

형상 최적설계를 위한 최적화 기법에 관한 연구

A Study on the Techniques of Configuration Optimization

최 병 한¹⁾

Choi, Byoung Han

요 약 : 본 연구는 구조물의 형상 최적화를 효율적이면서 보다 용이하게 수행할 수 있는 기법을 제안하고자 하였다. 구조물의 형상 표현과 설계변수 선택을 위해 설계요소 개념을 활용하여 설계변수 수를 과감하게 줄일 수 있었고, 등매개변수 사상기법을 이용하여 최적화 과정 중 형상의 변화에 따른 유한요소망을 자동생성 하였으며 효율적인 최적화 과정 수행을 위하여 결정론적 최적화 기법(개선된 허용방향법)과 스토캐스틱 최적화 기법(유전 알고리즘)을 사용하여 그 결과와 효율성을 비교하였다. 최적화 과정 중 구조해석은 유한요소법을 이용하며 구조물의 파괴와 단면적 등을 목적함수로 하여 형상 최적화를 수행하였다. 또한 제작성과 시공성을 위한 최종형상 제시를 위하여 최적형상에 완화곡선 처리를 시도하였다. 이상의 연구를 강구조물을 대상으로 한 몇 가지 수치 예에 적용한 결과 설계과정을 보다 단순화시켰으며, 두 가지 기법 모두 최적해에 수렴함으로써 목적함수 값을 효과적으로 개선시킬 수 있었다. 따라서 본 연구는 그 타당성과 적용성이 있다고 판명된다.

ABSTRACT : This study describes an efficient and facile method for configuration optimum design of structures. One of the ways to achieve numerical shape representation and the selection of design variables is using the design element concept. Using this technique, the number of design variables could be drastically reduced. Isoparametric mapping was utilized to automatically generate the finite element mesh during the optimization process, and this made it possible to easily calculate the derivatives of the coordinates of generated finite element nodes w.r.t. the design variables. For the structural analysis, finite element analysis was adopted in the optimization procedure, and two different techniques(the deterministic method, a modified method of feasible direction; and the stochastic method, a genetic algorithms) were applied to obtain the minimum volumes and section areas for an efficient configuration optimization procedure. Furthermore, spline interpolation was introduced to present a realistic optimum configuration that meet the manufacturing requirements. According to the results of several numerical examples(steel structures), the two techniques suggested in this study simplified the process of configuration optimum design of structures, and yielded improved objective function values with a robust convergence rate. This study's applicability and capability have therefore been demonstrated.

핵심용어 : 결정론적 최적화 기법, 스토캐스틱 최적화 기법, 개선된 허용방향법, 유전알고리즘, 형상최적화, 설계요소, 등매개변수 사상.

KEYWORDS : Deterministic Optimization Method, Stochastic Optimization Method, Modified Method of Feasible Direction, Genetic Algorithms Configuration Optimization, Design Elements, Isoparametric Mapping.

1. 서론

구조공학의 궁극적인 목적은 최적의 구조를 창출하는데 있다. 구조 최적화에 관한 연구는 1960년대 초반 Prager에 의한 해석적 방법론(A analytical Methods)과 Schmit의 수치적 방법론(Numerical Methods)으로 양대 주류가 형성된 이후 컴퓨터의 급속한 발달로 인하여 최적화는 전자에 기반을 둔 수치적 최적성기준법(Optimality Criteria Method)과 후자에 기반을 둔 수학적계획법(Mathematical Programming

Method)등이 활용되었다. 1970년대 이후 수학적 계획법이 최적성 기준법보다 그 논리성, 일반성에 있어 우수한 것으로 알려지면서 수학적계획법에 의한 최적설계법이 많은 공학자들 사이에 관심의 대상이 되어 왔고 이는 초기 설계점에 따라 최적해가 하나로 결정되는 즉, 결정론적 최적화 기법(Deterministic Optimization Technique)으로써, 구조해석법으로 완전히 확립된 유한요소법(F.E.M)의 범용 프로그램과의 결합이 가능하여 구조 최적화에 획기적인 발달을 가져왔다.

1) 정회원, 전북대학교 부설 공학연구원 공업기술연구센터 연구원, 공학박사
(Tel.063-270-2420, Fax.063-270-2421, E-mail:han1020@shinbiro.com)

본 논문에 대한 토의를 2005년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

반면에 1960년대부터 다양한 최적화 문제를 해결하기 위하여 자연현상을 모사한 알고리즘들(유전알고리즘(Genetic Algorithms:G.A), 진화전략(Evolution Strategies:E.S), 시뮬레이티드 어닐링(Simulated Annealing:S.A) 등)이 개발되었으며, 이들은 결정론적 최적화 기법처럼 설계점의 탐색 방향(Search Direction) 및 이동길이(Step Length)가 현재의 설계점의 위치에 따라 결정되는 것이 아니고 어떤 조건에 의해 임의로 선택될 수 있는 방법 즉, 스토캐스틱 최적화 기법(Stochastic Optimization Technique)으로 이들 중 유전 알고리즘이 최근에 많이 활용되고 있다.

구조물의 최적화는 단면의 크기를 결정하는 단면(Sizing) 최적화, 구조물의 기하학적 형상을 최적화하는 형상(Configuration)최적화, 구조물을 구성하는 요소의 존재 여부를 결정하는 위상(Topology)최적화 등으로 나눌 수 있다. 구조물의 형상 최적화는 단면 최적화보다 더 목적함수를 크게 줄일 수 있어 최적설계의 목적에 부합되는 설계방법이다. 그러나 단면 최적화는 형상이 고정된 상태에서 단면적이나 두께가 설계변수로 정의되는 데 반하여 형상 최적화는 단면적이나 두께 및 구조물의 형상을 표현하는 절점의 좌표가 설계변수가 되므로 최적화 과정 중 형상이 변함에 따라 경계조건과 지배방정식 등이 변함으로써 단면 최적화 보다 더욱 복잡하다. 예를 들어 보 및 트러스의 단면 최적화나 판의 두께를 결정하는 최적화는 구조물의 기하학적 형상이 고정되어 있어 강성행렬들이 설계변수들의 명백한(Explicit)함수의 형태로 나타낼 수 있으므로 최적화가 비교적 용이하나, 형상 최적화는 최적화 과정에서 경계형상이 변하고 또한 그 강성행렬들이 형상 설계변수들의 내재적(Implicit)인 함수의 형태이므로 최적화 과정이 보다 난해하고 복잡하다. 이러한 특유의 복잡성과 한계성으로 인하여 형상 최적화는 트러스 구조물에 제한적으로 활용되어 왔으나 컴퓨터의 발달과 함께 유한요소법(F.E.M)이나 경계요소법(B.E.M)등과 같은 체계화된 구조해석법 및 최적화의 수학적 계획법의 발달로 다양한 구조물의 형상 최적화에도 많은 진전이 있으나 그 복잡성과 어려움은 아직 상존하고 있어 이에 대한 연구가 시급히 요구되고 있는 실정이다.

본 연구와 관련된 연구로서 1973년Zienkiewicz와 Campbell은 최초로 2차원 구조물의 영역을 유한요소들로 분할하고 강성행렬에 포함된 절점좌표를 설계변수로 하여 축차선형계획법(S.L.P)를 이용한 형상최적화 문제를 소개하였다. 이로부터 2, 3차원의 복잡한 구조물의 형상 최적화의 가능성과 중요성이 강조되어 왔다. 1975년 Francavilla 등은 기계 요소의 응력집중을 최소화하기 위한 형상 최적화를 벌칙함수법(Penalty Function Method)으로 시행하였고, Ramakrishnan 등은 2차원 구조물을 대상으로 하여 설계변

수로는 형상경계를 근사화한 다항식의 계수로 하고 중량과 응력을 각각 목적함수와 제약조건으로 하여 축차무제약최소화기법(S.U.M.T)를 이용한 형상 최적화를 이루었다. 1982년 Imam은 응력제약조건을 고려하고 중량을 목적함수로 허용방향법(Feasible Direction Method)을 이용한 3차원 켄틸레버보의 형상 최적화를 시도하였으며, Botkin은 형상 최적설계에 관한 기 발표된 연구들을 크게 중량 최소화 문제와 응력집중 최소화 문제로 분류하였고 판 구조물의 형상 최적화에 관한 연구를 수행하였다.1983년 Bennett 등은 2차원 구조물의 형상 최적화 과정에서 유한요소망의 보다 적합한 설정을 위해 적응적인(Adaptive) 요소망 재설정 과정을 추가함으로써 최적화 결과의 정확성을 높이고자 하였으며, 1985년 Wang 등은 구조물의 민감도 해석의 효율적인 방법의 고안에 대한 연구를 하였다. 이전까지의 대부분의 민감도 해석이 트러스나 강 뼈대 구조물에 한정되어 있었고 이와는 다른 2,3차원 구조물의 형상최적화에 있어 민감도 해석의 어려움을 자세히 설명하였다. 1985년과 1986년에 Haftka 등과 Ding은 형상 최적화과정에서 목적함수와 설계변수의 선택과 유한요소망의 생성, 민감도 계산 등에서의 어려운 점을 각각 소개하고 기 발표된 연구들에서 사용된 방법들을 정리하였다. 또한 구조물의 형상 최적화 과정에서 보다 효율적인 민감도 계산에 관하여 비교 연구하고 그 정확성을 평가하기도 하였다.(Adelman 등,1986; Haftka 등,1986; Brockman 등,1988; Dems 등,1989; Kumar 등,1989; Pedersen 등,1989; Cheng 등,1989; Greene 등,1991; Cheu,1989; Haftka 등,1991; Santos 등,1992; Dems 등,1993) 1992년 Lin 등은 유전알고리즘을 이용하여 이산형과 연속형 설계변수를 고려한 단면 최적화를 수행하였고, 1993년 Gu 등과 1994년 Chen 등은 상용 유한요소 소프트웨어와 몇 가지 민감도 해석법을 결합시켜 각각 형상 최적화와 단면 최적화를 시도하였으며, 1995년 Chen 등은 2계 설계 민감도 해석에 관한 연구를 하였고, 1996년 Naqib 등은 목적함수와 제약조건의 경사도(Gradient)계산의 수를 줄이는 방법을 연구하였고, Miguel은 유전알고리즘을 이용한 트러스구조물의 형상최적화를 시도하였으며, Pourazady 등은 일련의 유한요소해석과 최적화 과정을 통하여 2차원 구조물의 형상 최적화를 시도하였으며, 1998년 Annicchiarico 등은 이진수 코딩 사용한 유전알고리즘으로 2차원 구조물의 형상최적화를 수행하였고, 2001년 Hansen 등은 유한요소해석을 바탕으로한 민감도 해석에 있어 Fixed Basis Function이라는 방법을 이용하여 민감도 해석 과정을 보다 간편하게 수행하였다. 2003년 Kaveh 등은 응력법을 바탕으로 유전알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 위상최적화를 시도하였다. 이밖에도 많은 연구가 현재까지 진

행되고 있으나 대부분의 연구가 설계민감도 계산에 중점을 두고 있고 또한 이러한 민감도 해석방법들 중 가장 최선의 방법은 아직도 결정되지 않은 상태이다. 이와 같이 2,3차원 구조물을 대상으로 한 형상 최적화문제에 관한 대다수의 연구들이 형상 최적화 과정 중 유한요소해석이나 요소망 생성 혹은 민감도 해석 등과 같은 특정 과정에 그 중점을 두고 연구가 진행되어 왔으며, 단지 몇몇 소수의 연구만이 통합된 환경하의 형상 최적화 문제를 다루고 있다. 따라서 본 연구에서는 통합 환경하의 보다 용이하며 효율적인 구조물의 형상 최적화를 시도하고자 결정론적 최적화 기법인 개선된 허용방향법(Modified Feasible Direction Method: M.M.F.D)과 스토케스틱 최적화 기법인 유전알고리즘을 이용하여 몇 가지 강구조물을 대상으로 최적화를 수행하고, 그 결과 및 효율성을 비교 분석하고자한다.

결정론적 최적화 기법은 연속형 변수를 사용하고 경사도 정보를 이용하는 최적화기법으로 현재의 설계점에서 개선된 설계점으로 이동이 목적함수 및 제약함수의 연속성과 미분가능성을 필요로 하는 기법으로 초기 설계점의 선정은 매우 중요한 역할을 한다. 이 때문에 초기 설계점에 따라 최적해가 달라질 수 있으므로 국부적 최적해(Local Optimum Solution)에 도달할 가능성이 크다고 할 수 있다.

반면에, 일반적으로 스토케스틱 최적화 기법은 넓은 영역의 설계영역을 다룰 수 있으므로 전역적 최적해(Global Optimum Solution)를 구하는 면에서 결정론적 기법보다 월등히 뛰어나다고 할 수 있는 반면에, 많은 양의 함수 계산을 수행해야 하므로 계산시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

2. 연구내용 및 목적

본 연구에서는 결정론적 최적화 기법으로 개선된 허용방향법을 이용한다. 이는 단지 활성화 제약조건과 위배제약조건만의 경사도가 요구되므로 모든 제약조건식에 대한 경사도를 산정할 필요가 없어 보다 효율적인 최적화 기법으로 알려져 있다. 또한 스토케스틱 최적화 기법으로는 유전알고리즘을 이용한다. 이는 설계영역에서 초기집단을 무작위로 선택하고, 그 설계집단이 전 설계공간을 병렬 탐색하므로 전역적 최적해를 찾을 가능성이 매우 높다. 그리고, 함수의 경사도정보를 이용하지 않고 단지 적합도 함수(Fitness Function)만을 이용하는 직접탐색기법이므로 비선형 함수나 불연속적인 제약조건을 많이 포함하는 문제에도 매우 적합하다.

본 연구에서는 이상의 두 가지 최적화 기법을 이용하여 구조물의 형상최적화를 수행하며, 최적화 과정 중 구조해석은 이산화된 구조모델을 사용하는 유한요소법을 이용한다. 단면 최적

화에서는 해석시 유한요소망이 최적화 과정 중 변하지 않지만 형상 최적화는 최적화 과정의 각 반복단계에서 형상이 변화하므로 유한요소망은 최적화 과정의 각 단계별로 생성된 새로운 경계의 형상 변화에 따라 갱신되어야 한다. 그러므로 형상 최적화에서 유한요소망의 설정은 대단히 중요한 문제이다. 본 연구에서는 형상의 경계를 표현하고 형상 최적화 과정 중 유한요소망을 용이하게 자동 생성하기 위하여 Imam이 소개한 설계요소(Design Elements) 개념과 등매개변수 사상기법(Isoparametric Mapping Technique)을 활용하며, 최적화로부터 얻어진 구조물의 최적형상을 3차 스플라인 보간법(Cubic Spline Interpolation)으로 근사화 시킴으로써 실제 제작성과 시공성에서 요하는 최종형상을 얻고자 한다.

이상에서 언급된 바와 같이 본 연구는 구조물의 형상 최적화 과정에서 설계요소 개념을 도입하여 구조물의 형상 표현과 설계변수 설정을 하고 등매개변수 사상기법을 이용한 자동 요소망을 생성하며, 두 가지 최적화 기법을 활용하여 강구조물의 형상 최적화를 효율적이고 보다 용이하게 수행하고, 그 결과를 비교하는 데 그 목적이 있다.

3. 요소모델 생성

본 연구에서는 구조물의 형상경계를 표현하고 요소망의 자동 생성을 위하여 설계요소 개념과 등매개변수 사상기법을 이용한다. 설계요소란 구조물의 기하학적 형상을 결정하는 주 절점(Master Nodes)들의 집합으로 정의 되는 영역이며, 구조물을 설계요소들로 분할하고, 분할된 각각의 설계요소들은 다시 유한요소해석을 위한 여러 개의 요소들로 나눈다. 요소망의 절점 좌표는 설계요소의 영역을 정의하는 주 절점들의 등매개변수 사상기법에 의하여 자동으로 얻어진다. (그림 1 참조)

요소망 임의 절점좌표는 다음과 같이 자동으로 생성된다.

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{n_{mm}} N_i(\xi, \eta) X_i \\ y &= \sum_{i=1}^{n_{mm}} N_i(\xi, \eta) Y_i, \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, x, y : 설계요소 내의 요소망 임의 절점의 좌표

X_i, Y_i : i 번째 주 절점의 좌표.

n_{mm} : 설계요소를 구성하는 주 절점의 수

N_i : i 번째 주 절점의 형상함수.

ξ, η : 임의 절점의 X,Y좌표에 해당하는 자연좌표.

일반적으로 주 절점의 설정은 경계뿐만 아니라 요소망 내부에도 할 수 있으며 이들 모두를 설계변수로 할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 최적의 기하학적 형상을 용이하게 결정하기 위해 경계 상의 절점만을 설계변수로 한다.

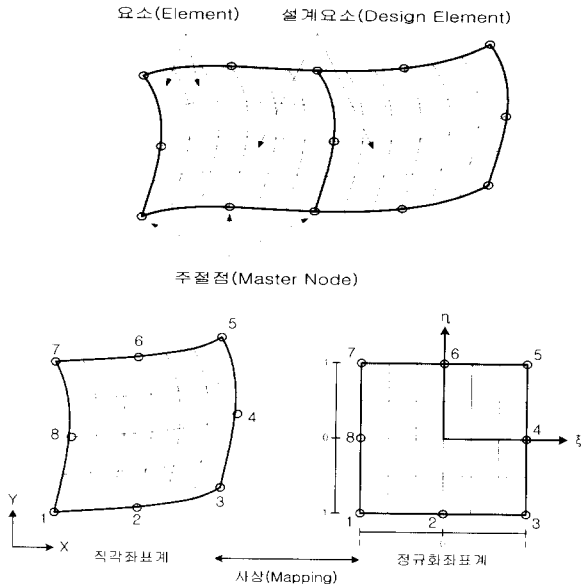


그림 1. 설계요소 개념과 등매개변수 사상기법

4. 구조물 해석을 위한 유한요소법의 정식화

구조물의 구조평형방정식은 다음과 같다.

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (2)$$

여기서 $[K] = \sum_{e=1}^{n_e} [K]_e$ (3)

$$\{F\} = \sum_{e=1}^{n_e} \{F\}_e \quad (4)$$

$[K]$: 구조물의 강성행렬

$[K]_e$: 요소의 강성행렬

$\{F\}$: 구조물의 힘 벡터

$\{F\}_e$: 요소의 힘 벡터

$\{U\}$: 변위 벡터

n_e : 요소 수

일정한 두께 t 를 가진 2차원 구조물 요소의 강성행렬

$$[K]_e = t \int \int [B]^T [D] [B] dx dy \quad (5)$$

여기서,

$[B]$: 변형률-변위 사이의 관계를 나타내는
구배행렬(Gradient Matrix)

$[D]$: 탄성 행렬 (Elasticity Matrix) 혹은
구성행렬(Constitutive Matrix)

5. 최적화 문제 형성

5.1 일반적인 형상 최적화 문제의 정식화

일반적으로 형상최적화 문제를 수학적으로 기술해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Find: } & \text{Min } F(\vec{X}) \\ \text{Subject to: } & g_i(\vec{X}) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n_g \\ & \vec{X}_m^L \leq \vec{X}_m \leq \vec{X}_m^U \\ & m = 1, 2, \dots, n_v \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$F(\vec{X})$: 목적함수

$g_i(\vec{X})$: 제약조건

n_g : 제약조건식의 수

n_v : 설계변수 수

\vec{X}_m : m 번째 형상 설계변수

\vec{X}_m^L : m 번째 형상 설계변수의 하한치

\vec{X}_m^U : m 번째 형상 설계변수의 상한치

5.2 본 연구의 형상 최적화 문제의 정식화

본 연구의 강구조물을 대상으로 한 형상 최적화 문제의 수학적 문제형식은 다음과 같다.

$$\text{Find : Min } F(\vec{X}) = \sum_{e=1}^{n_e} V_e \quad (7)$$

Subject to:

$$g_j(\vec{X}) = \{\sigma_e\}_j - \{\sigma_a\} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n_e$$

$$g_k(\vec{X}) = (\{U\}_e^L - \{U\}_e)_k \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n_e$$

$$g_l(\vec{X}) = (\{U\}_e - \{U\}_e^U)_l \leq 0 \quad l = 1, 2, \dots, n_e$$

$$\vec{X}_m^L \leq \vec{X}_m \leq \vec{X}_m^U \quad m = 1, 2, \dots, n_v \quad (8)$$

여기서, $V_e = t \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} |J| d\xi d\eta$

$|J|$: Jacobian 행렬 $[J]$ 의 행렬식(Determinant)

$$\{\sigma_e\} = [D]\{\epsilon\}_e = [D][B]\{U\}_e$$

$$\{U\}_e = [K]_e^{-1}\{F\}_e$$

$\{\sigma_a\}$: 허용응력

n_e : 요소의 수

- (F)_e : 요소 변형을 벡터
- (U)_e : 요소 변위 벡터의 하한치
- (U)_e : 요소 변위 벡터의 상한치

5.3 개선된 허용방향법에 의한 형상최적화

개선된 허용방향법에 의한 최적화 과정에서 임의의 q 번째 설계변수의 값은 다음과 같다.

$$\bar{X}^q = \bar{X}^{q-1} + \alpha^* \cdot \vec{S}^q \quad (9)$$

여기서,

- \bar{X}^q : q 번째 반복시행에서 설계변수의 값
- \bar{X}^{q-1} : $q-1$ 번째 반복시행에서 설계변수의 값
- α^* : 설계변수 값의 최대이동거리
- \vec{S}^q : q 번째 반복시행에서 탐사방향

α^* 는 일차원 탐색에 의해 결정되며, 탐사방향 \vec{S} 는 허용 설계(Feasible Design)를 유지하면서 목적함수를 급격히 감소시키는 방향이다.

설계점 x_0 에서 탐사방향 \vec{S} 가 유용성(Usability)과 허용성(Feasibility)을 만족하기 위한 조건을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.(그림.2 참조)

$$\nabla F(\bar{X}^0) \cdot \vec{S} \leq 0 \quad (10)$$

$$\nabla g_j(\bar{X}^0) \cdot \vec{S} \leq 0 \quad (11)$$

탐사방향 \vec{S} 는 식(10)과 (11)이 최소가 되는 방향이며 이를 결정하기 위하여, 확장계수(Push-off factor), θ 의 개념의 이용과, 하나 이상의 활성(Active)제약조건이 있는 최적화 문제형식은 다음과 같다.

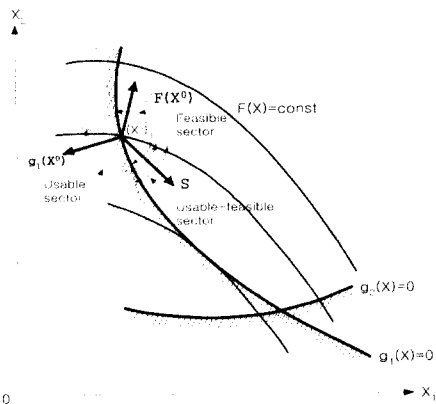


그림 2. 탐사방향 \vec{S} 결정

$$\text{Maximize : } \beta \quad (12)$$

$$\text{Subject to : } \nabla F(\bar{X}^0) \cdot \vec{S} + \beta \leq 0$$

$$\nabla g_j(\bar{X}^0) \cdot \vec{S} + \theta_j \beta \leq 0 \quad j \in J$$

$$\vec{S} : \text{유계 (Bounded)} \quad (13)$$

$$\text{여기서, } \beta = -\nabla F(\bar{X}^0) \cdot \vec{S}$$

J : 활성제약조건, $g_j(\bar{X})=0$ 의 집합.

위의 형상 최적화 과정에서 설계변수에 대한 목적함수의 민감도는

$$\frac{\partial V_e}{\partial X_m} = t \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \frac{\partial |J|}{\partial X_m} d\xi d\eta \quad (14)$$

응력제약조건식과 변위제약조건식의 민감도는

$$\left\{ \frac{\partial g_{j1}}{\partial X_m} \right\} = \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_a} - 1 \right) = \frac{1}{\sigma_a} [D] \left([B] \frac{\partial \{U\}_e}{\partial X_m} + \frac{\partial [B]}{\partial X_m} \{U\}_e \right) \quad (15)$$

$$\left\{ \frac{\partial g_{jk}}{\partial X_m} \right\} = \left\{ \frac{\partial g_{j1}}{\partial X_m} \right\} = \frac{\partial \{U\}_e}{\partial X_m} \quad (16)$$

위 식(14), (15), (16)에서 요구되는 설계변수에 대한 도함수들은 구조평형방정식(2)에 의하여 구한다.

$$[K]_e \frac{\partial \{U\}_e}{\partial X_m} + \frac{\partial [K]_e}{\partial X_m} \{U\}_e = \frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m} \quad (17)$$

또는

$$\frac{\partial \{U\}_e}{\partial X_m} = [K]_e^{-1} \left[-\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m} \{U\}_e + \frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m} \right] \quad (18)$$

그러므로 $\frac{\partial \{U\}_e}{\partial X_m}$ 는 $\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m}$ 과 $\frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m}$ 의 계산이 선행되어야 한다.

5.3.1 강성행렬의 도함수 $\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m}$ 의 계산

요소 강성행렬을 자연좌표로 표현하면

$$[K]_e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D][B] t |J| d\xi d\eta \quad (19)$$

재료의 물리적 특성이 설계변수에 따라 변하지 않는다고 가정하면,

$$\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left\{ \frac{\partial [B]}{\partial X_m} \right\}^T [D][B] |J|$$

$$+ [B]^T [D] \frac{\partial [B]}{\partial X_m} |J| + [B]^T [D] [B] \frac{\partial |J|}{\partial X_m} \Big) d\xi d\eta \quad (20)$$

가우스 적분(Gauss quadrature method)을 이용하여 식 (20)을 표현하면

$$\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m} = \sum_{\xi}^n \sum_{\eta}^n W^j W^k \left(\frac{\partial [B]}{\partial X_m} [D] [B] |J| + [B]^T [D] \frac{\partial [B]}{\partial X_m} |J| + [B]^T [D] [B] \frac{\partial |J|}{\partial X_m} \right) \quad (21)$$

여기서,

w^j, w^k : 가중함수 (Weighting Factors, 또는 Weighting Function)

n_x : 가우스 적분점 수 (No. Sampling points)

요소 강성행렬 $[K]_e$ 의 도함수를 결정하기 위해서는 $\frac{\partial [B]}{\partial X_m}, \frac{\partial |J|}{\partial X_m}$ 등이 계산되어야 한다. n 절점요소의 경우 설계변수 X_m 에 대한 구배행렬 $[B](3 \times 2n)$ 의 도함수

$$\frac{\partial [B]}{\partial X_m} = \left[\frac{\partial B_1}{\partial X_m} \quad \frac{\partial B_2}{\partial X_m} \quad \dots \quad \frac{\partial B_i}{\partial X_m} \quad \dots \quad \frac{\partial B_n}{\partial X_m} \right] \quad (22)$$

여기서,

$$\frac{\partial [B_i]}{\partial X_m} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \right) & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \right) & \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (23)$$

두 가지 다른 좌표계 사이에서 형상함수 N_i 의 도함수의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = [J]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (24)$$

여기서, $[J] = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix}$

설계변수 x_m 은 임의의 주 절점의 X-Y 좌표로 정의되기 때문에, 요소내 가우스 적분점(ξ, η)의 자연좌표 함수인 $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$ 과 $\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$ 은 설계변수를 포함한 형태로 바꿀 수 없으므로,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X_m} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} &= \frac{\partial [J]^{-1}}{\partial X_m} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} \\ &= -[J]^{-1} \frac{\partial [J]}{\partial X_m} [J]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} \\ &= -[J]^{-1} \frac{\partial [J]}{\partial X_m} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,

$$\frac{\partial [J]}{\partial X_m} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) & \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) & \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \end{pmatrix} \quad (26)$$

설계변수 x_m 에 대한 $|J|$ 의 도함수는

$$\begin{aligned} \frac{\partial |J|}{\partial X_m} &= \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \\ &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \\ &\quad - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

식(26)와 식(27)에서

$\frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right), \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right), \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right), \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)$ 의 값들은 x_m 이 주 절점의 X,Y 좌표이므로 다음과 같다.

① $x_m = x_j$ 일 경우,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sum_{i=1}^n N_i x_i \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial x_j} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^n N_i (\xi_j, \eta_j) \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sum_{i=1}^n N_i x_i \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial x_j} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^n N_i (\xi_j, \eta_j) \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

② $x_m = y_j$ 일 경우,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) &= \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sum_{i=1}^n N_i y_i \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_i^n \frac{\partial y_i}{\partial Y_j} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \sum_i^n N_i(\xi_i, \eta_i) \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\
 \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) &= 0 \\
 \frac{\partial}{\partial X_m} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) &= \frac{\partial}{\partial Y_j} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sum_i^n N_i y_i \right) \right) \\
 &= \sum_i^n \frac{\partial y_i}{\partial Y_j} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \sum_i^n N_i(\xi_i, \eta_i) \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \quad (29)
 \end{aligned}$$

따라서, 식(23)과 식(27)으로부터 $\frac{\partial [B]}{\partial X_m}$, $\frac{\partial [J]}{\partial X_m}$ 들을 구하고 또한 이들로 부터 식(21)을 통하여 $\frac{\partial [K]_e}{\partial X_m}$ 를 구한다.

5.3.2 힘 벡터의 도함수 $\frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m}$ 의 계산

본 연구에서는 집중하중과 분포하중 두 가지 형태의 힘을 고려하는데, $\{F\}_e$ 의 도함수를 구하면

$$\frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m} = \frac{\partial \{P\}_e}{\partial X_m} + \frac{\partial \{Q\}_e}{\partial X_m} \quad (30)$$

여기서, $\{P\}_e = [N]_s^T \{p\}$
 $\{Q\}_e = \int \int_s [N]_s^T \{q\} ds$

$\{P\}_e$ 는 집중하중 $\{p\}$ 의 등가절점력이며, $\{Q\}_e$ 는 표면력 $\{q\}$ 의 등가절점력이다. 또한 $\{p\}$ 가 설계변수에 따라 그 값과 방향이 불변한다고 가정하면 $\{P\}_e$ 의 도함수는 0이다. 그리고 표면력 $\{q\}$ 에 대한 e 번째 요소의 i 번째 절점의 등가절점력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \{Q_i\}_e &= \left\{ \frac{Q_{ix}}{Q_{iy}} \right\}_e = \int \int_s [N_i]_s \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} ds \\
 &= \int \int_s [N_i]_s \{q\} ds = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (N_i(\xi, \eta)) \{q\} J d\beta \quad (31)
 \end{aligned}$$

여기서, $\{Q_i\}_e$: e 번째 요소의 i 번째 절점의 등가절점력
 $[N_i]_s$: 표면 s 에 대한 형상함수 N_i
 $d\beta$: 표면력이 작용하는 표면

식(31)을 수치적분의 형태로 다시 쓰면,

$$\{Q_i\}_e = \sum_{k=1}^{n_x} [N_i]_s^k \{q\}^k J W^k \quad (32)$$

여기서, n_x : 가우스 적분점 수
 W^k : 가중함수

$\{Q_i\}_e$ 의 도함수는

$$\frac{\partial \{Q_i\}_e}{\partial X_m} = \sum_{k=1}^{n_x} W^k [N_i]_s^k \{q\}^k \frac{\partial [J]}{\partial X_m} \quad (33)$$

단 표면력 $\{q\}$ 는 최적화 수행 과정 중 그 값이 변하지 않는다고 가정한다.

따라서,

$$\frac{\partial \{F\}_e}{\partial X_m} = \sum_{k=1}^{n_x} W^k [N_i]_s^k \{q\}^k \frac{\partial [J]}{\partial X_m} \quad (34)$$

5.3.3 개선된 허용방향법에 의한 최적화과정 흐름도

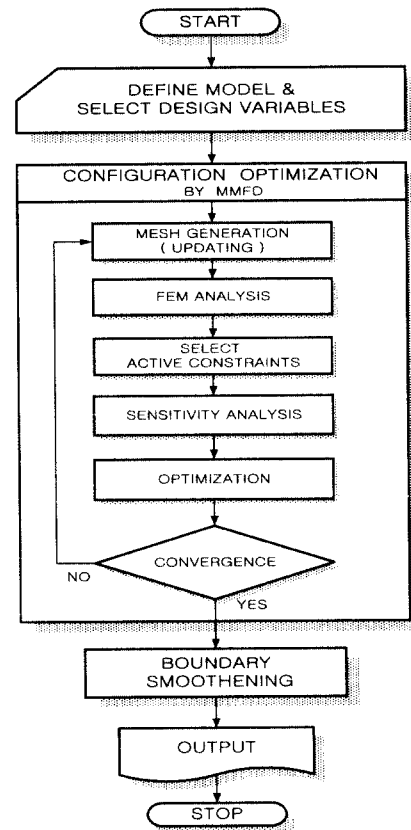


그림 3. 최적화 과정 흐름도

5.4 유전알고리즘에 의한 형상최적화

유전알고리즘은 대부분 설계변수로 2진수형 코드를 사용하는데, 이는 실수형 설계변수로 구성된 최적화 문제를 해결하기 위해 컴퓨터 주 기억용량을 많이 사용하여야 하며, 계산 시간 면에서도 비효율적이고 또한 실수형 코드에 비해 국부탐색능력도 떨어지는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 유전알고리즘에 의한 최적화 과정에서 실수형 설계변수를 직접 사용할 수 있도록 실수 코딩을 적용한다. 즉 설계 변수인 주절점의 좌

표를 실수 코딩한다.

유전알고리즘의 연산과정으로 먼저 탐색과정 중 집단 내에 서 가장 적합도가 높은 엘리트 개체가 교배나 돌연변이 없이 다음 세대로 남기는 Dejong의 엘리트 보전전략(Elitist Strategy)을 사용하며, 재생산을 위한 개체선택 도구로는 초기세대에서 초우량 개체가 출현함으로써 유전적 다양성을 감소시키고 확률적으로 최적개체를 반드시 선택하지 못하게 되는 점을 극복하기 위한 Gradient based Selection (Pham,1995; Jin, 1996; Pham,1996) 사용한다.

재생산된 설계점의 향상을 위한 교배기법으로는 수정 단순 교배(modified simple crossover)를 사용하며, 돌연변이 기법으로는 동적돌연변이(dynamic mutation)을 적용하여 형상 최적화를 수행한다. 또한 유전알고리즘에서는 단순히 목적 함수의 적합도만을 필요로 하기 때문에 제약 최적화 문제를 무제약 최적화 문제(Unconstrained Optimization Problem)로 전환시킬 필요가 있다. 이를 위해 벌칙함수법(Penalty Function Method)을 사용한다.

5.4.1 유전알고리즘을 위한 무제약 최적화 문제형성

유전알고리즘을 이용하기 위하여, 본 연구의 강구조물을 대상으로 한 형상 최적화 문제로부터 벌칙함수법을 이용한 무제약 최적화 문제로의 변환은 다음과 같다.

벌칙함수법은 비선형설계문제를 다음과 같은 일련의 무제약 최적화문제로 바꾸어 근사적으로 최적해를 찾아가는 기법으로, 최초로 임의스칼라(Scalar)량(벌칙매개변수 : Penalty Parameter) $\alpha^r = \alpha^1$ 과 $g_r(\bar{x}^r) \geq 0$ 인 유용한(Feasible) 초기 설계점 $\bar{x} = \bar{x}^0$ 이 주어지면 일련의 설계 벡터 $\bar{x}^r (r = 1, 2, \dots)$ 는 다음과 같은 일련의 무제약함수의 최소치를 구하는 문제로 된다.

$$\text{Min } \Phi(\bar{x}, \alpha^r) \tag{35}$$

여기서,

$$\Phi(\bar{x}, \alpha^r) = F(\bar{x}) - \alpha^r \sum_{j=1}^n \frac{1}{g_j(\bar{x})} \tag{36}$$

이고 $\alpha^1 > \alpha^2 > \dots > \alpha^r > \alpha^{r+1} \dots$ 이다.

상기 식(36)과 같은 벌칙함수를 사용하는 방법을 내부벌칙 함수법(Interior Penalty Function Method)이라 한다. 반면에 근사치는 $\alpha^r = \alpha^1$ 로 적은 값을 취하고 초기설계점 $\bar{x} = \bar{x}^0$ 를 사용하여 다음과 같은 일련의 무제약함수의 최소치를 구함으로써 일련의 설계점 $\bar{x}^r (r = 1, 2, \dots)$ 를 구할 수 있다.

$$\text{Min } \Phi(\bar{x}, \alpha^r) \tag{37}$$

여기서

$$\Phi(\bar{x}, \alpha^r) = F(\bar{x}) + \alpha^r \sum_{j=1}^n \max\{0, g_j(\bar{x})\}^2 \tag{38}$$

이때

$$g_j(\bar{x}) = \begin{cases} g_j(\bar{x}) & : g_j(\bar{x}) > 0 \\ 0 & : g_j(\bar{x}) < 0 \end{cases}$$

위 식(38)과 같은 함수를 사용하는 경우를 외부 벌칙함수법(Exterior Penalty Function Method)이라 한다.

공학적인 견지에서 보면 근사적인 수치해로써 유용설계값(Feasible Design Values)을 얻을 수 있는 내부벌칙함수법이 외부벌칙함수법 보다 효과적이다. 그러나 초기설계점이 반드시 유용영역에서 선택해야만 하는 어려움이 존재하므로 본 연구에서는 외부벌칙함수법을 사용하며, 벌칙 매개변수는 초기 100에서 시작하여 매세대마다 100씩 증가 시킨다.

따라서, 본 연구의 형상최적화 문제 형식인 식(7),(8)로부터 무제약 최적화 문제를 형성하면,

$$\Phi = F(x) + \alpha^r \{ \max(0, g_1(x))^2 + \max(0, g_2(x))^2 + \max(0, g_3(x))^2 \} \tag{39}$$

이에 따른 유전알고리즘의 적합도 함수는

$$M = 1/\Phi \tag{40}$$

이다.

5.4.2 유전알고리즘의 매개변수 선정

유전알고리즘에 사용되는 매개변수의 선정에 관한 명확한 지침은 현재까지 아직 미흡한 상태이다. 따라서 본 연구에서는 시행착오를 통한 표.1과 같은 매개변수를 선정하여 본 연구의 수치 예에 적용한다.

표 1. 유전알고리즘의 매개변수 선정

유전알고리즘의 매개변수(Parameters)	
개체집단의 크기 (Population Size)	100
세대 수 (Generation No.)	5000
벌칙매개변수(Penalty Parameter)	초기치 100, 매세대 100씩 증가.
교배확률(Probability of Crossover)	0.8
돌연변이확률(Probability of Mutation)	0.02

5.4.3 유전알고리즘에 의한 최적화과정 흐름도.

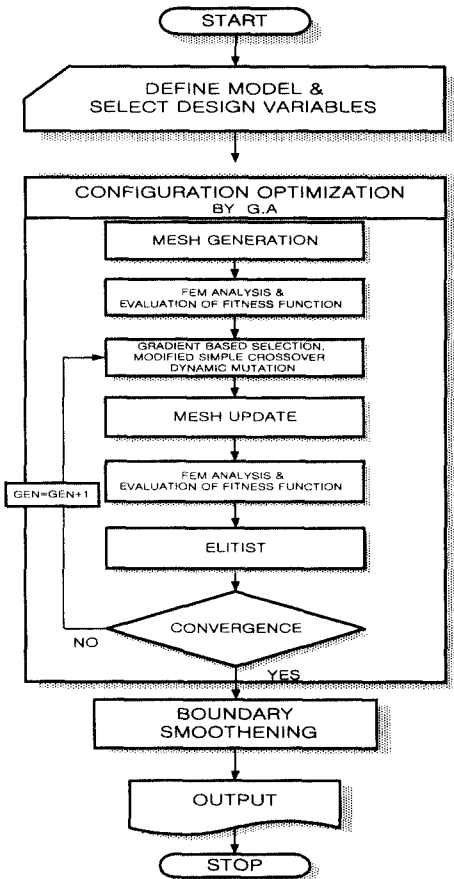


그림 4. 최적화 과정 흐름도

6. 완화 곡선 처리

일반적으로 고차 다항식의 진동성질과 구간의 한 부분에서의 파동이 전체 영역에 걸쳐서 큰 파동을 일으키므로 주어진 구간을 부분구간들의 모임으로 나누고 각 부분구간에 대한 근사다항식을 만드는 방법이 보간함수에서 근래에 많이 사용되고 있다. 이런 부분구간 근사 다항식(Piecewise Polynomial Approximation)중 본 연구에서는 가장 널리 쓰이는 부분구간 근사 다항식으로써 연속하는 한쌍의 점들 사이에 3차 다항식을 사용하는 3차 스플라인 보간법(Cubic Spline Interpolation)을 사용한다.

7. 수치 예

본 연구에서 제안한 구조물의 형상최적화 방법을 강구조물을 대상으로 한 몇 가지 구조 모형에 적용하여 본 알고리즘의 타당성 및 적용성을 비교 분석하고자 한다.

7.1 강제 양단 고정보

다음 그림 5와 같은 집중하중을 받는 강제 양단 고정보의 형상 최적설계를 위한 설계조건은 표 2와 같다.

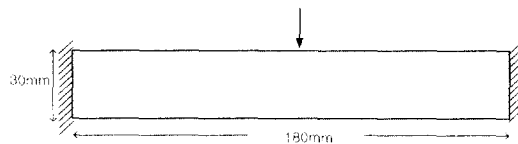


그림 5. 집중하중을 받는 강제 양단고정보.

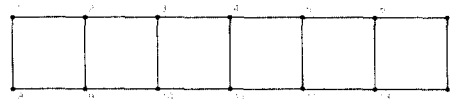


그림 6. 설계요소 모델



그림 7. 초기 유한요소망.

그림 6, 7에서와 같이 6개의 설계요소로 나누고 다시 각각의 설계요소를 54개의 4절점 사각형요소로 나누어 초기 유한요소망을 생성한다. 또한 등매개변수사상기법을 이용하여 형상최적화 과정 중 형상의 변화에 따른 적합한 유한요소망을 자동으로 설정한다. 설계변수는 설계요소를 구성하고 있는 주 절점의 Y좌표로 정의하며, 목적함수는 보의 부피, 제약조건은 재료의 파손기준(Crandall,1978)으로 알려진 각 설계요소의 최대 Von-Mises Stress를 이용하는 응력제약조건을 고려한다.

표 2의 설계조건에 따라 강제 양단고정보의 두 가지 최적화 기법에 따른 형상최적화를 수행한 결과, 최적해와 목적함수의 값은 표 3와 같다.

표 2. 강제 양단고정보의 설계조건

구조분류	설계조건				집중하중
	탄성계수	포와중비 (ν)	두께 (t)	항복응력 (σ _y)	
평면응력 (σ _z =0, τ _{xz} =0, τ _{yz} =0)	2.07*10 ⁵ N/mm ²	0.3	1 mm	20 N/mm ²	150N

개선된 허용방향법에 의한 해는 반복회수 16회 만에 최적해에 수렴하였으며, 유전알고리즘에 의한 해는 1522세대 (Generation)만에 최적해에 수렴하였다. 두 가지 기법의 목적함수 감소량을 비교 시 유전알고리즘에 의한 형상최적화 결과가 좀더 나은 결과를 나타냈다. 또한 타당성 검토를 위하여 본 연구와 같은 설계조건인 타의 연구(Pourazady 등,1996)

표 3. 강재 양단고정정보의 목적함수 및 설계변수 초기치와 최적해

설계변수 (mm)														
No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
초기치	130	130	130	130	130	130	130	100	100	100	100	100	100	100
M.M.F.D	130.6	122.5	122.3	127.1	122.4	122.6	130.6	98.9	107.4	107.7	103.0	107.9	107.4	98.9
G.A	127.2	123.0	122.1	127.3	122.1	123.0	127.2	102.5	106.6	107.4	101.9	107.4	106.6	102.5
목적함수 (mm ³)														
초기치	개선된 허용방향법 : M.M.,F.D							유전알고리즘 : G.A						
5400	3456.1							3374.1						

와 비교해 보면 표 4와 같이 본 연구 방법이 보다 경제적인 설계임을 알 수 있다. 본 연구에서 얻어진 두 가지 최적화 기법에 따른 형상최적화 결과는 그림 8와 같이 동일한 형상을 나타내며 이때 완화곡선 처리된 최종설계 형상은 그림 9와 같다.

표 4. 타의 연구와 비교.

최적화 기법	본 연구		참고문헌(Pourazady 등)
	개선된 허용방향법 MMFD	유전알고리즘 G.A	축차선형계획법 S.L.P
최종 목적함수 (mm ³)	3456.1	3374.1	3510

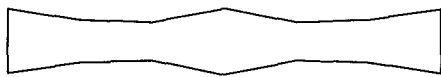


그림 8. 강재 양단고정정보의 형상 최적설계 결과



그림 9. 강재 양단고정정보의 최종 설계 형상

표 5. 강 아치구조물의 설계조건

설계조건				
구조분류	탄성계수	프와송비 (ν)	항복응력 (σ _y)	등분포하중
평면변형률 (ε _z =0, ρ _{yz} =0, ρ _{xz} =0)	2.1×10 ⁵ N/mm ²	0.3	120 N/mm ²	20 N/mm

설계변수로는 각 설계요소를 구성하는 주 절점의 X,Y 좌표로 정의하고, 목적함수는 구조물의 표면적으로 하며, 제약조건으로는 각 설계요소의 최대 Von-Mises 응력의 응력제약조건을 고려한다.

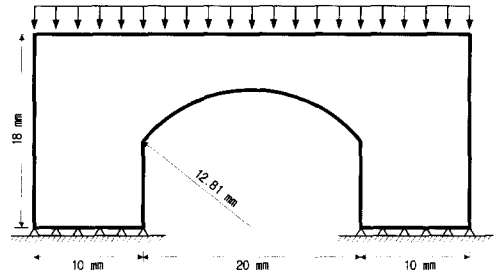


그림 10. 등분포하중을 받는 강 아치구조물.

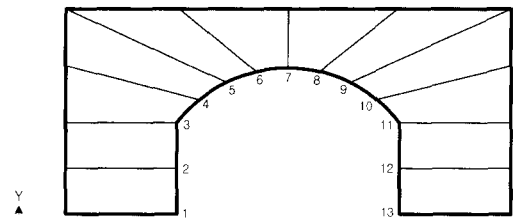


그림 11. 설계요소 모델

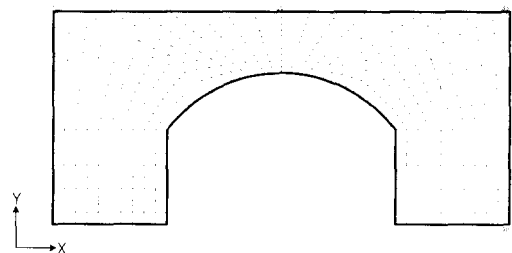


그림 12. 초기 유한요소망.

7.2 강 아치 구조물

그림 10와 같은 등분포하중을 받는 강 아치구조물의 설계 조건은 표 5와 같다.

본 구조물을 그림 11, 12와 같이 13개의 주 절점과 고정된 절점으로 구성된 12개의 설계요소들을 설정하고 다시 각 설계요소들을 세분화하여 총 480개의 4절점 4각형 유한요소모형을 생성한다. 또한 등매개변수사상기법을 이용하여 형상최적화 과정 중 형상의 변화에 따른 적합한 유한요소망을 자동으로 설정한다.

표 6. 강 아치 구조물의 목적함수 및 설계변수 초기치와 최적해

No.	설계변수 (mm)																								* : 고정치표	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
초기치	10.00	0.00	10.00	4.00	10.00	8.00	12.03	10.03	14.45	11.55	17.15	12.50	20.00	12.81	22.85	12.50	25.55	11.55	27.98	12.03	30.00	8.00	30.00	4.00	30.00	0.00
MMFD	8.75	0.00	7.46	3.99	8.35	8.34	10.28	11.40	12.76	13.57	16.06	15.25	20.00	14.18	23.94	15.25	27.24	13.57	29.72	11.40	31.65	8.337	32.53	3.99	31.25	0.00
G.A	8.82	0.00	7.78	3.99	8.35	8.10	10.23	11.40	13.01	13.57	16.60	15.26	20.00	13.88	23.40	15.26	26.99	13.57	29.78	11.40	31.65	8.10	32.22	3.99	31.18	0.00
목적함수 (mm ²)																										
초기치		개선된 허용방향법 : M.M.F.D												유전알고리즘 : G.A												
494.195		403.171												408.806												

표 5의 설계조건에 의한 강 아치구조물의 형상최적화 결과와 목적함수의 값은 표 6과 같다. 개선된 허용방향법에 의한 해는 반복회수 10회 만에 최적해에 수렴하였으며, 유전알고리즘에 의한 해는 3067세대(Generation)만에 최적해에 수렴하였다. 두 가지 기법의 목적함수 감소량을 비교 시 근소한 차이를 보였으나, 개선된 허용방향법에 의한 형상최적화 결과가 좀 더 나은 결과를 나타냈다. 본 연구에서 얻어진 두 가지 최적화 기법에 따른 형상최적화 결과는 모두 그림 13와 같은 동일한 형상을 나타내며 이때 완화곡선 처리된 최종설계 형상은 그림 14와 같다.

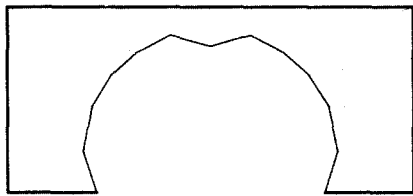


그림 13. 강 아치구조물의 형상 최적설계 결과

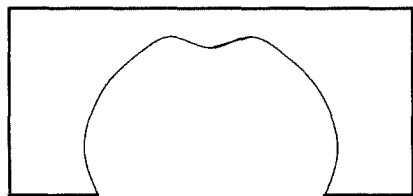


그림 14. 강 아치구조물의 최종설계 형상

7.3 압축력을 받는 판

본 연구의 적용성을 위해 그림 15와 같은 압축력을 받는 판의 구간 A-B를 대상으로 형상최적화를 시행하며 설계조건은 표 7과 같다.

표 7. 압축력을 받는 판의 설계조건

구조분류	설계조건				
	탄성계수	포위중비(ν)	두께(t)	항복응력(σ_y)	집중하중
평면응력 ($\sigma_z=0, \tau_{xz}=0, \tau_{yz}=0$)	2.0685×10^7 N/cm ²	0.3	0.635 cm	3447.5 N/cm ²	$1390.56N \times 2EA$ $2781.135N \times 7EA$

본 구조물의 구간 A-B를 대상으로 하여 그림 16, 17와 같이 16개의 주 절점과 고정된 절점으로 구성된 18개의 설계요소들을 설정하고 이들을 다시 세분화하여 총 144개의 4절점 4각형 유한요소모델을 생성한다. 또한 등매개변수사상기법을 이용하여 형상최적화 과정 중 형상의 변화에 따른 적합한 유한요소망을 자동으로 설정한다.

설계변수로는 각 설계요소를 구성하는 주 절점의 X좌표로 정의하고 목적함수는 구조물의 표면적으로 하며, 제약조건으로는 각 설계요소의 최대 Von-Mises 응력의 응력제약조건을 고려한다.

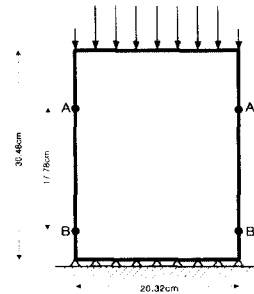


그림 15. 압축력을 받는 판.

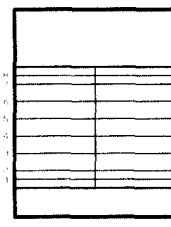


그림 16. 설계요소 모델

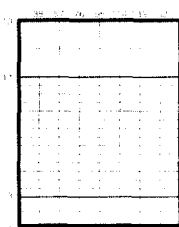


그림 17. 초기 유한요소망.

표 7의 설계조건에 의한 압축력을 받는 판의 형상최적화 결과와 목적함수의 값은 표 8과 같다.

개선된 허용방향법에 의한 해는 반복회수 4회 만에 최적해에 수렴하였으며, 유전알고리즘에 의한 해는 1325세대(Generation)만에 최적해에 수렴하였다. 역시 두 가지 기법의 목적함수 감소량을 비교 시 근소한 차이를 보였으나, 개선

표 8. 압축력을 받는 판의 목적함수 및 설계변수 초기치와 최적해

No.	설계변수 (cm)														15	16
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
초기치	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.32	20.32	20.32	20.32	20.32	20.32	20.32	20.32
M.M.F.D	2.044	3.063	4.082	4.082	4.085	4.088	3.066	2.044	18.276	17.254	16.232	16.235	16.238	16.238	17.257	18.276
G.A	2.041	2.971	4.080	4.080	4.082	4.083	2.971	2.041	18.279	17.349	16.240	16.240	16.238	16.237	17.349	18.279
목적함수 (cm ²)																
초기치	개선된 허용방향법 : M.M.F.D							유전알고리즘 : G.A								
619.3536	502.6378							502.6727								

된 허용방향법에 의한 형상최적화 결과가 좀더 나은 결과를 나타냈다.

본 연구에서 얻어진 두 가지 최적화 기법에 따른 형상최적화 결과는 그림 18와 같은 동일한 형상을 나타내며 이때 완화 곡선 처리된 최종설계 형상은 그림 19와 같다.

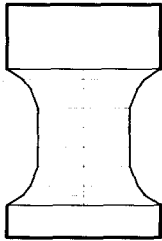


그림 18. 압축력을 받는 판의 형상 최적설계 결과

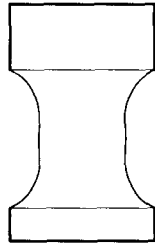


그림 19. 압축력을 받는 판의 최종 설계 형상

8. 결 론

본 연구는 구조물의 형상경계 표현과 설계변수 선택을 위해 설계요소 개념을 활용하고 등매개변수 사상기법을 이용하여 최적화 과정 중 형상의 변화에 따른 유한요소망을 자동 생성하였다. 최적화 과정 중 구조해석은 유한요소법을 으로 수행하며 구조물의 부피와 단면적 등을 목적함수로 고려하여, 결정론적 기법인 개선된 허용방향법과 스토캐스틱 기법인 유전알고리즘에 의하여 형상 최적화를 시도하였다. 본 연구에서 제안된 방법으로 강 구조물을 대상으로 한 몇 가지 수치 예에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 일반적으로 형상최적화 문제의 경우 많은 설계변수를 수반하게 되는데, 본 연구에서는 구조물의 형상을 제어하는 한정된 주 절점들의 집합으로 정의되는 설계요소의 개념을 이용하여 이 주 절점들의 좌표를 설계변수화함으로써 설계변수의 수를 과감하게 줄일 수 있어 형상 최적설계를 단순화하였다.
- (2) 구조물의 형상 최적화에서 가장 큰 문제인 초기의 고정

된 유한요소망은 최적화 과정에 따른 새로운 형상에 매우 일그러진 유한요소망의 생성을 초래하며 이는 또한 해석을 불가능하게 만들거나 부정확한 해석의 결과를 초래한다.

따라서 본 연구에서는 설계변수인 주 절점들의 좌표에 대한 등매개변수 사상기법을 이용하여 최적화 과정 중 유한요소망의 자동생성을 빠르고 용이하게 이루어 최적화 과정 중 불합리한 유한요소망의 설정을 극복하였다.

- (3) 최적화 과정 중 가장 많은 시간을 소비하는 단계인 경사도 해석을 요구하는 기존의 결정론적 기법에 비해 본 연구에서는 첫째로 개선된 허용방향법을 이용하여 형상 최적설계를 수행함으로써 최적화 과정에서 단지 활성화 제약조건과 위배 제약조건간의 경사도를 요구함으로써 보다 효율적인 형상 최적설계를 이룰 수 있었으며, 둘째로 유전알고리즘에 의한 형상최적설계의 수행 결과 역시 경사도 해석과정 없이 단지 적합함수만을 설정하여 이를 활용함으로써 보다 효율적인 형상최적설계를 이루었다.
- (4) 수치 예를 통한 개선된 허용방향법과 유전알고리즘에 의한 형상최적화 결과를 비교 시 아주 근소한 차이를 보임으로써, 두 가지 기법 모두 구조물의 형상최적화에 적용성과 타당성이 있음을 보였다.
- (5) 본 연구의 첫 번째 수치 예의 경우 유전알고리즘에 의한 최적화 수행이 좀더 나은 결과를 보였다. 이는 유전알고리즘에 의한 최적해가 전역적 최적해임을 의미하며, 두 번째, 세 번째 수치 예의 경우 두 최적화 기법 사이에 아주 근소한 차이로 개선된 허용방향법에 의한 결과가 좀더 나았다. 이는 유전알고리즘의 전역적 최적해 부근의 국부 탐색 능력이 다소 떨어짐을 의미합니다. 물론 좀더 다양한 기법들과 수치 예에 관한 연구가 수반 되어야 하겠지만, 본 연구의 강구조물을 대상으로 한 몇 가지 수치 예를 통해 결론을 유추하면 구조물의 형상최적화 문제에서 결정론적 최적화 기법은 빠른 수

렴성을 보이지만, 전역적 최적해에 대한 수렴성의 보장이 다소 떨어지며, 반대로 국부적인 해에 수렴하는 문제를 완전히 극복했다고는 단정할 수 없으나 국부적인 최적해에 수렴할 가능성을 줄일 수 있는 스토캐스틱 최적화 기법은 전역적 최적해 부근의 국부 탐색능력이 미흡하다는 결론을 얻었다.

- (6) 이상의 결론으로부터 추후 연구과제로서, 본 연구와 같은 구조물의 형상최적화에 관한 결정론적 최적화 기법과 스토캐스틱 최적화 기법의 결합의 형태인 Hybrid 최적화 기법이 요구됨을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- Adelman H.M. and Haftka R.T.(1986) Sensitivity Analysis of Discrete Structural Systems. *AIAA J.* vol.24 No.5
- Annicchiarico W. Cerrolaza M.(1998) Optimization of Finite Element Bidimensional Models: An Approach Based on Genetic Algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design* vol.29 pp.231-257
- Bennett J.A. and Botkin M.E.(1983) Shape Optimization of Two Dimensional Structures with Geometric Problem description and Adaptive Mesh Refinement. *AAA/ASME/ASCE/AHS 24th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. AIAA-83-0941* Lake Tahoe NV1983
- Bennett J.A. and Botkin M.E.(1983) Structural Shape Optimization with Geometric Description and Adaptive Mesh Refinement. *AIAA J.* vol.23 No.3
- Botkin M.E.(1982) Shape Optimization of Plate and Shell Structures, *AIAA J.* vol.20 pp.268-273.
- Brockman R.A. and Lung F.Y.(1988) Sensitivity Analysis with Plate and Shell. *Finite Elements. Int.J. Numerical Methods in Engineering.* vol.26 pp.1129-1143.
- Chen J.L. and Ho J.S.(1994) A Comparative Study of Design Sensitivity Analysis by Using Commercial Finite Element Programs. *Finite Elements in Analysis and Design.* vol.15 pp.189-200
- Chen Chin-Jung. and Choi K.K.(1995) A Continuum Approach for Second-Order Shape Sensitivity of Elastic Solids with Loaded Boundaries. *Int.J.Numerical Methods in Engineering* vol.38. pp.2979-3004
- Cheng G. , Gu Y. and Zhou Y.(1989) Accuracy of Semi-Analytic Sensitivity Analysis. *Finite Elements in Analysis and Design.* vol.6 pp.113-128
- Cheu T-C.(1989) Sensitivity Analysis and Shape Optimization of Axisymme Structures. *Int.J.Numerical Methods in Engineering* vol.28 pp.95-108
- Crandall. Dahl and Lardner(1959,1972,1978) *An Introduction to the Mechanics of Solids.* McGraw-Hill Kogakusha.
- Dems K. and Haftka R.T.(1989) Two Approaches to Sensitivity Analysis for Shape Variation of Structures. *Mech.Struct. & Mach.* vol.16 no.40.
- Dems K. and Mroz Z.(1993) On Shape Sensitivity Approaches in the Numerical Analysis of Structures. *Structural Opt.* vol.6 pp.86-93
- Ding Y. (1986) Shape Optimization of Structures : A Literature Survey. *Computers & Structures* vol.24 no.6 pp.985-1004
- Francavilla A. , Ramakrishnan C.V. and Zienkiewicz O..C. (1975) Optimization of Shape to Minimize Stress Concentration. *J.Strain Analysis* vol.10 No.2
- Goldberg D.E(1989) *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning.* Addison-Wesley.
- Greene W.H. and Haftka R.T. (1991) Computational Aspects of Sensitivity Calculations in Linear Transient Structural Analysis. *Structural Opt.* vol.3
- Gu Y. and Cheng G. (1993) Structural Modelling and Sensitivity Analysis of Shape Optimization. *Structural Opt.* vol.6 pp.29-37
- Haftka R.T. and Grandhi R.V. (1985) Structural Shape Optimization-A Survey. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* vol.57 pp.91-106

- Haftka R.T. and Mroz Z. (1986) First and Second Order Sensitivity Analysis of Linear and Nonlinear Structures. *AIAA J.* vol.24 no.7
- Haftka R.T. and Barthelemy B.(1991) On the Accuracy of Shape Sensitivity. *Structural Opt.* vol.3 pp.1-6
- Hansen J.S., Llu Z.S. and Olhoff N.(2001) Shape Sensitivity Analysis Using a Fixed Basis Function Finite Element Approach. *Struct Multidisc. Opt.* vol.21 pp.177-195
- Imam M.Hasan (1982) Three-Dimensional Shape Optimization. *Int.J. Numer. Method Eng.* vol.18 pp.661-673
- Kaveh A. and Kalatjari V.(2003) Topology Optimization of Trusses Using Genetic Algorithm, Force Method and Graph Theory. *Int. J. Meth. Engng* vol.58 pp771-791
- Kumar V. , Lee S-J and German M.D.(1989) Finite Element Design Sensitivity Analysis and Its Integration with Numerical Optimization Techniques for Structural Design. *Computers & Structures* vol.32 no. 3/4
- Lin C.Y and Hajela P.(1992) Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables. *Eng Opt.* vol.19 pp.309-327.
- Miguel Galante(1996) Genetic Algorithms as An Approach to Optimize Real-World Trusses. *J. Meth. Engng* vol.39 pp. 361-382
- Naqib R.A. , Zureick A. and Will K.M. (1996) Practical Considerations in Two Dimensional Shape optimization of Elastic Continuum. *Computers & Structures* vol.61 no.2 pp.315-330
- Pedersen P. Cheng G. and Rasmussen J.(1989) On Accuracy Problems for Semi-Analytical Sensitivity Analysis. *Mech.Struct & Mach* vol.17 no.3
- Pham D.T and Jin G(1995) Genetic Algorithm using Gradient-Like Reproduction Operator. *Electronics Letters*, vol.31 no.18. pp.1558-1559
- Pham D.T and Jin G(1996) A Hybrid Genetic Algorithm. *Proc 3rd Congress on Expert Systems*. Seoul, Korea vol.2 pp.748-757.
- Pourazady M. and Fu Z. (1996) An Integrated Approach to Structural Shape Optimization. *Computers & Structures* vol.60. no.2
- Ramakrishnan C.V. and Francavilla A. (1975) Structural Shape Optimization Using Penalty functions. *Struct. Mech.* vol.3 No.4
- Santos J.L.T and Choi K.K. (1992) Shape Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. *Structural Opt.* vol.4 pp.23-35
- Schmit L.A. Structural Synthesis.(1959-1969): A Decade of Progress. Paper Presented at the *U.S.-Japan Seminar at Tokyo in August*
- Sheu C.Y. and Prager W. (1968) Recent Development in Optimal Structural Design. *Applied Mechanics Review* vol.21 No.10 pp.985-992
- Wang Shu-yu., Sun Y. and Gallagher R.H.(1985) Sensitivity Analysis in Shape Optimization of Continuum Structures. *Computer & Structures* vol.20 no.5 pp.855-867
- Zienkiewicz O.C. and Campbell J.S. (1973) *Shape Optimization and Sequential Linear Programming. Chapter 7 of Optimum Structure Design.* John Wiley and Sons Inc. New York and Chichester.
- (접수일자 : 2004. 10. 15 / 심사일 2004. 10. 26 /
심사완료일 2004. 12. 3)