

# 국부좌굴을 고려한 냉간성형 C 형강보의 응력해석

## Stress Analysis of Cold-Formed Steel Beams

### Considering Local Buckling Effects

전 재 만<sup>1)</sup> · 현 자 영<sup>2)</sup> · 이 재 홍<sup>3)</sup>

Jeon, Jae Man Hyun, Ja Young Lee, Jae Hong

요약 : 본 논문에서는 냉간성형 C 형강보에 대해 국부좌굴을 고려한 휨해석을 하였다. 유한요소법을 이용하여 주어진 하중 상태에서의 응력을 구한후 국부좌굴 효과를 고려하기 위해규준에서 주어진 유효폭 개념을 이용하여 유효 단면적을 결정하였으며, 결정된 유효 단면적으로부터 응력을 계산하였다. 또한, x축에 대한 휨응력 뿐 아니라 y축에 대한 휨응력과 뒤틀림 응력값을 고려하였으며, 이를 하중이 전단중심에 작용하는 경우와 도심에 작용하는 두가지의 경우에 대하여 연구를 수행하였다. 연구 결과는 하중-처짐 곡선으로 나타내었다.

ABSTRACT : The stress analysis of cold-formed channel section steel beams under transverse load was conducted. The local buckling effect was included in the analysis using effective area concept. The proposed analytical model is capable of predicting accurate normal stress in the beam due to various behaviors including biaxial bending and warping. It was found to be appropriate for predicting stresses as well as deflection in the beam. A finite element model was developed to solve the analytical model.

핵심용어 : 냉간성형강보, 국부좌굴, 유한요소해석

KEYWORDS : Cold-formed steel beam, local buckling, finite element method stress analysis

## 1. 서론

냉간성형강이란 0.8mm에서 6mm정도의 얇은 강판을 상온에서 압출성형하여 사용 목적에 맞게 일정단면 형상을 가지도록 만든 구조부재로서 냉간성형강이 가진 가장 큰 장점은 중량비 강도가 일반 열간성형강에 비해 상당히 우수하여 구조물의 전체 무게를 감소시킬 수 있다는 것이다. 이러한 냉간성형강은 단면이세장하기 때문에 일반 열간성형강과 동일하게 설계할 수 없다. 따라서 별도의 기준이 필요하다.

미국의 경우에 1946년 처음으로 AISI에 의해 냉간성형강 설계기준이 마련되었으며, 국내에서는 1999년에 "냉간성형강 구조설계기준 및 해설"이 제정되었으며, 현재 건축물의 주요 부재로 이용이 증가하는 추세이다. 국내의 냉간성형강 설계기준(1999)은 허용강도설계법을 적용하였으며 국부좌굴을 고려하는 설계방법으로 판폭두께비 제한 규정과 유효단면의 산정방법을 상세히 수록하고 있다.

냉간성형강 부재는 단면이 세장하므로 좌굴해석은 중요한 의미를 갖는다. 이 같은 냉간성형강 부재 중 가장 널리 사용되고 있는 C형강에 대해 여러 연구가 이루어져왔다. 1987년에 Hjelmstad는 수직하중을 받는 박벽보의 뒤틀림 해석에 있어 비탄성, 탄소성 거동에 대한 연구를 수행하였다. 1999년 Put, Pi 와 1976년 Trahair는 중앙에 수직 집중하중을 받는 단순지지된 냉간성형 C형강보에 있어 하중 재하점에 따른 휨과 비틀림에 대한 실험연구를 수행하였으며, 이로부터 하중이 전단중심으로부터 멀어질수록 강도는 작아진다는 결론을 도출하였다. 1994년 Kavanagh와 Ellifritt는 단순지지된 냉간성형강 C형강보에 있어 비틀림에 대해서만 지지된 여러 경우에 대한 실험연구를 수행하였다.

현재 국내 설계기준에서는 냉간성형강의 휨 해석에 있어 단면 형태에 따른 최대 허용응력만을 계산하도록 되어있으므로 그 전까지의 응력상태와 단면의 변화를 알 수 없게 되어있다. 또한 수직 응력 산정 시 하중이 전단중심에 작용하는 경

본 논문에 대한 토의를 2004년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1) 학생회원, 세종대 건축공학과 대학원 석사과정  
(Tel. 02-3408-3287, Fax. 02-3408-3331, E-mail : arch-1@hanmail.net)  
2) 세종대 건축공학과 공학석사  
3) 정회원, 세종대 건축공학과 부교수, 공학박사(jhlee@sejong.ac.kr)

우로 국한하여 단순히  $x$ 축 휨 응력만을 고려하도록 되어있다. 그러나 냉간성형강 보의 실제 거동은 하중이 전단중심 외에 작용할 수 있으며, 하중 상태에 따라 유효단면이 점차 변하게 되고 이에 따라  $y$ 축 휨 응력과 뒤틀림 응력 및 비틀림 응력이 발생할 수 있다.

본 연구에서는 냉간성형  $\pi$ 형강보가 횡하중을 받을때의 응력해석을 수행하였다. 보에 처음 하중이 가해진 이후 항복에 이를 때까지의 하중 레벨에 따라 단면에 국부좌굴이 발생하는 경로를 추적하였으며, 항복에 도달할때까지의 응력분포를 단면의 각 위치에서 구하였다. 또한 냉간성형강 보에 있어 하중이 전단중심 외에 작용할 수 있으므로 그에 따라 발생하는  $y$ 축 휨 응력과 뒤틀림 응력 및 비틀림 응력을 해석시에 모두 고려하였다.

## 2. 변위장 및 변형률

본 논문에서 판요소의 구성방정식을 유도하기 위한 이론적 전개는 1961년 Vlasov와 1981년 Gjelsvik에 의해 정립된 고전적인 박벽보 이론(Thin-walled beam theory)으로부터 출발한다. 이로부터 에너지법에 근거하여 변분형태를 구한 후, 응력-변형도 관계식에 적용하여 판요소의 구성방정식을 유도하였다.

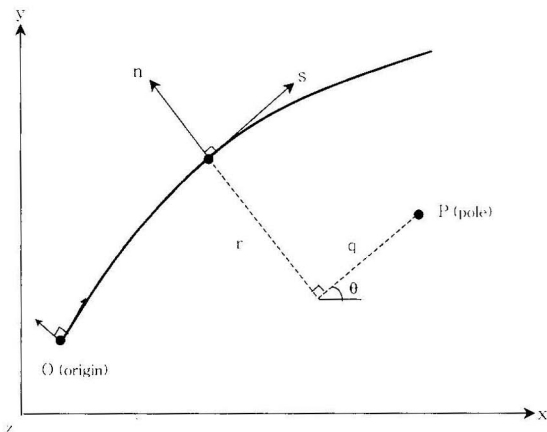


그림 1. 보와 평판요소의 좌표계

본 연구의 이론전개를 위해 다음과 같은 3종류의 좌표계를 사용하였다. 첫째, 보의 단면이  $x$ 축과  $y$ 축으로 이루어져 있으며  $z$ 축을 보의 길이 방향으로 둔 직교 카테시안 좌표계(orthogonal Cartesian coordinate system)이다. 둘째, 평판의 국부좌표(local plate coordinate)로서,  $(n, s, z)$ 로 구성되어 있는 외형좌표계(contour coordinates)이다. 여기서  $n$ 축은 평판요소로부터 직각방향이며,  $s$ 축은 단면의 등고선

상을 따라 형성되는 좌표이다. 셋째, 좌표계는 원점  $O$ 로부터 일정거리 떨어진 임의의 점에서의 접선방향 좌표이다. 또한  $P$  점은 비틀림 중심을 나타내며 일반적으로 전단중심이 된다. 이들 좌표계는 서로 연관되어 있으며 이는 그림 1과 같다.

본 연구에서는 다음과 같은 기본 가정이 사용되었다.

1. 보의 횡좌굴(Lateral Buckling)은 일어나지 않는다.
2. 평판요소의 두께방향으로는 변형이 일어나지 않는다. ( $\epsilon_n=0$ )
3. 평판내 전단변형은 일어나지 않는다. ( $\gamma_{sz}=0$ )
4. 고전판 이론의 Kirchhoff-Love 가정은 평판요소와 보 전체에있어 모두 적용된다.

기본가정 1에 의해 등고좌표계상의 임의의 점에서 중립면에 발생하는 변위장  $\bar{u}, \bar{v}$  는  $P$  점에서의  $x, y$  방향의 변위장  $U, V$  와  $P$  점에 대한 회전각  $\Phi$ 에 관해 수식(1a), (1b) 와같이 나타낼 수 있다. 그리고  $z$ 방향의 변위  $\bar{w}$ 는 기본가정 2에 의해 수식 (1c)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{u}(s, z) = U(z) \sin \theta(s) - V(z) \cos \theta(s) - \Phi(z)q(s) \quad (1a)$$

$$\bar{v}(s, z) = U(z) \cos \theta(s) + V(z) \sin \theta(s) + \Phi(z)r(s) \quad (1b)$$

$$\bar{w}(s, z) = W(z) - U'(z)x(s) - V'(z)y(s) - \Phi'(z)\omega(s) \quad (1c)$$

위 식에서  $\omega$ 는 뒤틀림 상수로써 다음과 같이 정의된다.

$$\omega(s) = \int r(s)ds \quad (2)$$

단면상의 임의의 점에서의 변위성분  $u, v, w$ 는 중립면의 변위장에 대해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(s, z, n) = \bar{u}(s, z) \quad (3a)$$

$$v(s, z, n) = \bar{v}(s, z) - n \frac{\partial \bar{u}(s, z)}{\partial s} \quad (3b)$$

$$w(s, z, n) = \bar{w}(s, z) - n \frac{\partial \bar{u}(s, z)}{\partial z} \quad (3c)$$

위의 변위장과 기본가정3에 근거해서 구한 최종적 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_z = \epsilon_z' + (x + n \sin \theta)x_y + (y - n \cos \theta)x_x + (\omega - nq)x_\omega \quad (4a)$$

$$\gamma_{sz} = nx_{sz} \quad (4b)$$

여기서,

$$\epsilon_z' = W' \quad (5a)$$

$$x_x = -V'' \quad (5b)$$

$$x_y = -U'' \quad (5c)$$

$$x_\omega = -\Phi'' \quad (5d)$$

$$x_{sz} = 2\Phi' \quad (5e)$$

### 3. 판요소의 구성방정식

구조체의 전체 포텐셜 에너지(total potential energy)의 원리로부터 다음과 같은 변분 형태를 얻을 수 있다.

$$0 = \delta\Pi = \int_0^l \{N_z \delta W - M_y \delta U'' - M_x \delta V'' - M_\omega \delta \Phi'' + 2M_t \delta \Phi' + q_y \delta V + t \delta \phi\} dz \quad (6)$$

여기서,  $N_z$  는 보의 축력을 나타내고  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_\omega$ ,  $M_t$  는 각각  $x$ ,  $y$  방향의 휨모멘트, 뒤틀림모멘트, 비틀림모멘트를 나타내며 다음과 같이 정의 된다.

$$N_z = \int_n \int_s \sigma_z dsdn \quad (7a)$$

$$M_y = \int_n \int_s \sigma_z(x + n \sin \theta) dsdn \quad (7b)$$

$$M_x = \int_n \int_s \sigma_z(y - n \cos \theta) dsdn \quad (7c)$$

$$M_\omega = \int_n \int_s \sigma_z(\omega - nq) dsdn \quad (7d)$$

$$M_t = \int_n \int_s \sigma_{sz} n dsdn \quad (7e)$$

아래의 응력-변형도 관계식으로부터

$$\sigma_z = E \epsilon_z \quad (8a)$$

$$\sigma_{sz} = G \gamma_{sz} \quad (8b)$$

수식 (7a), (4a)와 (8a)를 이용하여 축력  $N_z$  를 일반화된 변형률 ( $\epsilon_z'$ ,  $x_y$ ,  $x_x$ ,  $x_\omega$ ,  $x_{sz}$ )에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$N_z = E \int_n \int_s \{ \epsilon_z' + (x + n \sin \theta)x_y + (y - n \cos \theta)x_x + (\omega - nq)x_\omega \} dsdn \quad (9)$$

같은 방법으로 나머지 모멘트들 ( $M_y$ ,  $M_x$ ,  $M_\omega$ ,  $M_t$ ) 도 일반화된 변형률에 대해 나타낼 수 있어, 판 요소의 구성방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_y \\ M_x \\ M_\omega \end{Bmatrix} = E \begin{bmatrix} A & S_y & S_x & S_\omega \\ & I_y & I_{xy} & I_{x\omega} \\ & & I_x & I_{y\omega} \\ sym & & & I_\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_z' \\ x_y \\ x_x \\ x_\omega \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$M_t = GJx_{sz} \quad (11)$$

여기서,

$$A = \int_s t ds \quad (12a)$$

$$S_y = \int_s tx ds \quad (12b)$$

$$S_x = \int_s ty ds \quad (12c)$$

$$S_\omega = \int_s t\omega ds \quad (12d)$$

$$I_y = \int_s t \left[ x^2 + \frac{t^2}{12} \sin^2 \theta \right] ds \quad (12e)$$

$$I_x = \int_s t \left[ y^2 + \frac{t^2}{12} \cos^2 \theta \right] ds \quad (12f)$$

$$I_{xy} = \int_s t \left[ xy - \frac{t^2}{12} \sin \theta \cos \theta \right] ds \quad (12g)$$

$$I_{x\omega} = \int_s t \left[ x\omega - \frac{qt^2}{12} \sin \theta \right] ds \quad (12h)$$

$$I_{y\omega} = \int_s t \left[ y\omega + \frac{qt^2}{12} \cos \theta \right] ds \quad (12i)$$

$$I_\omega = \int_s t \left[ \omega^2 + \frac{q^2 t^2}{12} \sin^2 \theta \right] ds \quad (12j)$$

$$J = \int_s \frac{t^3}{3} ds \quad (12k)$$

윗식은 임의의 형태의 단면에 적용가능하며, 만약  $x$ 와  $y$  가 주축이고  $\omega$ 가 전단중심에 대한 뒤틀림 값이라면 ㄷ형강과 같은 단면형태일 경우 각각의 값들은 다음과 같이 나타낸다.

$$S_y = S_x = S_\omega = I_{xy} = I_{x\omega} = I_{y\omega} = 0 \quad (13)$$

앞에서 구한 식 (6)로부터 지배방정식을 유도하면 다음과

같다.

$$\begin{aligned} N_z' &= 0 \\ M_y' &= 0 \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} M_x' &= q_y \\ M_\omega'' + 2M_t' &= t \end{aligned} \quad (14b)$$

여기에 식(10)와 (11)를 대입하면 지배방정식의 형태는 다음과 같이 유도 할 수 있다.

$$E[AW'' + S_y U'' + S_x V'' + S_\omega \Phi''] = 0 \quad (15a)$$

$$E[S_y W'' + I_y U'' + I_{xy} V'' + I_{x\omega} \Phi''] = 0 \quad (15b)$$

$$E[S_x W'' + I_{xy} U'' + I_x V'' + I_{y\omega} \Phi''] + q_y = 0 \quad (15c)$$

$$E[S_\omega W'' + I_{x\omega} U'' + I_{y\omega} V'' + I_\omega \Phi''] + 2GJ\Phi'' + t = 0 \quad (15d)$$

하중의 초기 단계(그림2(a))에서는 수식(13)과 같이 구성 방정식의 연계강성들이 전부 사라지므로 전단중심에 수직력을 받는 보의 거동은 수식(15b)만으로 단순하게 나타낼 수 있다. 그러나 하중이 증가됨에 따라 응력이 증가하여 보의 상부 플랜지가 국부좌굴을 일으키고, 따라서 상부플랜지는 유효폭 만남게 된다.(그림2(b)) 이 상태에서는 단면이 더 이상 대칭이 아니며, 이에따라 지배방정식(15(a)~(d))을 모두 연계해 해석해야 한다. 더욱 하중이 증가하게 되면 단면이 그림 2(c)와 같이 웨브의 일부도 유효폭만 남고 해석에서 제외해야 하므로 단면의 비대칭성이 더욱 두드러지게 된다.

#### 4. 유효폭 계산

냉간성형강의 각각의 판요소는 일반적으로 폭두께비가 상당히 크기 때문에 항복점에 도달하기 훨씬 전에 먼저 국부좌굴이 발생한다. 또한, 일단 국부좌굴이 발생한 후에도, 판 좌굴 후 이론에 의해 유효폭 개념이 도입되어 계속 하중을 받을 수 있다. 대한건축학회 “냉간성형강 구조설계기준 및 해설”(1999)에서는 아래와 같은 방법으로 냉간성형 ㄷ형강의 유효폭을 제안하고 있다.

##### 4.1 압축축 플랜지

균일 압축응력을 받는 평판의 유효폭  $b$  는 다음식에 의해 산정한다.(그림 2(b))

$$b = w \quad (\lambda \leq 0.673) \quad (16a)$$

$$b = \rho w \quad (\lambda > 0.673) \quad (16b)$$

윗식에서  $w$ 는 평판의 폭을 나타내는 것이고, 각각의 값들은 다음과 같다.

$$\rho = (1 - 0.22 / \lambda) / \lambda \leq 1 \quad (17a)$$

$$\lambda = \frac{1.052}{k} \left( \frac{w}{t} \right) \sqrt{\frac{f_{\max}}{E}} \quad (17b)$$

$t$ 는 평판의 두께를 나타내며,  $E$ 와  $f_{\max}$  각각 탄성계수와 최대응력을 나타낸다. 또한, 균일 압축응력을 받는 휨재의 비강절판 요소인 압축축 플랜지의 좌굴계수  $k$ 값은 0.43으로 정해놓고 있다.

#### 4.2 웨브

휨에 의하여 등변응력을 받는 강절판요소에서 압축응력이 생기는 평판부분의 유효폭은 아래와 같이 산정된  $b_1$ 과  $b_2$ 를 합한 값으로 한다.(그림2)

$$b_1 = b / (3 - \Psi) \quad (18a)$$

$$b_2 = b / 2 \quad (\Psi \leq -0.236) \quad (18b)$$

$$b_2 = b - b_1 \quad (\Psi > -0.236) \quad (18c)$$

윗식에서  $b$ 는 다음과 같이 산정한  $k$ 와  $f$ 를 식(16)과(17)에 적용하여 산정한다.

$$k = 4 + 2(1 - \Psi)^3 + 2(1 - \Psi) \quad (19a)$$

$$\Psi = f_2 / f_1 \quad (19b)$$

여기서,  $f_1$ 과  $f_2$ 는 각각 웨브에 발생하는 최대 압축응력도와 최대 인장응력도를 뜻한다. 국내 규준과 AISI의 규준식에 의하면 강도계산시에는  $f_{\max}$  값을 항복응력( $F_y$ )으로 하여 유효폭을 구하며, 처짐 계산시에는  $f_{\max}$  를 하중 상태에 따른 응력값으로 계산하도록 규정되어있다.

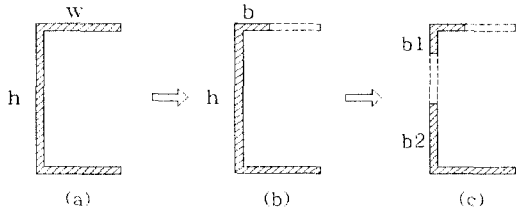


그림 2. 하중 증가에 따른 유효폭 변화

본 논문에서는  $f_{max}$  를 채택하여 하중이 증가함에 따라 유효폭이 변하는 과정을 계산하였다.(그림 2)

### 5. 유한요소 해석

전장에서 개발된 박벽 복합재 보의 힘 해석 모델의 수치해를 얻기위해 1차원 유한요소법을 이용하였다. 변위  $W, U, V, \phi$  는 라그랑지안 보간함수  $[\Psi]$ 와 허마이트 3차 보간함수  $[\phi]$ 를 이용하여 아래와 같이 절점변위들로 나타낼 수 있다.

$$W = \sum_{j=1}^n \omega_j \Psi_j \tag{20a}$$

$$U = \sum_{j=1}^n u_j \phi_j \tag{20b}$$

$$V = \sum_{j=1}^n v_j \phi_j \tag{20c}$$

$$\phi = \sum_{j=1}^n \phi_j \phi_j \tag{20d}$$

윗 식을 식 (11)의 변분 형태식에 대입하면 한 요소의 유한요소 모델은 다음과 같다.

$$[K] \{u\} = \{F\} \tag{21}$$

여기서,  $[K]$ 는 요소 강성 매트릭스(stiffness matrix)를 나타내는 것이고,  $\{F\}$ 는 외부 하중값을 나타내는 것으로 다음과 같이 나타낸다.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ & & K_{33} & K_{34} \\ sym. & & & K_{44} \end{bmatrix} \tag{22}$$

여기서 각각의 값들은 아래와 같이 나타낸다.

$$K_{ij}^{11} = \int_0^l EA \Psi_i \Psi_j dz \tag{23a}$$

$$K_{ij}^{12} = - \int_0^l ES_y \Psi_i \phi_j'' dz \tag{23b}$$

$$K_{ij}^{13} = - \int_0^l ES_x \Psi_i \phi_j'' dz \tag{23c}$$

$$K_{ij}^{14} = - \int_0^l ES_\omega \Psi_i \phi_j dz \tag{23d}$$

$$K_{ij}^{22} = \int_0^l EI_y \phi_i'' \phi_j'' dz \tag{23e}$$

$$K_{ij}^{23} = 0 \tag{23f}$$

$$K_{ij}^{24} = \int_0^l EI_{x\omega} \phi_i'' \phi_j'' dz \tag{23g}$$

$$K_{ij}^{33} = \int_0^l EI_x \phi_i'' \phi_j'' dz \tag{23h}$$

$$K_{ij}^{34} = \int_0^l EI_{y\omega} \phi_i'' \phi_j'' dz \tag{23i}$$

$$K_{ij}^{44} = \int_0^l (EI_\omega \phi_i'' \phi_j'' + GJ \phi_i \phi_j) dz \tag{23j}$$

$$f_i^1 = 0 \tag{23k}$$

$$f_i^2 = 0 \tag{23l}$$

$$f_i^3 = \int_0^l q \phi_i dz \tag{23m}$$

$$f_i^4 = \int_0^l t \phi_i dz \tag{23n}$$

### 6. 응력계산

유한요소 해석에 의해 각 절점에서의 변위값이 구해지면 수식(4)와 (8)를 적용하여 유효폭만 남아있는 단면상의 각 절점에서의 응력값을 구할 수 있다.(그림 3)

(그림 3)에서  $y_1, y_2$ 는 각각  $x$ 축으로부터 상부와 하부 플랜지까지의 거리이고,  $x_3$ 는  $y$ 축으로부터 웨브까지의 거리를 나타내는 것이다. 또한  $x_b$ 는 도심으로부터 전단중심까지의 거리를 나타낸다.

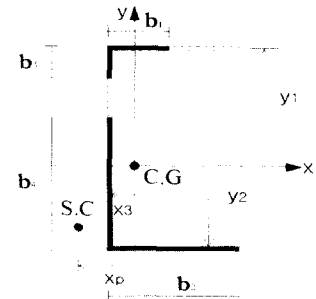


그림 3. 단면 각 지점에서의 응력

### 6.1 상부 플랜지

앞에서 유도했던 변형률식 (5)에서 각각 응력 계산에 필요한 상수값들을 해당요소에서 계산하면 상부 플랜지의 응력 계산에 필요한 각각의 값들을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = x_3 - y_1 + s \tag{24a}$$

$$y = y_1 \tag{24b}$$

$$q = x_3 - x_p - y_1 + s \tag{24c}$$

$$\omega = y_1(x_3 - x_p + y_1 - s) \tag{24b}$$

여기서, s는 도심에서부터의 단면상의 위치로 상부플랜지에 대해서는 다음과 같다.

$$y_1 \leq s \leq y_1 + b_1 \tag{25}$$

위의 값들을 변형률식 (4)에 대입하여 변형률값을 구하고, 다시 수식(8)의 응력-변형률식에 대입하여 정리하면 다음과 같이 외형좌표 s를 변수로 하는 상부플랜지의 응력식을 유도할 수 있다.

$$\sigma_z = E \left[ \{ W - (x_3 - y_1)U'' - (y_1 - n)V'' - [(y_1 - n)(x_3 - x_p) + (y_1 + n)y_1] \Phi'' \} - \{ U'' + (y_1 + n)\Phi'' \} s \right] \tag{26}$$

### 6.2 하부 플랜지

상부 플랜지와 동일한 방법으로 변형률식(4)에서 각각 응력 계산에 필요한 상수값들을 해당요소에서 계산하면 하부 플랜지의 응력 계산에 필요한 각각의 값들을 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$x = x_3 + y_2 - s \tag{27a}$$

$$y = y_2 \tag{27b}$$

$$q = x_3 - x_p + y_2 - s \tag{27c}$$

$$\omega = y_2(x_3 - x_p - y_2 + s) \tag{27d}$$

여기서, 하부 플랜지의 경우 s는 다음과 같이 주어진다.

$$y_2 - b_2 \leq s \leq y_2 \tag{28}$$

위의 값들을 변형률식(4)에 대입하여 변형률값을 구하고, 다시 수식(8)의 응력-변형률식에 대입하여 정리하면 다음과

같이 외형좌표 S를 변수로 하는 하부플랜지의 응력식을 유도할 수 있다.

$$\sigma_z = E \left[ \{ W - (x_3 + y_2)U'' - (y_2 - n)V'' - [(y_2 - n)(x_3 - x_p) - (y_2 + n)y_2] \Phi'' \} + \{ U'' - (y_2 - n)\Phi'' \} s \right] \tag{29}$$

### 6.3 웨브

웨브의 응력 계산에 필요한 변형률식(4)에서의 각각의 값들을 계산하면 다음과 같이 나타난다.

$$x = x_3 \tag{30a}$$

$$y = s \tag{30b}$$

$$q = s \tag{30c}$$

$$\omega = (x_3 - x_p)s \tag{30d}$$

여기서, s값은 상부 웨브와 하부 웨브에 대해 각각 수식 (31), (32)과 같이 주어진다.

$$y_1 - b_3 \leq s \leq y_1 \tag{31}$$

$$y_2 \leq s \leq y_2 + b_4 \tag{32}$$

위의 값들을 변형률식(4)에 대입하여 변형률값을 구하고, 다시 수식(8)의 응력-변형률식에 대입하여 정리하면 다음과 같이 외형좌표 S를 변수로 하는 하부플랜지의 응력식을 유도할 수 있다.

$$\sigma_z = E \left[ \{ W - (x_3 + n)U'' \} - \{ V'' + (x_3 - x_p - n)\Phi'' \} s \right] \tag{33}$$

## 7. 수치해석 예제

본 연구의 수치해석 예제로 스펀길이 3m인 양단 단순지지 수직 등분포 하중 q를 받는 C형강보를 해석하였으며 단면치수 및 물성치는 그림 4와 같다.

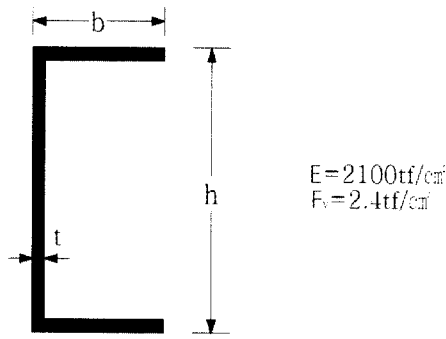


그림 4. 수치해석 예제

이와 같은 단면에서 등분포 하중을 점차 증가시키며 단면이 항복 응력에 도달하기까지의 유효단면 형태의 변화와 각각의 상태에서 응력 값들을 계산하였다. 이때, 하중이 전단중심에 작용할 때와 도심에 작용할 때를 구분하여 각각의 해석을 수행하였고 그 결과가 어떤 차이가 있는지를 비교 분석하였다. 그 결과 하중이 도심에 작용하는 경우에는 전단중심에 작용할 때보다 훨씬 작은 값에서 단면이 항복하는 것으로 나타났다. 이는 전단중심에 하중을 가할 때에는 뒤틀림 응력이 발생하지 않지만 도심에 하중을 가했을 경우 뒤틀림 응력이 생겨나기 때문인 것으로 예상되었다. 그림5는 두 경우에 대한 하중( $q$ )-최대처짐( $\delta$ ) 곡선을 나타낸다.

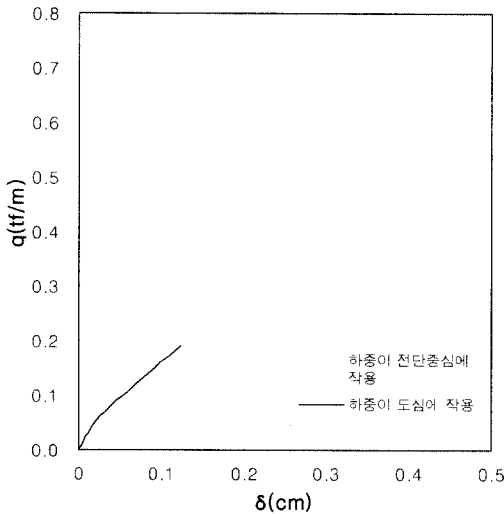


그림 5. 하중-처짐 곡선

위의 하중-처짐 곡선은 비선형 거동을 하게 되는데 유효단면과 연관지어 세단계로 구분해 설명할 수 있다. 첫째로, 하중 초기에는 국부좌굴이 발생하지 않아서 전단면이 유효한 경우이고, 둘째는 하중이 증가함에 따라 국부좌굴이 발생하여 상부 플랜지의 일부가 유효폭에서 제외되는 경우이다. 마지막으로 계속해서 하중이 증가하여 웨브까지도 유효폭에서 제외

되며 단면이 항복하기까지의 경우로 나누어 설명할 수 있다. 따라서 냉간성형강 보는 국부좌굴의 영향으로 하중-처짐 곡선이 비선형 거동을 하게 되는 것을 알 수 있다.

7.1 하중이 전단중심에 작용할 경우

하중이 전단중심에 작용한 경우에는  $q \leq 1.2 \times 10^{-1} tf/m$ 의 비교적 낮은 하중구간에서는 해석결과 전단면이 유효단면이 된다. 따라서 식 (10)에서의 값들중  $A, I_y, I_x, I_w$  만이 남고 나머지 값들은 0이 되며, 이로 인해 전체 수직응력은  $x$ 축에 대한 휨응력에 의해 결정된다. 이때의 유효단면 형상과 응력은 그림6과 같다. 여기서,  $\sigma_z^{by}$ ,  $\sigma_z^{bx}$ ,  $\sigma_z^w$ 는 각각  $y$ 축에 대한 휨응력,  $x$ 축에 대한 휨응력, 뒤틀림응력을 나타낸다.

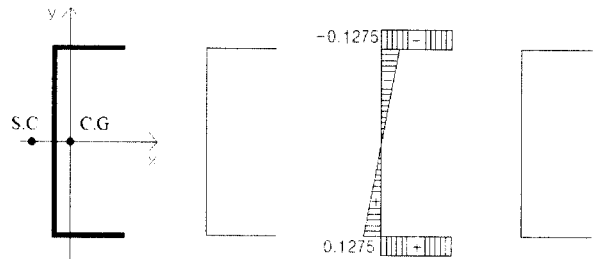


그림 6. 단면 형태와 응력 ( $q = 1 \times 10^{-1} tf/m$ )

$q > 1.2 \times 10^{-1} tf/m$  이상인 구간에서는 상부 플랜지의 일부가 유효단면에서 제외되어 단면 형태가 더 이상 대칭 단면을 이루지 않는다. 따라서 전단 중심과 도심의 위치도 변하게 되고 식(14)에서의 연계강성들이 서로 영향을 미치게 된다. 이때의 단면 형태와 응력상태는 그림7과 같으며, 수직응력은  $x$ 축에 대한 휨응력( $\sigma_z^{bx}$ )뿐만 아니라  $y$ 축에 대한 휨응력( $\sigma_z^{by}$ )에 의해서 결정되는 것을 알 수 있다. 또한 아주 작은 값이지만 뒤틀림 응력( $\sigma_z^w$ )까지 발생한다.

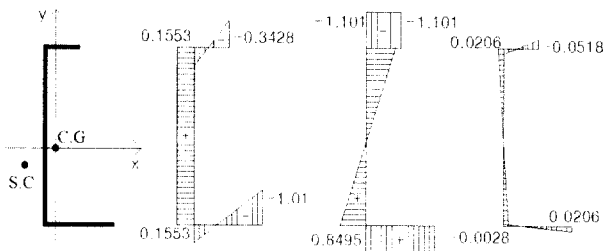


그림 7. 단면 형태와 응력 ( $q = 5 \times 10^{-1} tf/m$ )

계속 수직 하중을 증가시키면 ( $q > 7.2 \times 10^{-1} tf/m$ ) 상부 플랜지에 이어 추가적으로 웨브의 일부분이 유효단면에서 제외되며, 마침내  $q = 7.2 \times 10^{-1} tf/m$ 에 이르면 상부플랜지의 끝부분의  $\sigma_z^{bx}$ 와  $\sigma_z^{by}$ 을 합친 응력이 항복응력 ( $F_y = 2.4 tf/cm^2$ )에 도달하게 된다.(그림 9) 전체적으로  $y$ 축에 대한 휨응력( $\sigma_z^{by}$ ) 값이 무시할 수 없을 정도로 커짐을 알 수 있다.

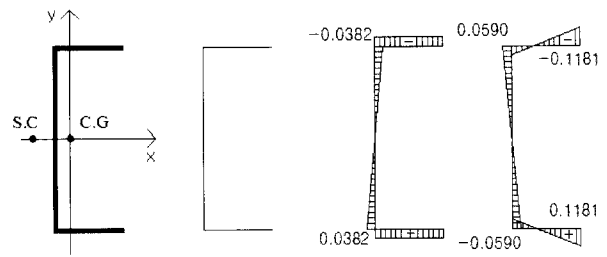


그림 9. 단면 형태와 응력 ( $q = 0.3 \times 10^{-1} tf/m$ )

$x$ 축에 대한 휨 응력이 전체 응력을 결정하는 앞의 예제와는 달리 뒤틀림 응력이  $x$ 축에 대한 휨 응력보다 더 큰 값으로 나타나는 것을 알 수 있다. 하중을 도심에 작용시키는 경우 전 단면이 유효한 대칭단면일지라도 이와 같이 뒤틀림 응력값이 크게 나타나게 된다. 마찬가지로, 하중을 점차 증가시키면 상부 플랜지의 일부분이 유효단면에서 제외되는데 ( $q > 0.3 \times 10^{-1} tf/m$ ) 이때의 단면형태와 응력상태는 그림 10과 같다.

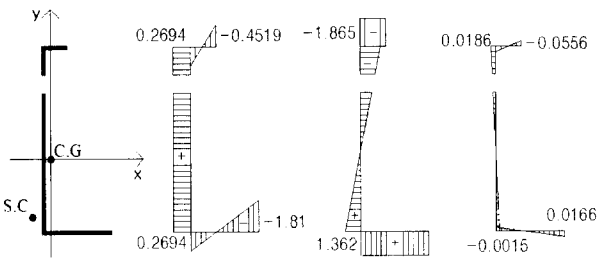


그림 8. 단면 형태와 응력 ( $q = 7.6 \times 10^{-1} tf/m$ )

대한건축학회 “냉간성형강 구조설계기준 및 해설”에 의하면 단면성능을 고려한 항복 모멘트는 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$q_y = \frac{8S_c}{l^2} F_y \quad (34)$$

여기서,  $S_c$ 와  $F_y$ 는 각각의 유효단면계수와 항복응력을 나타내며, 본 예제의 경우  $S_c = 57.22 cm^3$ 로 구해진다. 위의 식(34)로부터  $q$ 를 구하면  $1.22 tf/m$ 로 본 연구에서 구한  $q(0.76 tf/m)$  보다 훨씬 더 크게 나타난다. 이는, 수식(34)에서는 고려되지 않은  $y$ 축에 대한 휨 응력과 뒤틀림 응력 값을 본 연구에서는 모두 고려되었기 때문에  $x$ 축에 대한 휨 응력만을 고려하는 표준식에서보다 더 작은 값에서 단면이 항복하는 것으로 나타난다.

### 7.2 하중이 도심에 작용할 경우

하중이 도심에 작용하는 경우에는 하중을 가하는 초기단계부터 뒤틀림 응력 값이 매우 크게 나타나서 전체 휨 응력을 결정한다. 따라서 하중이 전단중심에 작용하는 경우에 비교하여 훨씬 더 작은 하중상태에서 단면이 항복한다. 비교적 낮은 구간에서 ( $q \leq 0.3 \times 10^{-1} tf/m$ ) 단면 형상과 응력은 그림9와 같다.

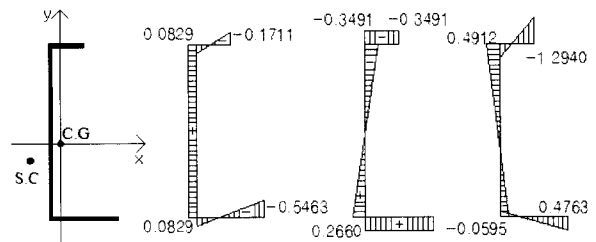


그림 10. 단면 형태와 응력 ( $q = 1.5 \times 10^{-1} tf/m$ )

하중을 계속 증가시켜 단면이 항복하는 순간은 그림11과 같다.

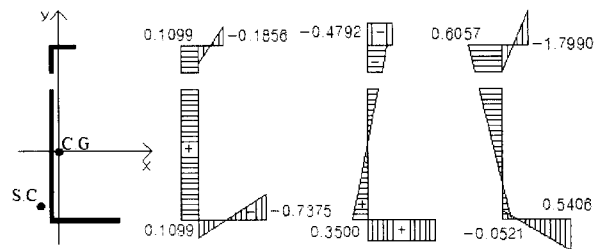


그림 11. 단면 형태와 응력 ( $q = 1.9 \times 10^{-1} tf/m$ )

이와 같이 하중이 도심에 작용할 때는 전체적으로 뒤틀림 응력이 크게 나타나 전체 수직응력을 좌우하게 되며 따라서 전단중심에 하중이 작용할 때보다 훨씬 낮은 하중 ( $q = 1.9 \times 10^{-1} tf/m$ )에서 항복이 발생하게 된다.

지금까지 하중 작용점에 따라 각각의 경우에 응력과 유효



단면의 변화에 대해 살펴보았다. 두 가지 경우에 이들 휨 응력의 요소들이 어떤 차이를 보이는지 그래프를 통해 살펴보면 다음과 같다.

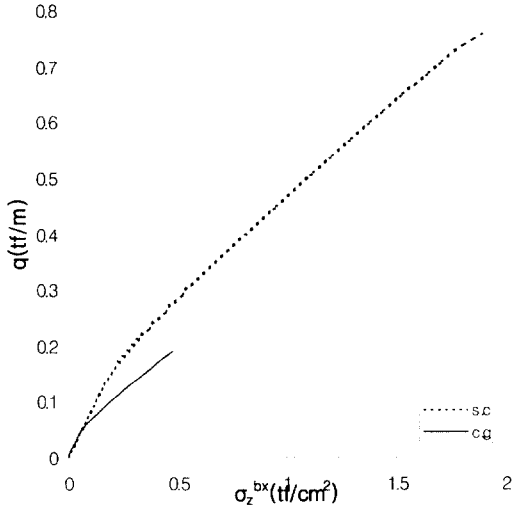


그림 12. 하중에 따른  $x$ 축에 대한 휨 응력 비교

위의 그림 12는 국부좌굴을 고려하였을 경우 하중이 증가함에 따라 발생하는  $x$ 축 휨 응력의 변화를 하중이 전단중심에 작용하는 경우와 도심에 작용하는 경우를 비교한 것이다. 하중이 증가할수록 국부좌굴의 영향으로 플랜지와 웨브의 일부분이 유효폭에서 제외되어 비선형 거동을 하는 것을 알 수 있다.

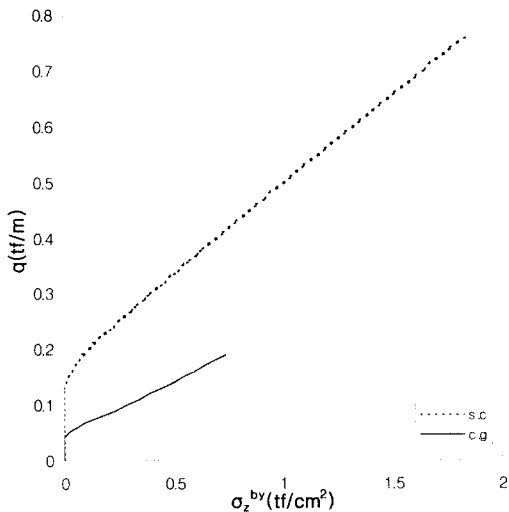


그림 13. 하중에 따른  $y$ 축에 대한 휨 응력 비교

그림 13은 국부좌굴을 고려하였을 경우 하중이 증가함에 따라 발생하는  $y$ 축 휨 응력의 변화를 하중이 전단중심에 작

용하는 경우와 도심에 작용하는 경우를 비교한 것이다. 하중 초기에는 국부좌굴이 발생하지 않으므로 유효단면의 변화가 없게 된다. 따라서 하중 초기 구간에는  $y$ 축 휨 응력이 발생하지 않지만 하중이 증가하여 국부좌굴이 발생하게 되면  $y$ 축 휨 응력이 발생하는 것을 알 수 있다.

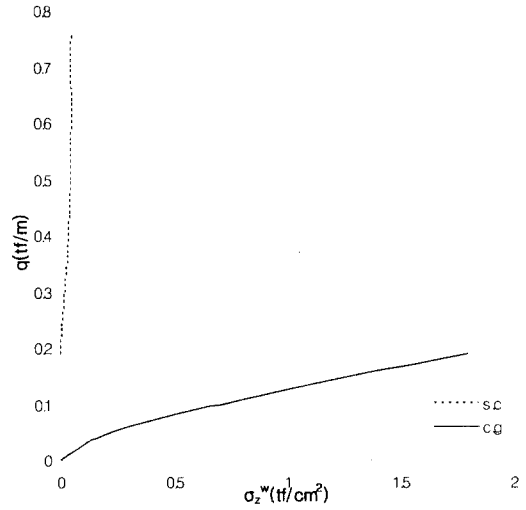


그림 14. 하중에 따른  $w$ 축에 대한 휨 응력 비교

그림 14를 보면 하중이 전단중심에 작용하는 경우에는 하중이 증가해도 뒤틀림 응력은 큰 변화를 보이지 않는 것으로 나타난다. 이와는 다르게 하중이 도심에 작용하는 경우 앞의 그림 12와 그림 13과 마찬가지로 하중이 증가함에 따라 뒤틀림 응력도 증가하는 것으로 나타난다. 따라서 하중이 전단중심 외에 작용할 경우에는 뒤틀림 응력이 많이 발생하는 것을 알 수 있다.

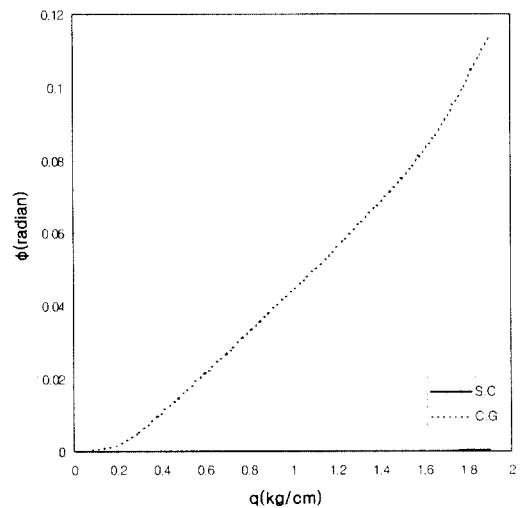


그림 15. 하중의 증가에 따른 비틀림각 비교

그림 15의 결과는 비틀림 응력에 영향을 미치는 변위인  $\phi$ 에 의한 것으로 하중에 따라 비틀림각의 변화를 살펴보면 위의 그림 15와 같이 하중이 도심에 작용하는 경우 비틀림각의 큰 변화가 나타나는 것을 알 수 있다.

### 8. 결 론

본 연구에서는 냉간성형  $\pi$  형강보에 대해 국부좌굴을 고려한 응력 해석을 하였다. 유한요소법을 이용하여 주어진 하중 상태에서의 응력을 구한 후 가한 응력을 이용하여 유효단면을 결정하였으며, 결정된 유효단면적에 대해 반복적으로 응력 계산을 하여 최종 응력을 결정하였다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 냉간성형강 보가 전단중심뿐 아니라 다른 위치에 하중을 받는 경우에도 국부좌굴을 포함하여 항복 때까지의 거동을 정확히 예측 할 수 있었다.
- (2) 하중이 전단중심에 작용하는 경우에 초기 비교적 작은 하중상태에서는 전단면이 유효하게 되어 규준 식에서와 마찬가지로  $x$ 축에 대한 휨 응력에 의해 전체 휨 응력이 결정되었다.
- (3) 하중이 점차 증가하면서 플랜지와 웨브의 일부분이 차례로 유효폭에서 제외되고 단면의 비대칭성이 두드러지게 되어  $y$ 축에 대한 휨 응력과 뒤틀림 응력 값이 발생하여 결과적으로  $x$ 축에 대한 휨 응력만 고려하는 규준에 의한 하중보다 훨씬 적은 하중에서 항복이 발생하였다.
- (4) 하중이 도심에 작용하는 경우 하중을 가한 초기부터 뒤틀림응력이 크게 나타나며 전체 휨 응력은 뒤틀림응력에 의해 결정되어 전단중심에 작용한다. 따라서 냉간성형강 보의 휨 해석 시에는 뒤틀림 응력을 고려해야 한다.

향후, 냉간성형강 보의 횡좌굴 해석을 추가해야 할 것이며, 항복에 이른 후 더 나아가 완전 소성에 이를 때까지의 거동 해석이 필요 할 것이다.

### 참 고 문 헌

대한건축학회(1999) 냉간성형강 구조설계기준 및 해설, 기문당.

AISI, Cold-Formed Steel Design Manual, 1996 Ed.

Atle Gjelsvik(1981) *The Theory of Thin Walled Bars*, John Wiley & Sons, Inc., USA

Bogdan M. Put, Yong-Lin Pi, and N. S. Trahair(1999) Bending and torsion of cold-formed channel beams, *Journal of structural engineering*, ASCE, 125(5), p504-546.

J. N. Reddy(1993) *An Introduction To The Finite Element Method*, Mcgraw-Hill, USA

K. D. Hjelmstad(1987) Warping effects in transverse bending of thin-walled beams, *Journal of engineering mechanics*, ASCE, 113(6), p907-924.

K. T. Kavanagh and D. S. Ellifritt(1994) Design Strengths of Cold-Formed Channels in Bending and Torsion, *Journal of structural engineering*, ASCE, 120(5), p1599-1607

Nehtercot, D.A., N. S. Trahair(1976) Inelastic lateral buckling of determinate beams, proc. of ASCE, Vol. 102, ST4, April.

Vlasov VZ.(1961) *Thin-walled elastic beams. 2nd edition*, Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem, Israe.

Wei-Wen Yu(1991) *Cold-Formed Steel Design. 2nd edition*, John Wiley & Sons, Inc., USA

(접수일자 : 2003. 10. 10 / 심사일 2003. 10. 22 / 심사완료일 2004. 2. 2)