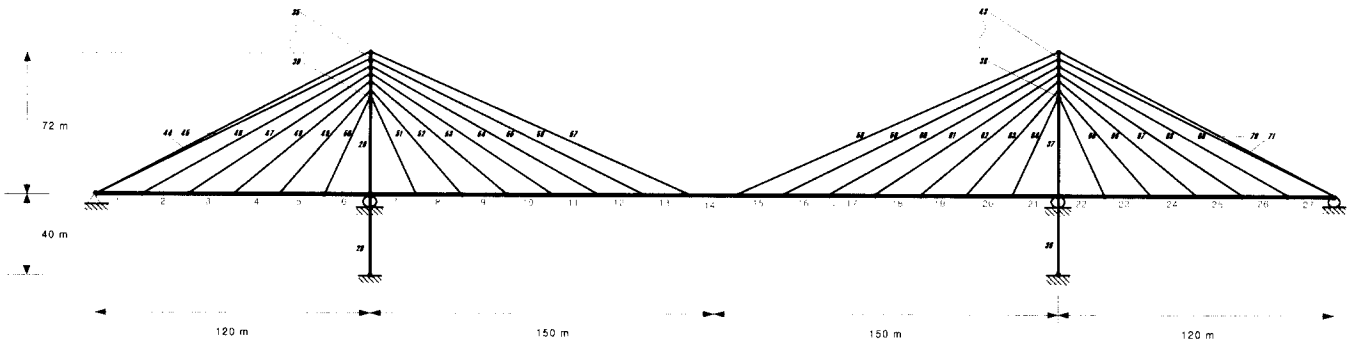


그림 6. 사장교 모델링

표 3. 2차원 사장교 모델의 장력 (tonf)

Cable No.	개선된 초기형상 해석법
44	820.103
45	564.507
46	682.785
47	512.907
48	467.480
49	400.341
50	355.331
51	355.103
52	401.368
53	463.055
54	531.810
55	603.052
56	674.384
57	744.531

표 4. 사장교의 보강거더와 주탑의 부재력

구분	요소 번호	각 요소 길이 (m)	각 부재의 압축력(tonf)			
			n=1	n=2	n=4	n=8
Deck	1	20	-1210.00	-1195.60	-1192.00	-1191.00
	2	20	-1772.00	-1759.50	-1756.40	-1755.50
	3	20	-2160.00	-2153.30	-2151.60	-2151.20
	4	20	-2472.60	-2471.20	-2470.90	-2470.90
	5	20	-2685.90	-2687.30	-2687.70	-2687.80
	6	20	-2797.60	-2799.50	-2800.00	-2800.20
	7	20	-2797.30	-2799.50	-2800.00	-2800.10
	8	20	-2685.00	-2687.20	-2687.70	-2687.90
	9	20	-2467.20	-2469.50	-2470.10	-2470.30
	10	20	-2150.30	-2152.80	-2153.40	-2153.60
	11	20	-1739.90	-1742.50	-1743.20	-1743.40
	12	20	-1241.20	-1243.80	-1244.50	-1244.70
	13	20	-659.00	-661.39	-661.99	-662.16
Pylon	28	40	-4846.40	-4855.20	-4857.50	-4858.10
	29	60	-4846.40	-4855.20	-4857.50	-4858.10
	30	2	-4169.50	-4176.90	-4178.80	-4179.40
	31	2	-3495.50	-3498.90	-3499.80	-3500.10
	32	2	-2817.20	-2815.10	-2814.60	-2814.50
	33	2	-2150.50	-2143.70	-2142.00	-2141.60
	34	2	-1419.90	-1411.80	-1409.70	-1409.20
	35	2	-779.65	-775.60	-774.68	-774.41

표 3은 개선된 초기형상해석법을 적용하여 산출된 2차원 사장교 모델의 케이블 장력값을 나타낸 것이며, 보강거더, 주탑의 축방향력은 평형조건에 의하여 결정할 수 있다. 또한, 표 4와 5는 보강거더, 주탑의 각 요소의 부재력과 고유치를 곱한 좌굴하중, 유효좌굴길이를 보여준다. 여기서 n은 케이블 지지점간의 거리를 나눈 수를 나타내는 것으로서 그림 6의 케이블 지지점간의 요소의 개수를 1, 2, 4, 8개로 나누었음을 나타낸다. 즉, 보강거더의 각 요소의 길이를 각각 20, 10, 5, 2.5m로 하여 점점 짧게 나누어서 시스템 좌굴해석을 수행하였으며, 이때의 좌굴하중은 n=8일 때의 고유치와 요소의 부재력을 곱한 값이다.

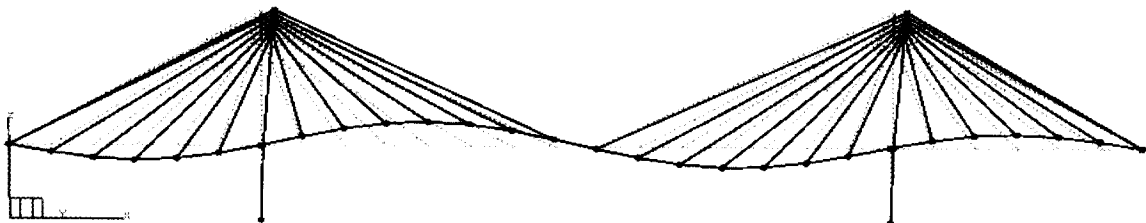


그림 7. 사장교 좌굴해석 모드

표 5. 사장교의 보강거더와 주탑의 좌굴하중 및 유효좌굴길이

구분	요소 번호	각 요소 길이 (m)	n=8 일때 고유치: 11.136			비 고
			좌굴하중 (tonf)	유효좌굴 길이(m)	유효좌굴 계수	
Deck	1	20	-13262.98	121.10	6.10	
	2	20	-19549.25	100.48	5.02	
	3	20	-23955.76	90.77	4.54	
	4	20	-27515.94	84.70	4.23	
	5	20	-29931.34	81.209	4.06	
	6	20	-31183.03	79.56	3.98	주탑에 가장 가까운 부재
	7	20	-31181.91	79.56	3.98	
	8	20	-29932.45	81.21	4.06	
	9	20	-27509.26	84.71	4.24	
	10	20	-23982.49	90.72	4.54	
	11	20	-19414.50	100.83	5.04	
	12	20	-13860.98	119.33	5.97	
	13	20	-7373.81	163.61	8.18	
Pylon	28	40	-54099.80	83.26	3.02	하부주탑
	29	60	-54099.80	68.87	3.02	상부주탑
	30	2	-46541.80	74.25	3.26	
	31	2	-38977.11	81.14	3.56	
	32	2	-31342.27	90.48	3.97	
	33	2	-23848.86	103.73	4.55	
	34	2	-15692.85	127.87	5.61	
	35	2	-8623.83	172.50	7.56	

(고정하중)을 재하함으로써 생기는 각 보강거더 요소의 축력이 주탑에 가까운 요소일수록 크고 멀수록 작아지기 때문이다. 따라서, 그림 6의 사장교 모델의 보강거더의 축력이 지금의 11.1(고유치)배일 때 요소 6, 7에서 좌굴이 일어나고 최소 유효좌굴길이는 약 79.6m로서 보강거더의 원래 길이(20m)의 약 4배 정도임을 알 수 있다. 그리고 주탑부에서는 주탑 바닥에서부터 케이블에 의해 지지되는 지점까지의 요소에는 일정한 축력이 있음을 알 수 있고, 주탑 상부로 올라갈수록 더욱 작은 압축력을 받음을 알 수 있다.

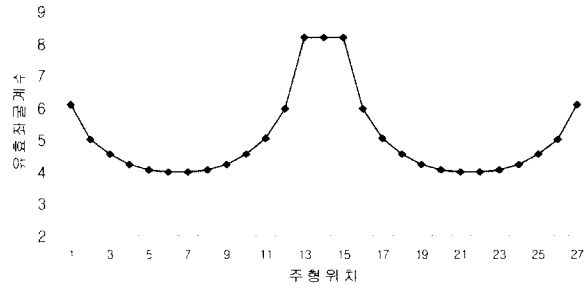


그림 8. 사장교 유효좌굴계수

또한 본 예제의 주탑은 상부 주탑과 하부 주탑의 휨강성이 달라 각각의 유효좌굴길이가 달라짐을 표 5에서 볼 수 있다. 따라서, 상부 주탑부의 30~35번 요소는 부재의 축력과 길이가 작아 좌굴에 위험이 크게 없으나 28, 29번 요소는 원래의 길이가 각각 40m, 60m로써 상대적으로 길고 부재의 축력 또한 보강거더나 상부 주탑부에 비해 크므로 유효좌굴길이가 작다. 즉, 보강거더의 좌굴과 마찬가지로 주탑의 압축력의 11.1(고유치)배일 때 28, 29번 요소에 좌굴이 일어나게 되고 유효좌굴길이는 83.3m로서 주탑부의 원래의 길이 각각 40m, 60m의 각각 약 2.1, 1.4배임을 알 수 있다.

그림 6은 주형의 유효좌굴계수와 그림 7은 좌굴하중이 작용할 때 산정된 역대칭 형태의 첫 번째 좌굴모드형상을 나타

표 4와 5로부터 요소분할 수는 케이블 정착부 사이를 2개의 요소이상 일때 각 요소가 일정한 부재력을 유지하는 것으로 판단된다. 또한, 보강거더의 최대 부재력은 주탑 근처의 요소 6, 7에서 발생함을 알 수 있으며, 주탑의 최대 부재력은 요소 28, 29에서 발생함을 알 수 있다. 보강거더 요소의 유효좌굴길이는 주탑에 가까운 요소들이 가장 작고 멀어짐에 따라 커짐을 알 수 있다. 이것은 사장교의 보강거더에 횡 분포하중

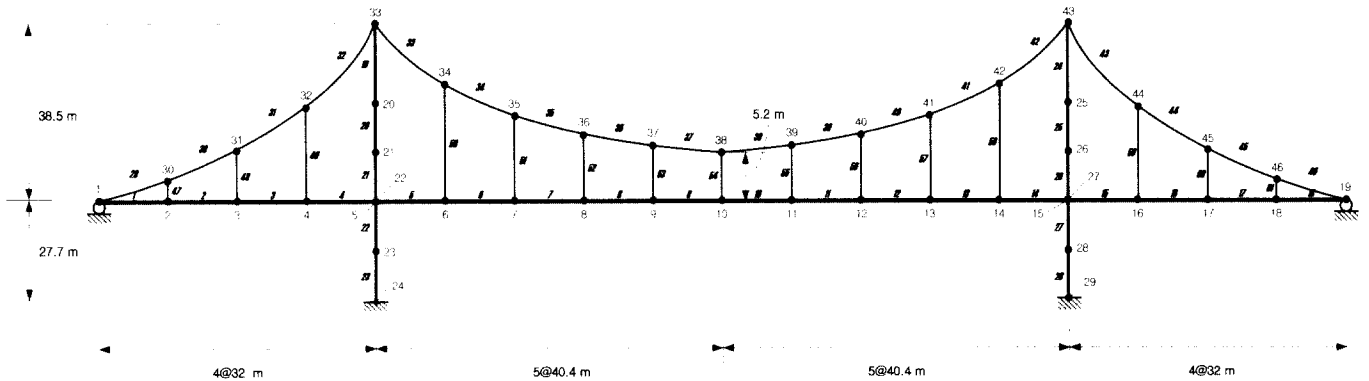


그림 9. 현수교 모델링

낸 것이다.

5.2 자정식 현수교의 유효좌굴길이 산정

본 예제의 경우는 기존의 타정식 현수교인 남해대교를 근간으로 가상의 자정식 현수교 모델을 설정하여 해석하였으며, 교량의 물성치는 아래 표 6과 같다. 보는 바와 같이 모든 물성치는 기존에 설계된 남해대교와 같으며, 다만 보강거더의 단면적을 자정식임을 감안하여 기존설계의 단면적보다 임의로 5배 증가 시켰다. 그림 9에서 보듯이, 주탑의 높이 38.5m이고, 중앙지간은 404m이며 측지간은 128m이다.

표 6. 2차원 현수교 모델의 단면상수 및 물성값

Member	E (tonf/ m ²)	A(m ²)	I ₂₂ (m ⁴)	I ₃₃ (m ⁴)	J (m ⁴)	w (tonf/m)
Main cable	2.0×10 ⁷	0.08356	-	-	-	0.6908
Hanger	1.3×10 ⁷	0.0417	-	-	-	0.0328
Deck	2.1×10 ⁷	5	3.2667	0.1316	0.4399	4.235
Tower	2.1×10 ⁷	10	50	50	-	50

표 7. 자정식 현수교 주케이블의 장력(tonf)

Cable No.	개선된 초기형상 해석법
29(맨좌측케이블)	3098.6
30	3141.0
31	3186.0
32(주탑좌측)	3237.4
33(주탑우측)	3158.3
34	3106.3
35	3067.8
36	3041.7
37(맨그좌측)	3028.7

표 7은 개선된 초기형상해석법을 이용한 자정식 현수교에 작용하는 주케이블의 장력값을 나타낸 것이다. 행어의 장력, 보강거더 및 주탑의 압축력은 평형조건에 의하여 결정할 수 있다. 또한, 표 8과 9는 보강거더, 주탑의 각 요소의 부재력과

고유치를 곱한 좌굴하중, 유효좌굴길이를 나타내었다.

표 8. 현수교의 보강거더와 주탑의 부재력

구분	요소 번호	각 요소 길이 (m)	각 부재의 압축력(tonf)			
			n=1	n=2	n=4	n=8
Deck	1	32	-3267.3	-3279.4	-3282.4	-3283.1
	2	32	-3267.8	-3279.9	-3282.9	-3283.7
	3	32	-3268.4	-3280.5	-3283.5	-3284.2
	4	32	-3268.9	-3281.1	-3284.1	-3284.8
	5	40.4	-3268.9	-3281.2	-3284.3	-3285.0
	6	40.4	-3268.3	-3280.6	-3283.8	-3284.5
	7	40.4	-3267.9	-3280.2	-3283.3	-3284.1
	8	40.4	-3267.7	-3280.0	-3283.1	-3283.8
	9	40.4	-3267.6	-3279.8	-3282.9	-3283.7
Pylon	19-23	66.2	-2263.4	-2272.4	-2274.7	-2275.2

여기서 n은 행어의 지지점간의 거리를 나눈 수를 나타내는 것으로서 그림 8의 케이블 지지점간의 요소의 개수를 1, 2, 4, 8개로 나누어서 고유치 해석을 수행하였음을 나타낸다. 이전 예제와 유사하게 케이블 지지점간 요소의 개수를 2개 이상으로 분할하면 설계목적으로 충분히 정확한 좌굴하중 값을 얻는 것으로 판단된다.

표 9. 현수교의 보강거더와 주탑의 좌굴하중 및 유효좌굴계수

구분	요소 번호	각 요소 길이 (m)	n=8 일 때			비고
			고유치: 26.674			
			좌굴하중 (tonf)	유효좌굴 길이(m)	유효좌굴 계수	
Deck	1	32	-87573.4	87.928	2.748	주탑에 가까운 부재
	2	32	-87589.4	87.920	2.748	
	3	32	-87602.8	87.913	2.747	
	4	32	-87618.8	87.905	2.747	
	5	40.4	-87624.1	87.903	2.175	
	6	40.4	-87610.8	87.909	2.176	
	7	40.4	-87600.1	87.915	2.176	
	8	40.4	-87592.1	87.919	2.176	
	9	40.4	-87589.4	87.920	2.176	
Pylon	19-23	66.2	-60688.7	413.229	6.242	주탑

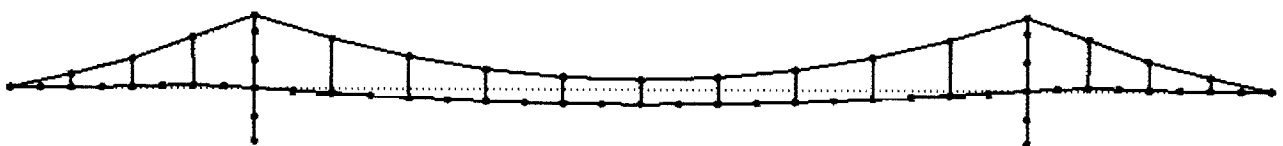


그림 10. 현수교 좌굴해석 모드

본 예제의 경우, 보강거더의 휨강성이 주탑에 비해 상당히 작음에도 불구하고 보강거더가 주탑보다 더 큰 압축력을 가지고 있음을 알 수 있다. 이것은 자정식 현수교로서 주 케이블의 지지가 다른 외부구조물에 의해 지지되는 타정식과는 달리 보강거더가 이를 지지하기 때문에 생기는 결과이다. 보강거더는 축력에 비해 강성이 너무 작아 유효좌굴길이가 작음을 알 수 있고, 반면 주탑의 경우는 그 강성은 크나 좌굴하중이 작아 상대적으로 큰 유효좌굴길이를 가진다. 이것은 주탑의 유효좌굴길이는 413.23m로서 원래길이 66.2m의 약 6.2배임을 알 수 있다. 한편, 보강거더의 유효좌굴길이는 87.9m로서 측단 지간, 중간장지간의 각각의 원래의 길이 32m, 40.4m의 약 2.7배와 2.2배로서 주탑의 유효좌굴계수보다 상대적으로 작음을 알 수 있다.

또한 그림 10은 좌굴시 자정식 현수교의 첫번째 좌굴모드 형상을 나타내고 있다.

6. 결 론

현재까지 평면 프레임에 대한 유효좌굴계수의 산정에 대해서는 많은 연구자들에 의해 연구가 진행되었으며, 이러한 연구 결과를 반영하여 LRFD-AISC commentary에서는 프레임설계할 때 강재 보-기둥부재의 유효좌굴계수를 산정하기 위하여 소위 alignment chart를 추천하고 있다. 또한 도로교 설계기준(2000)에서는 트러스 및 프레임 구조물에서 압축부재의 좌굴설계시 유효좌굴계수 산정에 대한 규정을 두고 있다. 그러나 케이블 지지교량 주요부재의 좌굴설계를 위한 유효좌굴계수산정에 대한 연구성과는 매우 미비한 실정이다. 본 연구에서는 케이블트러스요소와 평면프레임요소의 접선강성행렬을 이용하여 케이블 지지교량 시스템의 좌굴고유치해석을 수행하여 유효좌굴길이를 산정하는 간단하면서도 정확한 수치해석법을 제시하였다. 이를 위하여 고정하중을 받는 케이블 지지교량의 개선된 초기형상해석 결과를 이용하였다. 이렇게 산정된 유효좌굴길이는 압축력과 휨모멘트를 동시에 받는 교량의 주요부재의 좌굴설계 및 내하력 평가에 유용하게 쓰일 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 2001년도 삼성학술연구비 지원에 의하여 연구가 수행되었으며, 연구 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 김문영, 경용수, 이준석 (2003), 사장교의 개선된 초기형상 해석법, 한국강구조학회 논문집, 제 15권, 2호, pp.175~185
- 김문영, 경용수, 이준석 (2003), 현수교의 개선된 초기형상 해석법, 한국강구조학회 논문집, 제 15권, 2호, pp.219~229
- 김문영, 안성원 (1997), 공간뺀대구조의 기하학적 비선형 유한요소해석, 한국전산구조공학회 논문집, 제 10권 제 1호, pp. 201~211
- 김제춘 (1997), 사장교의 초기평형상태 및 시공형태 결정, 박사학위논문, 서울대학교
- 김제춘, 장승필 (1999), 초기 부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정, 대한토목학회논문집, 제 19권, 제 I-3호, pp.377~211
- 한국도로교통협회 (2000), 도로교설계기준
- American Institute of Steel Construction (1993), *Load and Resistance Factor Design Specification for Steel Buildings*, Chicago, IL
- Charles G. Salmon, John E. Johnson (1996), *Steel Structures - Design and Behavior*, Harper Collins
- Duan, L., King, W.-S. and Chen, W.-F. (1993), K-Factor Equation to Alignment Charts for Column Design, *ACI Structural Journal*, Vol.90 No.3, pp.242
- K.J. Bathe (1996), *Finite Element Procedures*, Prentice Hall

(접수일자 : 2004. 2. 5 / 심사일 2004. 2. 25 /
심사완료일 2004. 5. 24)