

# 브러시레스 직류 모터로 구동되는 고속 작동기의 다중 동시 사양 제어

강봉수<sup>†</sup> · 김수현<sup>\*</sup> · 곽윤근<sup>\*</sup>

(2003년 10월 6일 접수, 2004년 6월 15일 심사완료)

## Multiple Simultaneous Specification Control of a High Speed Positioning System Driven by a Brushless D.C. Motor

Bong-Soo Kang, Soo-Hyun Kim, and Yoon-Keun Kwak

**Key Words :** Multiple Simultaneous Specification(다중 동시 사양), Brushless D.C. Motor(브러시레스 직류 모터), Direct-Drive(직접 구동), Sample Controller(샘플 제어기)

### Abstract

This paper presents a close-loop feedback control scheme, which can simultaneously satisfy multiple conflicting control performances, for a high speed positioning system driven by a brushless D.C. motor. With the dynamic model of the motor and proportional-plus-derivative feedback controllers selected as sample controllers, the convex combined feedback controller is formulated for implementing a direct-drive manipulator. Experimental results show that the developed multiple simultaneous specification(MSS) controller can meet desired control performances; maximum overshoot and rise time.

### 1. 서론

로봇, CMM(coordinate measuring machine), 반도체 검사장비와 같은 정밀기기에 있어서 제어의 목적은 기계의 출력이 원하는 성능을 가지도록 제어 시스템을 설계하는 것이다. 원하는 제어 성능 조건에 따라 적합한 제어기의 형태와 기능이 달라질 수 있으며, 서로 상충하는 여러 개의 성능조건이 동시에 요구될 경우, 이를 모두 만족하는 제어기를 구현하기 위해서는 많은 시행과 시간이 소요된다. 최대 과도 응답(maximum overshoot), 상승시간(rise time), 정상상태(steady-state) 오차 등 제어성능에 대한 상한 혹은 하한 조건이 주어졌을 때, 플랜트(plant)의 동적 특성이 간단하다면 극점 배치(pole placement) 혹은 최적제어<sup>(1)</sup> 등을 통해서 적합

한 피드백 제어기(feedback controller)를 수학적 방법으로 설계할 수 있다.

플랜트의 동적특성이 복잡하여 정확하게 모델화하기 어렵다면 여러 번의 반복 실험을 통해서 원하는 제어 성능을 가지도록 피드백 제어기를 설계할 수 있다. Ziegler-Nichols<sup>(2)</sup> 설계 방법은 PID(proportional-plus-integral-plus-derivative) 피드백 제어기의 이득(gain)을 실험적으로 결정하는 과정을 제시하고 있다. 주어진 제어문제에 대해서 수학적 과정을 통해서 제어기를 설계하거나 실험적인 반복시행을 통해서 제어기를 설계하거나 제시된 성능조건을 만족함을 검증하기 위해서는 실제 플랜트에 대한 여러 번의 반복 실험은 피할 수 없는 과정이다.

다중 동시 사양(multiple simultaneous specification, 이하 MSS) 제어 방법은 최소의 실험적 시행으로 상충하는 여러 개의 제어성능 조건을 모두 만족하도록 제어기를 설계하는 과정을 제시한다. MSS 설계방법은 주어진 성능조건을 만족할 때까지 실험을 반복 시행하는 것이 아니라 정해진 순서에 맞추어 진행하는 체계적인 설계방법으로, 요구되는 성능조건에 성취가능성 여부도 용이하게 판단할

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 한남대학교 기계공학과

E-mail : bskang@hannam.ac.kr

TEL : (042)629-7983 FAX : (042)629-8293

<sup>\*</sup> 회원, 한국과학기술원 기계공학과

수 있다. Liu 와 Mills<sup>(3)</sup>는 convex 성질을 만족하는 제어성능 조건에 대해서 MSS 설계 방법을 처음으로 제안하였다. Cho<sup>(4)</sup>는 MSS 제어방법을 볼스크류(ball-screw)를 가진 선형 위치 작동기에 적용하였으며, Kang 과 Mills<sup>(5)</sup>는 병렬형 머니플레이터에 MSS 제어기법을 적용하여 전산모의실험을 통해서 그 동적특성을 관찰하였다.

본 논문에서는 브러시리스(brushless) 직류 모터로 구동되는 고속 위치 작동기에 대해서 MSS 제어 방법을 적용하여, 계단함수(step function)를 가진 기준 입력(reference input)이 가해졌을 때 최대 과도 응답(maximum overshoot), 상승시간(rise time)에 대한 제어 성능 조건을 동시에 만족하는 제어기를 설계하였다. MSS 제어기 구성 시 필요한 샘플 제어기(sample controller)로는 산업계에서 많이 사용되는 PD(proportional-plus-derivative) 피드백 제어기를 선택하였다. 그리고 직접 구동 방식 로봇을 이용하여 실제 실험을 수행하였으며, 제안된 MSS 제어기가 로봇 시스템에 요구되는 제어 성능 조건을 모두 만족하는지를 검증하였다.

## 2. 제어기 설계

### 2.1 MSS 제어 기법

일반적인 선형 시불변(linear time-invariant) 시스템은 Fig. 1 과 같이 표현된다. 플랜트, P,의 제어입력은 U이며 외부입력은 W이다. Y는 측정되어 피드백되는 신호이며 Z는 제어 혹은 조절할 신호이다. 시스템의 전달함수는 복소 공간에서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ZW}(s) & P_{ZU}(s) \\ P_{YW}(s) & P_{YU}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$U(s) = K(s)Y(s), \quad (2)$$

여기서 K(s)는 제어기의 전달함수이다. 외부입력, W, 에서 제어 대상 신호, Z, 까지의 전달함수 H(s)는 식 (1)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$-H(s) = -P_{ZW}(s) + P_{ZU}(s)R(s)P_{YW}(s), \quad (3)$$

$$\text{여기서: } R(s) = K(s)(1 - P_{YU}(s)K(s))^{-1}. \quad (4)$$

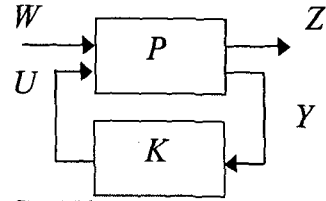


Fig. 1 Linear system framework

시스템에 n 개의 제어성능 요구조건이 주어졌을 때, 조건식을 전달함수에 대한 부등식의 형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_1(H) &\leq \alpha_1 \\ \Phi_2(H) &\leq \alpha_2 \\ &\vdots \\ \Phi_n(H) &\leq \alpha_n, \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  은 시스템에 요구되는 성능 조건의 상한값이다. 따라서 제어문제는 식 (1)로 정의된 시스템에서 식 (5)를 만족하도록 식 (2)에서 정의된 제어기, K,를 설계하는 것이다. 식 (5)로 정의된 성능 조건이 다음의 convex 성질을 만족하면 MSS 제어기를 구성할 수 있다;

임의의 폐회로(closed loop) 전달함수  $H_1, H_2$  와 임의의 상수  $\lambda \in [0,1]$ 에 대해서,

$$\Phi(\lambda H_1 + (1-\lambda)H_2) \leq \lambda\Phi(H_1) + (1-\lambda)\Phi(H_2) \quad (6)$$

최대 과도 응답, 상승 시간, 정상 상태 오차 등 대부분의 제어성능 조건은 convex 성질을 만족한다.

#### - 샘플 제어기(sample controller)

식 (5)로 표현되는 n 개의 조건 중에서 최소한 하나 이상의 조건을 만족하는 제어기를 n 개 선택하고 이를  $K_1, K_2, \dots, K_n$  로 명명한다. 제어기의 형태는 자유롭게 선택할 수 있으며, PID 피드백 제어기, 구동력 계산법(computed torque method)과 같은 선형 제어기가 용이하게 적용될 수 있다. 각 샘플 제어기를 시스템에 적용하여 실험을 수행하고 그 결과를 수집한다. 여기서 i 번째 샘플 제어기,  $K_i$  를 가지고 j 번째 성능조건,  $\Phi_j$  에 대한 결과를  $\phi_{ij}$  라 하자.

#### - 가중치 조합

모든 샘플 제어기에 대해서 성능실험을 수행하면 다음과 같은 행렬부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \dots & \phi_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (7)을 만족하는 정규화된(normalized) 가중치 상수,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 를 찾을 수 없는 경우 시스템의 주어진 요구조건,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 을 모두 만족하는 제어기,  $K(s)$ 를 찾을 수 없다. 따라서 제어 성능 조건을 완화시켜야만, 즉 식 (5)의 상한값을 더 크게 선정해야, 모든 성능 조건을 만족할 수 있는 제어기를 구성할 수 있다. 식 (7)을 만족하는 가중치 상수를 찾을 수 있다면 식 (5)의 조건을 만족하는 제어 시스템은 가중치 상수와 샘플제어 시스템의 조합으로 다음과 같이 구성된다.

$$H^*(s) = \lambda_1 H_1(s) + \lambda_2 H_2(s) + \dots + \lambda_n H_n(s) \quad (8)$$

$$R^*(s) = \lambda_1 R_1(s) + \lambda_2 R_2(s) + \dots + \lambda_n R_n(s) \quad (9)$$

여기서 :  $R_i(s) = K_i(s)(I - P_{YU}(s)K_i(s))^{-1}$  (10)

$H^*(s)$ 는 모든 성능 조건을 만족하는 제어기,  $K(s)$ ,를 포함하고 있는 전체 시스템의 전달함수이며, 식 (10)로부터 MSS 제어기는 다음과 같다.

$$K^* = (I + R^*(s)P_{YU})^{-1} R^*(s) \quad (11)$$

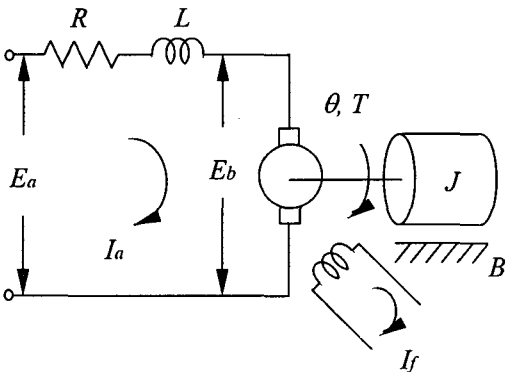


Fig. 2 Equivalent circuit of a brushless DC motor

정리 2.1

식 (7)을 만족하는 정규화된 가중치 상수를  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 라 하자. 가중치 상수와 각 샘플 제어시스템의 조합으로 이루어진 새로운 제어시스템을  $H^*$ 라 한다면 각 성능조건에 대한 결과는 다음과 같다.

$$\Phi_i(H^*) = \Phi_i(\lambda_1 H_1 + \lambda_2 H_2 + \dots + \lambda_n H_n) \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

성능조건이 식 (6)으로 정의된 convex 성질을 만족하면 식 (12)는 다음 부등식으로 바꿀 수 있다.

$$\Phi_i(H^*) \leq \lambda_1 \Phi_i(H_1) + \lambda_2 \Phi_i(H_2) + \dots + \lambda_n \Phi_i(H_n) \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

가중치 상수는 식 (7)의 해이므로 식 (13)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_i(H^*) \leq \alpha_i \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

따라서 가중치 상수와 샘플 제어시스템의 조합으로 이루어진 새로운 전달함수,  $H^*$ ,는 식 (5)에서 주어진 모든 성능조건을 만족한다.

2.2 동역학 모델

Fig. 2는 기어비 없이 직접구동방식으로 브러시리스DC 모터가 위치 작동기를 구동하는 등가모델을 표현하고 있다.  $E_a$ 와  $I_a$ 는 각각 아마추어 권선의 전압과 전류이며,  $R, L$ 은 각각 저항과 코일의 인덕턴스(inductance)이다.  $E_b$ 는 역기전력(back electromotive force)으로 구동축의 속도에 비례한다.  $I_f$ 는 필드 전류(field current)로서 일정하다고 가정한다.  $J$ 는 작동기의 질량 관성 모멘트(mass moment of inertia),  $B$ 는 점성 감쇠 계수(viscous damping coefficient)이다.  $\theta$ 와  $T$ 는 각각 구동축의 회전각과 회전토크를 나타낸다.

Fig. 2에 나타난 시스템을 블록선도로 표시하면 Fig. 3과 같다.<sup>(6)</sup> 여기서  $k_t$ 와  $k_b$ 는 각각 모터의 토크 상수와 역기전력 상수이다. 모터 코일의 인덕턴스,  $L$ 과 직접 구동 방식의 점성계수,  $B$ 은 다른 계수에 비하여 매우 작은 값이므로 이 두 값을 0으로 가정하면, Fig. 3에 표현된 시스템의 전달함수는 다음과 같다.

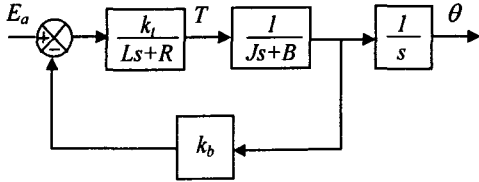


Fig. 3 Block diagram of a brushless DC motor

$$P(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{k_t}{s(RJs + k_t k_b)} \quad (15)$$

아마추어 권선의 입력 전압이 모터를 구동하는 앰프(amplifier)의 제어입력에 대해 선형적으로 비례하여 증폭된다면 식 (15)로 표현되는 플랜트 전달함수의 분자에 모터 앰프의 이득(gain)을 곱하면 모터 앰프의 제어입력에 대한 작동기 위치로의 전달함수를 구할 수 있다. 이를 이용하여 전체 제어시스템의 구성하면 다음과 같다.

$$Z(s) = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_d - \theta \end{bmatrix} \quad Y(s) = [\theta_d - \theta]$$

$$W(s) = [\theta_d] \quad U(s) = [V], \quad (16)$$

여기서  $\theta_d$  는 위치에 대한 기준 입력(reference input)이며  $V$  는 모터를 구동하는 앰프의 입력 전압이다. 식 (16)와 같이 입력 및 출력 신호를 선정할 경우 시스템의 전달함수는 다음과 같다.

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} \\ 1 \\ \frac{1}{1 + P(s)K(s)} \end{bmatrix}$$

$$R(s) = \frac{K(s)}{1 + P(s)K(s)} \quad (17)$$

### 3. 실험 및 분석

Fig. 4 는 실험장치를 보여주고 있다. 고속 작동기로는 한국과학기술원(KAIST)에서 개발된 직접 구동방식 수평 다관절형 로봇을 이용하였다. 로봇의 구동부인 브러시리스 모터는 미국 Kormorgen

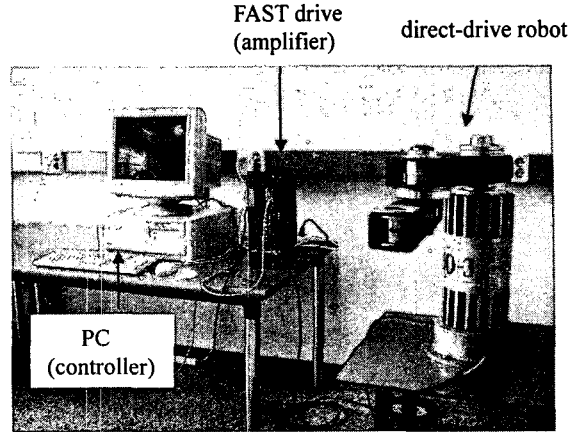


Fig. 4 Experimental apparatus

400W 급 RBE-3006 를 이용하였으며 모터 앰프는 동일 제조사의 디지털 방식 FAST Drive 를 사용하였다. FAST Drive 와 제어기인 PC(Personal Computer, Pentium III)와는 전용 인터페이스 보드(interface board)를 통해서 통신한다. 인터페이스 보드의 엔코더 카운터(encoder counter)를 통해서 로봇의 위치를 전달 받으며, D/A 변환기(digital-to-analog converter)를 통해서 제어입력을 FAST Drive 에 전달한다. PC 를 이용해서 구현되는 제어기는 1kHz 의 속도로 작동한다.

제어기에 요구되는 성능지수로는 최대 과도 응답과 기준입력의 100%에 도달하는데 필요한 시간인 상승시간으로 선정하였다. 그리고 40 도(degree)의 계단 기준 입력에 대해서 다음의 성능 지수 상한 조건을 만족하도록 하였다.

$$\text{최대 과도 응답: } \Phi_1(H^*) \leq 0.1 \quad (10\%) \quad (18)$$

$$\text{상승 시간 (ms): } \Phi_2(H^*) \leq 0.25 \quad (\text{초}) \quad (19)$$

MSS 제어기를 구성하는데 필요한 샘플 제어기의 구조는 다음과 같이 PD 피드백 제어기로 선정하였다.

$$K(s) = K_p + K_d s \quad (20)$$

여기서  $K_p$  와  $K_d$  는 각각 피드백 제어기의 비례 이득, 미분 이득이다. 각 샘플제어기의 이득은 Table 1 과 같으며, 각 샘플제어기에 대해서 주어진 제어성능을 실제 실험을 통해서 측정한 결과는 Table 1 과 같다. 비례이득만으로 이루어진 샘플제어기 1 은 첫번째 조건인 최대 과도 응답 조건을

만족하지 못하고 두번째 조건인 상승시간은 만족한다. 반대로 샘플제어기 2는 첫번째 조건을 만족하지만 두번째 조건인 상승시간의 조건을 만족하지 못한다. 이 두 샘플제어기를 가지고 식 (6)을 만족하는 가중치의 해를 구하면  $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.5$ 이다.

로봇의 동작 가능 범위 내에서 매개변수 추종 실험을 수행하여 구해진 모터 앰프 입력에서 직접 구동 방식 로봇의 위치까지의 전달함수는 다음과 같다.<sup>(7)</sup>

$$P(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{2.9}{0.11s^2 + s} \quad (21)$$

식 (20)에서 주어진 샘플제어기, 식 (21)의 시스템 전달함수, 그리고 가중치 상수값을 이용하여 MSS 제어기를 유도하면 다음과 같다.

$$K_p^* = \frac{3.9s^2 + 42.26s + 359.9}{s^2 + 11.07s + 97.55} \quad (22)$$

$$K_d^* = \frac{0.075s^2 + 0.4818s + 5.221}{s^2 + 11.07s + 97.55} \quad (23)$$

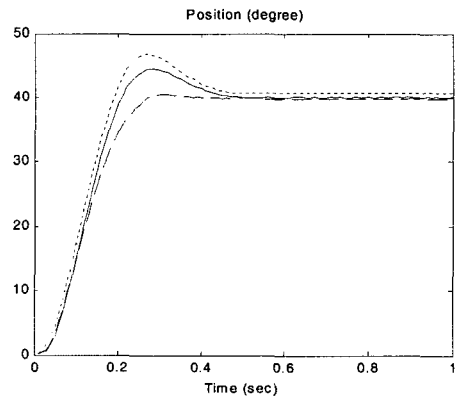
식 (22), (23)에서 제시된 제어기를 1ms의 샘플링 간격(sampling time)을 가진 이산 제어기(discrete controller)로 전환하여 제어기인 PC 내에서 구현하였다.

Fig. 5는 직접구동 방식 로봇을 이용하여 실험한 결과이다. 점선(dotted line)으로 표현된 샘플제어기 1은 미분이득이 없으므로 인하여 0.19초의 빠른 상승시간을 가지고 있지만 주어진 최대 과도 응답 조건인 0.1 (10%)의 값을 넘어서는 0.17 (17%)의 큰 과도 응답을 보여주고 있다. 반면에 쇄선(dashed line)으로 표현된 샘플제어기2는 최대 과도 응답이 0.02(2%)로 적은 과도 응답을 가지고 있지만 비교적 느린 응답특성을 보이고 있으므로 상승시간 조건인 0.25초를 넘어서는 0.28초의 상승시간을 갖는다. 반면에 두 샘플제어기의 convex 조합으로 구성된 MSS 제어기는 최대 과도 응답이 0.1 (10%), 그리고 상승시간은 0.21초로서 식 (18-19)로 주어진 제어 성능조건을 모두 만족한다. Fig. 5의 실선으로 보여진 MSS 제어기의 출력이 두 샘플제어기 출력의 중간형태를 취하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 MSS 제어기로 구동 시 모터 앰프에 가해지는 제어입력을 나타낸다. 기준입력이 계단함수이므로 초기 출발 시 큰 제어입력을 가지며 시간이 경과하면서 감소한다. 만약 식 (18-19)로 표현되는 시스템의 제어성능 요구조건을  $\alpha_1 = 0.05$  (5%),  $\alpha_2 = 0.25$  초로 바꾸면, 즉 최대 과도응답에 대한 조건을 좀 더 강화시키면, 식 (7)의 부등 조건식을 만족하는 가중치 상수의 해를 구할 수가 없다. 따라서 제어시스템 초기 설계시 주어진 제어성능의 성취 가능성 여부를 식 (7)로부터 쉽게 예측할 수 있다.

**Table 1** Control performance of sample controllers

	Max. overshoot	Rise time
Sample1 P-gain : 3.5 D-gain : 0	$\phi_{11} = 0.171$	$\phi_{12} = 0.19$
Sample2 P-gain : 3.9 D-gain : 0.15	$\phi_{21} = 0.015$	$\phi_{22} = 0.28$
MSS controller	0.1	0.21
Desired value	$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_2 = 0.25$



**Fig. 5** Time response (solid line: MSS controller, dotted line: sample controller1, dashed line: sample controller2)

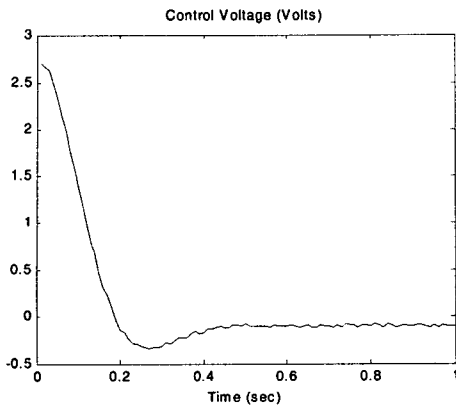


Fig. 6 Control input voltage for MSS controller

#### 4. 결론

본 논문에서는 브러시리스 모터로 구동되는 고속 작동기의 정밀제어를 위하여, 서로 상충하는 성능 지수인 최대 과도 응답 조건과 상승 시간 조건을 동시에 만족할 수 있는 MSS 피드백 제어기를 설계하였다. PD 피드백 제어기의 이득을 조절하면서 샘플제어기를 구성하였으며, 이들 샘플 제어기의 제어 성능을 조합하여 주어진 성능 조건을 모두 만족하는 제어기를 구현하였다. 제안된 MSS 제어기를 직접구동방식 로봇에 적용하여 실제 실험을 수행한 결과 MSS 제어기가 브러시리스 직류모터로 구동되는 고속 작동기에 요구된 모든 제어 성능 조건을 만족하였다.

#### 후 기

본 연구는 2004년도 한남대학교 교비학술연구비 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사를 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Bernard Friedland, 1987, *Control System Design : An Introduction to State-Space Methods*, McGraw-Hill Book Company.
- (2) Ziegler, J. G., and Nichols, N. B., 1942, "Optimal Settings for Automatic Controllers," *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759~768.
- (3) Liu, H. T., and Mills, J. K., 1998, "Robot Trajectory Control System Design for Multiple Simultaneous Specifications: Theory and Experimentation," *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 120, pp. 520~523.
- (4) Cho, D. M. K., and Mills, J. K., 2001, "Multiple Simultaneous Specification Control of a High-Speed Linear Positioning System Driven by a Brushless D. C. Motor," *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 123, pp. 296~299.
- (5) Kang, B. S., and Mills, J. K., 2002, "Design of High Speed Planar Parallel Manipulator and Multiple Simultaneous Specification Control," *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2723~2728, Seoul Korea.
- (6) Asada, H., and Youcef-Toumi, K., 1987, *Direct-Drive Robots : Theory and Practice*, MIT Press
- (7) Kang, B. S., Kim, S. H., and Kawk, Y. K., 1999, "Robust Tracking Control of a Direct-Drive Robot," *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 121, pp. 261~269.