

변분적 다중 스케일 방법을 이용한 탄소성 변형의 무요소해석

연정흠* · 윤성기†

(2004년 1월 28일 접수, 2004년 5월 3일 심사완료)

Meshfree Analysis of Elasto-Plastic Deformation Using Variational Multiscale Method

Jeoung-Heum Yeon and Sung-Kie Youn

Key Words : Multiscale(다중 스케일), Meshfree Method(무요소법), Variational Multiscale Method(변분적 다중 스케일 방법), Elasto-Plasticity(탄소성), Shear Band(전단밴드)

Abstract

A meshfree multi-scale method has been presented for efficient analysis of elasto-plastic problems. From the variational principle, problem is decomposed into a fine scale and a coarse scale problem. In the analysis only the plastic region is discretized using fine scale. Each scale variable is approximated using meshfree method. Adaptivity can easily and nicely be implemented in meshfree method. As a method of increasing resolution, partition of unity based extrinsic enrichment is used. Each scale problem is solved iteratively. Iteration procedure is indispensable for the elasto-plastic deformation analysis. Therefore this kind of solution procedure is adequate to that problem. The proposed method is applied to Prandtl's punch test and shear band problem. The results are compared with those of other methods and the validity of the proposed method is demonstrated.

1. 서론

공학 문제들은 그 현상을 나타내는 '대표적인 길이(dimension)'를 가지고 있는데, 그것을 그 문제의 스케일이라고 한다. 단일 스케일을 갖고 있는 문제가 있는 반면에, 문제에서 관심을 갖고 있는 바에 따라 서로 다른 여러 개의 스케일이 공존하는 문제가 있다. 예를 들어 이종 재료(heterogeneous material)의 변형 문제에 있어, 전체적인 변형 형상은 재료의 크기 등에 영향을 받지만, 국부적 파단 등은 이종 재료의 입자 크기에 영향을 받는다. 이러한 문제를 국부적 응력 해석의 관점에서 보면 재료의 크기에 상응하는 스케일과 이종 재료의 입자 크기에 상응하는 스케일이

공존하는 문제가 된다. 이러한 문제를 해석상의 관점에서 다중 스케일(multiscale)문제라고 부를 수 있다. 전단밴드(shear band)문제와 같이 국부적으로 해가 급격히 변하는 문제도, 해가 급격히 변하는 부분과 그렇지 않은 부분이 서로 다른 스케일을 가진다고 보아, 다중 스케일문제로 볼 수 있다. 이러한 다중 스케일 문제를 보통의 방법으로 해석하면 효율성에서 문제가 생긴다. 국부적 스케일에만 관심을 두고 해석을 하면 계산비용이 지나치게 커지게 되고, 거시적 스케일에만 관심을 두고 해석을 하면 국부적 현상을 구할 수 없게 된다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 유한요소법에서 적응적 기법을 이용한 여러 연구가 있어왔다.⁽¹⁾ 오차가 큰 부분에 절점을 증가시키는 h -적응기법과 요소의 차수를 증가시키는 p -적응기법이 대표적이다. 이러한 방법은 오차가 큰 부분을 찾기 위한 오차추정(error estimation)이 요구된다.

Hughes⁽²⁾는 다중 스케일 문제를 변분원리에 의하여 거친 스케일(coarse scale)문제와 고운 스케일(fine scale)문제로 분리하여 접근하는 방법인 변분

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : skyoun@kaist.ac.kr
TEL : (042)869-3034 FAX : (042)869-3065
* 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과

적 다중 스케일 방법을 제안하였다. 분리된 각 스케일의 문제를 따로 해석하여 전체 스케일을 표현하므로 서로 다른 스케일이 공존하는 문제의 효율적 접근이 가능하다. Oberai 와 Pirisky⁽³⁾는 이 기법을 Helmholtz 방정식에 적용하였다. Helmholtz 방정식의 그린 함수(Green function)를 이용하여 고온 스케일 문제를 해결하였고, 유한요소 근사화를 통하여 거친 스케일을 근사하였다. 또한 이류-확산(advection-diffusion)문제⁽⁴⁾와 변형을 집중문제,⁽⁵⁾ 소용돌이 흐름(eddy flow)문제⁽⁶⁾에도 적용되었다.

본 연구에서는 변분적 다중 스케일 기법을 이용하여 탄소성 변형문제를 효율적으로 해석하기 위한 연구를 수행한다. 탄소성 변형은 일부 영역은 탄성 변형을 하고, 일부 영역은 소성 변형을 하여 다중 스케일 문제로 볼 수 있다. 변분적 다중 스케일 기법에 의해 분리된 각 스케일 문제를 반복적으로 해석하여 수렴된 전체 스케일의 해를 구한다. 다중 스케일을 근사하는 방법으로 무요소 형상함수를 사용한다. 무요소 형상함수의 특성상 여러가지 적응적 기법의 적용이 용이하므로 고온 스케일의 근사를 효과적으로 할 수 있다. 그리고 제안된 방법의 효율성을 예제를 통하여 보인다.

2. 다중-스케일 수식화

2.1 지배방정식

본 연구에서는 비율형태(rate form)를 갖는 탄소성 구성방정식의 적용에 용이한 갱신 라그랑지 방법(updated Lagrangian method)을 사용하여 지배방정식을 기술하였다. 갱신 라그랑지 방법은 기준 좌표계(reference configuration)를 현재 좌표계(current configuration)로 놓고 기술하는 방법이다. 일반화된 기준 좌표계 ξ 에 대하여 지배 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_y^i}{\partial x_i^i} + \rho^i b_i^i = 0 \quad \text{in } V^i \quad (1)$$

$$T_y^i n_i^i = \bar{t}_i \quad \text{on } S_i^i \quad (2)$$

$$u_i^i = \bar{u}_i \quad \text{on } S_i^i \quad (3)$$

여기서 T_y^i 는 1 차 Piola-Kirchhoff 응력이고 b_i^i 는 체적력(body force), n_i^i 는 표면의 수직 벡터, \bar{t}_i 는 주어진 트랙션(traction), \bar{u}_i 는 주어진 변위를 나타낸다. 트랙션이 주어진 경계(S_i^i)와 변위가 주어진 경계(S_i^i) 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$S_i^i \cup S_i^i = \partial V^i \quad (4)$$

$$S_i^i \cap S_i^i = \emptyset \quad (5)$$

하중 스텝(load step)을 'n'이라 하고, 축차 스텝(iteration step)을 'i'라고 하자. 현재 스텝을 (n, i)로 표시할 수 있다. 기준 좌표계 (n, i)로 하고 (n,

i+1) 스텝에서의 지배 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_y^{i(n,i+1)}}{\partial x_i^i} + \rho^i b_i^{i(n,i+1)} = 0 \quad \text{in } V^i \quad (6)$$

$$T_y^{i(n,i+1)} n_i^i = \bar{t}_i^{i(n,i+1)} \quad \text{on } S_i^i \quad (7)$$

$$u_i^{i(n,i+1)} = \bar{u}_i^{i(n,i+1)} \quad \text{on } S_i^i \quad (8)$$

여기서 1 차 Piola-Kirchhoff 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_y^{i(n,i+1)} = T_y^{i(n,i)} + \Delta T_y^{i(n,i+1)} \quad (9)$$

지배방정식 (6)-(8)을 약화식(weak form)으로 나타내면 다음과 같다.

$$\int_{V^i} \frac{\partial w_i}{\partial x_i^i} \Delta T_y^{i(n,i+1)} dV = \int_{S_i^i} w_i \bar{t}_i^{i(n,i+1)} dS - \int_{V^i} \frac{\partial w_i}{\partial x_i^i} T_y^{i(n,i)} dV + \int_{V^i} w_i \rho^i b_i^{i(n,i+1)} dV \quad (10)$$

여기서 시험함수 w_i 는 다음과 같은 함수공간에 속하는 임의의 함수이다.

$$w_i \in \mathcal{D}^i = \{v \in H^1 | v = 0 \text{ on } S_i^i\} \quad (11)$$

응력 증분은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta T_y^{i(n,i+1)} = C_{ijkl}^{n,i+1} \Delta \epsilon_{ij}^{i(n,i+1)} \quad (12)$$

여기서 $C_{ijkl}^{n,i+1}$ 는 접선계수(tangent modulus)로 소성영역과 탄성영역에서 서로 다른 형태의 표현을 갖는다. 이에 대한 자세한 설명은 참고문헌 (7)에 있다. $\Delta \epsilon_{ij}^{i(n,i+1)}$ 는 미소 변형을 변화를 나타내며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta \epsilon_{ij}^{i(n,i+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i^{i(n,i+1)}}{\partial x_j^i} + \frac{\partial \Delta u_j^{i(n,i+1)}}{\partial x_i^i} \right) \quad (13)$$

본 연구에서는 선형 등방경화 와 von-Mises 항복조건을 갖는 소성재료모델을 사용하였다.

2.2 스케일 분리

탄소성 문제에서는 주어진 영역의 일부는 소성 변형을 하고 나머지 영역은 탄성 변형을 한다. 소성 변형을 하는 영역은 탄성 변형을 하는 부분과는 다른 구성방정식을 적용해야 하고, 국부적으로 심한 변형이 예상된다. 본 연구에서는 소성 변형 영역을 고온 스케일 영역으로 하여 다음과 같이 변위에 대해 스케일 분리를 하였다. (Fig. 1)

$$\Delta u = \Delta \bar{u} + \bar{\Gamma} \Delta \hat{u} \quad (14)$$

여기서 $\bar{\Gamma}$ 는 소성영역을 나타내는 지시함수(indicator function)로 소성영역에서는 1의 값을 가지고 다른 영역에서는 0의 값을 갖는다. (●)로 표시된 양은 거친 스케일을 나타내며 (○)로 표시된 양은 고온 스케일을 나타낸다. 시험함수도 다음과 같이 스케일 분리를 할 수 있다.

$$w = \bar{w} + \bar{\Gamma} \hat{w} \quad (15)$$

임의의 시험함수에 대하여 약화식 (10)이 성립하므로, 이를 각 스케일에 대한 문제로 나눌 수 있다.

$$\int_V \frac{\partial \bar{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} (\Delta \bar{\varepsilon}_u + \tilde{\Gamma} \Delta \hat{\varepsilon}_u) dV = - \int_V \frac{\partial \bar{w}_l}{\partial x_i} T_{ij} dV + \int_S \bar{w}_l \tilde{\Gamma}_j^{(m)} dS + \int_V \bar{w}_l \rho b_j^{(m)} dV \quad (16)$$

$$\tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \hat{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} (\Delta \bar{\varepsilon}_u + \tilde{\Gamma} \Delta \hat{\varepsilon}_u) dV = - \tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \hat{w}_l}{\partial x_i} T_{ij} dV + \tilde{\Gamma} \int_S \hat{w}_l \tilde{\Gamma}_j^{(m)} dS + \tilde{\Gamma} \int_V \hat{w}_l \rho b_j^{(m)} dV \quad (17)$$

여기서 $\Delta \bar{\varepsilon}_u$ 와 $\Delta \hat{\varepsilon}_u$ 는 각 스케일에 해당하는 미소 변형을 변화를 나타낸다. 기준 좌표계를 나타내는 윗첨자는 편의상 생략하였다. 각 스케일 문제를 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$\int_V \frac{\partial \bar{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} \Delta \bar{\varepsilon}_u dV = - \int_V \frac{\partial \bar{w}_l}{\partial x_i} T_{ij} dV - \tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \bar{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} \Delta \hat{\varepsilon}_u dV + \int_S \bar{w}_l \tilde{\Gamma}_j^{(m)} dS + \int_V \bar{w}_l \rho b_j^{(m)} dV \quad (18)$$

$$\tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \hat{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} \Delta \hat{\varepsilon}_u dV = - \tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \hat{w}_l}{\partial x_i} T_{ij} dV - \tilde{\Gamma} \int_V \frac{\partial \hat{w}_l}{\partial x_i} C_{ij}^{*k} \Delta \bar{\varepsilon}_u dV + \tilde{\Gamma} \int_S \hat{w}_l \tilde{\Gamma}_j^{(m)} dS + \tilde{\Gamma} \int_V \hat{w}_l \rho b_j^{(m)} dV \quad (19)$$

거친 스케일 문제는 전 영역에서 정의되지만, 고운 스케일 문제는 소성변형이 일어나는 영역에서만 정의 되는 것을 알 수 있다. 또한 각 스케일들이 서로 영향을 주는 것을 알 수 있다.

3. 무요소 근사

3.1 단위분할방법

본 연구에서는 거친 스케일과 고운 스케일을 근사하기 위하여 적응적 자유도 추가가 용이한 무요소 근사 방법을 이용하였다. 무요소 형상함수의 구성 방법 및 특징에 대한 자세한 설명은 참고문헌

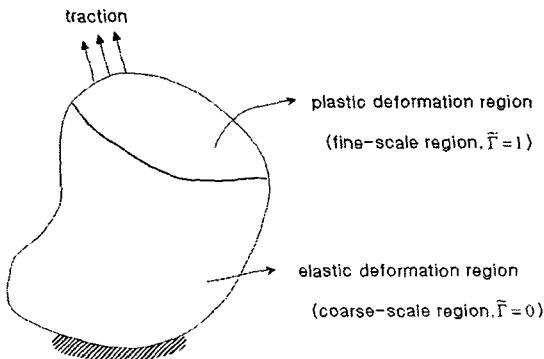


Fig. 1 Scale decomposition of elasto-plastic problem

(8)에 있다.

절점 J에 해당하는 무요소 형상함수를 $\Phi_j(x)$ 라고 할 때 변위 증분을 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\Delta u(x) = \sum_{j=1}^{NP} \Phi_j(x) \Delta d_j \quad (20)$$

본 연구에서는 무요소형상함수가 만족하는 단위분할 성질을 이용하여 아래와 같이 Duarte 와 Oden⁽⁹⁾ 이 제안한 근사형태를 사용하였다.

$$\Delta u(x) = \sum_{j=1}^{NP} \Phi_j(x) \left[\Delta d_j + \sum_{i=1}^m q'_i(x) \Delta d'_i \right] \quad (21)$$

여기에서 $q'_i(x)$ 는 외부 보강(extrinsic enrichment)을 나타내는 국부 근사함수(local approximation function)이고 $\Delta d'_i$ 는 그에 해당하는 계수이다.

무요소 형상함수로 거친 스케일을 근사하고 국부 근사함수에 의해 보강된 형상함수로 고운 스케일을 근사하면 근사형태를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta u(x) = \sum_{j=1}^{NP} \Phi_j(x) \Delta \bar{d}_j + \sum_{j=1}^{NP} \Phi_j(x) \left(\sum_{i=1}^m q'_i(x) \Delta \hat{d}'_i \right) = \Delta \bar{u} + \Delta \hat{u} \quad (22)$$

국부 근사함수에 의해 보강된 형상함수는 원래의 형상함수보다 더 높은 해상도를 가지고 있으므로 고운 스케일을 근사하는데 적당하다.

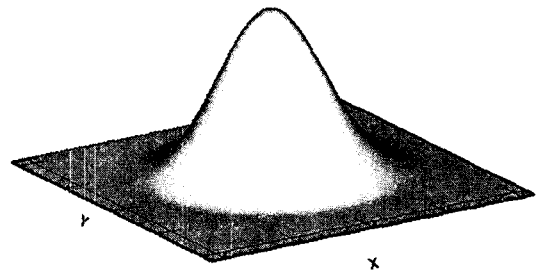


Fig. 2 Meshfree shape function $\Phi_j(x)$

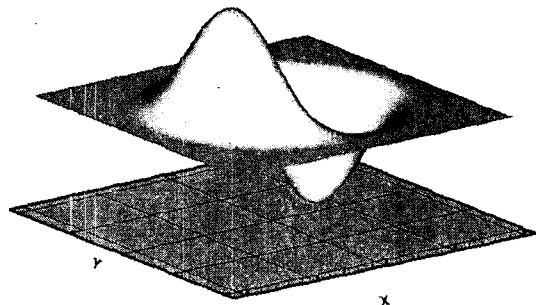


Fig. 3 Enriched shape function $\Phi_j(x)(x-x_j)$

본 연구에서는 국부 근사함수로 다음과 같은 다항식을 사용하였다.

$$q'_1(\mathbf{x}) = (x - x_j) \quad (23)$$

$$q'_2(\mathbf{x}) = (y - y_j) \quad (24)$$

무요소 형상함수와 국부 근사함수에 의해 보강된 형상함수를 그림으로 나타내면 Fig.2,3 과 같다.

3.2 해석 절차

탄소성 변형 문제는 재료 비선형성(material nonlinearity)을 가지고 있고, 또한 본 수식화에서 기하 비선형성(geometry nonlinearity)이 고려되었으므로 반복적 축차과정을 통하여 해석되어야 한다. 각 스케일의 문제 식 (18)과 식(19)를 주어진 하중스텝 하에서 반복적으로 풀어 수렴시켜야 한다. 본 연구에서 제안하는 해석절차를 정리하면 다음과 같다.

step 1) 거친 스케일 문제의 우변항에 있는 고온 스케일 변수를 (n, i) 스텝의 것으로 대체시키고 거친 스케일 문제를 풀어 $\Delta \bar{u}^{(n,i)}$ 를 구한다.

step 2) 고온 스케일 문제를 풀어 $\Delta \hat{u}^{(n,i)}$ 를 구한다.

step 3) $\Delta u^{(n,i)}$ 를 구하고, 응력을 갱신시킨다.

$$\Delta u^{(n,i)} = \Delta \bar{u}^{(n,i)} + \tilde{\Gamma} \Delta \hat{u}^{(n,i)}$$

step 4) 응력을 갱신시킨후 소성 변형 영역에 있는 부분을 다시 찾아내어 $\tilde{\Gamma}$ 을 갱신시킨다.

step 5) 변위가 수렴할 때 까지 위의 과정을 반복하고, 수렴하면 하중스텝을 증가시킨다.

4. 예 제

4.1 Prandtl 펀치 시험

탄소성 변형과 같이 유사 비압축성(nearly incompressible) 거동을 하는 변형에서는 수치적인 잠김현상(locking)이 발생할 가능성이 생긴다. 이러한 잠김현상은 여러 가지 관점으로 설명될 수 있다. Huerta 등⁽¹⁰⁾은 이러한 잠김현상을 연속체를 수치해석적 관점에서 이산화(discretization) 시켰을 때, 이산화된 시스템이 가지고 있는 변형 모드(deformation mode)가 부족하여 비압축성 거동을 제대로 나타내지 못하기 때문이라는 관점으로 설명하였다. 본 연구에서 제안된 방법은 소성 변형이 생기는 부분에 대하여 고온 스케일 변수를 추가하여 해석하므로, 결과적으로 소성 변형이 생기는 부분에 자유도를 증가시킨다고 볼 수 있다. 즉, 비압축성 거동이 일어나는 부분에서 자유도를 증가시키므로 이에 따른 변형 모드가 증가되어 잠김현상을 완화시킬 수 있을 것으로 기대된다.

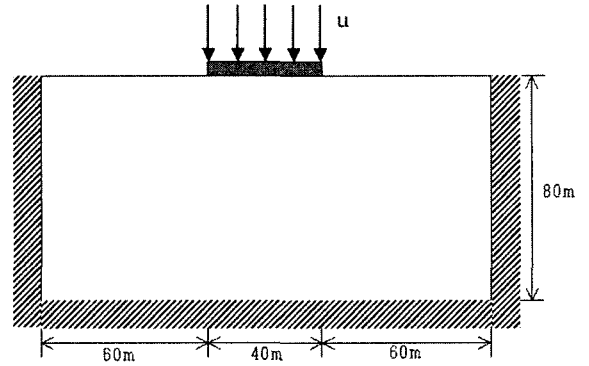


Fig. 4 Configuration of Prandtl's punch test

잠김현상에 대한 본 연구에서 제안된 방법의 성능을 점검하기 위하여 Prandtl 펀치 시험 문제(Prandtl's punch test)를 해석하였다. Prandtl 펀치 시험은 강체의 판(rigid plate)으로 재료를 누르는 시험으로, 완전 소성(perfectly plastic) 재료의 하중-변위 곡선을 올바르게 나타내는 지를 살펴보는 것이다. 문제의 형상 및 경계조건은 Fig.4와 같고, 사용된 재료의 재료 상수들은 다음과 같다.

$$E = 1\text{MPa}, \nu = 0.49$$

$$Y_0 = 0.04\text{MPa}, h = 0$$

여기서 Y_0 는 초기 항복응력, h 는 가공 경화/연화 계수(work hardening/softening modulus)를 나타낸다. 가로 9x세로 9 개의 균일한 절점 분포를 사용하였다. 유한요소 해석, 무요소 해석, 다중 스케일 해석 시 변위-하중 곡선을 나타낸 것이 Fig. 5이다. 여기서 a 는 무요소 형상함수의 받침 크기를 나타내는 팽창계수(dilation parameter)이다. Fig. 5에서 실선으로 표시된 것은 1024 개의 삼각형 요소를 십자배열(cross patched arrangement)하여 해석한 결과로 잠김현상이 발생하지 않는다고 알려져 있다.⁽¹¹⁾

유한요소 해석결과와 팽창계수가 작을 때 ($a = 1.2$)의 무요소 해석 결과는 완전 소성 재료의 하중곡선을 제대로 모사하지 못하며 잠김현상이 발생하는 것을 관찰 할 수 있다. 팽창계수가 커지면 ($a = 3.2$) 하중곡선의 기울기가 완만하게 나타났다. 무요소법에서 팽창계수가 커지면 주위의 여러 절점을 고려하여 형상함수를 구성하게 하므로 고차요소를 사용한 것과 유사한 효과가 있기 때문에 잠김현상이 감소하는 경향을 보인다.⁽¹²⁾ 그러나 십자배열 삼각형 요소의 결과와 비교했을 때 다소 스티프(stiff)한 것을 알 수 있다. 다중 스케일 해석 결과는 완전 소성 재료의 하중곡선을 유사하게 모사하며 십자배열 삼각형요소의 하중곡선과 거의 일치하는 것을 알 수 있다.

유한요소 해석과 무요소 해석에서는 잠김현상이

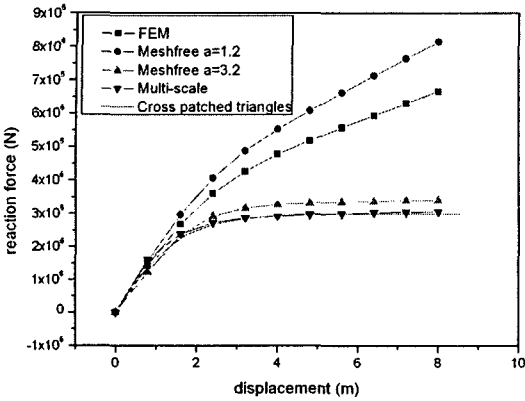


Fig. 5 Load-displacement curve of Prandtl's punch test

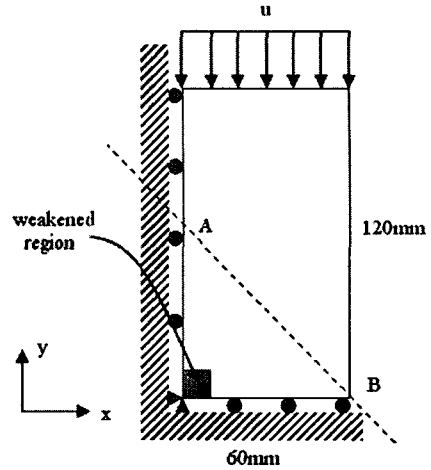


Fig. 6 Configuration of shear band problem

발생하지만, 다중 스케일 해석에서는 잠김에 둔감한 결과를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

4.2 전단 밴드 문제

다음 예제로 재료의 가공 연화(work softening)에 의해 기인하는 전단 밴드 문제를 해석하였다. 전단 밴드 문제에서는 소성영역이 국부적으로 집중되어 있으므로 본 연구에서 제안한 다중 스케일 방법이 유용할 것으로 기대된다.

형상과 경계조건은 Fig. 6 과 같다. 여기에 사용된 재료는 가공 연화를 갖는 재료이고 재료 상수들은 다음과 같다.

$$E = 19920\text{MPa}, \nu = 0.49$$

$$Y_0 = 100\text{MPa}, h = -400\text{MPa}$$

전단밴드를 발생시키기 위하여 약화 영역(weakened region)을 Fig. 6 과 같이 절점 4 개로 둘러싸인 영역을 잡았다. 이 요소에 대해서는 초기 항복 응력값(Y_0)을 1/100 로 사용하였다.

가로 13×세로 25 개의 균일한 절점분포를 사용하여 u 가 1mm 일 때 해석하였다. 유한요소 해석, 무요소 해석, 다중 스케일 해석시의 유효 소성 변형률 분포가 Fig. 7 에 나타나 있다. 유한요소 해석 결과와 팽창계수가 작을 때의 무요소 해석 결과는 소성 영역이 넓게 분포되어있는 결과를 보였고, 전단밴드를 제대로 잡아내지 못했다. 그러나 다중 스케일 해석 결과와 팽창계수가 큰 경우의 무요소 해석 결과는 소성 영역이 좁은 밴드 영역에 집중되어 있는 결과를 보였고, 그 밴드를 따라 급격한 변위의 변화를 보였다. 즉 전단밴드를 나타내었다. 절점 배열의 변화에 따른 해의 변화를 살펴보기 위하여 절점의 간격을 변화시킨 불균일한 절점 배열에 대하여 해석하였다. 불균일한 절점 배열은 Fig. 8 에 나타나 있다. Fig. 8(a)는 y 방향의 절점 간

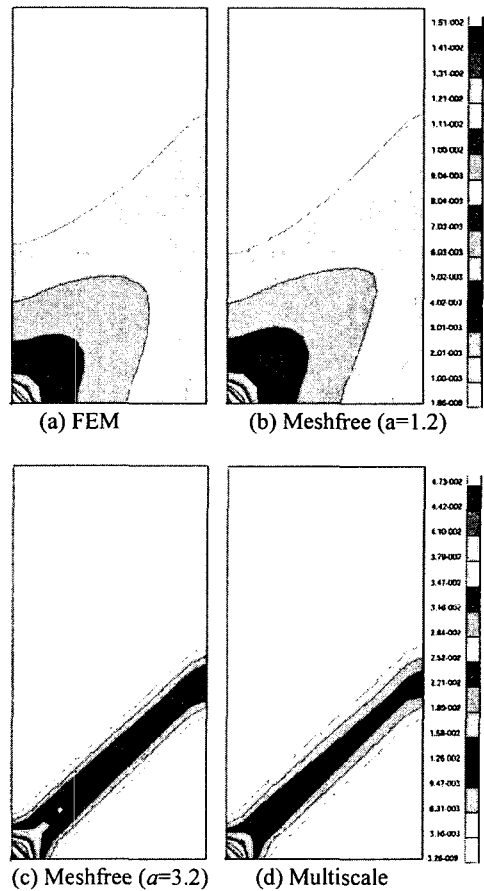


Fig. 7 Effective plastic strain for regular nodal distribution.

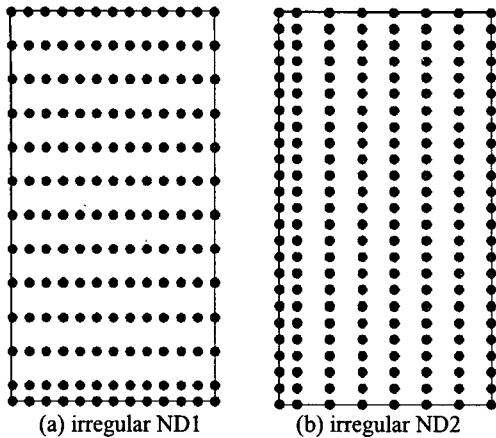


Fig. 8 Irregular nodal distributions

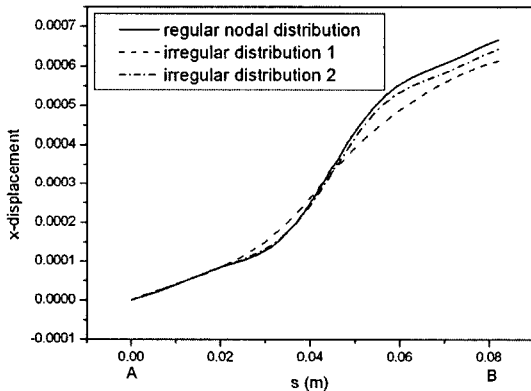


Fig. 9 Meshfree (large a) results of x displacement along line AB for various nodal distributions

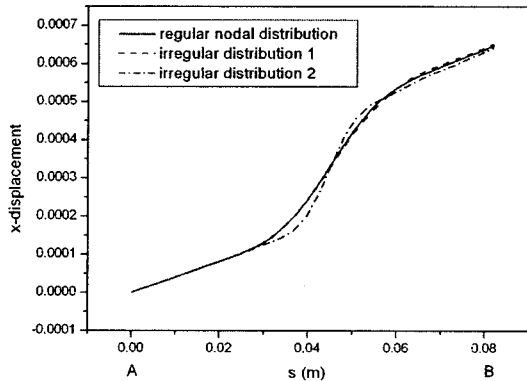


Fig. 10 Multiscale results of x displacement along line AB for various nodal distributions

격을 늘린 경우이고, Fig. 8(b)는 x 방향의 절점 간

격을 늘린 경우이다. 각 경우의 좌측 하단에 있는 약화 영역은 균일한 절점분포의 경우와 같은 넓이로 잡았다. 해석 결과는 균일한 절점 배열일 때와 마찬가지로 유한요소 해석과 팽창계수가 작을 때의 무요소 해석에서는 전단밴드를 잡아내지 못했지만, 팽창계수가 큰 경우의 무요소 해석과 다중스케일 해석에서는 전단밴드를 나타낼 수 있었다.

팽창계수가 큰 경우의 무요소 해석과 다중스케일 해석을 비교하기 위하여 Fig. 6의 선분 AB를 따라 변위를 살펴보았다. Fig. 9는 팽창계수가 큰 경우의 무요소 해석 결과로 변위가 절점 배열에 영향을 많이 받는 것을 알 수 있다. Fig. 10은 다중스케일 해석 결과로 변위가 절점 배열에 영향을 적게 받는다는 것을 알 수 있다. 즉, 다중스케일 해석으로 절점 배열에 둔감한 결과를 얻을 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 다중 스케일 방법으로 탄소성 변형문제를 효율적으로 해석하기 위한 연구를 수행하였다. 탄소성문제에서 국부적으로 심한 변형이 예상되는 소성 변형 영역을 높은 스케일로 하여 스케일 분리를 하였고, 지배방정식의 약화식을 이용하여 거친 스케일 문제와 고운 스케일 문제로 분리하였다. 각 스케일 변수를 무요소 형상함수의 단위분할 성질을 이용하여 근사하였고, 분리된 각 스케일 문제를 반복적으로 풀어 원문제의 해를 구하였다. 이러한 접근법은 탄소성 문제와 같이 축차를 통하여 해석하는 비선형 문제에 적용이 용이하다.

제안된 다중 스케일 방법을 프란틀 펀치 문제와 전단밴드 문제에 적용하고, 해석 결과를 유한요소 해석과 무요소 해석 결과와 비교하였다. 프란틀 펀치 문제를 통하여 제안된 방법이 잠김현상에 대하여 강건한 결과를 얻을 수 있다는 것을 확인할 수 있었으며, 전단밴드 문제에서는 전단밴드를 효과적으로 잡아낼 수 있었고, 절점 배열에 둔감한 결과를 얻을 수 있었다.

예제들의 결과로부터, 본 연구에서 제안된 다중스케일 방법이 탄소성 변형문제에 효과적으로 적용되었다는 것을 확인할 수 있었으며, 다른 국부현상 문제에도 적용이 가능하며 특히 비선형 문제에 적합하다는 것을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) Zienkiewicz O. C. and Taylor, R. L., 1989, *Finite element method* 4th ed., McGRAW HILL, London.
- (2) Hughes, T. J. R., 1995, "Multiscale Phenomena: Green's Function, the Dirichlet-to-Neumann Formulation, Subgrid Scale Models, Bubbles and the Origins of Stabilized Methods," *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering*, Vol. 127, pp. 387~401.
- (3) Oberai, A. A. and Pinsky, P. M., 1998, "A Multiscale Finite Element Method for the Helmholtz Equation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 154, pp. 281~297.
- (4) Hughes, T. J. R., Feijoo, G. R., Mazzei, L. and Quincy, J. -B., 1998, "The Variational Multiscale Method – a Paradigm for Computational Mechanics," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 166, pp. 3~24.
- (5) Garikipati K. and Hughes, T. J. R., 1998, "A Study of Strain Localization in a Multiple Scale Framework – The One-Dimensional Problem," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 159, pp. 193~222.
- (6) Hughes, T. J. R., Oberai, A. A. and Mazzei, L., 2001, "The Multiscale Formulation of Large Eddy Simulation : Decay of Homogeneous Isotropic Turbulence," *Physics of Fluids*, Vol. 13, pp. 505~512.
- (7) Simo, J. C. and Hughes, T. J. R., 1998, *Computational Inelasticity*, Springer-Verlag, New York.
- (8) Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M. and Krysl, P., 1996, "Meshless Methods: an Overview and Recent Developments," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, pp. 3~47.
- (9) Duarte, C. A. and Oden, J. T., 1995, "Hp Clouds – A Meshless Method to Solve Boundary-Value Problems," Technical Report 95-05, TICAM, Univ. of Texas at Austin.
- (10) Huerta, A. and Fernandez-Mendez, S., 2001, "Locking in the Incompressible Limit for the Element-Free Galerkin Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51, pp. 1361~1383.
- (11) Nagtegaal, J. C., Parks, D. M. and Rice, J. R., 1974, "On Numerically Accurate Finite Element Solutions in the Fully Plastic Range," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 4, pp. 153~177.
- (12) Dolbow, J. and Belytschko, T., 1999, "Volumetric Locking in the Element free Galerkin Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, pp. 925~942.