

치수효과를 고려한 특별직교이방성 샌드위치 슬래브교량의 파괴강도해석

Size Effects in the Failure of Specially Orthotropic Sandwich Slab Bridges

한 봉 구¹⁾ · 이 용 호²⁾
Han, Bong Koo · Lee, Yong Ho

요 약 : 복합재료는 건설공학 분야의 해석, 설계, 제작, 건설, 품질 제어 등에서 경제적이고 효율적인 재료로 사용될 수 있다. 많은 교량 구조물중 거더, 가로보로 이루어진 콘크리트 상판은 특별직교이방성판으로 거동한다. 이러한 경계조건을 갖는 단면 혹은 불규칙한 단면을 갖는 시스템은 해석적인 해를 구하기가 매우 어렵다. 이러한 문제에 대한 해석을 위해서 유한차분법이 이용되었다. 본 논문에서는 인장강도 감소율을 적용하여 파괴강도 해석을 수행하였다. 또한 이러한 경우에 대한 수치해석을 수행하였다. 응력영역에 대한 Tasi-Wu의 파괴기준을 적용하였다.

ABSTRACT : In civil engineering applications, the establishment of standards and procedures for analysis, design, fabrication, construction, and quality control are essential in facilitating the economic and efficient use of composite materials. Many bridge systems, including girders, cross beams, and concrete decks, function as specially orthotropic plates. In general, the analytical solution for such complex systems is very difficult to achieve. Thus, the finite difference method is used for the analysis of the problem. The rate of tensile strength reduction due to increased size is considered. Strength reduction is necessary to ensure the safe design of building structures. This paper suggests the use of a strength-failure analysis procedure using the reduced tensile strength. A numerical study is conducted for different cases. The Tasi-Wu failure criterion for stress space is also used.

핵심용어 : 복합재료, 치수효과, 특별직교이방성, 유한차분법, 파괴강도해석, 강도감소

KEYWORDS : composite materials, size effect, specially orthotropic, finite difference method, strength-failure analysis, strength reduction

1. 서론

현재 연구가 활발히 진행되고 있는 복합신소재의 대표적인 것 중 박판 적층 구조로 이루어진 매우 고강도 이면서 경량인 판재(composite laminate)가 있다. 이는 본래 우주, 항공 분야에서 개발되어 인공위성이나 항공 분야에 이용되어 오던 것인데, 최근의 건설기술 개발과 초현대화, 구조물의 건설에 있어서 기존 재료 활용의 한계성 때문에 건설 분야에 적절히 응용하기 위한 구조적 연구가 활발히 진행되고 있는 실정이다.

이는 복합신소재가 가지고 있는 장점을 최대한 활용하자는

근본적인 개념에서 시작되었다. 즉, 복합신소재는 기존의 건설 재료에 비하여 부식에 대한 저항성이 크고 경량이면서 고강도 일 뿐만 아니라 공장 제작이 가능하다는 여러 가지 장점을 가지고 있기 때문이다.

그러나 이와 같은 우수한 성질을 가지고 있는 복합신소재를 실제적으로 이용하기 위해서는 해결해야 할 문제점들이 많다. 우선 고급 복합신소재의 가격이 높아서 경제성이 떨어진다는 생각을 하고 있는데, 현재 금속 및 화학공업의 급속한 발달로 소재의 가격들은 현저히 내려가고 있는 실정이며, 공기의 단축과 차후의 유지관리와 보수의 측면까지 감안을 한다면 기존

1) 정희원, 서울산업대학교 구조공학과 교수, 공학박사
(Tel. 02-970-6577, Fax. 02-975-6002, E-mail : bkhan@snut.ac.kr)
2) 서울산업대학교 구조공학과, 석사과정(hoyaeyo@hanmail.net)

본 논문에 대한 토의를 2004년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

건설재료에 비하여 경제성에서 결코 뒤지지 않는다는 것이 전문가들의 견해이다.

또 다른 문제점은 복합신소재의 이론으로 구조설계 및 진동 해석을 수행하는데 있어서 일반 등방성 재료의 이론에 비하여 다루기가 쉽지 않다는 것이다.

복합신소재는 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림의 연계효과의 발생으로 고전적 이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반기술자들이 건설 분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있다. 이러한 문제점들은 토목구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교이방성이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있다. (Kim, 1993, 1994, Han and Kim, 2001)

탄성론의 대부로 간주되는 Navier는 휨강성을 포함한 판의 정확한 차분방정식을 유도하였으며, 대수방정식으로부터 변형된 차분방정식을 유도함으로써 모든 지점이 단순지지 된 형태의 판을 해석하여 정확한 값을 얻는 데 성공하였다. 그러나 경계조건이 다른 구조물에까지는 그 해석 방법을 확장 시키지는 못하였다. 이에 대해 김덕현 등은 유한차분법을 통한 경계조건이 다양하고 강성이 변하는 구조물의 해석적 방법을 찾았으며, 적층판의 적층수가 증가함에 따라 특별직교이방성 복합적층판 이론의 사용이 가능한 적층형태와 배향각에 관하여 연구를 수행하였으며 그 타당성을 밝힌바 있다. (Kim, 1991, 1992)

또한 파괴응력해석에 대해서는 Maxwell에 의해 제안된 비틀림 에너지와 응력의 일반화, 그 이후에 Huber에 의해 더욱 개발된 비틀림 에너지를 이용한 해석법을 발전시킨 Tasi는 상호작용하는 파괴영역을 구체화하는 쉬운 방법으로 quadratic criterion을 사용하였다. 이러한 영역을 사용함에 따라 파괴모드의 정의에 의한 파괴영역에 의존하는 대신에 사용 가능한 데이터를 설계도구로서 사용한 파괴영역을 찾아낼 수 있었다. 여기에 김덕현이 제안한 치수가 커지면 강도가 떨어진다는 치수효과(Kim, 1994, 1995) 이론을 접목시켜 교량의 파괴강도를 찾는 방법을 연구해 보고자 한다.

또한 이러한 이론을 바탕으로 유한차분방정식을 이용한 유한차분매트릭스를 구성하고, 이에 따른 처짐의 값을 산출하여 응력해석을 수행하고 치수효과를 고려한 파괴강도해석을 수행하고자 한다.

복합신소재로 이루어진 구조물의 파괴강도를 추정 설계하는 방법에는 재료에 대한 파괴곡선이 필요하나 이에 대한 파괴곡선이 부족한 실정이다. 본 연구에서는 김덕현 등의 연구자에 의해 발표된 치수가 커지면 강도가 떨어진다는 치수효과 이론을 기초로 토목구조물인 교량에 적용하여 해석을 수행하였다. 교량의 형태상 특별직교이방성 적층판으로 구성되어지고, 가

운데는 폼코아 형태가 가장 적절하고 경제적이므로 (Kim, 1997), 본 연구에서는 가장 단순한 양단이 단순지지 된 샌드위치 슬래브 교량을 모델링 하고 이에 대한 응력과 처짐을 산출하였으며, 프로그램의 정확도를 검증하기 위하여 Navier의 해와 비교하였으며, 치수효과를 고려하여 파괴강도해석을 수행하였다.

2. 복합적층판의 기본이론

특별직교이방성인 적층판의 처짐 및 응력을 구하기 위해 강성 및 복합적층판의 지배방정식을 구하고 복합적층판의 처짐과 응력에 대한 관계식을 유도하였다.

복합적층판의 처짐 및 응력에 대한 해석과 관련 된 기본적인 이론을 기술하면 다음과 같다.

2.1 복합적층판의 강성

한 개의 적층판(Laminate)은 서로 부착된 여러 개의 lamina 또는 ply로 만들어져 있다. n개의 lamina로 구성된 적층판을 고려할 때 k번째 lamina에 대한 구성방정식(constitutive equation)은 다음 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (1)$$

여기서 σ_{xy} 는 x면에서 y방향으로의 응력, ϵ_{xy} 는 x면에서 y방향으로의 변형 그리고 $[\bar{Q}]_k$ 는 축소된 강성매트릭스이다. 또한 변위와 변형의 관계는 식 (2) ~ 식 (7)과 같이 표시된다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \gamma_{zx} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7)$$

박판이론(theory of thin plate)에서 임의의 점을 고려했을 때 x, y, z 방향의 변위, u, v, w 는 다음 식과 같다.

$$u(x, y, z) = u_o(x, y) + z\bar{\alpha}(x, y) \quad (8)$$

$$v(x, y, z) = v_o(x, y) + z\bar{\beta}(x, y) \quad (9)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y) \quad (10)$$

여기서 u_o, v_o, w 는 중립면의 변위, $\bar{\alpha}$ 와 $\bar{\beta}$ 는 회전각이다.

복합적층판에서 모든 lamina가 서로 완전 부착되어 있기 때문에 lamina의 두께 방향으로 변형과 변위는 연속성을 유지한다. 그러나 각각의 lamina가 서로 다른 방향성을 가짐에 따라 다른 강성을 가지게 되고 이에 따라 응력은 불연속을 띄게 된다. 얇은 복합판에 대하여 σ_x 와 ϵ_x 는 무시된다고 가정하면 식 (1)은 다음 식 (11)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} + ZX_x \\ \epsilon_{y0} + ZX_y \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy0} + ZX_{xy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (13)$$

전체 적층판의 합력과 모멘트(stress couples)는 각각의 lamina에 대한 응력 성분을 합하면 된다. 식 (12)와 식 (13)에 식 (11)을 대입하여 정리하고 이를 다음과 같은 매트릭스 형태로 간략하게 표현할 수 있다.

$$[N] = [A][\epsilon_o] + [B][\chi] \quad (14a)$$

$$[M] = [B][\epsilon_o] + [D][\chi] \quad (14b)$$

여기서

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (15)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (16)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (17)$$

2.2 복합적층판의 지배방정식

3차원 공간에서 dx, dy, dz 를 갖는 연속체의 미소 체적(control element)이 단위 체적당 받는 체적힘(body force)의 x, y, z 축 성분을 각각 F_x, F_y, F_z 로 정의하면 각 방향의 힘에 대한 평형방정식은 다음 식 (18a)~식 (18c)와 같다. (Kim, 1995)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (18a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + F_y = 0 \quad (18b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad (18c)$$

또한 응력의 합과 모멘트는 각각 식 (19)와 식 (20)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (20)$$

여기서 h 는 적층판의 두께, h_k 는 k 번째 ply의 두께이다. 식 (18)에서 체적힘은 미소 체적에 작용하는 다른 힘보다 상대적으로 작기 때문에 무시할 수 있다. 따라서 식 (18a)를 각 ply에 대하여 적분하고 합하면 다음 식 (21)이 된다.

$$\sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{x_k}}{\partial x} dz + \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{yx_k}}{\partial y} dz + \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{zx_k}}{\partial z} dz = 0 \quad (21)$$

특별직교이방성 복합적층판의 경우 $B_{ij} = 0, A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ 이 되므로 이에 대한 구성방정식은 식

(22)~식 (24)와 같다.

$$M_x = D_{11} \chi_x + D_{12} \chi_y \quad (22)$$

$$M_y = D_{12} \chi_x + D_{22} \chi_y \quad (23)$$

$$M_{xy} = 2D_{66} \chi_{xy} \quad (24)$$

박판이 휨모멘트를 받으면 판은 이동 및 회전을 하게 된다. 전단변형을 무시하면:

$$\bar{\alpha} = -\frac{\partial w}{\partial x}, \bar{\beta} = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (25)$$

따라서 식 (25)을 대입하여 정리하면 다음 식 (26a)~식 (26c)를 얻을 수 있다.

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (26a)$$

$$\chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (26b)$$

$$\chi_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (26c)$$

식 (26)를 식 (22), 식 (23) 그리고 식 (24)에 대입하면 다음 식 (27), 식 (28) 그리고 식 (29)가 된다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (27)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (28)$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (29)$$

식 (27)~식 (28)를 정리하면 최종적으로 다음 식 (30)을 얻을 수 있다.

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (30)$$

상기에 나타낸 식 (30)에서 $D_1 = D_{11}$, $D_2 = D_{22}$ 그리고 $D_3 = (D_{12} + 2D_{66})$ 로 정의하면 식 (31)과 같이 나타

낼 수 있다.

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (31)$$

식 (31)는 특별직교이방성 판의 처짐을 해석할 때 사용되는 지배방정식으로 타원형(elliptic type)의 4차 편미분 방정식이다. 따라서 본 지배방정식을 이용하여 임의의 구조물을 해석하기 위해서는 구조물의 올바른 경계조건 부여가 필수적으로 요구된다.

2.3 단순지지된 특별직교이방성 복합적층판의 해법

네 변이 단순지지된 특별직교이방성 복합적층판의 처짐에 대한 미분 방정식을 직각 좌표로 나타내면 식 (32)로 나타낼 수 있다.

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (32)$$

여기서, $D_1 = D_{11}$, $D_2 = D_{22}$, $D_3 = 2(D_{12} + 2D_{66})$ 이다.

판의 네 변이 단순지지된 경우 Navier 해법을 적용할 수 있다. (Kim, 1995) 좌표축은 그림 1에 나타난 바와 같다.

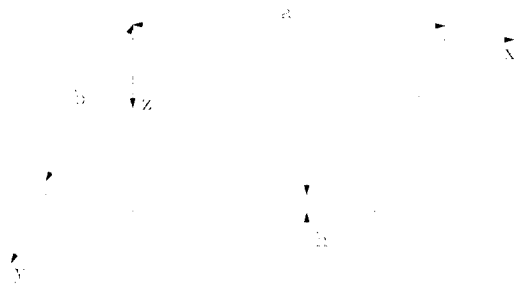


그림 1. 좌표축

Navier 해법에서 수직처짐 $w(x, y)$ 와 작용 수직하중 $q(x, y)$ 는 이중 half-range sine Fourier series를 사용하면 식 (33)과 식 (34)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (33)$$

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (34)$$

탄성지지된 경우에 $P = kw$ 로 가정하면 탄성지지에 의한 반력은 식 (35)와 같다.

$$P = kw = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} kw_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (35)$$

식 (33)~식 (35)을 식 (32)에 대입하면 식 (36)을 얻을 수 있다.

$$w_{mn} = \frac{q_{mn}}{\pi^4 (D_1 (m/a)^4 + 2D_3 (m/a)^2 (n/b)^2 + D_2 (n/b)^4) + k} \quad (36)$$

식 (36)의 우변에 있는 하중의 진폭 q_{mn} 은 함수의 직교성(orthogonality)을 이용하여 식 (34)으로부터 다음 식 (37)과 같이 구할 수 있다. 즉, 식 (34)의 양변에 $\sin(n\pi y/a)dy$ 를 곱하여 0에서 b 까지 적분된 방정식에 $\sin(m\pi x/a)dx$ 를 양변에 곱하여 0에서 a 까지 적분하면 된다.

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx \quad (37)$$

그러므로 m, n 에 대한 q_{mn} 은 주어진 하중 $q(x, y)$ 에 대하여 식 (37)을 적분하면 구할 수 있다. 단순지지된 특별직교이방성 복합적층판의 임의 점에서 수직처짐은 식 (33)과 식 (36)를 이용하여 계산할 수 있다.

등분포하중 q_0 와 집중하중 P 가 작용할 경우 다음과 같다. 첫째로 하중 $q(x, y)$ 가 전단면에 걸쳐 등분포하중 q_0 로 재하 되는 경우를 고려하면 다음 식 (38)을 얻을 수 있다.

$$q_{mn} = \frac{4q_0}{ab} \int_0^a \int_0^b \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx = \frac{16q_0}{\pi^2 mn} \quad (38)$$

그러므로 식 (33)에 식 (38)을 대입하면 등분포하중 q_0 가 전단면에 재하 된 경우의 처짐 $w(x, y)$ 는 다음 식 (39)로 된다.

$$w(x, y) = \frac{16q_0}{\pi^6} \times \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{mn(DEN + k)} \quad (39)$$

여기서, $DEN = D_1 \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b}\right)^4$ 이다.

앞의 경우와는 달리 단순 지지된 특별직교 이방성 복합적층판이 집중하중 P 를 받는다고 하자. 이때 집중하중 P 는 미소 직사각형 면적 uv 에 등분포하중이 재하 된 경우로 정의한다.

식 (38)에서 q_{mn} 을 다음 식 (40)으로 나타낼 수 있다.

$$q_{mn} = \frac{4P}{abuv} \int_{\xi-u/2}^{\xi+u/2} \int_{\eta-v/2}^{\eta+v/2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx = \frac{16P}{\pi^2 mn uv} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi u}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi v}{2b}\right) \quad (40)$$

앞에서 정의된 집중하중의 개념($u \rightarrow 0, v \rightarrow 0$)을 이용하면, 식 (40)은 다음 식 (41)이 된다.

$$q_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \quad (41)$$

그러므로 식 (34), 식 (36) 그리고 식 (41)을 정리하면 집중하중이 재하되어 있는 탄성지지된 특별직교이방성 복합적층판의 처짐 $w(x, y)$ 를 구할 수 있는 식 (42)를 얻을 수 있다.

$$w(x, y) = \frac{4P}{\pi^4 ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{DEN + k} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \times \sin\left(\frac{m\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{2b}\right) \right] \quad (42)$$

처짐값을 알면 식 (11)로부터 곧바로 응력을 구할 수 있다.

3. 파괴강도해석

3.1 Tsai-Wu의 파괴이론

Tsai와 Wu는 응력장내에서 파손면을 다음 식 (43)과 같이 가정하였다. (Tsai, 1988)

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i = 1 \quad (i, j=1,2,\dots,6) \quad (43)$$

여기서 F_i 와 F_j 는 2차와 4차 강도텐서 이고 $\sigma_4 = \sigma_{23}, \sigma_5 = \sigma_{31}, \sigma_6 = \sigma_{12}$ 를 각각 나타낸다.

대칭축 X-Y에 관하여 평면응력상태에 있는 얇은 직교이방

성에 대해서 이 파괴영역은 다음과 같이 된다.

$$F_{xx}\sigma_x^2 + F_{yy}\sigma_y^2 + 2F_{xy}\sigma_x\sigma_y + F_{ss}\sigma_s^2 + F_x\sigma_x + F_y\sigma_y + F_s\sigma_s = 1 \quad (44)$$

여기서 F는 강도 변수이고 다음 식 (45)으로부터 얻어진다.

$$F_{xx} = \frac{1}{XX'}, F_{yy} = \frac{1}{YY'}, F_{ss} = \frac{1}{S^2} \\ F_x = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, F_y = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, F_s = 0 \quad (45)$$

이러한 강도들은 실험에 의해서 얻어진다. 4차텐서 항인 σ_x 와 σ_y 의 계수인 X, X', Y, Y' 및 이축과손응력 σ 의 함수로 표현되는 F_{xy} 는 신뢰성 있는 2축 실험을 수행하는 것이 항상 쉽지는 않기 때문에 Tsai는 다음과 같은 경험식을 제시했다.

$$F_{xy} = F_{xy}^* \sqrt{F_{xx}F_{yy}} \quad (46)$$

여기서 F_{xy}^* 는 일반화된 상호작용 항목으로서 믿을 만한 실험 데이터가 없을 때 경험적인 상수로서 식 (47)를 사용한다.

$$-\frac{1}{2} \leq F_{xy}^* \leq 0 \quad (47)$$

여기서 $-\frac{1}{2}$ 을 일반화된 von Mises의 값이고, 0은 Hill의 값이다.

3.2 강도비의 정의

강도비 R은 적용된 하중에 대한 극한강도 또는 최대강도의 비율이다. 강도비의 정의는 다음과 같다.

$$\{ \sigma \}_{max} = R \{ \sigma \}_{applied} \\ \{ \varepsilon \}_{max} = R \{ \varepsilon \}_{applied} \quad (48)$$

여기서 R은 안전계수 또는 하중계수이다. 파괴는 R=1일 때 일어난다.

$R < 1$ 일 때 $1/R$ 의 계수에 의한 강도보다 작용하중이 더 커진다. 이것은 물리적으로 불가능하지만 설계에 있어서 매우 중요한 정보를 제공해 준다. 예를 들어 (R-1) 비율만큼

작용하중을 감소시키면 된다.

Tsai에 따르면 상호작용하는 파괴영역을 구체화하는 쉬운 방법은 quadratic criterion을 사용하는 것이다. (Tsai, 1988) 이것은 Maxwell에 의해 제안되어진 비틀림 에너지 또는 응력의 일반화이고, 그 후에 Huber에 의해 더욱 발전되었다.

이러한 영역을 사용함에 따라 우리는 파괴모드의 정의에 의한 파괴영역에 의존하는 대신에 사용 가능한 데이터를 설계도 구로서 사용한 파괴영역을 알 수 있다. 식 (43)을 식 (48)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$[F_{ij} \sigma_i \sigma_j]R^2 + [F_i \sigma_i]R - 1 = 0 \quad (49)$$

식 (44)의 응력성분들은 적용된 응력들이다. 어떤 재료가 주어지면 F_s' 강도변수를 구할 수 있다.

4. 치수효과를 고려한 파괴강도해석

본 논문에서의 강도계산은 Maxwell과 Huber가 제안한 강도이론을 적용하였고, 구조물의 치수가 커지면 강도가 감소한다는 치수효과 이론을 적용하였다. (Kim, 1994, 1995)

4.1 E-glass 섬유유리의 인장강도 감소율

Filament Wound에 사용되는 유리섬유의 인장강도 감소율은 질량 증가에 따라 그림 2와 같이 작도할 수 있으며, 아래 식 (50)과 같이 표현할 수 있다. (Kim, 1994)

$$Y = 0.465 X^{-0.0377} \quad (50)$$

여기서 X는 질량, Y는 인장강도 감소율을 나타낸다.

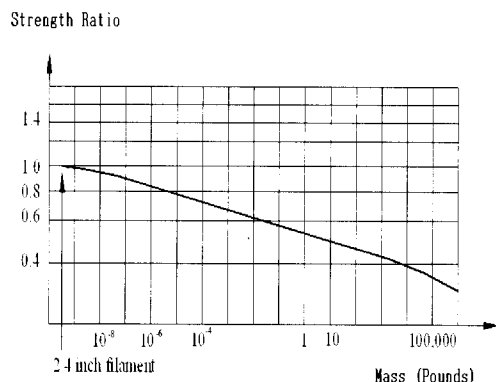


그림 2. 질량 증가에 따른 유리섬유 인장강도 감소율

4.2 에폭시 모재의 인장강도 감소율

Crasto와 Kim에 의한 실험결과 90°방향에 대한 인장강도 감소비율 Y와 일방향으로 보강된 복합재료 AS4 / 501-6에 대한 관계로부터 다음과 같은 회귀분석 공식을 산출하였으며, 이를 그래프로 나타내면 그림 3과 같이 나타낼 수 있다. (Kim, 1994)

$$Y = -0.00003054 n^2 - 0.00268 n + 1.01065 \quad (51)$$

여기서 n은 층수를 나타낸다.

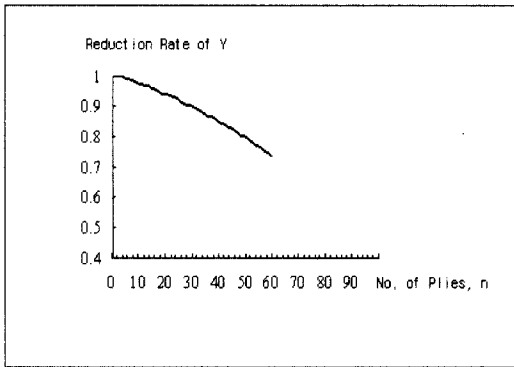


그림 3. 질량증가에 따른 에폭시 모재의 인장강도 감소율

같은 모재를 사용한 결과가 아니라도 에폭시에 대한 이 방정식은 90° 인장강도 감소비를 측정하는데 사용할 수 있다. 또한 보강섬유의 보강과 구성 재료에 따라 질량이 커짐에 따른 복합재료의 X, X', Y, Y' 그리고 S의 강도 감소율을 구할 수 있으며, 제조방법 등 여러 가지 요인들도 마찬가지로 고려되어야 한다.

5. 수치해석

5.1 F.D.M과 Navier 해의 처짐 비교

처짐 비교 분석을 통해 F.D.M의 정확도를 분석하기 위해 복합재료 슬래브의 물성치와 샌드위치 판의 적층수 R=1, 적층각(0/90/0), $h_0=0.005m$ 을 대입하여 계산한 다음의 강성을 이용하였다.

표 1. 사변 단순지지된 슬래브의 강성 (N·m)

D_{11}	10,695.199
D_{12}	613.578
D_{22}	2,680.696
D_{66}	1,164.374

F.D.M과 Navier 해에서 사용한 강성은 표 1을 사용하였으며, 슬래브의 mesh 간격은 같은 등간격을 사용하였다. 대상슬래브의 형상은 그림 4와 같다. 교량의 지간은 10m×10m로 하였고, 그 노드간격은 1m, 하중은 등분포하중 1N을 재하하여 그 처짐을 비교하여 정확도를 산출하였다.

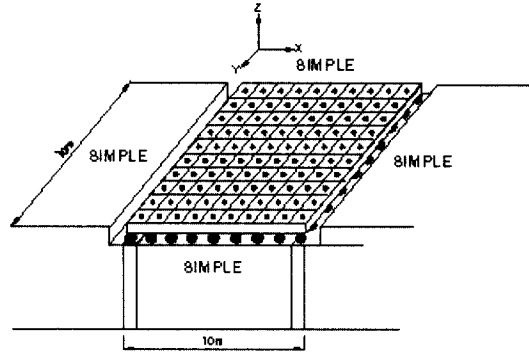


그림 4. 단순지지된 슬래브교량의 mesh 형태

Navier 해에 의한 처짐값은 다음 표 2와 같다.

표 2. Navier 해에 의한 처짐 (m)

X축 \ Y축	1m	3m	5m	7m	9m
1m	0.00091048	0.00221878	0.00265925	0.00221878	0.00091048
3m	0.00231325	0.00570329	0.00685518	0.00570329	0.00231325
5m	0.00282204	0.00698853	0.00841133	0.00698853	0.00282204
7m	0.00231325	0.00570329	0.00685518	0.00570329	0.00231325
9m	0.00091048	0.00221878	0.00265925	0.00221878	0.00091048

F.D.M에 의한 처짐값은 다음 표 3과 같다.

표 3. F.D.M에 의한 처짐 (m)

X축 \ Y축	1m	3m	5m	7m	9m
1m	0.00091526	0.00222209	0.00266089	0.00222209	0.00091526
3m	0.00232229	0.00570336	0.00684954	0.00570336	0.00232229
5m	0.00283223	0.00698591	0.00840069	0.00698591	0.00283222
7m	0.00232229	0.00570336	0.00684954	0.00570335	0.00232228
9m	0.00091526	0.00222209	0.00266089	0.00222209	0.00091526

Navier 해와 F.D.M의 퍼센트 상대오차는 각 노드에서 백분율로 나타내면 표 4와 같다.

표 4. F.D.M과 Navier 해의 상대오차 (%)

X축 \ Y축	1m	3m	5m	7m	9m
1m	0.52499	0.14918	0.06167	0.14918	0.52499
3m	0.39079	0.00122	0.08227	0.00122	0.39079
5m	0.36108	0.03749	0.12649	0.03749	0.36108
7m	0.39079	0.00122	0.08227	0.00122	0.39079
9m	0.52499	0.14918	0.06167	0.14918	0.52499

전체 평균 퍼센트 상대오차는 0.219049 %이며, 이는 사면 단순지지된 경우의 정확한 해법인 Navier의 해와 본 논문에서 사용한 F.D.M 프로그램으로 계산된 값이 거의 일치함을 보여주고 있다.

5.2 샌드위치 슬래브교량의 처짐 및 응력 해석

전절의 수치해석에서 정확도가 입증된 F.D.M 프로그램을 가지고 샌드위치 슬래브 교량의 해석을 수행하였다. 샌드위치 슬래브 교량은 유한차분법을 사용 해석할 수 있고 계산에 사용된 유리섬유와 에폭시로 형성된 복합재료의 적층 배향각은 그림 5와 같으며 물성치는 표 5와 같다.

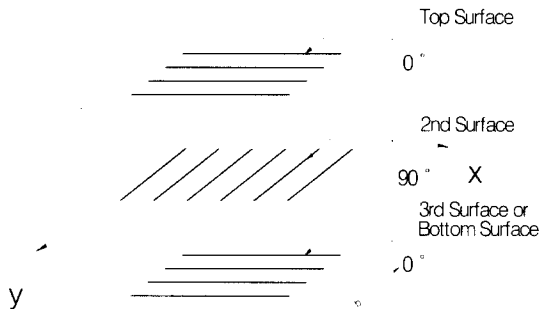


그림 5. (a/b/a)r인 적층 배향각 형상

표 5. 유리섬유보강 복합재료의 물성치

E_1	E_2	ν_{12}	ν_{21}	G	h_0	V_f
38.6 GPa	8.27 GPa	0.26	0.0557	4.14 GPa	0.000125 m	0.45

여기서 E_1 : 종방향 탄성계수,
 E_2 : 횡방향 탄성계수,
 ν : Poisson 비,
 G : 전단계수,

h_0 : 플라이 한 개의 두께,
 V_f : 섬유유의 체적률.

샌드위치 슬래브 교량의 형상은 그림 6과 같고 노드간격은 허용오차 범위 내에 있게 하기 위해 0.5m×0.5m으로 형성하였다.

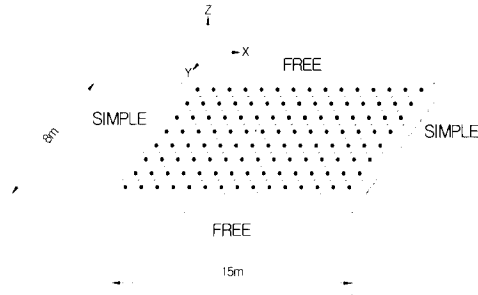


그림 6. 양단 단순 타단 자유인 샌드위치 슬래브교량의 형상

본 연구에서 적용한 폼코아의 형상과 치수는 그림 7 과 같다.

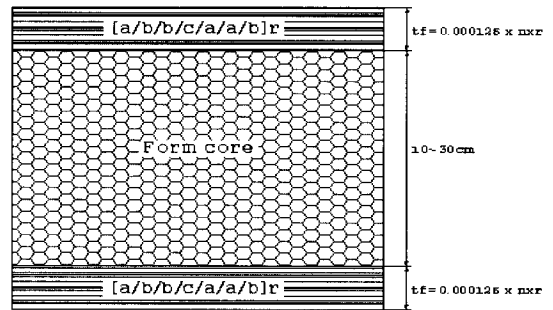


그림 7. 폼코아의 형상과 치수

양단단순, 타단자유인 슬래브 교량의 mesh형상과 하중재하 형태는 그림 8과 같으며, r=20이고 face의 두께가 0.0025cm 일 때 재하 된 하중은 표 6 과 같다.

표 6. 샌드위치 슬래브교량에 재하 된 하중

구 분	하 중 (N)	
차 량 하 중 (DB-24)	전 륜	23,535.96
	후 륜	94,143.84
자 중	core	47.04
	face	11.025
	asphalt	563.5
	계	621.565

폼코아의 높이에 따른 강성은 표 7과 같이 변화한다. 샌드위치 슬래브의 강성에서 폼코아의 높이는 강성 D_{11} , D_{22} 값

에 크게 작용한다.

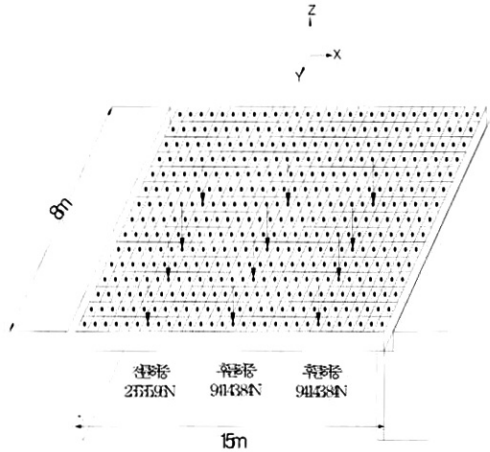


그림 8. 양단단순 타단자유인 슬래브교량의 하중재하 형상

적층수 $r=20$ 이고 폼 코어 높이 $h=30\text{cm}$ 일 때 처짐을 보면 차량하중이 재하된 부분의 처짐이 제일 큰 것으로 보이며, 최대 처짐이 0.027cm 이므로 사용성에는 문제가 없음을 알 수 있다.

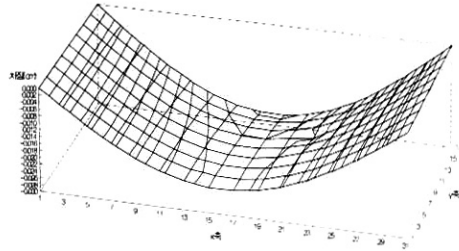


그림 9. 샌드위치 슬래브교량의 처짐 형상

표 7. 폼 코어 높이에 따른 강성 ($\text{N} \cdot \text{m}$)

강성 \ h (m)	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
D_{11}	3848140	12298100	28362931	54490583	93129023
$D_{12} = D_{21}$	225851	710294	1624243	3104048	5286060
D_{22}	1075366	3186174	7045237	13177026	22106014
D_{66}	428592	1347910	3082289	5890481	10031237

표 7의 강성을 구하여 F.D.M 프로그램에 대입한 후 tri-diagonal 매트릭스 해법을 이용하여 처짐 해석을 수행한다. F.D.M 프로그램을 이용하여 응력해석을 $r=20$ 이고 폼 코어 높이 $h=10\sim 30\text{cm}$ 까지 수행하였다.

폼 코어 높이 $h=30\text{cm}$ 이고 적층수 $r=20$ 인 적층판의 처짐을 구한 결과는 표 8과 같으며 처짐 형상은 그림 9와 같다.

표 8. 샌드위치 슬래브교량의 처짐 (cm)

x \ y	2m	6m	10m	14m	18m	22m	26m	30m
1m	0.0018	0.0084	0.0137	0.0167	0.0169	0.1410	0.0088	0.0018
3m	0.0018	0.0088	0.0143	0.0175	0.0177	0.0148	0.0092	0.0019
5m	0.0019	0.0092	0.0150	0.0184	0.1860	0.0156	0.0098	0.0020
7m	0.0020	0.0097	0.0158	0.0194	0.0197	0.0165	0.0103	0.0022
9m	0.0021	0.0102	0.0167	0.0205	0.0208	0.0175	0.0110	0.0023
11m	0.0022	0.0108	0.0176	0.0217	0.0220	0.0185	0.0116	0.0024
13m	0.0024	0.0114	0.0187	0.0230	0.0233	0.0196	0.0123	0.0026
15m	0.0025	0.0121	0.0199	0.0244	0.0249	0.0209	0.0131	0.0028
17m	0.0027	0.0130	0.0212	0.0261	0.0266	0.0224	0.0141	0.0030

폼 코어 높이 $h=30\text{cm}$ 이고 적층수 $r=20$ 인 적층판의 응력 σ_x 를 구한 결과는 표 9와 같으며 응력의 형상은 그림 10과 같다.

표 9. 샌드위치 슬래브교량의 σ_x (MPa)

x \ y	2m	6m	10m	14m	18m	22m	26m
1m	-0.451	-2.11	-3.43	-4.26	-4.43	-3.82	-2.47
3m	-0.456	-2.16	-3.52	-4.46	-4.65	-4.03	-2.65
5m	-0.467	-2.22	-3.63	-4.66	-4.86	-4.24	-2.80
7m	-0.485	-2.33	-3.81	-4.97	-5.21	-4.57	-3.05
9m	-0.505	-2.43	-3.99	-5.20	-5.47	-4.80	-3.20
11m	-0.530	-2.56	-4.22	-5.54	-5.83	-5.13	-3.43
13m	-0.559	-2.69	-4.66	-5.85	-6.18	-5.44	-3.63
15m	-0.588	-2.85	-4.72	-6.21	-6.57	-5.80	-3.87
17m	-0.618	-3.01	-4.98	-6.63	-7.01	-6.20	-4.18

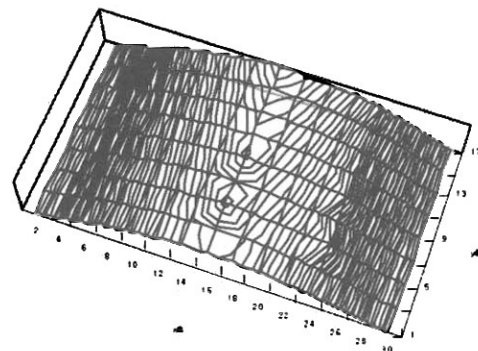


그림 10. 샌드위치 슬래브교량의 σ_x 형상

그림 10의 형상에서 보듯이 차량의 후륜하중이 재하된 시점의 응력이 제일 크며, 차량하중을 2차선 정적재하 시킬 때 중심점에서 약간 떨어진 점에 재하 시키기 때문에 응력의 최고점은 중앙에서 약간 벗어나 있다.

샌드위치 슬래브 교량의 응력 σ_y 를 구한 결과는 표 10과 같으며 응력의 형상은 그림 11과 같다.

표 10. 샌드위치 슬래브교량의 σ_y (MPa)

x \ y	2m	6m	10m	14m	18m	22m	26m
1m	-0.0020	-0.00955	-0.0155	-0.0193	-0.0201	-0.0173	-0.0112
3m	-0.0045	-0.0179	-0.0314	-0.0400	-0.0461	-0.0429	-0.0285
5m	-0.0090	-0.0546	-0.0868	-0.161	-0.177	-0.171	-0.137
7m	-0.0124	-0.0538	-0.0990	-0.128	-0.149	-0.138	-0.0903
9m	-0.0145	-0.0785	-0.0130	-0.208	-0.229	-0.216	-0.162
11m	-0.0142	-0.0682	-0.0116	-0.164	-0.181	-0.166	-0.117
13m	-0.0112	-0.0507	-0.0841	-0.105	-0.112	-0.0992	-0.0644
15m	-0.0076	-0.0322	-0.0531	-0.0587	-0.0615	-0.0521	-0.0302
17m	-0.0028	-0.0136	-0.0225	-0.0300	-0.0317	-0.0281	-0.0189

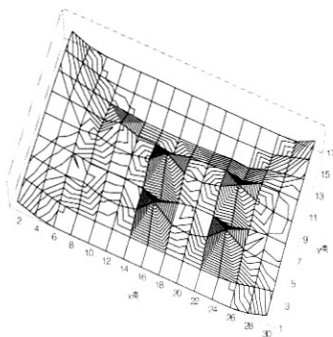


그림 11. 샌드위치 슬래브교량의 σ_y 형상

그림 11에서 σ_y 의 응력도를 보면 차량의 후륜하중을 재하 시킨 부분의 응력이 크게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

샌드위치 슬래브 교량의 응력 σ_{xy} 를 구한 결과는 표 11과 같으며 응력의 형상은 그림 12와 같다.

표 11. 샌드위치 슬래브교량의 σ_{xy} (MPa)

x \ y	2m	6m	10m	14m	18m	22m	26m
1m	-0.386	0.144	0.117	0.0708	-0.0214	-0.0914	-0.177
3m	0.195	0.184	0.143	0.0924	-0.0360	-0.108	-0.228
5m	0.233	0.213	0.166	0.0859	-0.0314	-0.142	-0.246
7m	0.264	0.239	0.180	0.0858	-0.0381	-0.161	-0.266
9m	0.292	0.263	0.192	0.0908	-0.0497	-0.174	-0.289
11m	0.320	0.287	0.205	0.0947	-0.0583	-0.189	-0.311
13m	0.355	0.313	0.233	0.0852	-0.0440	-0.229	-0.325
15m	0.400	0.362	0.260	0.138	-0.0812	-0.223	-0.409
17m	0.128	0.409	0.306	0.146	-0.0700	-0.271	-0.455

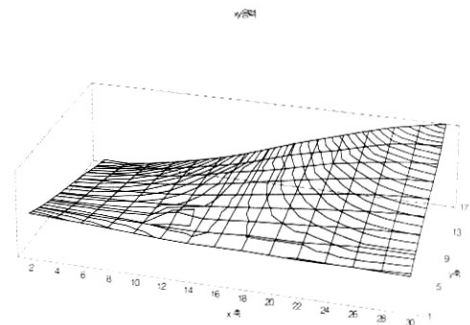


그림 12. 샌드위치 슬래브교량의 σ_{xy} 형상

지금까지 세 가지 응력의 경우에 대한 응력의 형상을 살펴 보면 집중하중의 편심재하 영향으로 비틀림응력 σ_{xy} 이 커졌음을 알 수 있고, D_{11} 의 강성이 커서 교축방향의 응력 σ_x 가 가장 크게 나타나 있다. 또한 D_{12} 와 D_{66} 의 강성은 교량에서는 무시해도 되며 D_{11} 과 D_{22} 의 강성비가 중요함을 알 수 있다.

폼 코어의 두께를 증가시켜 가면서 즉 강성을 증가시키면서 응력을 산출하였고, 여기서는 그 최대값을 사용한 파괴강도 해석을 수행하였다.

5.3 치수효과를 고려한 샌드위치 슬래브교량의 파괴강도 해석

본 연구에서 사용한 유리섬유 한 개의 시험편의 강도는 표 12와 같다.

표 12. 유리섬유 보강 복합재료의 강도 (MPa)

X	X'	Y	Y'	S
1062	610	31	118	72

여기서, X, X' : 종방향의 인장강도, 압축강도,
Y, Y' : 횡방향의 인장강도, 압축강도,
S : 전단강도.

배향각이 [0/90/0]이기 때문에 표 13에서 X, X', Y, Y'를 배향각 비율에 맞게 산정하면 다음과 같다.

표 13. [0/90/0]_r 인 유리섬유 보강 복합 재료의 강도 (MPa)

X	X'	Y	Y'	S
708	406.67	385	321.3	72

섬유의 지름을 표 5에서 J로 한다면, $h_0 = 5\text{mm}$ 을 갖는 한 개의 플라이는 대략 394개의 섬유지름이 두께가 되고, 섬유의 체적률 $V_f = 0.45$ 이므로 대략 177개의 섬유를 포함하고 있다.

단일방향의 복합재료가 $h = (r \times n)h_0$, $L = 15\text{m}$, $B = 8\text{m}$ 라면, 6cm 길이를 갖고, 3449MPa의 인장강도를 갖는 한 개의 섬유에 대해 다음 표 14과 같은 질량에 따른 강도 감소비를 갖는다.

표 14. 질량에 따른 강도 감소비

종류	섬유질량	유리섬유 인장강도 감소비	모재의 인장강도 감소비
폼코어 높이			
0.10~0.30 m	3.013	0.53	0.71

본 연구에서는 치수효과를 고려한 샌드위치 슬래브교량의 최대 처짐을 계산해 본 결과 표 15와 같은 결과를 얻을 수 있었다.

표 15. 폼코어 높이에 따른 최대 처짐 (cm)

h(m)	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
처짐					
w (cm)	0.6429	0.2022	0.088	0.0459	0.0270

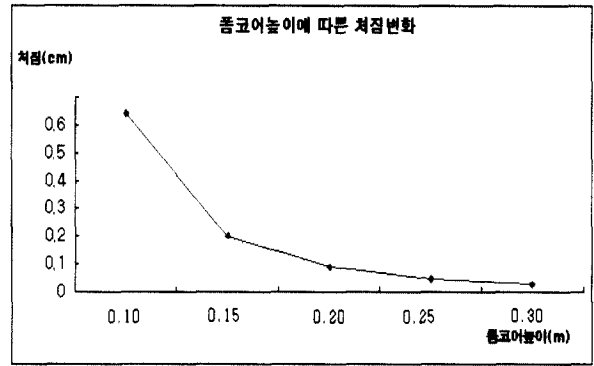


그림 13. 폼 코어 높이에 따른 구조물의 처짐

그림 13에서 보면 폼코어 높이가 30cm일 때 처짐은 0.027cm로 나타나 도로교설계기준의 허용처짐 이내로 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

6. 결 론

본 논문에서는 샌드위치 슬래브 교량의 처짐, 응력, 치수효과를 고려한 파괴강도해석을 수행하였다. 경계조건은 양단 단순지지 교량의 형태를 모델링 하였고, 하중은 자중과 정적 차량하중을 고려하였다. 본 논문에서 수행한 연구 결과를 종합하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) 복합적층판으로 이루어진 샌드위치 슬래브교량의 처짐 및 응력해석을 수행하기 위하여 유한차분법 프로그램을 완성하였고, 프로그램의 정확도를 확인하기 위하여 퍼센트 상대오차를 계산한 결과 본 프로그램의 정확도를 입증하였다.
- (2) 하중을 일정하게하고 샌드위치 폼코어 높이를 증가시키면서 응력을 고찰해 본 결과 강성이 증가함에 따라 응력과 처짐이 현저하게 줄어드는 것을 알 수 있었다.
- (3) 샌드위치 슬래브 교량에 대한 응력 해석 결과, D_{11} 의 강성이 커서 교축방향의 응력이 가장 크게 나타났으며 다음으로는 비틀림 응력이 크게 나타났다. D_{12} 와 D_{66} 강성은 교량에서는 무시해도 되며 D_{11} 과 D_{22} 의 강성비가 중요함을 알 수 있었다.
- (4) 샌드위치 슬래브 교량을 치수효과를 고려하여 파괴강도해석을 수행한 결과 사용성에는 문제가 없는 것으로 평가되었다.

감 사 의 글

본 연구는 서울산업대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- Han, B. K. and Kim, D. H. (2001), The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Terms in Analyzing $[90, 0, 90]_r$ Type Laminates with Increasing Aspect Ratio, *Journal of Korea Society of Steel Construction*, Vol 13 , No. 1, pp. 53-60, 2001.
- Han, B. K. and Kim, D. H. (2001), Analysis of Steel Bridges by Means of Specially Orthotropic Plate Theory, *Journal of Korea Society of Steel Construction*, Vol 13 , No. 1, pp. 61-69
- Jones, R. M. (1975), *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill Company
- Kim, D. H. (1991) Simple Method of Analysis for Preliminary Design of the Composite Laminated Primary Structures for Civil Construction", *Proc. of Computer Structural Engineering Institute of Korea* Vol. 1, pp. 121-126
- Kim, D. H. (1992) A Simple Method of 'Exact' Analysis of Some Composite Laminated Structures for Civil Construction, *Seminar, University of Illinois at Urbana -Champaign*.
- Kim, D. H. (1993) Simple Method of Analysis for Preliminary Design of Certain Composite Laminated Primary for Civil Construction II, *Journal of Material Technology*, 55, Elsevier, London
- Kim, D. H. (1994) Size-Scale Effects in the Failure of Composite Structures, *Proc. of Korean Society for Composite Materials*, pp. 255- 267
- Kim, D. H. (1995) *Composite Structures for Civil and Architectural Engineering*, E & FN SPON, Chapman & Hall, London
- Kim, D. H. (1995), The Importance of Size/Scale Effects in the Failure of Composite Structures, *4th Japan International SAMPE Symposium and Exhibition*, Tokyo, pp. 25-28
- Kim, D. H. (1997) Advanced Composite Material Slabs for Tall Buildings, *Proc. of Computer Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 1, pp.126-133
- Timoshenko and Woinowsky-Krieger (1989), *Theory of Plate and Shells*, McGraw Hill Company
- Tsai, S.S.W. (1988), *Composite Design*, Think Composite, Dayton, OH.
- (접수일자 : 2003. 11. 27 /심사일 2004. 1. 15
/심사완료일 2004. 3. 24)