

# 자기공명영상 시스템의 양자화잡음 분석

## 안 창 범

**목적 :** 자기공명영상시스템에서 양자화잡음을 분석하였다. 신호대양자화잡음비를 이론적으로 유도하였고 다양한 자기공명영상시스템에서 신호대양자화잡음비를 계산하였다. 이러한 계산으로부터 고자장영상시스템에서는 양자화잡음이 전체시스템의 신호대잡음비를 결정짓는 주된 잡음원이 될 수 있음을 보였다. 하드웨어의 교체없이 양자화잡음을 줄일 수 있는 방법들을 제시하였다.

**대상 및 방법 :** 자기공명영상에서 사용되는 Fourier 영상기법에서는 위상 및 주파수 인코딩 방법으로 자기공명신호를 공간주파수 형태의 신호로 변환하여 측정하게 된다. 따라서 공간주파수 영역에서 발생하는 양자화잡음을 재구성된 영상에서의 신호대양자화잡음비로 나타내었다. 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험을 통하여 유도된 식의 타당성을 보였다.

**결과 :** 유도된 식을 이용하여 다양한 주 자장 및 수신 시스템에 대하여 신호대양자화잡음비를 계산하였다. 양자화잡음은 신호의 크기에 비례하여 증가하므로 상대적으로 신호가 큰 고자장 시스템에서 보다 큰 문제점으로 부각될 수 있다. 많은 수신 시스템에서 채택하고 있는 16 bits/샘플 양자기로는 양자화 잡음이 고자장 시스템에서 기대되는 신호대잡음비의 향상을 제한할 수 있는 주된 잡음원이 될 수 있음을 보였다.

**결론 :** fMRI나 spectroscopy를 위하여 자기공명영상의 주 자장은 지속적으로 높아지고 있다. 고자장에서는 신호가 커지고, susceptibility와 스펙트럼의 분리가 커져서 fMRI 나 spectroscopy에 유리한 면이 많다. 양자화잡음은 신호의 크기에 비례하여 증가하기 때문에 만약 양자기의 변환 비트가 충분히 크지 않을 경우 양자화잡음이 커져 신호의 증가에 비례하는 신호대잡음비의 향상을 이룰 수 없다. 이 논문에서는 신호대양자화잡음비를 이론적으로 유도하고, 다양한 자장의 세기 및 수신 시스템에 대하여 신호대양자화잡음비를 계산함으로써 고자장에서, 특히 상대적으로 신호가 큰 3차원영상에서, 양자화잡음이 전체 시스템의 신호대잡음비를 제한할 수 있는 주된 잡음원이 될 수 있음을 보였다. 근원적인 해결책은 아닐 수 있으나 oversampling 과 에코의 센터를 비껴가는 샘플링으로 하드웨어의 향상없이 양자화잡음을 줄일 수 있는 방법을 제시하였다.

## 서 론

자기공명영상시스템은 스핀(물 분자내의 수소) 밀도 분포를 공간영역의 직접 측정하는 것이 아니라, 공간주파수영역에서 측정하여 2차원 또는 3차원 Fourier 변환을 통하여 영상을 재구성한다 (1). 저주파 성분이 많은 영상의 일반적인 특성 때문에

dc주변의 저주파와 고주파 간의 신호 크기 차이는 공간영역에서의 차이보다 월등히 크게 된다 (2). 이러한 특성 때문에 자기공명영상 시스템의 데이터 측정부는 넓은 변환 폭을 가진 양자기(analog-to-digital converter: ADC)를 필요로 한다. 또한 움직이는 장기의 영상이나 기능영상을 위하여 수십 ms 이내에 2차원 신호측정이 요구되는데 이를 위하여 넓은 대역폭과 짧은 변환시간을 가진 양자기가 요구된다 (3, 4). 따라서 일반적인

대한자기공명과학회지 8: 42-49(2004)

광운대학교 전기공학과

\*이 논문은 산업자원부에서 시행하는 차세대신기술개발사업과 2003년도 광운대학교 교내 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

접 수 : 2003년 12월 20일, 채 택 : 2004년 5월 17일

통신저자 : 안창범, (139-701) 서울시 노원구 월계동 447-1, 광운대학교 전기공학과

Tel. (02) 940-5148 Fax. (02) 909-3159 E-mail: cbahn@daisy.kw.ac.kr

MRI 시스템에서는 1μs내외의 변환시간을 갖는 16 bits/샘플의 양자기가 사용된다. 이러한 양자기를 사용하였을 경우, 주 자장이 1.5Tesla 이하의 일반적인 자기공명영상시스템에서는 양자화과정의 잡음이 코일이나 샘플 또는 전자회로에서 오는 일반적인 잡음에 비하여 크기가 작아서 전체적인 시스템의 신호대 잡음비에는 크게 영향을 미치지 못하였다. 그러나 주 자장이 4.0Tesla 이상의 고자장 영상에서는 신호의 크기가 월등히 커져 신호의 크기에 비례하는 양자화잡음이 점차 주된 잡음원으로 부각되고 있다.

양자화과정에서 발생하는 양자화잡음에 대한 분석은 통신이나 디지털 신호처리분야에서는 비교적 상세히 연구되었다 (5, 6). 그러나 자기공명영상에서는 다양한 수신 방식이 존재하고, 공간주파수영역에서 양자화를 하고, 이때 발생한 양자화잡음이 재구성과정을 거쳐 영상에 나타나기 때문에 수신기 및 영상기법, 실험 파라미터 등에 따른 추가적인 분석이 필요하다. 본 연구에서는 공간주파수영역에서의 양자화과정이 재구성된 영상에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였고, 재구성된 영상에서 신호대양자화잡음비로 나타내었다. 유도된 식을 이용하여 실제 사용되는 MRI 시스템들의 신호대양자화잡음비를 계산해보았으며, 전체적인 시스템의 신호대잡음비에서 양자화잡음이 중요한 요소임을 보였다.

### 대상 및 방법

#### 양자화잡음

양자화잡음은 아날로그 신호를 디지털신호로 변환하는 과정에서 발생한다. Fourier 영상기법으로 얻어지는 공간주파수 영역에서의 자기공명신호와 양자화과정을 거친 신호를 각각  $G(u, v)$ ,  $\hat{G}(u, v)$ 라고 하면 양자화잡음  $Q(u, v)$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$Q(u, v) = G(u, v) - \hat{G}(u, v) \quad [1]$$

위 식의 양자화잡음의 분산은 아래의 식으로 주어진다.

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{LM} \sum_x \sum_y |Q(u, v)|^2 \quad [2]$$

여기에서  $L$ 과  $M$ 은 공간주파수  $u$ 와  $v$ 방향의 샘플링 개수이다. 양자화과정에 사용된 ADC의 변환 폭을  $B$  bits/샘플 이라 하면 양자화 스텝 크기  $\Delta$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$\Delta = \lambda \cdot \frac{G(0, 0)}{2^{B-1}} \quad [3]$$

식[3]에서 공간주파수 영역의 자기공명신호는 dc 성분인  $G(0, 0)$ 이 가장 크다고 가정하였고, 양과 음의 값을 가질 수 있기 때문에 부호 비트를 고려하여  $2^{B-1}$ 으로 나누었다.  $\lambda$ 는 멀티슬라이스 영상에서 슬라이스 간의 신호 차이를 감안하여

overflow가 일어나지 않도록 하는 파라미터로 1 이상의 값을 가진다. 양자화잡음이  $-\Delta/2$ 와  $\Delta/2$ 사이에서 균일한 분포를 가질 경우 식[2]의 분산은 아래와 같이 표시된다 (7).

$$\sigma_q^2 = \frac{\Delta^2}{12} \cdot \mu \quad [4]$$

식[4]에서  $\mu$ 는 자기공명영상시스템의 수신단의 복조방식에 따른 파라미터로 수신기가 아날로그방식의 직각 복조(quadrature demodulation)를 채택하여 실수부와 허수부를 나누는 후 두개의 양자기를 이용하여 디지털 신호로 바꿀 경우  $\mu$ 는 2가 되고, 한 개의 양자기로 디지털 신호로 바꾼 후 수치적 방식으로 직각 복조를 할 경우  $\mu$ 는 1이 된다. 디지털 공간주파수 영역에서의 잡음의 크기를 공간영역에서의 잡음의 크기로 표시하기 위하여 아래와 같은 재구성 식을 사용한다고 가정한다.

$$\hat{g}(x, y) = A \sum_u \sum_v \hat{G}(u, v) \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \quad [5]$$

여기에서  $x$ 와  $y$ 는 공간 주파수  $u$ 와  $v$ 에 상대되는 공간 좌표를 나타내며,  $A$ 는 임의의 상수로 보통 순방향 Fourier 변환과 역방향 Fourier 변환을 연속적으로 적용하였을 경우 자신의 값이 나타나도록 정해 주는 상수이다. 따라서 공간영역에서의 양자화잡음은 식[1]을 식[5]에 대입하여 다음과 같이 주어진다.

$$q(x, y) = A \sum_u \sum_v Q(u, v) \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \quad [6]$$

[2]식과 비슷한 방법으로 공간영역에서의 양자화잡음의 분산은 아래와 같이 주어진다.

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{LM} \sum_x \sum_y |q(x, y)|^2 \quad [7]$$

양자화잡음은 재구성공간 영역 전체에 퍼져 있기 때문에 공간주파수 영역에서의 oversampling과 공간영역에서의 decimation과 무관하게 식[7]을 적용할 수 있다. 식[6]을 식[7]에 대입하면

$$\begin{aligned} \sigma_q^2 &= \frac{1}{LM} \sum_x \sum_y |q(x, y)|^2 \\ &= \frac{1}{LM} \sum_x \sum_y A^2 \sum_u \sum_v Q(u, v) \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \cdot \\ &\quad \sum_{u'} \sum_{v'} Q^*(u', v') \exp(j \frac{2\pi u'x}{L}) \exp(j \frac{2\pi v'y}{M}) \\ &= \frac{A^2}{LM} \sum_u \sum_v \sum_{u'} \sum_{v'} Q(u, v) Q^*(u', v') \\ &\quad \sum_x \exp\{j \frac{2\pi(u'-u)x}{L}\} \sum_y \exp\{j \frac{2\pi(v'-v)y}{M}\} \\ &= \frac{A^2}{LM} \sum_u \sum_v Q(u, v) \sum_{u'} \sum_{v'} Q^*(u', v') L\delta(u'-u) M\delta(v'-v) \\ &= A^2 \sum_x \sum_y |Q(u, v)|^2 \end{aligned} \quad [8]$$

## 안정범

식(8)을 식(2) 및 식(4)와 결합하면

$$\sigma_q^2 = A^2 LM \sigma_Q^2 = \frac{A^2 LM \Delta^2}{12} \cdot \mu \quad [9]$$

한편 신호의 평균 크기는

$$\begin{aligned} \bar{g} &= \frac{1}{L'M'} \sum_x \sum_y g(x, y) \\ &= \frac{1}{L'M'} \sum_x \sum_y A \sum_u \sum_v G(u, v) \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \\ &= \frac{A}{L'M'} \sum_u \sum_v G(u, v) \sum_x \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \sum_y \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \\ &= \frac{A}{L'M'} \sum_u \sum_v G(u, v) L \delta(u) M \delta(v) \end{aligned} \quad [10]$$

여기에서  $L'$ 와  $M'$ 는 공간주파수 영역에서  $L \times M$ 으로 oversampling을 한 후 Fourier 변환과 decimation을 적용하여 얻어지는 공간영역에서의 가로와 세로방향의 샘플 개수를 나타낸다. 일반적으로 자기공명영상에서는 readout gradient 방향으로 oversampling을 하여도 측정시간이 증가하지 않으므로 noise의 aliasing을 막기 위하여 자주 사용되는 방법이다 (8).  $\theta_x$ 와  $\theta_y$ 를 oversampling factor라 하면

$$\begin{aligned} \theta_x &= L/L' \\ \theta_y &= M/M' \end{aligned} \quad [11]$$

[10] 식은 아래와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \bar{g} &= A \frac{LM}{L'M'} \sum_u \sum_v G(u, v) \delta(u) \delta(v) \\ &= A \theta_x \theta_y G(0, 0) \end{aligned} \quad [12]$$

따라서 신호대양자화잡음비는 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} SQNR &= \frac{\bar{g}}{\sigma_q} = \frac{A \theta_x \theta_y G(0, 0)}{A \sqrt{LM} \mu / 12 \Delta} \\ &= \frac{\sqrt{3} \theta_x \theta_y 2^B}{\lambda / LM \mu} \end{aligned} \quad [13]$$

또는

$$\begin{aligned} SQNR &= 6.02B + 20 \log_{10}(\theta_x \theta_y) + 4.77 - 20 \log_{10}(\lambda) \\ &\quad - 10 \log_{10}(LM \mu) [dB] \end{aligned} \quad [14]$$

식(13)에서 보듯이 재구성 식(5)에서 사용된 임의의 상수  $A$ 는 신호 크기에도 동일하게 나타나기 때문에 서로 상쇄되어 없어진다. 따라서 SQNR은 재구성 알고리즘의 scale factor에 영향을 받지 않는다. 식(14)를 삼차원 영상까지 포함하는 일반적인 식으로 확장해보면

$$\begin{aligned} SQNR &= 6.02B + 20 \log_{10}(\theta_x \theta_y \theta_z) + 4.77 - 20 \log_{10}(\lambda) \\ &\quad - 10 \log_{10}(LMN \mu) [dB] \end{aligned} \quad [15]$$

여기에서  $N$ 은 공간주파수  $w$  방향의 샘플링개수를 나타내며,  $\theta_z$ 는  $z$  방향의 oversampling factor를 나타낸다.

식(14) 및 식(15)에서 살펴볼 수 있는 몇가지 중요한 결과는 다음과 같다. 첫째로 SQNR은 변환기의 변환비트가 1 bit 증가할 때마다 6.02 dB 향상된다 (5, 6). 이것은 디지털신호처리나 통신 등에서 잘 알려진 이론으로 변환기의 변환비트를 설정하는데 가장 기본적인 식이다. 둘째로 동일한 oversampling factor에서 영상의 matrix 크기를 조절할 경우,  $L$  또는  $M$ 이 커질수록(high resolution 영상일수록) SQNR이 줄어든다. 이것은 신호의 합은 한정되어 있는데 양자화잡음의 합은 샘플링 횟수에 비례해서 증가하기 때문이다. 셋째로 재구성 영상의 크기는 고정되어 있고 oversampling factor를 증가시킬 경우, SQNR은 증가한다. 식(14)에서 보듯이 oversampling factor( $\theta_x$ )가 2배 증가할 경우  $20 \log_{10}(\theta_x)$ 항에서 6 dB 증가하고,  $-10 \log_{10}(L)$  항에서 3 dB 감소하여 전체적으로 3 dB 증가하게 된다. 이것은 샘플링 간격을 무시하고 생각하였을 때 oversampling에 의하여 신호의 크기는 2배 증가하나, 잡음의 표준편차는 늘어난 샘플링 개수에 의하여  $\sqrt{2}$ 배 증가하기 때문에 전체적인 SQNR은  $\sqrt{2}$ 배 (3 dB) 증가하게 된다. 샘플값에 샘플 간격을 곱한 값을 재구성 식에 사용할 경우, 재구성영상은 oversampling과 무관하게 동일하게 얻어지나, 양자화잡음은 줄어들게 되어 결국 SQNR은 증가하게 된다. 예를 들면 2배 oversampling을 할 경우 재구성영상은 동일한 반면 양자화잡음은 1/2이 곱해져서 표준편차가 1/2로 줄어들고, 샘플 개수가 늘어난 효과( $\sqrt{2}$ )를 감안하면 결국  $1/\sqrt{2}$ 가 되어 전체 SQNR은  $\sqrt{2}$  배 증가하게 된다.

식(14)의 타당성을 확인하기 위하여 Fig. 1에서 보인 두 장의 시험영상에 대하여 이차원 Fourier 변환을 하여 공간주파수 영역의 데이터로 만든 후 다양한 양자화 과정을 적용하여 보았다. Fig. 2에서 보인 순서도에 따라 양자화된 공간주파수 데이터를 다시 재구성을 하여 얻어진 영상에서 양자화잡음을 측정하여 SQNR을 구한다. Fig. 3은 다양한 양자기의 변환 폭에 대하여 시뮬레이션과 식(14) 및 식(15)로 주어지는 SQNR을 나타낸 것이다. 2장의 시험영상에 대하여 얻은 결과를 'Sim-1'과 'Sim-2'로 나타내었다 (9). Fig. 3에서 수신기 margin  $\lambda$ 는 1.5,  $\mu$ 는 2(데이터의 실수부와 허수부에 대하여 2개의 양자기를 사용),  $L=M=256$ ,  $N=1$ (2차원 영상),  $N=64$ (3차원영상)  $\theta_x=\theta_y=\theta_z=1$ 로 하였다. Fig. 3에서 보듯이 유도된 식과 시뮬레이션 결과는 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3에서 양자기의 변환 폭이 16 bits/샘플일 때 2차원 영상의 SQNR은 46.4 dB이고, 3차원 영상의 경우 28.3 dB로 나타난다. 이런 정도의 SQNR은 2차원 영상에서는 크게 문제가 되지 않을 수 있으나 3차원 영상의 경우 양자화잡음이 전체 시스템의 SNR을 제한하는 주된 잡음원이 될 수 있다. 더욱이 고해상도

영상을 얻을 경우(L=M=512) 2차원 영상에서의 SQNR도 40.4 dB로 낮아져 양자화잡음이 시스템의 성능에 영향을 미치는 중요한 요소가 될 수 있음을 알 수 있다.

**신호대잡음비**

시스템의 전체적인 신호대잡음비를 아래와 같이 모델링할 수 있다. 즉,

$$SNR = \frac{signal}{N_{coil} + N_{sample} + N_{quantizer} + N_{electronics}} \quad [16]$$

여기에서,  $N_{coil}$ ,  $N_{sample}$ ,  $N_{quantizer}$ ,  $N_{electronics}$ 는 각각 코일, 샘플(검사 대상), 양자기, 증폭회로에서 비롯되는 잡음을 나타낸다. 주 자장의 변화에 따른 신호와 각 잡음들의 관계는 아래와 같다 (10).

$$\begin{aligned} signal &\propto B^2 \\ N_{coil} &\propto B^{1/4}, N_{sample} \propto B, N_{quantizer} \propto B^2 \end{aligned} \quad [17]$$

양자기에 의한 양자화잡음은 신호크기에 비례하게 되므로 양자화잡음과 주 자장과의 관계는 신호와 주 자장과의 관계와 동일하게 된다 ( $B^2$ 에 비례). 증폭회로와 관련된 잡음은 주 자장의 직접적인 영향은 받지 않을 것으로 판단된다. 식(17)에서 보듯이 주 자장이 높아질수록 샘플 잡음과 양자화잡음이 주된 잡음원이 되는 것을 알 수 있다.

Fig. 4는 1.5 Tesla 전신 MRI 시스템에서 측정된 phantom과 in-vivo 영상에서의 신호대잡음비이다. Fig. 5에서 보였듯이 신호대잡음비는 uniform phantom과 in-vivo 영상의 경우 가능한 균일한 영역을 ROI로 선택하여 아래의 식을 사용하여

계산하였다.

$$SNR = 20 \log_{10} \left( \frac{M_S - M_B}{\sigma_B} \right) \quad [18]$$

여기에서  $M$ 과  $\sigma$ 는 각각 평균과 표준편차를 나타내고, 아래 첨자의 S와 B는 균질한 영상 영역과 신호가 없는 배경 영역을 뜻한다.

양자화잡음의 효과를 보기 위하여 수신단의 이득을 조절하여 실질적으로 양자기의 변환 폭이 16 bits/샘플에서 10 bits/샘플까지 변화하도록 하였다. Fig. 4에서 보듯이 10 bits/샘플에

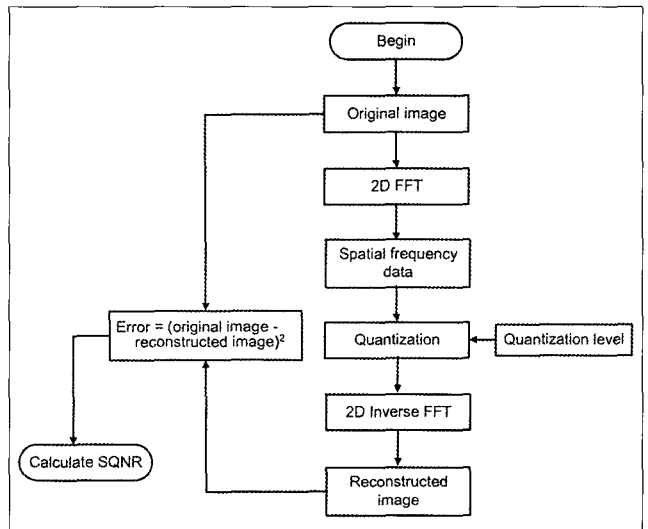


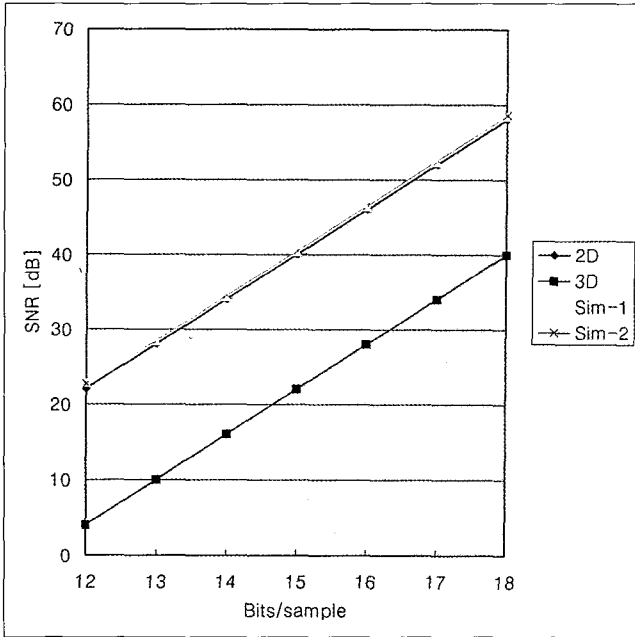
Fig. 2. A flow chart for the simulation.



Fig. 1. Test images used for the simulation to confirm the validity of the equation for the signal-to-quantization noise ratio.

## 안장법

서 12bits/샘플까지는(수신단의 이득이 -24dB에서 -36dB까지) 양자화잡음이 주된 잡음원으로 작용해서 수신단의 변환 폭이 샘플 당 1 bit씩 증가할 때마다(이득이 2배 바뀔 때마다) 전체 시스템의 SNR이 6 dB씩 향상된다. 변환 폭이 커짐에 따라 전체잡음에서 양자화잡음이 차지하는 비중이 줄어들어 SNR이



**Fig. 3.** Plots for the signal-to-quantization noise ratios (SQNR) measured in the reconstructed images obtained by the simulation. The SQNRs obtained from the analytical formula are also shown.

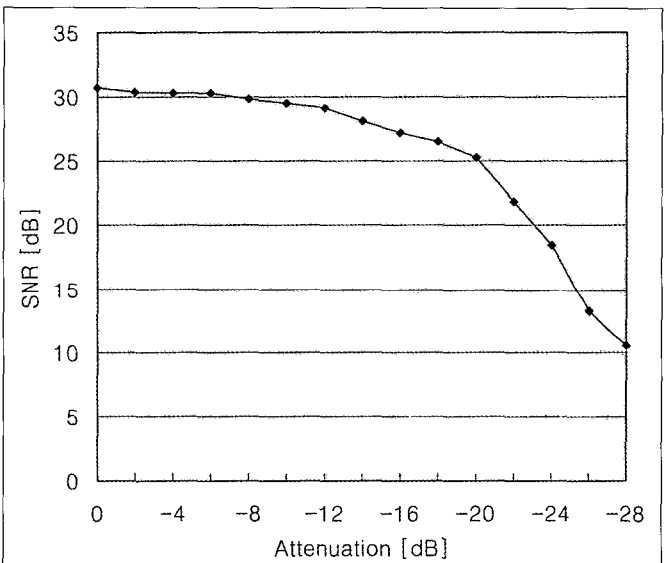
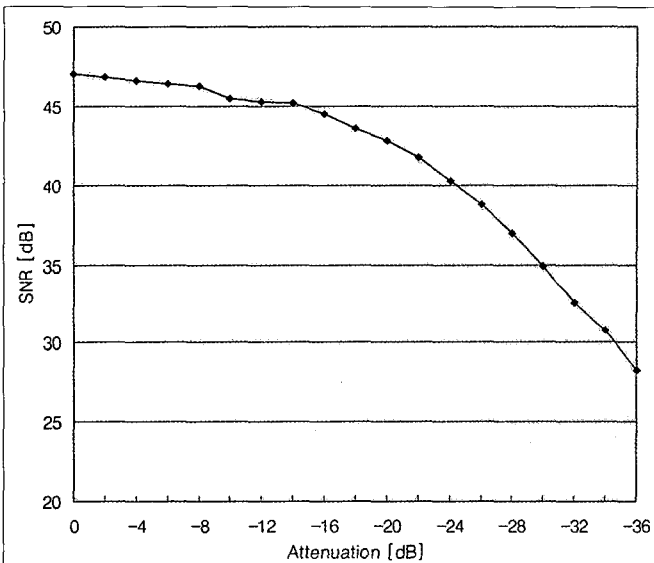
점차 포화되는 것을 알 수 있다. 그러나 양자화잡음이 1.5 Tesla 시스템에서도 무시될 수 없음을 알 수 있으며, 고자장 MRI 시스템에서는 더욱 중요한 문제로 부각될 것으로 판단된다.

## 양자화잡음 감소방법

양자화잡음을 감소하기 위한 가장 직접적이고 효과적인 방법은 양자기의 변환비트를 증가시키는 것이다. 식(14)에서 보듯이 양자기의 변환 폭이 1bit 증가할 때마다 SQNR은 6.02 dB 만큼 개선된다. 그러나 양자기를 바꾸기 위해서는 수신부 전체를 교체하여야 하고, 때로는 송신부나 스펙트럼미터 전체의 교체로 이어지는 일이 많다. 또한 데이터 버스 폭과도 관련이 있어 16bits/샘플 이상의 변환 폭을 갖는 고속의 양자기는 널리 사용되지 않고 있다.

하드웨어 교체없이 SQNR을 향상시킬 수 있는 방법 중의 하나는 oversampling 이다. Oversampling과 decimation을 사용할 경우 식(14)에서 L이나 M이 증가하지만  $\theta_x$ 나  $\theta_y$ 가 비례해서 커지기 때문에 결국 2배 oversampling당 3 dB 만큼의 SQNR의 이득을 볼 수 있다. 수신단의 저역통과필터 특성이 이상적이지 않기 때문에 고주파 잡음에 의한 aliasing을 막기 위하여 readout 방향으로 oversampling을 하는 것은 매우 일반적이며, 추가로 신호대양자화잡음비를 향상시킬 수 있어 바람직하다.

코일이나 sample에서 오는 random noise를 줄이기 위하여 신호의 averaging을 수행할 경우, averaging 대신에 phase encoding 방향으로 oversampling을 하는 것도 바람직하다. Phase encoding 방향으로의 oversampling은 averaging과



**Fig. 4.** Signal-to-noise ratios measured from the images of uniform phantom (a) and in-vivo transverse head images of volunteer (b) obtained at a 1.5 Tesla MRI system. The signal-to-noise ratios for various conversion widths [bits/sample] of the analog-to-digital converter are obtained equivalently by the control of receiver gain.

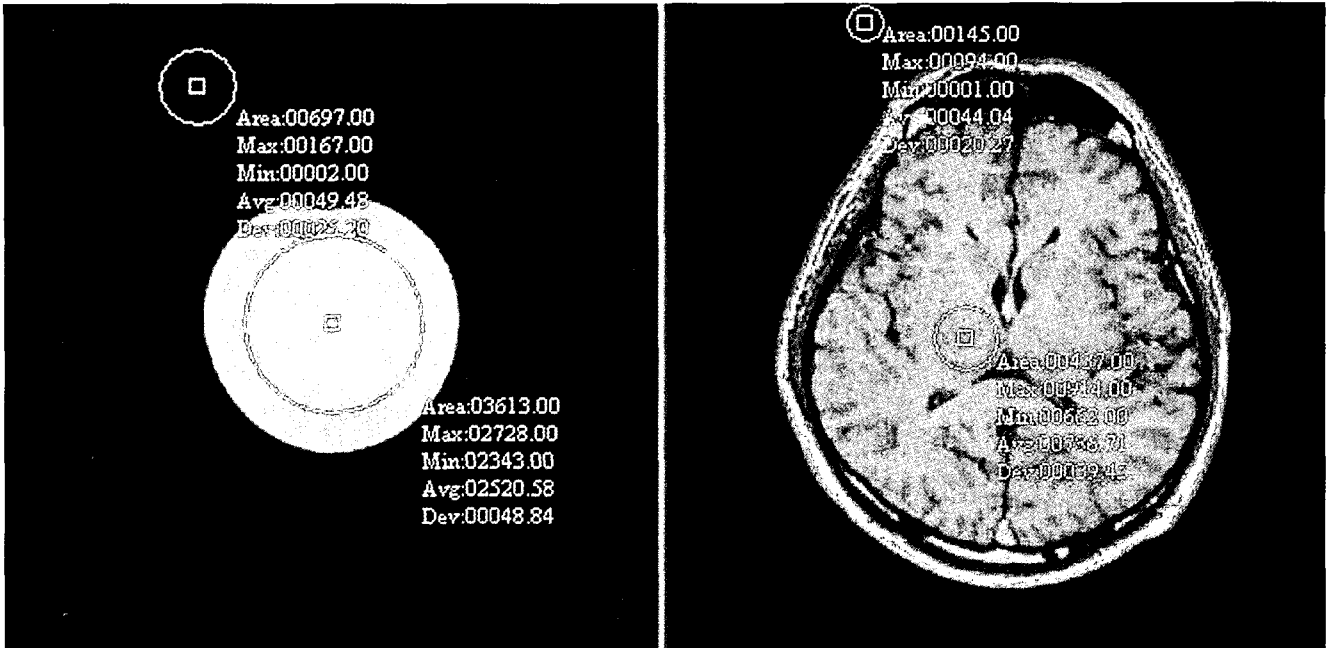


Fig. 5. Signal-to-noise ratios measured in a uniform phantom image (left) and in-vivo head image of volunteer (right).

마찬가지로 측정시간은 증가하지만, random noise를 동일하게 줄일 수 있다. 뿐만 아니라 [14], [15]식에서 보듯이 phase encoding 방향으로의 oversampling도 양자화잡음을 줄일 수 있다. averaging의 경우 동일한 곳에서 sampling을 취하기 때문에 양자화잡음은 줄어들지 않는다.

끝으로 샘플링 point를 dc 점에서 벗어나게 예코의 위치를 이동하거나, phase encoding gradient를 조절하면 데이터의 peak 값이 줄어들어 결국 양자화잡음이 줄어들게 된다. 예를 들면 재구성 영상이 가로와 세로 방향으로 field-of-view의 80%를 차지하는 정사각형이라 하면 공간주파수영역에서의 데이터는  $\sin c(0.8 \cdot u)\sin c(0.8 \cdot v)$ 로 주어지고, readout 방향과 phase encoding 방향으로 샘플링 간격의 반만큼씩 이동시켰다면( $u=v=0.5$ ) 데이터의 크기는  $\sin^2(0.4)=0.573$ 이 된다. 또한 수신부의 위상을  $\pi/4$  radian만큼 회전시켜 dc에서 실수부와 허수부의 크기가 같도록 하면 실수부의 dc peak값은  $1/\sqrt{2}$ 가 된다. 따라서 샘플링 이동과 위상조절을 결합시키면 dc에서의 peak 크기는 0.41 정도가 되어 약 7.8 dB 정도의 양자화잡음을 감소시키는 효과가 있다. 그러나 이 경우 실험 전에 예코위치 조정이나 수신부 위상 조절 등이 요구되고, 일부 재구성 과정에서는 위상 복원을 위한 추가적인 처리가 필요하다 (11).

## 결 과

자기공명영상에서 공간주파수영역에서의 양자화잡음이 재구성 영상에 미치는 효과를 신호대양자화잡음비로 나타내었다. 신

호대양자화잡음비를 분석하는데 있어 자기공명영상의 다양한 기법 및 실험 파라미터들을 고려하였다. 고려한 주요 요소로는 양자화의 변환 폭을 포함하여 수신기의 구성 방식, 수신기의 margin, 재구성 방법, oversampling 및 decimation, sampling 수 등이다. 유도된 식으로부터 신호대양자화잡음비는 변환기의 변환 폭이 샘플 당 1 bit 증가할 때마다 6.02 dB씩 향상되고, 영상의 matrix size가 커질수록 SQNR이 줄어든다(영상의 가로 또는 세로 방향의 matrix size가 2배 커질 때마다 3 dB씩 줄어든다). Oversampling을 할 경우 SQNR이 향상된다(oversampling factor를 2배 증가할 때마다 3 dB씩 향상된다).

유도된 식의 타당성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하였으며, 다양한 주 자장 및 수신 시스템에 대하여 신호대양자화잡음비를 계산하였다. 양자화잡음은 신호의 크기에 비례하여 증가하는 한편, 단순한 신호 averaging으로 줄어들지 않으므로 상대적으로 신호가 큰 고자장 영상에서 큰 문제점으로 부각된다. 많은 수신 시스템에서 사용하고 있는 변환 폭이 16 bits/샘플인 양자화의 경우 이차원 영상에서 46.4 dB, 삼차원 영상에서 28.3 dB로 나타났다. 이러한 SQNR은 전체 시스템의 SNR을 제한할 수 주된 잡음원이 될 수 있다.

전체 시스템의 신호대잡음비를 1.5 Tesla 시스템에서 영상을 통하여 측정하였다. 균질한 phantom과 volunteer의 in-vivo 영상에서 균질한 부분을 ROI(Region-of-interest)로 선택하여 측정하였으며, 수신기의 이득을 조절하여 변환비트를 16 bits/샘플에서 10 bits/샘플까지 바뀌는 효과를 실현하였다. 변환 폭이 낮은(10-12 bits/샘플) 영역에서는 양자화잡음이 주된

## 안찰법

잡음원으로 작용해서 수신단의 이득이 2배 바뀔 때마다 (변환 폭이 1 bit씩 증가할 때마다) 전체 시스템의 SNR이 6 dB씩 향상된다. 변환 폭이 커짐에 따라 전체잡음에서 양자화잡음이 차지하는 비중이 줄어들어 SNR이 점차 포화되는 것으로 나타났으나, 양자화잡음이 1.5 Tesla 시스템에서도 무시될 수 없음을 알 수 있었다.

## 결 론

Functional MRI나 spectroscopy에서는 자장이 높아질수록 신호가 커지고 susceptibility 와 스펙트럼의 분리가 커져 고자장에 대한 선호도가 높다. 양자화잡음은 신호의 크기에 비례하여 증가하기 때문에 만약 ADC의 변환 폭이 충분히 크지 않을 경우 양자화잡음이 커져 신호의 증가에 비례하는 신호대잡음비의 향상을 이룰 수 없다. 이 논문에서는 신호대양자화잡음비를 이론적으로 유도하고, 다양한 자장의 세기 및 수신 시스템에 대하여 신호대양자화잡음비를 계산함으로써 고자장에서, 특히 상대적으로 신호가 큰 3차원영상에서, 양자화잡음이 전체 시스템의 신호대잡음비를 제한할 수 있는 주된 잡음원이 될 수 있음을 보였다. 또한 oversampling과 에코의 센터를 비껴가는 샘플링으로 하드웨어의 향상없이 양자화잡음을 줄일 수 있는 방법을 제시하였다.

## 참 고 문 헌

1. Hacke EM, Brown RW, Thompson MR, Venkatesan R.

- Magnetic resonance imaging: Physical principles and sequence design. New York : Wiley-Liss, 1999
- Gonzalez RC, Woods RE, Digital image processing, 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, Inc., 2002
  - Ahn CB, Kim JH, Cho ZH. High-speed spiral-scan echo planar NMR imaging-I. IEEE Trans Med Imag 1986;5:2-7
  - Meyer CH, Hu BS, Nishimura DG, Macovski A. Fast Spiral coronary artery imaging. Magn Reson Med 1992;28:202-213
  - Proakis JG and Manolakis DG. Digital signal processing: Principles, algorithms, and applications. 2nd ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1992
  - Mitra SK. Digital signal processing: a computer-based approach. New York: McGraw-Hill, 1998
  - Childers DG. Probability and random processes using MATLAB with applications to continuous and discrete time systems. New York: WCB/McGraw-Hill, 1997
  - Hashemi RH, Bradley, Jr. WG. MRI: The basics. Baltimore: Williams & Wilkins, 1997
  - 안찰법, 이정선, 김휴정, 이흥규. 자기공명영상에서 신호의 dynamic range와 quantization noise 분석. 대한자기공명의과학회 제7차 학술대회 초록집 2002;75
  - Cho ZH, Ahn CB, Juh SC, Lee HK, Jacobs RE, Lee S, Yi JH, Jo JM. NMR microscopy with 4 um resolution - Theoretical study and experimental results. Med Phys 1988;15:815-824
  - 김치영, 김휴정, 안찰법. T2-weighted Half Fourier Echo Planar Imaging. 대한자기공명의과학회지 2001;5:57-65

## Analysis of Quantization Noise in Magnetic Resonance Imaging Systems

C.B. Ahn

*<sup>1</sup>Department of Electrical Engineering, Kwangwoon University*

**Purpose :** The quantization noise in magnetic resonance imaging (MRI) systems is analyzed. The signal-to-quantization noise ratio (SQNR) in the reconstructed image is derived from the level of quantization in the signal in spatial frequency domain. Based on the derived formula, the SQNRs in various main magnetic fields with different receiver systems are evaluated. From the evaluation, the quantization noise could be a major noise source determining overall system signal-to-noise ratio (SNR) in high field MRI system. A few methods to reduce the quantization noise are suggested.

**Materials and methods :** In Fourier imaging methods, spin density distribution is encoded by phase and frequency encoding gradients in such a way that it becomes a distribution in the spatial frequency domain. Thus the quantization noise in the spatial frequency domain is expressed in terms of the SQNR in the reconstructed image. The validity of the derived formula is confirmed by experiments and computer simulation.

**Results :** Using the derived formula, the SQNRs in various main magnetic fields with various receiver systems are evaluated. Since the quantization noise is proportional to the signal amplitude, yet it cannot be reduced by simple signal averaging, it could be a serious problem in high field imaging. In many receiver systems employing analog-to-digital converters (ADC) of 16 bits/sample, the quantization noise could be a major noise source limiting overall system SNR, especially in a high field imaging.

**Conclusion :** The field strength of MRI system keeps going higher for functional imaging and spectroscopy. In high field MRI system, signal amplitude becomes larger with more susceptibility effect and wider spectral separation. Since the quantization noise is proportional to the signal amplitude, if the conversion bits of the ADCs in the receiver system are not large enough, the increase of signal amplitude may not be fully utilized for the SNR enhancement due to the increase of the quantization noise. Evaluation of the SQNR for various systems using the formula shows that the quantization noise could be a major noise source limiting overall system SNR, especially in three dimensional imaging in a high field imaging. Oversampling and off-center sampling would be an alternative solution to reduce the quantization noise without replacement of the receiver system.

**Index words :** Quantization noise  
Signal-to-quantization noise ratio (SQNR)  
High field imaging  
Oversampling  
Off-center sampling  
Analog-to-digital converter (ADC)

Address reprint requests to : Chang Beom Ahn, Ph.D., Department of Electrical Engineering, Kwangwoon University,  
447-1 Wolgye-dong, Nowon-gu, Seoul 139-701, Korea.  
Tel. 82-2-940-5148 Fax. 82-2-909-3159 E-mail: cbahn@daisy.kw.ac.kr