

## 철근콘크리트 기둥의 3차원 비선형 유한요소 해석

권민호<sup>1)\*</sup> · 정준호<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 경상대학교 토목공학과 공학연구원 <sup>2)</sup> 계명대학교 공과대학 토목공학과

(2003년 12월 10일 원고접수, 2004년 4월 15일 심사완료)

### Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Columns

Minho Kwon<sup>1)\*</sup> and Chun Ho Chang<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Engineering Research Institute, Dept. of Civil Eng., Gyeongsang National University, Jinju, Geyongnam, 660-701, Korea

<sup>2)</sup> Dept. of Civil Eng., Keimyong University, Daegu, 702-170, Korea

(Received December 10, 2003, Accepted April 15, 2004)

#### ABSTRACT

A recently developed three dimensional concrete law is used for the analysis of concrete specimens and reinforced concrete columns subjected to different load patterns. The hypoelastic, orthotropic concrete constitutive model includes coupling between the deviatoric and volumetric stresses, works with both proportional and non-proportional loads and is implemented as a strain driven module. The FE implementation is based on the smeared crack approach with rotating cracks parallel to the principal strain directions. The concrete model is validated through correlated studies with: (a) experimental tests on confined concrete cylinders; (b) experimental results on three reinforced concrete columns tested at the University of California, San Diego. The correlations are overall very good, and the FE responses capture all the main phenomena observed in the experimental tests.

**Keywords :** constitutive model, finite element analysis, concrete, hypoelastic model, orthotropic model

#### 1. 서 론

일반적으로 경계조건과 하중조건에 따라서 철근콘크리트의 특성과 그 거동을 좀더 명확하게 이해하기 위하여 유한요소해석이 시도되었다. 보 요소 또는 2차원의 유한요소를 사용하는 단순 해석법이 유용하게 사용되며 3차원 유한요소해석은 이에 비하여 훨씬 복잡하나 구속효과 및 전단거동 등 콘크리트 구조물 전반적 거동을 묘사할 수 있다. 그러므로 3차원의 철근콘크리트 구조물의 해석에는 3차원의 콘크리트 구성모델을 필요로 하며, 이 모델은 압축과, 인장균열, 구속력의 증가에 따른 강도와 연성 증가 등 삼축응력 상태의 콘크리트의 비선형 특징을 묘사할 수 있어야 한다. 하지만 이러한 콘크리트 구성방정식을 유한요소프로그램에 전산화하는 것은 매우 어려운데, 이는 유한요소의 이산화 오차와 콘크리트의 불연속적 특성과 비균질적 특성 등 불연속적인 문제를 유한요소에서 연속으로 취급하기 때문이다. 특히 균열은 콘크리트의 불연속성을 나타내는 대표적인 현상이며, 일반적으로 이산 균열

(discrete crack) 모델과 손상 균열(smeared crack) 모델로 이상화되어왔다. 이산 균열모델의 개념은 물리적 균열의 특성과 잘 일치하지만 균열 영역이 미리 정의되어 있어야 할뿐 아니라 요소를 다시 생성해야하는 복잡성을 가지고 있다. 손상 균열 모델은 유한요소의 연속성과 잘 일치하고 있지만 구조물의 전단강도를 크게 예측하는 오류를 발생시킬 수 있다. 또한 손상 균열모델은 고정 균열과 회전 균열모델로 분류될 수 있다.

또한 철근콘크리트 구조물에서 철근은 봉 요소로 또는 입체요소에 포함되거나 입체요소 내에 분포되는 것으로 모델링 될 수 있지만 Darwin에 의하면 철근의 모델에 따른 해석결과의 차이는 그리 크지 않는 것으로 알려졌다<sup>1)</sup>.

본 연구에서는 권과 조<sup>2)</sup>에 의해서 개발된 3차원 콘크리트 구성방정식을 수정 및 개선하여 이를 구속된 콘크리트 공시체의 거동과 캘리포니아 대학(San Diego)에서 실험된 철근콘크리트 기둥에 대한 유한요소해석을 시도하였다.

#### 2. 재료의 구성모델

이 절에서는 철근콘크리트 부재의 유한요소해석에 사용될 콘크리트의 3차원 구성방정식과 철근의 1차원 구성모

\* Corresponding author

Tel : 055-751-5382 Fax : 055-751-5374

E-mail : kwonm@godpeople.com

텔에 대하여 다룬다. 다양한 응력조건에서의 콘크리트 거동을 예측할 수 있는 다양한 구성모델이 지난 20여 년간 개발되었다. 대부분의 콘크리트 구성모델은 구조물의 형상과 비선형 응력-변형률 관계로 인한 복잡성으로 실제 크기의 콘크리트 구조물을 해석하는 데 그리 효과적이지 못하였다. 실제 문제에 적용 가능한 콘크리트 모델이 갖추어야 할 특징으로는 모델이 전산화하기에 단순하면서도 콘크리트 거동을 정확히 예측 가능하여야 하며, 해석과정의 비용이 적게 들어야 한다. 또한 수치적으로 안정하고 견고한 비선형 알고리즘을 가져야 한다. 즉 Gerstle<sup>3)</sup>이 강조한 것처럼, 구성모델의 단순성은 실제 실무자들에게는 중요하기 때문이다. 모델의 단순성과 정확성을 동시에 달성하기 위해서 이 연구에서는 권과 조<sup>2)</sup>에 의하여 개발된 3차원 아탄성모델(hypoelastic model)을 사용하였다. 이 모델은 비례하중 및 비례하지 않는 하중에서의 콘크리트의 반복 거동을 예측할 수 있다.

### 2.1 3차원 콘크리트 구성모델

권과 조<sup>2)</sup>에 의하여 개발된 콘크리트 모델은 비선형 탄성론과 응력기반의 직교모델에 근거한 아탄성모델이다. 이 모델은 콘크리트의 전단 dilatation과 비례하지 않는 하중 및 반복하중 특성을 예측할 수 있으며 Darwin과 Pecknold<sup>4)</sup>에 의하여 처음 소개된 등가일축변형률 개념에 기초하고 있다. 재료의 직교축은 주응력축과 평행한 것으로 가정되었고, 주응력축과 주변형률축은 서로 평행하지 않는 것으로 가정되었다.

직교축에서의 콘크리트의 응력-변형률 관계를 증분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$d\sigma = C_o d\epsilon \quad (1)$$

여기서,  $d\sigma$  와  $d\epsilon$  는 각각 응력과 변형률 증분 값을 의미하고,  $C_o$ 는 재료행렬로 다음과 같다.

$$C_o = \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} E_1(1-\nu_{23}\nu_{32}) & E_1(\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}) & E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ E_2(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32}) & E_2(1-\nu_{13}\nu_{31}) & E_2(\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ E_3(1-\nu_{23}\nu_{32}) & E_3(\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}) & E_3(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12}\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31}\Omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $\nu_{ij}$  는  $i$ 방향의 응력에 의해서 발생하는  $j$ 방향의 변형률에 대한 횡방향 변형률 비이며( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $\Omega = 1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$ ,  $E_i$  는 직교방향 중  $i$ 방향으로의 재료계수( $i = 1, 2, 3$ ), 그리고  $G_{ij}$ 는  $i-j$  평면에 대한 전단계수이다.

비대칭 균열 발생을 고려하기위해 비대칭 푸아송비를

사용하며 재료행렬의 대칭 조건으로부터 푸아송비가 유도된다. 전단계수  $G_{ij}$  는 임의의 참조 좌표계에 대한 변환에 대하여 불변한다는 가정에 의하여 Lekhnitskii<sup>5)</sup>는 다음과 같이 정식화하였다.

$$G_{ij} = \frac{E_i E_j}{E_i(1+\nu_{ij}) + E_j(1+\nu_{ji})} \quad (3)$$

유한요소로의 전산화 과정에서 증분형태의 응력과 변형률관계는 재료의 직교축에 대하여 유도되기 때문에 구조물의 전체 좌표계로 변환하기 위하여 다음과 같은 변환이 이루어져야 한다. 방향코사인으로 이루어진 회전 행렬  $T$ 에 의해서 다음과 같이 좌표변환을 수행한다.

$$C = T^T C_o T \quad (4)$$

여기서,  $C$ 는 전체 좌표계에서의 재료행렬이다.

권과 조<sup>2)</sup>에 의해서 논의 된 것처럼 Darwin과 Pecknold<sup>4)</sup>에 의해서 제안된 등가일축변형률 개념을 사용하여 3차원의 구성 관계를 3개의 독립된 일축의 응력-변형률 관계로 분해할 수 있다. 등가 일축변형률( $\epsilon_{ui}$ )은 물리적인 의미를 가지지는 않지만 등가일축 응력-변형률 곡선에서 주응력  $\sigma_{pi}$ 를 계산하는 데 사용된다. 등가일축 응력-변형률 곡선을 정의하는 매개변수들은 하중의 상태에 따른 응력 상태에 의해서 결정된다. 등가일축변형률은 일반적으로 증분 형태의  $d\epsilon_{ui} = d\sigma_{pi}/E_i : (i=1,2,3)$ 로부터 계산된다. 여기서  $E_i$ 는 재료의 직교계수이다. 이 연구에서는  $E_i$ 로 할선 계수를 사용하였고 등가일축변형률은 증분 변형률  $d\epsilon_{ui}$ 를 적분하여 계산하도록 정의하였다.

등가일축변형률  $\epsilon_{ui}$ 에 대응하는 응력을 계산하기 위해서 일축 콘크리트 구성관계가 필요하며, Kwon<sup>6)</sup>이 제안한 것과 같이 최대 압축 정점 전에는 Popovics<sup>7)</sup>의 곡선을, 정점 후에는 Saenz<sup>8)</sup>곡선을 사용하였다. 이 곡선을 Fig. 1에 도시하였고, 다음과 같이 한 개의 방정식으로 정의된다.

$$\sigma = f_c \frac{K\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)}{1 + A\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right) + B\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)^2 + C\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)^3 + D\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)^r} \quad (5)$$

여기서,  $K = E_o \frac{\epsilon_c}{f_c}$ ,  $K_\epsilon = \frac{\epsilon_t}{\epsilon_c}$ ,  $K_o = \frac{f_c}{f_t}$ ,  $r = \frac{K}{K-1}$

$\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right) \leq 1$  : Popovics 곡선,  $A = B = C = 0$ ;  $D = K - 1$

$\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right) > 1$  : Saenz 곡선,  $A = C + K - 2$ ;  $B = 1 - 2C$ ;

$$C = K \frac{(K_o - 1)}{(K_\epsilon - 1)^2} - \frac{1}{K_\epsilon}; D = 0$$

$E_o$ : 초기접선탄성계수,  $\epsilon$ : 일축변형률

$f_c$ : 재료의 최대압축강도

$\epsilon_c$ :  $f_c$ 에 대응하는 일축 변형률  
 $\epsilon_f, f_f$ : 응력-변형률의 하강곡선의 하강점

인장영역의 응력-변형률 곡선은 최대정점응력을 인장강도 ( $f_t$ )를 이용하여 식 (5)와 유사하게 정의된다. 특히 정점이후의 곡선을 정의하는 하강점은 균열 특성과 관련이 있으며 일반적으로 최대변형률의 4배, 최대 응력의 0.25배로 정의된다<sup>4)</sup>.

### 2.1.1 콘크리트의 파괴면

식 (5)에 의하여 정의되는 응력-변형률 곡선은 정점 응력  $f_{ci}$ 와 변형률  $\epsilon_{ci}$ 에 의해서 정의되며, 첨자  $i$ 는 세 개의 주응력방향을 나타낸다.  $f_{ci}$ 와  $\epsilon_{ci}$ 는 주응력 파괴면과 주변형률 파괴면에 의해서 각각 결정된다. 주응력 파괴면으로부터 현재의 주응력비(  $\sigma_{\beta 1}/\sigma_{\beta 2}/\sigma_{\beta 3}$  )에 의해서 최대정점 응력  $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}$ 을 결정하게 된다. 이 연구에서는 Willam과 Warnke<sup>9)</sup>가 개발한 5 매개변수를 가지는 파괴면을 수정하여 사용하였다. 이 파괴면은 기존의 최대 인장강도에 근거한 Rankine의 파괴면과 전단강도에 근거한 Mohr-Coulomb의 파괴면을 조합한 파괴면이며, 다음 식으로 표현된다.

$$\tau_o^2 + A \left( \frac{\tau_o}{\sqrt{2}} r(e, \phi) + \sigma_o \right) + B = 0 \quad (6)$$

여기서,  $r(e, \phi)$ 는 Menetrey와 Willam<sup>10)</sup>에 의해서 정의된 다음의 파괴면의 극반지름이다.

$$r(e, \phi) = \frac{a\eta^2 + b^2}{a\eta + b / (a(\eta^2 - 1) + b^2)} \quad (7)$$

여기서,  $A = \frac{f_c^2 - f_t^2}{9f_c}(2 + a)$ ,  $B = -\frac{2f_t f_c}{9}$

$a = f_t/f_c$ ,  $f_c$ 와  $f_t$ : 콘크리트의 일축압축 및 인장강도  
 $a = 1 - e^2$ ,  $b = 2e - 1$ ,  $\eta = 2\cos(\phi)$ ,  $\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[ \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \right]$

이며,  $\phi$ 는 Lode각으로  $J_2$ 와  $J_3$ 로 이루어진 평면에서의 편차응력면 (deviatoric plane)에서 응력점의 방향을 나타낸다.  $J_2$ 와  $J_3$ 는 편차응력 텐서(deviatoric stress tensor)의 2차 및 3차 불변량을 나타내며,  $e$ 는 파괴면의 편차응력면의 곡률도를 나타내는 편심이다.  $0.5 \leq e \leq 1.0$ 일 때 파괴면은 완만한 타원형의 곡선이 된다. 그러므로 Menetrey와 Willam<sup>10)</sup>은 2축 하중의 경우 취성도  $\alpha$ 가 0.1과 같다는 가정에서  $e$ 를 0.52 값으로 사용하도록 제안하고 있다. Comité Euro-International du Béton<sup>11)</sup>에서 콘크리트의 곡률도는  $0.5 \leq e \leq 0.6$  범위에 있도록 제안하고 있다. 권과 조<sup>2)</sup>는  $e$ 값으로 취성도  $\alpha$ 에 근거하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

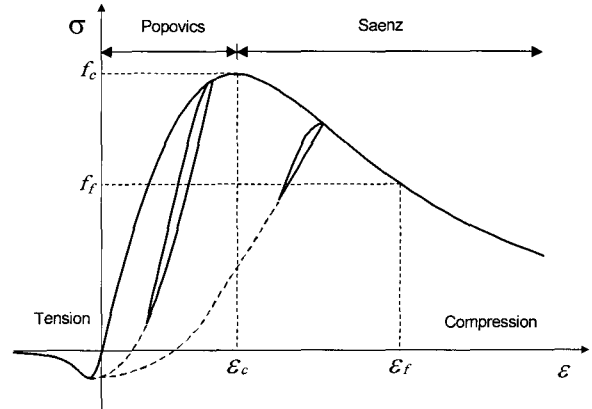


Fig. 1 Popovics-Saenz curve<sup>6)</sup>

$$e = \frac{2 + \alpha}{4 - \alpha} \quad (8)$$

식 (8)은 파괴면의 편차응력 단면이 완만한 형태로 유지되기 위해서는 최소한 취성도가 0보다 커야됨을 보여주며, 만약 취성도가 1과 같을 때는 편심도  $e$ 는 1이 되고 편차응력면은 원이 되어서 강재와 같은 금속 재료에 적합한 파괴면이 된다.

취성도가 0.1일 때는 편심도  $e$ 는 0.538이 되며 이는 Menetrey와 Willam<sup>10)</sup>이 제안한 값에 가깝게 된다. 중수압 방향으로 작용하는 하중에 대한 비선형 효과를 예측하기 위하여 기존의 파괴면에 캡 파괴면을 도입하였다. 이 파괴면은 중수압 응력의 향으로 권과 조<sup>2)</sup>의 논문에 정의되어 있다.

### 2.1.2 푸아송비

횡방향 변형률을 정의하기 위하여 권과 조<sup>2)</sup>에 의해서 제안된 다음 식을 푸아송 방정식으로 사용하였다.

$$\nu_{ij} = \sqrt{\nu_{ui}\nu_{uj} \frac{E_i}{E_j}} \quad (9)$$

여기서,  $\nu_{ui}$ 는  $i$ 방향의 일축 횡변위 비를 나타낸다. 위식에서  $\nu_{ij}$ 는 식 (2)의 재료행렬의 대칭조건을 만족하며  $\nu_{ui}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_{ui} = \nu_o \left[ 1 + \frac{1}{K_v} \left\{ A_i \left( \frac{\epsilon_{ui}}{\epsilon_{ci}} \right) + B_i \left( \frac{\epsilon_{ui}}{\epsilon_{ci}} \right)^2 + C_i \left( \frac{\epsilon_{ui}}{\epsilon_{ci}} \right)^3 \right\} \right] \quad (10)$$

여기서,  $\nu_o$ 는 초기 푸아송비이고,  $A_i, B_i, C_i$ 는 식 (5)에서 사용된 것과 동일한 매개변수이며 이때  $C_i$ 에 사용된  $K$ 와  $K_v$ 는 다음과 같다.

$$K = \left( \frac{1}{2} \right) \nu_o, \quad K_v = \frac{E_o \epsilon_{ci}}{2f_{ci}} \quad (11)$$

### 2.1.3 구속효과

일축 구성관계를 완전히 정의하기 위해서는 Fig. 1과 같이 일축 응력-변형률 곡선의 하강점 ( $\epsilon_f, f_f$ )이 정의되어야 한다. 구속력의 증가는 콘크리트의 강도와 연성을 증가시키게 되며, 구속력의 증가에 의해서 취성에서 연성 파괴로 그 거동이 달라지는 현상을 보여준다. 이런 현상을 모델하기 위하여 Simth 등<sup>12)</sup>에 의해서 수행된 구속력을 받는 콘크리트의 실험결과를 바탕으로 하여 하강점에 대하여 권과 조<sup>2)</sup>는 다음 식을 제안하였다.

$$\epsilon_f = 4\epsilon_c, \quad f_f = \frac{f_c f'_c}{5f'_c - f_{ci}} \leq 1.4 \quad (12)$$

여기서,  $f'_c$ 은 콘크리트의 일축압축강도이다.

### 2.1.4 단순 전단 및 순수 전단

편차 응력면을 따라 작용하는 하중을 받는 콘크리트 공시체에 전단에 의한 체적변화가 일어나는 것은 널리 알려져 있다. 권과 조<sup>2)</sup>에 의해서 제안된 아탄성모델은 그러한 현상을 예측할 수 없는데, 이는 전단 거동과 수직 거동의 상호작용이 무시되어 있기 때문이다. 그러므로 원래의 아탄성모델은 단순 전단의 경우(단 한 개의 전단변형률이 하중으로 작용하는 경우)와 순수 전단의 경우(단 한 개의 전단 응력이 하중으로 작용하는 경우)에 대한 거동을 정확히 예측하는 것이 불가능하다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 Gerstle<sup>13)</sup>에 의해서 제안된 상호작용 계수에 근거하여 다음의 팔면체 응력으로 표현되는 추가적인 응력 강도 결정과정에서 중수압 응력에 포함시켰다.

$$\sigma_{vol} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - 1.4142\beta\tau_{oe} \quad (13)$$

여기서,  $\beta = \frac{\tau_o}{\tau_{oc}}$  이고,  $\tau_o$ 는 팔면체 전단응력이며,  $\tau_{oc}$ 는 최대 팔면체 전단응력,  $\tau_{oc} = 2G_o\gamma_o$ 로서 선형 탄성의 팔면체 전단응력을 나타내며,  $G_o$ 는 초기 전단계수,  $\gamma_o$ 는 선형 탄성 팔면체 전단변형률이다. 추가된 응력 항은 편차응력에 의해서 발생된 체적 응력이다.

순수 전단의 경우는 순수 비틀림 하중에 의해서 발생하며 Fig. 2에 나타난 것처럼 한 개의 전단응력 ( $\tau_{xz}$ )을 제외한 모든 응력을 0으로 고정하였다. 전단응력과 변형률 관계의 그래프는 Fig. 3(b)에 나타내었다. 곡선이 정점을 통과하지 못하였는데, 이는 하중제어로 하중을 작용시켰기 때문이다. 재하된 전단응력은 Fig. 3(a)의 하중 마지막 단계의 Mohr 원과 같이 체적변화가 발생한다.

Fig. 4의 단순 전단의 경우는 한 개의 전단변형률 ( $\gamma_{xz}$ )만 작용시키고 나머지 변형률은 모두 0으로 구속한 경우이다 공시체가 수직방향으로(z방향)으로 팽창하기 때문에 수직 방향으로 구속효과가 발생하게 된다.

Fig. 5(a)는 마지막 하중단계에서 응력의 Mohr 원을 나타내며, Fig. 5(b)는 전단응력-변형률 그래프이다. 전단응력-변형률 그래프에서는 구속력의 증가에 따른 변형률경화 현상을 보여주고 있다. 권과 조<sup>2)</sup>에 의해서 개발된 기존 모델은 단순 전단과 순수 전단의 경우 해석 결과가 거의 동일하게 나타나며 단순 전단의 구속효과를 예측할 수 없다.

### 2.1.5 균열모델과 콘크리트 모델의 전산화

유한요소해석에서 콘크리트의 인장균열은 이산모델 또는 손상모델로 모델링된다. 이산모델은 입체요소 사이에

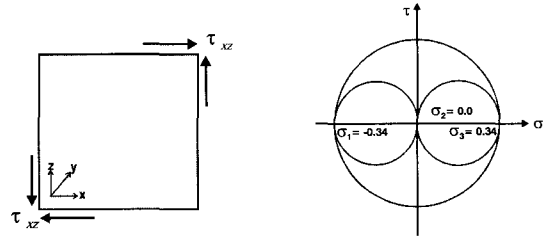
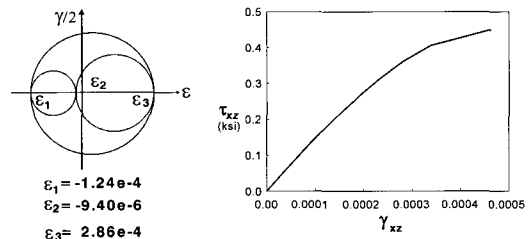


Fig. 2 Pure shear loading and stress Mohr circle



(a) Strain Mohr circle (b) Stress-strain response at last loading point

Fig. 3 Pure loading results

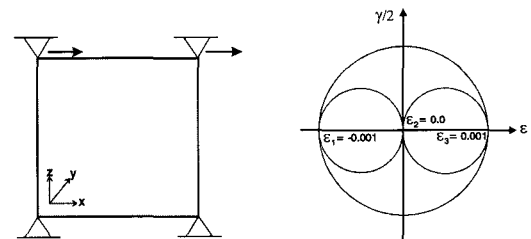
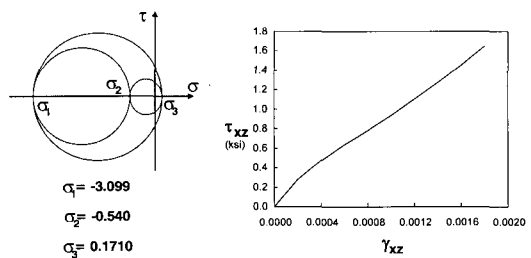


Fig. 4 Simple shear loading and strain Mohr circle



(a) Stress Mohr circle (b) Stress-strain response at last loading point

Fig. 5 Simple shear results

인터페이스 요소를 사용하여 균열을 모델링하며, 매우 정교한 반면 해석을 실시하기 전에 미리 균열의 방향과 위치를 선정해야하고 균열 발생지역에 대하여 새로운 요소를 생성해야한다. 그러므로 비례하지 않는 하중이 작용할 때 발생하는 균열의 회전과 다중 균열 등을 예측하기 어렵다. 손상균열모델은 균열이 발생한 입체요소가 연속이며, 적분점에서의 응력-변형률 관계가 균열의 확장 및 방향을 결정한다고 가정한다. 이러한 가정은 균열의 물리적 불연속성과 잘 일치하지 않는다. 두 모델간의 이런 단점과 장점은 여전히 논쟁거리이며 대안적인 방법으로 embedded 균열모델이 등장하고 있지만 여전히 정식화 과정에서 여러 가지 문제를 가지고 있다<sup>14)</sup>.

이 연구에서는 손상균열모델을 사용하였고 철근을 많이 가지고 있는 구조물과 같이 균열이 넓게 분포된 경우에 대하여 비교적 정확한 해석이 가능한 것으로 알려져 있다. 하지만 손상균열모델은 유한요소의 크기에 따른 응력 잠김 현상으로 구조물의 전단강도를 과대평가하는 단점을 가지고 있다. 이러한 문제는 조밀한 요소를 사용하면 해결될 수 있지만 해석 비용이 증가하게 된다. 손상균열모델은 고정균열 또는 회전균열로 모델링되는데 고정균열의 경우는 이산균열모델의 장점을 손상모델에 포함시킨 것이며 회전균열모델은 하중재하 중에 주변형률 방향의 변화에 따라서 균열의 방향이 회전할 수 있도록 허용된 모델이다. 하지만 Rots와 Blaauwendraad<sup>15)</sup>에 의해서 고정손상균열모델이 더 심한 응력 잠김 현상을 보여주는 것으로 밝혀졌다. 회전손상균열모델은 주응력축과 주변형률축이 일치하는 것으로 가정하여 정식화하여 왔으나 Milford<sup>16)</sup>는 이방성 철근 콘크리트 단면에서 주응력 방향과 주변형률 방향을 일치하지 않는 것으로 가정하였다.

제안된 모델에서는 회전균열모델을 사용하였고, 주응력축과 주변형률축은 일치하지 않는 것으로 가정하였다. 콘크리트의 인장거동을 위한 일축 구성관계는 압축거동과 비슷한 형태의 곡선을 축소하여 사용하였고, 하강점은 고정하여 사용하였다 ( $f_f = 0.25f_t$ ,  $\epsilon_f = 4\epsilon_t$ ). 균열방향은 주인장 변형률 방향에 수직하는 것으로 가정되고 균열은 최대인장변형률을 초과할 때 발생하는 것으로 가정하였다. 콘크리트의 구성모델은 범용 유한요소 프로그램인 FEAP<sup>17)</sup>의 입체요소로 전산화하였고 비선형해석을 위해서 접선 또는 할선강성도법을 사용할 수 있도록 전산화하였다. 접선강성도법은 직교탄성계수가 응력-변형률 곡선의 정점 전후에서 0으로 접근하여 수치적 문제를 발생하게 되므로 재료의 구성관계에서는 할선법을 사용하도록 하였고, 요소 레벨에서는 접선 또는 초기강성도법을 사용하였다. 제안된 모델의 전산화 알고리즘을 Fig. 6에 도시하였다. 콘크리트 구성관계에서 반복하중에 대한 하중재하 및 제거는 다음의 하중함수에 의하여 결정하였다.

$$f = \sqrt{\frac{\epsilon_{u1}^2 + \epsilon_{u2}^2 + \epsilon_{u3}^2}{\epsilon_{c1}^2 + \epsilon_{c2}^2 + \epsilon_{c3}^2}} \quad (14)$$

여기서,  $\epsilon_{ui}$ 는 등가일축변형률이며,  $\epsilon_{ci}$ 는 압축강도에 대응하는 변형률이다. 만약  $f_{max}$ 가 현재의 하중단계에서 하중 조건식의 최대값이라면,  $f > f_{max}$  일 때 하중재하로,  $f \leq f_{max}$  일 때에는 하중제거로 판단하였다.

## 2.2 철근의 구성모델

강 구조물의 거동을 예측할 수 있는 다양한 강재의 구성모델이 개발되었으며, 이들 중 몇몇은 소성론에 의해서 개발되었고 이를 입체요소에 적용하였다. 하지만 철근의 구성모델로 개발된 것은 대부분 일축구성모델로서 실험결과에 근거한 현상학적 모델이다. 그러므로 이 연구에서는 복잡한 모델 대신에 단순히 두 직선으로 이루어진 변형률경화모델을 철근의 구성모델로 사용하였다.

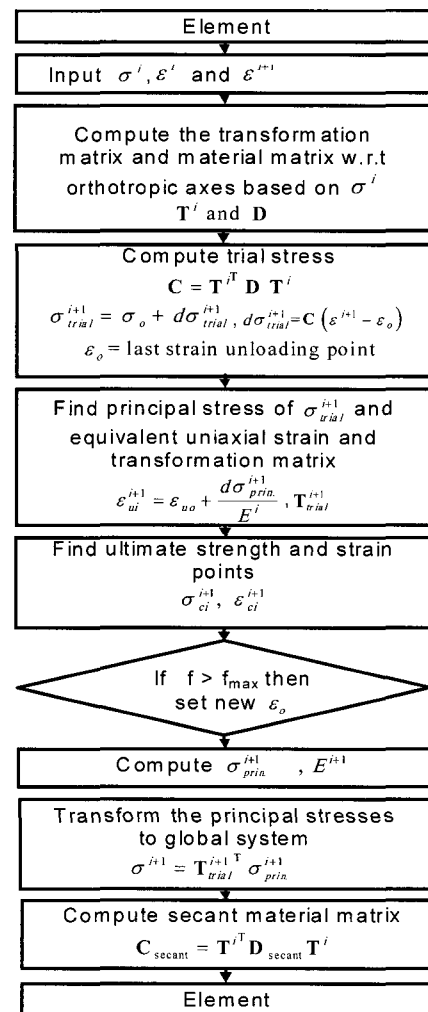


Fig. 6 Flowchart of constitutive module for finite element implementation

### 3. 콘크리트 모델 검증

권과 조<sup>2)</sup>는 콘크리트 구성모델의 검증을 위해서 여러 실험결과들과 비교를 수행하였다. 이 논문에서는 구속받는 콘크리트 공시체의 반복하중 실험결과와 비교하여 모델에 대한 추가적인 검증을 시도하였다.

Fig. 7은 0.5 ksi (3.5 MPa)의 일정한 횡 구속력과 축방향 반복하중을 받는 콘크리트 공시체의 실험결과와 해석결과를 보여주고 있다. 이 실험은 Huribut<sup>18)</sup>에 의해서 수행되었고 구속받지 않는 상태에서의 콘크리트 강도는 3.35 ksi (23 MPa)이었다. 수치해석 결과는 비교적 구속받는 콘크리트의 압축 강도와 연성거동을 잘 예측하고 있다. 해석결과에서는 실험결과에 비해서 하중 제거의 강성도가 적게 나타나는데, 이는 Fig. 1의 일축 구성관계에서 Lee와 Willam<sup>19)</sup>에 의해서 제안된 것과 같이 하중제거에서 인장강도를 하중 제거 정점으로 고정시켰기 때문이다.

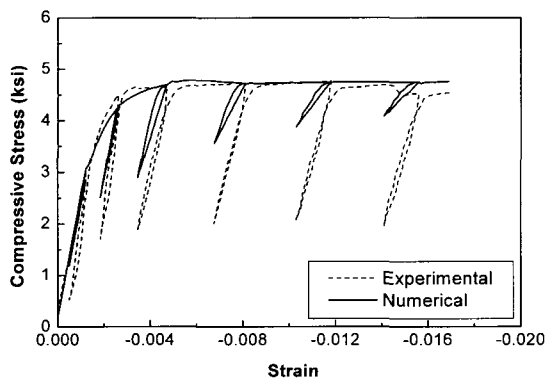


Fig. 7 Experimental and numerical responses of concrete cylinder under constant confining stress of 0.5 ksi(3.5 MPa)

### 4. 철근콘크리트 기둥의 해석

제안된 콘크리트 모델과 구조 부재의 거동에 대한 유한요소 해석을 실시하기 위하여 캘리포니아대학(샌디에고)에서 Xiao 등이<sup>20)</sup> 실험한 3개의 철근 콘크리트 기둥에 개발된 모델을 적용하였다. 이 기둥들은 1960년대 건설된 실제 교량 교각의 1/3 정도의 크기를 크기이며, 기둥 양단은 고정되어 있고, 기둥 상단에 일정한 연직하중 작용시키고, 횡방향변위를 증가시키면서 실험을 수행하였다.

#### 4.1 재료의 물성치와 하중 및 기하학적 조건

실험에 사용된 콘크리트와 강재의 재료특성은 Table 1과 같다. 기둥의 세부사항은 Fig. 8에 도시하였고 세 개의 기둥을 Xiao 등<sup>20)</sup>에 의해서 명명된 것처럼 각각 R1, R3, R5라고 명명하였다. 기둥 R1과 R3는 높이가 96in.(2.4m)이고 R5의 높이는 72in.(1.8m)이다. R1의 종방향 철근에는 항복응력 46ksi(317MPa)의 철근이 사용되었으며 R3와 R5의 종방향 철근에는 항복응력 68ksi(469MPa)인 철근이 사용되었다. 철근의 탄성계수는 29,000ksi ( $2 \times 10^5$  MPa)이고 초기 콘크리트의 푸아송비 ( $\nu_0$ )는 0.2로 가정되었다. 해석작업을 단순화하고 계산시간을 줄이기 위하여 유한요소 모델에 콘크리트의 피복두께와 하중장치 그리고 기초에 있는 철근은 포함시키지 않았다. 실험에 사용된 횡방향 및 종방향 철근량과 같은 양이 되도록 z-방향의 철근을 이산화된 요소 내에 분포시켜 모델링하였다. y-방향으로는 Fig. 8와 같이 8개의 절점을 갖는 입체요소로 모델하였다. 종방향 및 횡방향철근 모두 일축 구성관계를 갖는 봉 요소로 모델하였다. 콘크리트는 8개의 절점을 갖고 8개의 가우스 적분점을 갖는 입체요소로 모델되었고, 철근과 콘크리트는 완전하게 부착된 것으로 가정되었다.

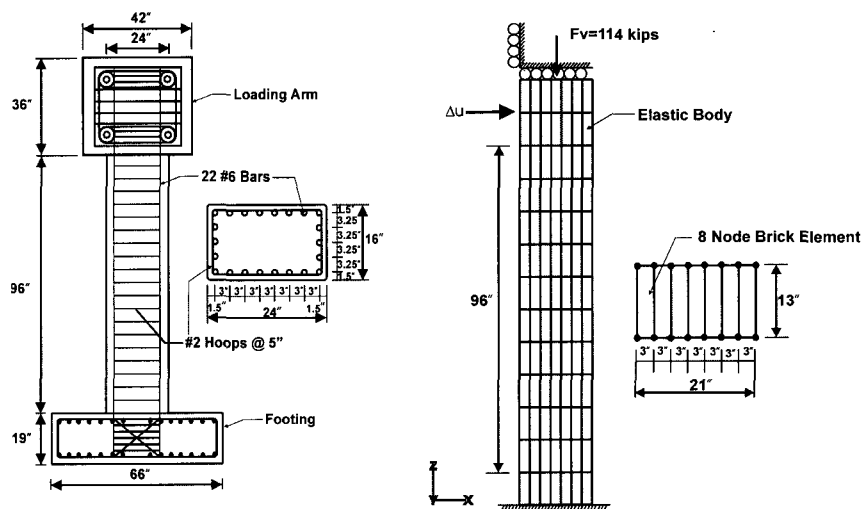


Fig. 8 Experimental setup, column details and finite element mesh for three columns tested at University of California at San Diego<sup>20)</sup>

기초와 하중재하 장치는 무한 강성을 갖는 탄성체로 가정하여 실험에서 완전하게 고정되지 않는 경계조건을 고려할 수 있게 하였다. 또한 Fig. 8에서와 같이 기둥 상 하단은 비대칭 경계조건을 가지고 있다. 실험에서 기둥 상단에 114 kips (518 kN)의 수직하중을 작용시켰고 횡방향 반복 변위를 상단에 작용시켰다. 유한요소해석에서는 세 기둥의 파괴에 대한 메커니즘이 주요 관심 대상이므로 반복 하중 대신 단조하중을 재하하였다.

#### 4.2 기둥 R1

다른 두 기둥과는 달리 기둥 R1은 전단에 강하게 설계되었는데, Table 1처럼 항복응력이 낮은 종방향 철근과 항복응력이 높은 횡방향철근이 사용되었다. 실험과 해석결과를 Fig. 9에 나타내었다. 실험에서는 휨-전단 균열이 관찰되었고, 마지막 반복에서 전단파괴에 의하여 강도 감소가 발생하였다. 단조하중을 작용시킨 해석 결과에서도 비슷한 결과를 보여주고 있는데, 그래프의 기울기 감소는 기둥에 형성된 압축 스트럿의 압축 파괴에 의해서 시작되었다(Fig. 10에 도시된 횡방향변위 1.2 in.(30.5 mm)에서 콘크리트의 수직 변형을 등고선으로부터 이를 관찰할 수 있다).

해석 결과에서는 기둥의 바닥과 상단 단면에서 인장 종방향철근이 횡방향 힘이 95 kips (423 kN)일 때 처음 항복 변형률에 도달했고 (이에 대응하는 횡방향변위는 0.35 in.(8.89 mm)이다), 반면에 실험에서는 횡방향 힘이

Table 1 Material properties of three columns

Column	Concrete strength	Yield strength of longitudinal steel	Yield strength of hoop steel
R1	5.5 ksi (38 MPa)	46.0 ksi (317 MPa)	52.3 ksi (360 MPa)
R2	4.95 ksi (34 MPa)	68.1 ksi (469 MPa)	47.0 ksi (324 MPa)
R3	4.75 ksi (33 MPa)	68.1 ksi (469 MPa)	47.0 ksi (324 MPa)

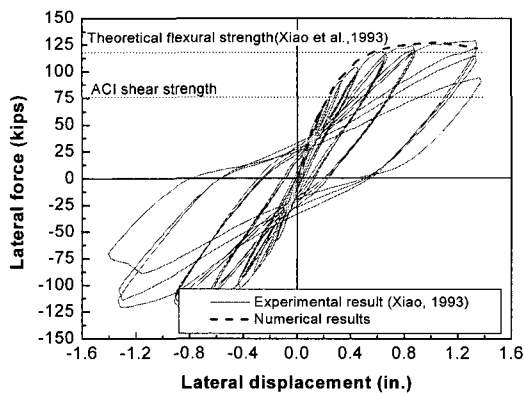


Fig. 9 Lateral force-displacement response of column R1

90 kips (401 kN)이고 횡방향변위가 0.32 in. (81 mm)일 때 종방향 철근이 처음으로 항복한 것으로 관찰되었다. 횡방향 변형률이 해석 마지막 단계(횡방향변위가 1.3 in. (33 mm))에서 항복변형률에 매우 가깝게 도달했으나, 반면에 실험에서는 횡방향철근의 항복이 관찰되었다.

#### 4.3 기둥 R3

Table 1의 기둥 R3는 기둥 R1과 비교해서 낮은 콘크리트 압축 강도를 가지고 있고, 종방향 철근은 더 큰 항복응력을, 횡방향철근은 낮은 항복응력을 가지고 있다. 실험에서 기둥은 큰 전단 균열과 함께 파괴되었고 이는 Fig. 11과 같이 급작스러운 강도의 감소로 이어졌으며, 전단 파괴는 기둥이 휨강성에 도달하기 전에 발생하였다. 해석결과 는 비슷한 경향을 보여주고 있지만 Fig. 11의 A점에서

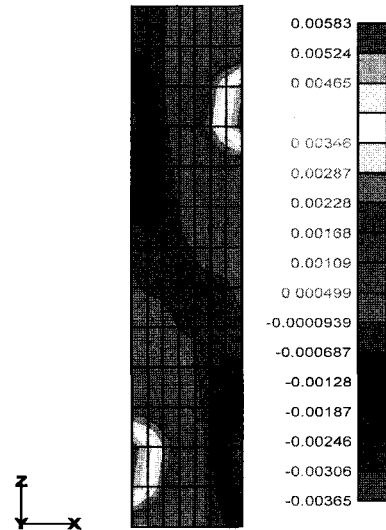


Fig. 10 Concrete strain  $\epsilon_{zz}$  distribution in column R1 at a lateral displacement of 1.2 in.

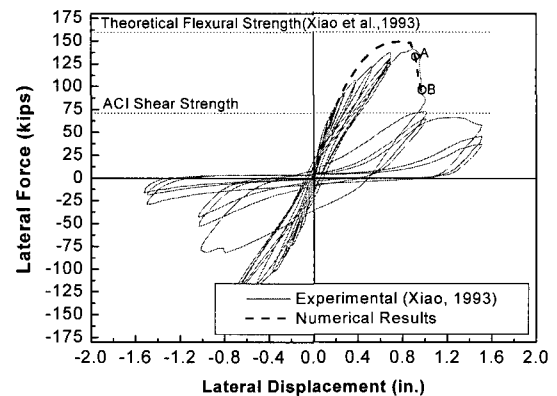
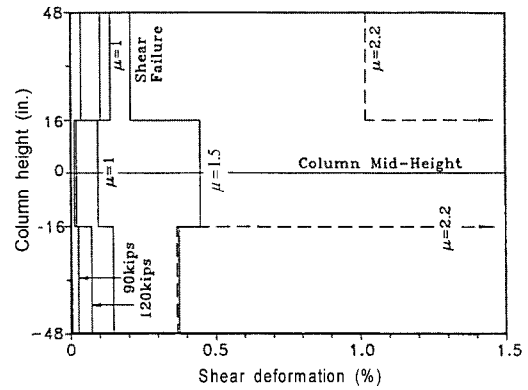


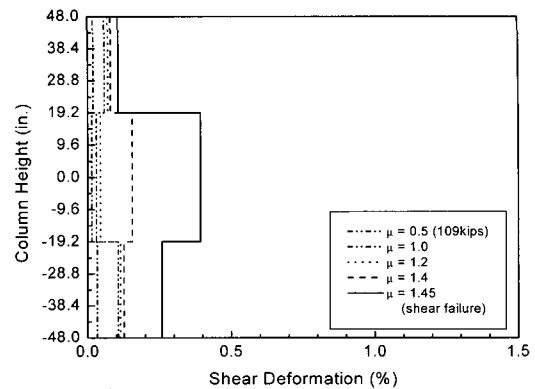
Fig. 11 Lateral force-displacement response of column R3

기둥 강도의 감소는 Fig. 12와 같이 횡방향변위가 0.87 in. (22mm) 일 때 콘크리트 압축스트럿의 압축파괴로부터 시작되었다 그런 후 Fig. 11의 B점에서 바로 급작스러운 전단파괴가 뒤따랐다. 실험에서는 횡방향 힘이 120 kips (534 kN)이고 횡방향변위가 0.52 in. (13.2 mm) 일 때 종방향 철근의 항복이 발생했고 해석에서는 횡방향 힘이 133 kips (592 kN)이고 횡방향변위가 0.79 in. (20 mm) 일 때 발생하였다. 실험에서는 횡방향변위가 0.79 in. (20 mm)일 때 기둥의 아랫부분에서 18 in. (45.7 cm) 높이에 있는 횡방향철근이 처음으로 항복하였고, 해석결과에서는 횡방향변위가 0.919 in. (23.3 mm) 일 때 기둥의 가운데 부분에서 횡방향철근이 항복하였다. 이러한 차이는 경계조건의 모델링이 정확하게 이루어지지 않은 것에 기인한 것으로 판단된다.

실험과 해석에서 고려된 구간의 크기는 다르지만 Fig. 13은 이러한 전단 변형과 기둥의 전단파괴를 명확하게 설명해주고 있다. 실험에서 전단변형은 기둥의 높이에 따라 32 in. 간격(기둥 높이의 1/3 간격)으로 측정되었지만 수치 해석에서는 기둥을 10등분하였으므로 같은 위치에서의 결과비교가 어려워 비슷한 위치에서 결과의 비교를 시도하였다. 해석결과에서 기둥의 상단과 하단에서는 전단변형은 3개의 층을 평균하여 계산하였고(높이 28.8 in. (73.2 cm)), 기둥의 가운데에는 4개의 층을 평균하여 계산하였다(높이 38.4 in. (86.4 cm)). 하중 초기단계에서는 전단변형이 기둥의 상단과 하단 (기둥 높이의 1/3 구간)에서 크게 발생하였다. 횡방향변위가 증가함에 따라 실험과 해석결과에서 이러한 경향이 반전되었고 가운데 구간에서 큰 전단균열이 발생되었다. 또한 가운데 구간에서의 전단 균열의 발달은 횡방향철근의 항복에 뒤따라 발생하는 것이 관찰되었는데, 이는 횡방향철근의 항복에 따른 구속력 감소가



(a) Experimental results (shear failure at  $\mu = 1.5$ )



(b) Numerical results

Fig. 13 Average shear strains in column R3 ( $\mu = 1$  indicates 0.65 in. lateral displacement<sup>20)</sup>)

전단균열의 발달에 기여한 것으로 사료된다. 전단파괴는 실험에서는 연성도(ductility)  $\mu$ 가 1.5일 때 발생하였으나 해석결과에서는  $\mu$ 가 1.45일 때 발생하였다.

#### 4.4 기둥 R5

기둥 R5는 다른 기둥들에 비하여 짧은 기둥이고 높이와 깊이 비가 3이다. 그리고 세 개의 기둥 중에서 가장 낮은 콘크리트 압축강도를 갖고 있으며 철근의 사양은 Table 1의 기둥 R3의 것과 동일하다. 실험에서 파괴는 큰 전단균열의 발생에 의해서 일어났으며 이로 인하여 Fig. 14와 같이 기둥의 강도가 급작스럽게 감소하였다.

기둥 R3처럼 기둥 R5 또한 기둥의 휨강성에 도달하기 전에 큰 전단균열이 발달하게 되고 이것이 파괴로 이어짐을 보였다. Fig. 14에서 전체적인 수치해석 결과는 실험결과와 비슷한 경향을 보여주고 있지만, 해석결과가 실험결과보다 기둥의 강성을 크게 예측하고 있는데 이는 유한요소 이산화에서 철근과 콘크리트의 완전 부착 가정에 의한 것으로 판단된다. 해석결과에서는 기둥의 파괴가 Fig. 15와 같이 횡방향변위가 약 0.5 in. (12.7 mm)일 때 압축스트럿의 압축파괴에 의해서 시작되었으며 뒤이어 Fig. 14

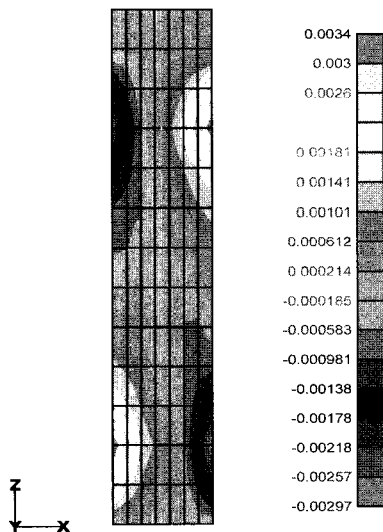


Fig. 12 Concrete strain  $\epsilon_{zz}$  distribution in column R3 at a lateral displacement of 0.87 in.



의 B점에서 큰 전단균열이 발생하였다. Fig. 16에 기둥 높이에 따른 전단변형을 분포를 나타내었다. 실험에서 큰 전단균열이 기둥의 가운데에 집중되어 있는 반면에 해석 결과는 기둥의 가운데에서 시작되었다가 연성도(ductility)  $\mu$ 가 0.9일 때 기둥의 바닥으로 확장되는 양상을 보여주고 있다. 이러한 차이는 앞서 언급한 것처럼 해석결과와 실험결과의 결과비교 위치가 정확하게 일치하지 않고 또한 가정된 경계조건에 기인한 것으로 판단된다.

실험에서 종방향 철근은 횡방향변위 0.51 in. (12.9mm) 일 때 처음으로 항복하는 것으로 관찰되었고, 해석에서는 0.403 in. (10.2mm) 일 때 관찰되었다. 해석결과에서는 횡방향철근의 변형률이 항복 변형률에 근접하였으나 횡방향 철근은 항복하지 않았고, 반면에 실험에서는 횡방향변위가 0.42 in. (10.6mm)일 때 처음으로 항복한 것이 관찰되었다.

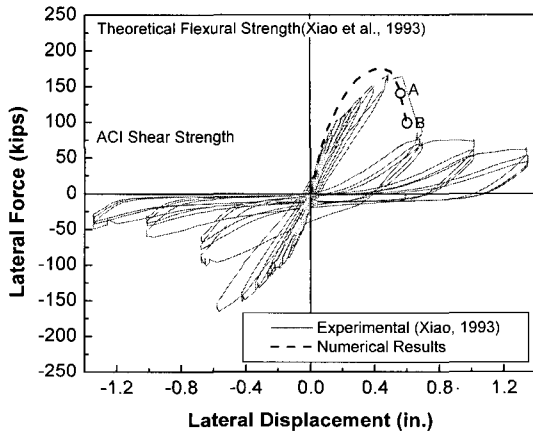


Fig. 14 Lateral force-displacement response of column R5

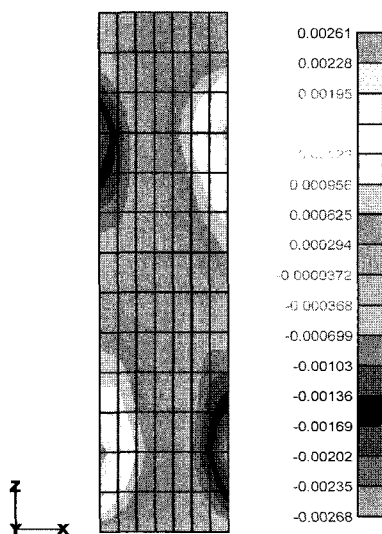
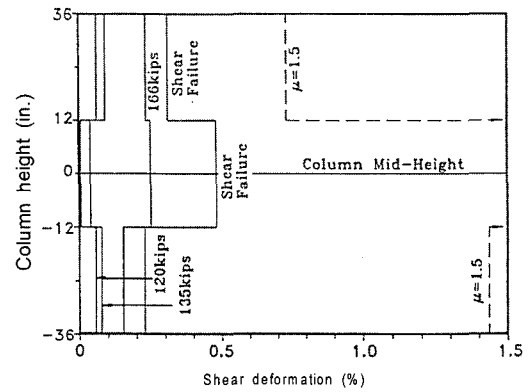


Fig. 15 Concrete strain  $\epsilon_{zz}$  distribution in column R5 at a lateral displacement of 0.5 in.

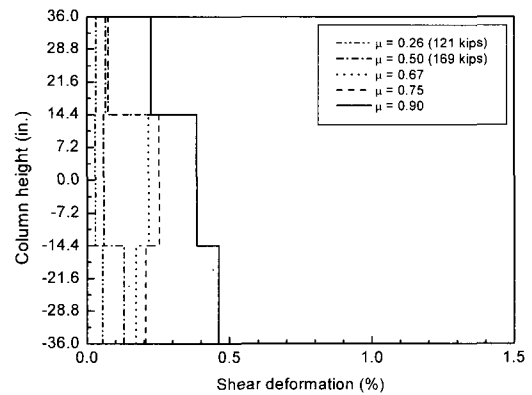
## 5. 결론

최근에 개발되고 발표된 아탄성이론에 근거한 콘크리트의 구성모델을 콘크리트 공시체와 철근 콘크리트 구조물의 해석에 적용하였다. 이 콘크리트 모델은 직교모델로써 주응력축과 직교축이 일치하는 것으로 가정하였고, 주변형률축과 주응력축은 일치하지 않는 것으로 가정하였다. 또한 이 콘크리트 모델은 등가 일축 변형률에 근거하고 있으며 기존의 모델을 전단과 수직응력의 상호작용을 예측할 수 있도록 수정하여 유한요소 프로그램에 구성모델로써 전산화하였다.

구성모델의 전단거동과 구속을 받는 콘크리트의 거동에 대하여 실험결과와의 비교를 통한 검증을 시도하였고, 제안된 모델이 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 보여주었다. 캘리포니아 대학(샌디에고)에서 수행된 세 개의 철근콘크리트 기둥의 실험에 대한 유한요소해석의 시도함으로써 콘크리트 구성모델을 구조 부재 해석에까지 적용하였다. 횡방향 및 종방향 하중의 조합 하중 하에서도 해석 결과가 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 보여주었다.



(a) Experimental results (shear failure at  $\mu=1.5$ )



(b) Numerical results

Fig. 16 Concrete strain  $\epsilon_{zz}$  distribution in column R5 at a lateral displacement of 0.5 in

축방향철근의 항복과 전단 철근의 항복이 실험결과와 잘 일치하며 수치해석에서 파괴는 주로 압축 스테럿의 압축 파괴에 의해서 시작되었고, 전단파괴가 뒤이었다. 또한 급작스러운 전단파괴에 의해서 지배되는 기둥 부재의 파괴 양상을 잘 예측함을 보여 주었다.

단위환산

1 ksi = 70 kgf/cm<sup>2</sup>, 1 in. = 2.54 cm, 1 kips = 0.45 tonf

### 감사의 글

본 연구에 아낌없는 지원을 해주신 콜로라도 대학의 E. Spacone 교수와 K.J Willam 교수께 감사드립니다.

### 참고문헌

1. Darwin, D., "Reinforced concrete. in finite element analysis of reinforced concrete II," ASCE, 1993, pp.203~232.
2. 권민호, 조창근, "구속응력을 받는 콘크리트 구조물 해석을 위한 콘크리트 구성모델", 콘크리트학회지, 15권, 3호, 2003, pp.433~442.
3. Gerstle, K.H., "Behavior of concrete under multiaxial stress states," *J. of Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol. 106, No.6, 1980, pp.1383~1403.
4. Darwin, D. and Pecknold, D.A., "Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete," *J. Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol.103, No.2, 1977, pp.229~241.
5. Lekhnitskii, S.G., "Theory of elasticity of an anisotropic elastic body," *Julius Journal Brandstatter ed.*, Holden Day, Inc., San Francisco, CA, 1963.
6. Kwon, M., "Three dimensional finite element analysis of reinforced concrete members," *Ph.D dissertation*, Dept. of Civil, Environmental, and Architectural Engineering, University of Colorado at Boulder, 2000.
7. Popovics, S., "Numerical approach to the complete stress-strain relation for concrete," *Cement and Concrete Research*, Vol.3, No.5, 1973, pp.583~599.
8. Saenz, I.P., "Discussion of 'Equation for the stress-strain curve of concrete,'" by P. Desay and S. Krishan, *ACI Journal*, Vol.61, No.9, 1964, pp.1229~1235.
9. Willam, K.J. and Warnke, E.P., "Constitutive model for the triaxial behavior of concrete," *Int. Association for Bridge and Struct. Engrg. Proc.*, Vol.19, 1975, pp.1~30.
10. Menetrey, Ph. and Willam, K.J., "Triaxial failure criterion for concrete and its generalization," *ACI Structural Journal*, Vol.92, No.3, 1995, pp.311~318.
11. Comité Euro-International du Béton, "Concrete under multi-axial states of stress constitutive equations for practical design," *Bulletine d'Information* 156, 1983.
12. Simth, S.S., Willam, K.J., Gerstle, K.H, and Sture, S., "Concrete over the top, or: is there life after peak?" *ACI Journal*, Vol.86, No.5, 1989, pp.491~497.
13. Gerstle, K.H., "Simple formulation of triaxial concrete behavior," *ACI Journal proceedings*, Vol.78, No.1, 1981, pp.62~68.
14. Lotfi, H.R. and Shing, P.B., "Embedded representation of fracture in concrete with mixed finite elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.38, 1995, pp.63~80.
15. Rots, J. and Blaauwendraad, J., "Crack model for concrete: discrete or smeared? fixed, multi-directional or rotating?," *Heron*, 34(1), Delft University of Technology, the Netherlands, 1989.
16. Milford, R.V., "The application of the rotating crack model to the analysis of reinforced concrete shells," *Computer & Structures*, Vol.20, No.3, 1985, pp.225~234.
17. Taylor, R.L., "FEAP User Manual ver.7.1," Univ. of California, Berkeley, Department of Civil and Environmental Engineering, 1999.
18. Hurlbut, B.J., "Experimental and computational investigation of strain-softening in concrete," Report AFOSR 82-0273, CEAE Department, University of Colorado at Boulder, 1985.
19. Lee, Y-H and Willam, K.J., "Mechanical properties of concrete in uniaxial compression," *ACI Material Journal*, Vol.94, No.6, 1997, pp.457~471.
20. Xiao, Y., Priestley, M.J.N., and Seible, F., "Steel jacket retrofit for enhancing shear strength of short rectangular reinforced concrete columns," Report No.SSRP-92/07, University of California, San Diego, 1993.

### 요 약

최근 개발된 3차원 콘크리트 구성모델을 사용하여 구속을 받는 콘크리트와 철근콘크리트 기둥의 해석을 수행하였다. 편차응력과 체적응력 간의 상호작용이 포함되어있고, 비례 및 비례하지 않는 하중을 받는 경우에도 적용 가능한 아탄성 직교 콘크리트 구성모델을 변형률 제어 모델로 전산화하였다. 유한요소 전산화 과정에서 손상균열모델을 사용하였고, 균열은 주변형률 방향에 따라 회전 가능한 것으로 모델링하였다. 콘크리트 구성모델을 구속을 받는 콘크리트 공시체의 실험결과 그리고 캘리포니아 대학(샌디에고)에서 수행된 3개의 철근콘크리트 기둥의 실험결과와 비교하였다. 이를 통하여 비선형 콘크리트 구성모델에 근거한 유한요소해석 결과가 실험에서 관찰된 주요한 특징들을 잘 예측하고 있음을 보여주었다.

**핵심용어** : 구성관계, 유한요소해석, 콘크리트, 아탄성모델, 직교모델