

# 자유곡면 간의 교차곡선 계산

김 구진<sup>1</sup>, 성 준경<sup>2</sup>, 김 명수<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 경북대학교 컴퓨터공학과, <sup>2</sup> 서울대학교 컴퓨터공학부

<sup>3</sup> 서울대학교 컴퓨터연구소

<sup>1</sup>kujinkim@knu.ac.kr, <sup>2</sup>swallow@3map.snu.ac.kr

<sup>3</sup>mskim@cse.snu.ac.kr

## Computing Intersection between Freeform Surfaces

Ku-Jin Kim<sup>1</sup>, Joon-Kyung Seong<sup>2</sup>, Myung-Soo Kim<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Dept. of Computer Engineering, Kyungpook National University

<sup>2</sup> School of Computer Science and Engineering, Seoul National University

<sup>3</sup> Institute of Computer Technology, Seoul National University

### 요약

본 논문에서는 자유곡면 간의 교차곡선이 갖는 위상 구조를 분석하는 방법을 제시하며, 또한 이를 이용하여 교차곡선을 효율적이고 안정적으로 계산하는 알고리즘을 제안한다. 자유곡면 간의 교차곡선 계산은 현재까지 난문제로 알려져 있으며, 그러한 가장 큰 원인 중의 하나로서 교차곡선의 위상 구조를 분석하기 어렵다는 점을 들 수 있다. 본 논문에서는 입력으로 주어지는 자유곡면 중의 하나가 매개변수 곡면  $F(u, v)$  이라는 가정 하에 음함수 곡면  $g(x, y, z) = 0$  과의 교차곡선, 그리고 또 다른 매개변수 곡면  $G(s, t)$  와의 교차곡선 계산 방법을 제시한다. 교차곡선은  $uv$ -평면 상의 평면 곡선으로 고려되며, 이 평면곡선에서  $u$ -방향에 대한 극점(critical point)을 먼저 계산한 뒤 이를 이용하여 위상구조를 분석한다. 또한, 분석된 위상구조를 기반으로 전체 교차곡선을 추적(tracing)하는 알고리즘을 제시한다.

Keyword: 곡면 간의 교차곡선, 자유곡면, 매개변수곡면, 음함수곡면.

## 1. 서론

기하 및 곡면 모델링, CAD/CAM 응용 프로그램 등에서 곡면 간의 교차곡선은 불리언 연산(Boolean operation)을 수행하기 위해 반드시 필요한 연산이다. 그러나, 교차곡선의 모든 구성요소를 효율적으로 발견하고 추출하는 것은 해결하기에 매우 어려운 문제로 알려져 있다. 1970년대부터 곡면 간의 교차곡선 계산을 위한 여러가지 방법들이 제안되었지만, 현재까지 사용자의 도움 없이 임의의 자유곡면에 대해 정확하고 안정적으로 빠른 시간 안에 교차곡선을 계산할 수 있는 방법은 거의 없다 [7, 9, 11]. 교차곡선의 계산이 어려운 이유 중의 하나는 교차곡선에 존재하는 루프(loop)나 특이곡선(singular curve)과 같은 연결된 구성요소(connected component)의 정확한 개수를 계산하기가 어렵고, 또한 구성요소들이 배치된 위상적인 구조(topological structure)를 분석하기가 어렵기 때문이다.

일반적인 자유곡면 간의 교차곡선 계산 방법은 크게 다음의 4 가지로 분류된다 [9].

- Analytic method
- Lattice evaluation method

- Marching method
- Subdivision method

Analytic method는 주어진 자유곡면 중의 한 개를 음함수 곡면으로 표현한 뒤, 매개변수 곡면의 수식을 음함수 곡면의 식에 대입하여 교차곡선을 대수식(algebraic equation)으로 표현한다. 이 방법은 결과로 나오는 교차곡선의 수식이 차수가 높고 수식으로부터 교차곡선의 위상 구조를 분석하기가 힘들어서 실용적이지 못하다.

Lattice evaluation method는 입력된 곡면 중의 하나를 등매개변수 곡선(iso-parametric curve)의 집합으로 표현하여 곡선과 상대 곡면의 교차점들을 계산함으로써 전체 교차곡선을 구하는 방법이다. 이 방법으로는 특이점(singular point)이나 작은 닫힌 루프(closed loop)를 발견하기 어렵고, 교점들을 정확하게 연결(integration)하기가 어렵다.

Marching method는 교차곡선 상의 한 점이 시작점으로 주어질 때 그 점으로부터 교차곡선을 따라 진행해 나가면서 전체 교차곡선을 계산하는 방법이다. 이 경우는 교차곡선을 구성하는 각각의 연결된 구성요소들에 대해 시작점을 제공하여야 하며, 특이점의 위치도 미리 주어져야 한다는 제약이 있다.

Subdivision method는 주어진 곡면들을 거의 평면에 가까워질 때까지 작게 분할하여 분할된 patch들간의 교선을 구한 뒤, 이들을 연결하여 곡면 간의 교차곡선을 계산한다. Subdivision method는 시작점이 필요 없다는 장점을 가지지만, 교차곡선을 정확하게 구하기 위해서는 곡면들이 매우 작은 크기가 될 때까지 분할해야 하므로 시간이 많이 걸리고, 교차곡선을 위상구조에 맞게 구성하기가 어렵다는 단점이 있다.

위의 방법들 중에서 marching method와 subdivision method는 현재까지 가장 많이 사용되고 있으나, 각 방법의 문제점은 아직도 해결이 되지 않은 상태이다. 이 두 가지 방법을 결합하여 hybrid method를 사용하기도 한다.

Manocha and Canny [8]는 곡면 간의 교차곡선을 계산하기 위한 방법을 두 가지로 제시하였다. 첫번째 방법은 주어진 두 매개변수 곡면에 대해 한 개의 곡면을 음함수 곡면으로 변환한 뒤 음함수 곡면과 매개변수 곡면의 교차곡선을 저차원(lower dimension)의 음함수 곡선으로 유도하는 것이다. 두번째 방법은 두 매개변수 곡면들의 모든 매개변수를 유지하면서 고차원(higher dimension)에서 교차곡선의 식을 구하는 것이다. 양쪽 방법 모두에 대해 교차곡선의 극점을 구하여 구성요소들의 시작점과 특이성(singularity)을 계산하는 방법을 제시하였는데, 이 문제를 수학적인 연립방정식으로 정의 하였고 나선제로 연립방정식의 해를 구할 수 있는 실용적인 방법은 제시되지 않았다.

Seong 등 [14]은 스위프곡면(swept surface)과 자유곡면 간의 교차곡선을 계산하는 방법을 제안하였다. 스위프곡면은 단면곡선(cross-sectional curve)의 집합으로 취급되며, 각 단면곡선과 자유곡면 간의 교점을 계산함으로써 교차곡선을 계산하였다. 교차곡선 계산을 위해 두 가지 방법이 제시되었는데, 그 중 한 방법은 교차곡선의 극점(critical point)를 먼저 계산하여 교차곡선의 위상구조를 분석하는 방법이다. 두번째 방법은 교차곡선 계산 문제를 매개변수 공간에서 정의된 방정식들의 zero-set을 발견하는 문제로 변형하여 해를 구하는 방법이다.

본 논문에서는 Seong 등 [14]이 제시한 방법을 자유곡면 간의 교차곡선 계산 문제로 확장시켜 적용한다. 또한, Manocha and Canny [8]가 유도한 수식을 이용하여 교차곡선 구성요소들의 시작점과 특이점들을 구한 후, 이 정보를 바탕으로 전체 교차곡선의 위상구조를 기하학적으로 분석한다.

본 논문에서는 입력으로 주어지는 자유곡면 중의 하나가 매개변수 곡면  $F(u, v)$  이라는 가정 하에 음함수 곡면  $g(x, y, z) = 0$  과의 교차곡선, 그리고 또 다른 매개변수 곡면  $G(s, t)$ 와와의 교차곡선을 계산하는 방법을 제시한다. 교차곡선은  $uv$ -평면 상에서 평면 곡선으로 고려되며, 이 평면곡선에서  $u$ -방향에 대한 극점(critical point)을 먼저 계산한 뒤 이를 이용하여 위상구조를 분석한다.

위상 구조를 분석함으로써 교차곡선에 존재하는 모든 연결된 구성요소와 특이성을 발견하고 각 구성요소를 추적하기 위한 시작점을 구할 수 있다. 각각의 시작점으로부터 수치적인 곡선 추적기법(numerical curve tracing technique) [1, 2, 5]을 적용하여 연결된 구성요소를 추출한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 교차곡선의 위상 구조 분석을 위하여 필요한 연산을 소개한다. 3절에서는 2절에서 계산한 결과를 이용하여 교차곡선의 위상 구조를 분석하는 방법을 제시한다. 4절에서는 교차곡선의 추적 방법을 제시한다. 5절에서는 제시된 알고리즘을 사용하여 자

유곡면 간의 교차곡선을 계산한 예를 보인다. 6절에서는 결론을 내린다.

## 2. 교차곡선의 위상구조 분석을 위한 연산

곡면  $F(u, v)$ 와 다른 곡면  $G$ 가 주어질 때, 교차곡선  $F(u, v) \cap G$ 의 위상 구조를 분석하기 위하여 다음의 두 가지 연산이 사용된다.

- $u$ -방향에 대한 교차곡선의 극점 계산
- 상수  $u_0$ 에 대해서, 등매개변수 곡선  $F(u_0, v)$ 와 다른 곡면 간의 교점 계산

이 절에서는 위의 두 가지 연산을 수행하기 위하여 필요한 연립방정식을 구성하고, 연립방정식의 해를 구하기 위한 방법을 제시한다.

### 2.1 음함수 곡면과 매개변수 곡면 간의 교차곡선

주어진 자유곡면들이 매개변수 곡면  $F(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ 와 음함수 곡면  $g(x, y, z) = 0$ 이라 하자. 두 곡면들 간의 교차곡선은 다음의 식과 같다.

$$g(F(u, v)) = g(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) = 0. \quad (1)$$

위의 식은  $u, v$ -매개변수 평면 위의 곡선을 나타낸다.

식 (1)의 곡선에 대해  $u$ -방향에 대한 극점은 다음의 연립방정식의 해를 구함으로써 계산할 수 있다.

$$g(F(u, v)) = 0, \quad (2)$$

$$g_u(F(u, v)) = 0. \quad (3)$$

곡면  $F(u, v)$ 의 등매개변수 곡선  $F(u_0, v)$ 와  $G$ 의 교점은 다음 식의 해를 구함으로써 계산된다.

$$g(F(u_0, v)) = 0. \quad (4)$$

### 2.2 두 매개변수 곡면 간의 교차곡선

두 개의 매개변수 곡면  $F(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ 와  $G(s, t) = (x(s, t), y(s, t), z(s, t))$ 가 주어질 때, 이들 간의 교차곡선은 다음의 식과 같다.

$$F(u, v) - G(s, t) = 0. \quad (5)$$

여기에서  $0 = (0, 0, 0)$ 이다.

식 (5)는  $F(u, v)$ 와  $G(s, t)$ 의 교차곡선을 네 개의 매개변수  $u, v, s, t$ 를 갖는 음함수 곡면 세 개의 교차선으로서 표현한다.  $F(u, v)$ 와  $G(s, t)$  간의 교차 곡선은  $uv$ -매개변수 평면 또는  $st$ -매개변수 평면 상에서의 평면 곡선에 대응한다. 식 (5)가 나타내는 교차곡선은 매개변수  $s, t$ 를 소거함으로써  $uv$ -평면상의 음함수 곡선, 즉  $f(u, v) = 0$ , 으로 표현할 수도 있다. 그러나, 이때 곡선의 차수가 높아지는 등의 문제점이 발생한다. 따라서, 본 논문에서는  $f(u, v) = 0$ 형태의 곡선을

유도하지 않고, 이 곡선이  $uv$ -평면 상에서 갖는 위상 구조만을 분석하려 한다.

교차곡선을  $uv$ -평면 상에서 표현할 경우 교차곡선의  $u$ -방향에 대한 극점은 곡면  $F(u, v)$ 의 등매개변수 곡선들, 즉 상수  $u_0$ 에 대하여 곡선  $F(u_0, v)$ 가 곡면  $G(s, t)$ 에 접하는 점들에 대응한다. 곡선  $F(u_0, v)$ 가 곡면  $G(s, t)$ 와 접하기 위한 필요충분조건은 곡선의 접선벡터(tangent vector)  $\frac{\partial F(u_0, v)}{\partial v}$ 가  $G(s, t)$ 의 접평면에 포함되는 것이며, 이 조건을 만족하는 점들은 다음 식의 해를 구함으로써 계산된다.

$$\frac{\partial F(u, v)}{\partial v} \cdot \left( \frac{\partial G(s, t)}{\partial s} \times \frac{\partial G(s, t)}{\partial t} \right) = 0, \quad (6)$$

따라서, 식 (5)과 식 (6)로 구성된 연립방정식의 해를 구함으로써 교차곡선의  $u$ -방향의 극점들을 계산할 수 있다.

$F(u, v)$ 의 등매개변수 곡선인  $F(u_0, v)$ 와 상대 곡면  $G$ 의 교점은 다음 연립방정식의 해로 구해진다.

$$F(u_0, v) - G(s, t) = 0. \quad (7)$$

여기에서  $0 = (0, 0, 0)$ 이다.

### 2.3 연립방정식의 해법

교차곡선의 극점이나, 등매개변수 곡선과 다른 곡면 간의 교점은  $n$ 개의 변수로 표현되는  $n$ 개의 음함수로 연립방정식을 구성한 뒤, 연립방정식의 해를 구함으로써 계산한다. 예를 들어, 음함수곡면과 매개변수 곡면의 교차곡선에서 극점을 계산하기 위해 식 (2)와 (3)으로 구성된 연립방정식의 해를 계산하고, 두 매개변수 곡면 간의 교차곡선에서 극점을 구하기 위해 식 (5)와 (6)으로 구성된 연립방정식의 해를 계산한다.

Manocha and Canny [8]는 비선형방정식들로 구성된 연립방정식의 해를 구하기 위한 방법으로 resultant와 Gröbner base를 이용하는 방법과 homotopy 방법 등이 있지만 이런 방법들은 교차곡선의 차수가 높은 경우 적용하기가 힘들다는 점을 지적하였다. 따라서, 그들은 interval arithmetic과 constrained optimization 을 병행하여 Newton 방법을 사용할 것을 제안하였으나, 이 방법 또한 연립방정식의 모든 해를 효율적으로 정확하게 구할 수 있다는 보장이 없다.

$n$ 개의 변수를 갖는  $m$ 개의 비선형 방정식의 해를 구하는 방법은 Elber and Kim [6]과 Patrikalakis and Maekawa [10] 등에 의해 연구된 바 있으며, 본 연구에서는 Elber and Kim [6]의 방법을 사용하여 교차곡선의 계산을 현실화하였다. Sederberg 등 [12, 13]은 곡면의 등매개변수 곡선들이 갖는 모든 접선벡터를 둘러싸는 bounding cone, 그리고 곡면상의 모든 점들에 대한 법선벡터(normal vector)들을 둘러싸는 normal cone을 정의하였다. 주어진 두 곡면의 bounding cone과 normal cone 정보를 이용하면 두 곡면이 교차 루프(intersection loop)를 갖는지의 여부를 판단할 수 있다. Elber and Kim은 Sederberg 등이 제시한 곡면의 bounding cone과 normal cone 정보를 이용하여 비선형 연립방정식의 해를 효율적으로 계산하였다. 이들은 해 집합(solution set)으로부터 sampling한 이산적인 점들을 초곡면(hypersurface)으로 fitting한 뒤, 초곡면들의 bounding cone과 normal cone 정보를 이용하여 초곡면들이 서로 교차하는지의 여부를 판단하였다. Barequet and

Elber [3]는 최근 정밀하게 normal cone을 계산할 수 있는 average case의 최적 알고리즘을 제시하였는데, 이를 이용하면 Elber and Kim 알고리즘의 정확성과 효율성을 더욱 개선시킬 수 있다.

식 (5)와 (6)으로 구성된 연립방정식은 식 (2)와 (3)으로 구성된 연립방정식에 비해 더 많은 개수의 변수와 방정식을 사용하므로, 해를 구하기가 더 어렵다. 따라서, 식 (5)와 (6)으로 구성된 연립방정식의 해를 계산하는 방법을 설명하면 다음과 같다. 식 (5)에 Elber and Kim의 알고리즘을 적용하여 solution set을 구한 뒤, solution set에 속하는 범위 내에서 식 (6)의 해를 구한다. 식 (6)의 해는 곡면  $\frac{\partial F(u, v)}{\partial v}$ 에 대한 bounding cone  $C_1$ 과 곡면  $\frac{\partial G(s, t)}{\partial s} \times \frac{\partial G(s, t)}{\partial t}$ 의 bounding cone  $C_2$ 를 이용하여 구할 수 있다.  $C_2$ 는 곡면  $G(s, t)$ 에 대한 normal cone이라고도 할 수 있다. 만약  $C_2$ 의 축이  $l$ 이고 half-angle이  $\theta$ 라면, 축이  $l$ 이고 half-angle이  $\pi/2 - \theta$ 인 cone  $C_3$ 는 곡면  $G(s, t)$ 의 모든 접선벡터들을 cone의 외부에 두게 된다.  $C_1$ 이  $C_3$ 의 내부에 완전히 포함될 때까지 두 곡면을 분할함으로써 식 (6)의 해를 구할 수 있다.

### 3. 교차곡선의 위상 구조 분석

이 절에서는 극점과 극점 주변의 지역적인 교차곡선의 상태를 이용하여 전체 교차곡선의 위상 구조를 분석하는 방법을 소개한다.

자유곡면  $F(u, v)$ 와 다른 곡면  $G$ 의 교차곡선이  $uv$ -평면 상의 곡선  $f(u, v) = 0$ 이고, 이 곡선의  $u$  방향에 대한 극점들이  $p_i = (u_i, v_i), 0 \leq i < m$ , 라고 가정하면,  $F(p_i) \in F(u_i, v_i)$ 이다. 또한, 설명의 편의를 위하여  $F(u, v)$ 와  $G$ 는 경계선이 없는 무한대의 곡면이라고 가정한다. 곡면들에 경계가 있는 경우는 제시한 알고리즘을 조금 수정하여 처리할 수 있다.

일반성을 잃지 않고  $p_i \neq p_j$ 이면  $u_i \neq u_j$ 라고 가정한다. 만약  $p_i$ 와  $p_j, i \neq j$ ,가 동일한  $F(u_i, v_i)$  상에 있는 경우에는  $F(u, v)$  곡면들  $F(p_i)$ 와  $F(p_j)$  사이, 예를 들면 등매개변수 곡선  $F(u, \frac{v_i+v_j}{2})$ ,에서 분할하여 위의 성질을 만족시킬 수 있다.

극점  $p_i$ 들을 기준으로  $F(u_i, v_i)$  주변의 교차곡선의 상태를 분석할 수 있다. 먼저, 이웃하는 두 개의 극점 사이의 영역에서 다음의 성질이 만족된다.

- $u_i < u_i + \epsilon < u_{i+1} - \epsilon < u_{i+1}$ 이라 할 때,  $F(u_i + \epsilon, v) \cap G$ 의 교점의 갯수와  $F(u_{i+1} - \epsilon, v) \cap G$ 의 교점의 갯수는 같다(그림 1(a)).

$F(u_i + \epsilon, v)$ 와  $G$ 의 교점이  $q_{i,j}, 1 \leq j \leq k$ ,라 할 때  $q_{i,j}$ 가  $v$  값에 의해 오름차순으로 정렬되었다고 가정하자. 또한,  $F(u_{i-1} - \epsilon, v) \cap G$ 의 교점이  $q_{i-1,j}$ 라 할 때  $q_{i-1,j}, 1 \leq j \leq k$ ,가  $v$  값에 의해 오름차순으로 정렬되었다고 가정하자. 그러면, 정렬된 위치가 같은  $q_{i,j}$ 와  $q_{i-1,j}$ 는 동일한 구성요소에 의해 연결된다.

한 개의 극점  $p_i$ 를 중심으로 하는 주변의 영역  $u_i - \epsilon \leq u \leq u_i + \epsilon$ 에서는 극점에서 교차곡선의 루프가 소멸하거나 새로 생성될 수 있다. 또한 극점이 고립되거나 또는 특이곡선 내에 포함된 특이점이 될 수도 있다.  $F(u_i - \epsilon, v) \cap G$ 의 교점의 갯수를  $m_i^-$ ,  $F(u_i, v) \cap G$ 의 교점의 갯수를  $m_i^0$ , 그리고,  $F(u_i + \epsilon, v) \cap G$ 의 교점의 갯수를  $m_i^+$ 라고 하자. 그러면,

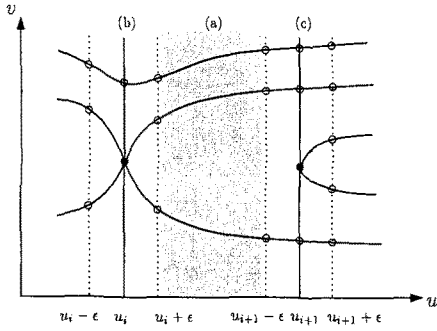


그림 1: 교차곡선 극점 주변의 성질.

$m_i^-, m_i^0, m_i^+$  사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다 (그림 1(b)-(c)).

- $m_i^- \neq m_i^0$  이고  $m_i^0 \neq m_i^+$ 이다.

이 성질에 따라  $m_i^-, m_i^0, m_i^+$ 의 대소 관계는 다음과 같이 분류되며 이 분류에 따라 교차곡선의 위상 구조를 계산할 수 있다.

- Case 1:  $m_i^- < m_i^0$

이 경우는  $u_i$ 의 극점이 고립된 특이점이 되거나 (그림 2(a)) 새로운 루프의 시작점이 된다 (그림 2(b)). 경우에 따라 특이점으로서, 새로운 특이곡선의 시작점이 될 수도 있다 (그림 2(c)).  $F(u_i - \epsilon, v)$ 상의 교점들을 오름차순으로 정렬하고, 극점을 제외한  $F(u_i, v)$ 상의 교점들을 오름차순으로 정렬한 뒤 정렬된 위치가 같으면 연결한다.

- Case 2:  $m_i^- > m_i^0$

극점이 루프가 소멸되는 부분에 대응하거나 (그림 3(a)), 특이점에 대응한다 (그림 3(b)-(d)).  $m_i^- - m_i^0$ 의 갯수만큼 극점을 분할(split)한 뒤,  $F(u_i - \epsilon, v)$ 상의 교점들과 분할된 극점들을 포함한  $F(u_i, v)$ 상의 교점들을 각각  $v$  좌표값에 의해 오름차순으로 정렬하고, 같은 순서에 대응하는 교점들끼리 연결한다.

- Case 3:  $m_i^0 < m_i^+$

Case 2에 대칭적인 경우이며, 극점이 새로운 루프가 생성되는 부분에 대응하거나 특이점에 대응한다.  $m_i^+ - m_i^0$ 의 갯수만큼 극점을 분할한 뒤  $F(u_i + \epsilon, v)$ 상의 교점들과 분할된 극점들을 포함한  $F(u_i, v)$ 상의 교점들을 각각  $v$  좌표값에 의해 오름차순으로 정렬하고, 같은 순서에 대응하는 교점들끼리 연결한다.

- Case 4:  $m_i^0 > m_i^+$

Case 1에 대칭적인 경우이다.  $F(u_i, v)$ 상의 극점이 고립된 특이점이 되거나 기존의 루프가 끝나는 점이 된다.  $F(u_i - \epsilon, v)$ 상의 교점들을 오름차순으로 정렬하고 극점을 제외한  $F(u_i, v)$ 상의 교점들을 오름차순으로 정렬한 뒤, 같은 순서에 대응하는 교점들끼리 연결한다.

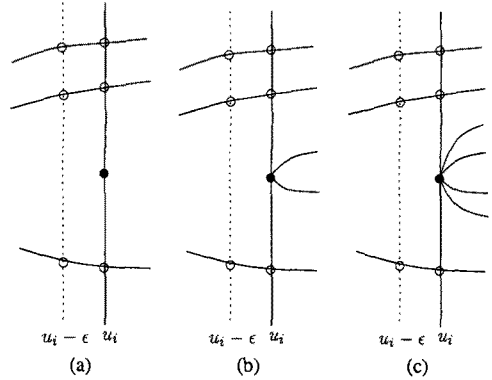


그림 2:  $m_i^- < m_i^0$ 인 경우 교차곡선의 위상 구조.

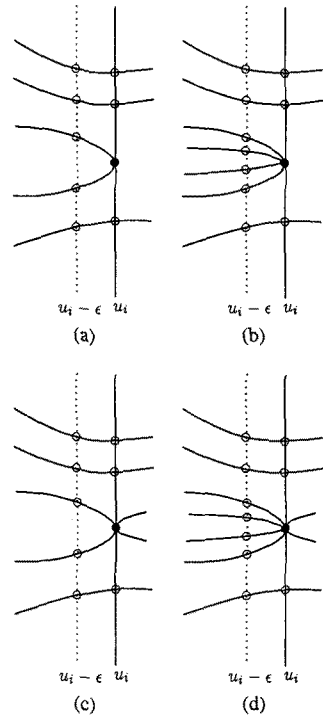


그림 3:  $m_i^- > m_i^0$ 인 경우 교차곡선의 위상 구조.

#### 4. 교차곡선의 추적

교차곡선의 위상 구조가 분석된 후에는 곡면  $F(u, v)$ 를 각 곡점  $p_i$ 를 중심으로 하는 등매개변수 곡선들, 즉,  $F(u_i, v)$ 와  $F(u, \pm \epsilon, v)$ , 에서 분할한다. 그러면, 분할된 각 patch에서 교차곡선의 위상 구조에 따라 교차곡선을 추적할 수 있다. 교차곡선 추적을 위한 시작점은 분할 기준이 된 등매개변수 곡선과 곡면  $G$ 의 교점으로 정한다.

음함수 곡면과 매개변수 곡면의 교차곡선은 식 (1)으로 표현되고, 두 매개변수 곡면 간의 교차곡선은 식 (5)으로 표현된다. 주어진 시작점에 대한 교차곡선의 추적은 Elber 등 [5]이 제안한 marching 기법을 사용하였다.

#### 5. 실험 예제

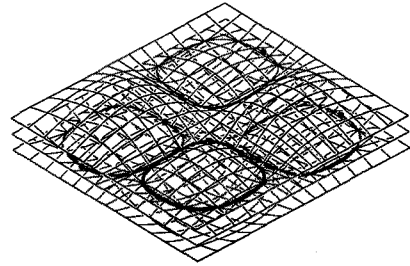
이 절에서는 제시된 알고리즘을 사용해서 두 곡면간의 교차곡선을 구하는 예제를 보인다. 그림 4에서는 자유 곡면의 교차곡선과 이들의 위상 구조를 분석하는데 사용된 극점들을 함께 보인다. 그림 4(a)에서는 교차곡선이 4개의 루프로 구성되며, 각 루프의 위상 구조는 루프의 시작점과 끝점에 의해서 분석된다. 곡면의 교차곡선 자체가 서로 교차하는 경우는 일반적인 방법을 사용해서 위상을 분석하는 것이 쉽지 않다. 그림 4(b)에서는 이러한 경우를 보여주고 있으며, 본문에 제시된 알고리즘을 사용하면 이들의 극점 또한 안정적으로 계산할 수 있다 (교차곡선이 서로 교차하는 지점에서 극점을 구할 수 있다). 그림 5에서는 좀더 일반적인 예제를 보인다. 여기에서는 유타 teapot과 또 다른 자유 곡면 간의 교차곡선을 제시하는데, 이들 교차곡선은 불리언 연산에서도 사용할 수 있다 (그림 5(b) 참조). 유타 teapot을 제외하고 실험에서 사용한 자유곡면들은 각각의 매개변수값의 범위가 [0, 1]이다. 곡면 및 등매개변수 곡선을 분할할 때 매개변수 공간에서 최소 0.05의 크기까지 분할되었고, 이러한 정밀도로 계산하였을 때 Pentium IV 2.1 GHz의 CPU와 512MB RAM을 탑재한 PC에서 1초 내외의 수행시간이 소요되었다.

#### 6. 결론

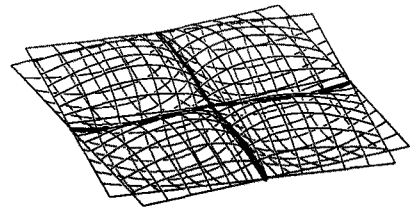
본 논문에서는 자유곡면 간의 교차곡선을 효율적이고 안정적으로 계산하는 방법을 제시하였다. 교차곡선의 모든 구성요소를 정확하고 효율적으로 발견하기 위하여 교차곡선의 위상 구조를 분석하는 방법을 제안하였고, 이를 위해 교차곡선을  $uv$ -평면상의 곡선으로 고려하여  $u$ -방향의 극점을 계산하였다. 극점과 극점 주변의 지역적인 교차곡선 상태를 분석함으로써 전체 교차곡선의 위상 구조를 분석하였다. 또한 분석된 위상 구조를 기반으로 전체 교차곡선을 추적하는 방법을 제시하였다.

#### 감사의 글

이 논문에서 사용된 알고리즘은 이스라엘의 Technion에서 개발된 솔리드 모델링 시스템 IRIT [4]에 의해 구현되었다. 본 연구는 Israeli Ministry of Science Grant No. 01-01-01509, Korean-Israeli binational research grant 산하 Korean

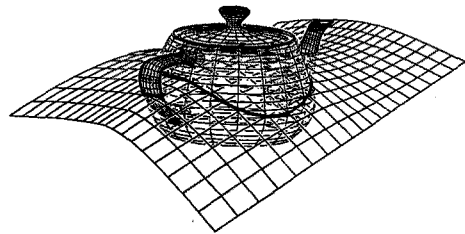


(a)

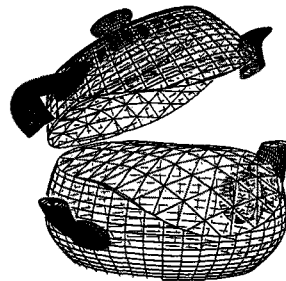


(b)

그림 4: 자유 곡면 사이의 교차곡선



(a)



(b)

그림 5: 유타 teapot과 자유 곡면 사이의 교차곡선

Ministry of Science and Technology (MOST), 한국과학재단 목  
적기초연구과제 No. R01-2002-000-00512-0와 No. R04-2004-  
000-10099-0, 그리고, 2004년도 경북대학교 연구비의 지원을  
받았다.

[14] J.-K. Seong, K.-J. Kim, M.-S. Kim, G. Elber and R. Martin,  
Intersecting a Freeform Surface with a General Swept Sur-  
face. *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 5, pp. 473-483,  
2005.

## 참고 문헌

- [1] C. L. Bajaj, C. M. Hoffmann, R. E. Lynch, and J. E. H. Hopcroft. Tracing surface intersections. *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 5, pp. 285-307, 1988.
- [2] C. L. Bajaj and G. Xu. NURBS approximation of surface-surface intersection curves. *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 2, Num. 1, pp. 1-21, 1994.
- [3] G. Barequet and G. Elber. Optimal bounding cones of vectors in three dimensions. *Proceedings of the 5th Korea-Israel Bi-National Conference on Geometric Modeling and Computer Graphics*, Seoul National University, Seoul, Korea, Oct. 11-12, pp. 3-7, 2004.
- [4] G. Elber. *IRIT 9.0 User's Manual*. The Technion-IIT, Haifa, Israel, 1997. Available at <http://www.cs.technion.ac.il/irit>.
- [5] G. Elber, J.-J. Choi and M.-S. Kim, Ruled tracing. *The Visual Computer*, Vol. 13, No. 2, pp. 78-94, 1997.
- [6] G. Elber and M.-S. Kim, Geometric constraint solver using multivariate rational spline functions. *Proc. of ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, Ann Arbor, MI, June 4-8, 2001.
- [7] J. Hoschek and D. Lasser, *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*, A.K.Peters, Wellesley, MA, 1993.
- [8] D. Manocha and J. Canny, A new approach for surface intersection. *Proceedings of the first ACM symposium on Solid modeling foundations and CAD/CAM applications*, pp. 209-219, 1991.
- [9] N. Patrikalakis, Surface-to-Surface Intersections. *IEEE Computer Graphics and Applications*, pp. 89-95, January, 1993.
- [10] N. Patrikalakis and T. Maekawa, *Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing*. Springer, 2002.
- [11] M. Pratt and A. Geisow, Surface/Surface Intersection Problems. *The Mathematics of Surfaces I*, J.A.Gregory (Ed.), Clarendon Press, Oxford, pp. 117-142, 1986.
- [12] T. Sederberg and R. Meyers, Loop detection in surface patch intersections. *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 5, pp. 161-171, 1988.
- [13] T. Sederberg and A. Zundel, Pyramids That Bound Surface Patches. *Graphical Models and Image Processing*, Vol. 58, No. 1, pp. 75-81, 1996.