

## 미세평면 모델을 적용한 다축응력 상태의 콘크리트 크리프 분석

권승희<sup>1)</sup> · 김윤용<sup>1)</sup> · 김진근<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 한국과학기술원 건설 및 환경공학과

(2003년 10월 10일 원고접수, 2004년 2월 5일 심사완료)

### Analysis on Creep of Concrete under Multiaxial Stresses Using Microplane Model

Seung-Hee Kwon<sup>1)</sup>, Yun-Yong Kim<sup>1)</sup>, and Jin-Keun Kim<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Dept. of Civil and Environmental Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon, Korea

(Received October 10, 2003, Accepted February 5, 2004)

#### ABSTRACT

Poisson's ratio due to multiaxial creep of concrete reported by existing experimental works was controversial. Poisson's ratio calculated from measured strain is very sensitive to small experimental error. This sensitivity make it difficult to find out whether the Poisson's ratio varies with time or remain constant, and whether the Poisson's ratio has different value with stress states or not. A new approach method is needed to resolve the discrepancy and obtain reliable results.

This paper presents analytical study on multiaxial creep test results. Microplane model as a new approach method is applied to optimally fitting the test data extracted from experimental studies on multiaxial creep of concrete. Double-power law is used as a model to present volumetric and deviatoric creep evolutions on a microplane. Six parameters representing the volumetric and deviatoric compliance functions are determined from regression analysis and the optimum fits accurately describe the test data. Poisson's ratio is calculated from the optimum fits and its value varies with time. Regression analysis is also performed assuming that Poisson's ratio remains constant with time. Four parameters are determined for this condition, and the error between the optimum fits and the test data is slightly larger than that for six parameter regression results. The constant Poisson's ratio with time is obtained from four parameter analysis results and the constant value can be used in practice without serious error.

**Keywords :** creep, multiaxial stresses, regression analysis, Poisson's ratio, microplane model

#### 1. 서 론

다축응력 상태의 콘크리트 크리프에 관한 기존의 연구들은 대부분 측정된 변형률로부터 계산된 푸아송비를 제시하고 있으며, 이러한 크리프푸아송비는 연구자들마다 그 크기와 경향이 다르게 나타나고 있다.<sup>1)</sup>

그 원인은 크게 두 가지로 볼 수 있다.

첫째는 크리프푸아송비가 실험오차에 매우 민감하다는 것이다. 기존의 연구<sup>1-13)</sup>에서 푸아송비의 크기는 대략 0.1~0.3 정도의 크기로 나타나는데, 이와 같이 크게 차이가 나타나는 이유는 크리프와 응력의 비례한계 미만의 응력조합으로 다축응력 상태의 크리프 실험을 실시할 경우,

가해지는 응력의 횡방향 효과에 의해 나타나는 변형률의 크기가 측정 오차로 인한 크기와 비교하여 충분히 크지 않기 때문이다.

둘째는 분석 방법에 따라 나타나는 차이 때문이다. 다축응력 상태의 콘크리트 크리프를 등방성으로 고려하는 경우와 비등방성으로 고려하는 경우 크리프에 의한 푸아송비를 구하는 방법에 차이가 있으며, 따라서 결과 또한 다르게 나타난다. 이러한 두 가지 원인이 복합되어 크리프 현상을 정확하게 파악하는데 어려움이 컸으며, 이러한 문제점을 해결할 수 있는 새로운 분석방법이 요구되고 있다.

이 연구는 이러한 점을 고려하여 다축응력 상태의 크리프 실험결과에 대한 새로운 분석방법으로 미세평면 모델을 적용하여 다축응력 상태의 크리프 특성과 푸아송비에 대한 신뢰성있는 결과를 도출하는데 연구목적을 두고 있다.

\* Corresponding author

Tel : 042-869-3614 Fax : 042-869-3610

E-mail : kimjinkeun@kaist.ac.kr

## 2. 미세평면 모델 분석

### 2.1 미세평면 모델

미세평면 모델은 Bazant에 의해 콘크리트에 도입되었으며, 콘크리트의 인장파괴 거동 해석에 처음으로 사용되었다<sup>15)</sup>. 기본 개념은 재료의 거시응력과 변형률(macro stress and strain)이 재료 내부의 모든 방향 평면에 작용하는 미세응력과 변형률(micro stress and strain) 벡터 사이의 관계에 의해 나타나고, 거시응력과 변형률 텐서는 모든 내부 평면의 미세응력과 변형률벡터의 적분에 의해 구할 수 있다는 것이다. 재료 내 임의의 한 점의 응력과 변형률의 상태는 서로 직교하는 세 방향 평면의 거시응력과 거시변형률이라 하는 응력과 변형률로 나타낼 수 있다. 한편 미세응력과 변형률은 거시응력과 변형률에 의해 임의 방향의 한 평면에 나타나는 응력과 변형률을 의미한다. 이러한 미세평면모델은 다축응력 상태에 놓인 콘크리트 재료의 파괴거동을 연속체로 접근하는 하나의 방법으로 사용되어왔다.

미세평면모델은 1980년대부터 현재까지 지속적으로 수정·보완되어 왔으며, 최근에는 미세평면모델 M4<sup>16)</sup>가 개발되었다. 이 연구에서 미세평면모델 M4의 기본 개념과 기존에 개발된 수치적 알고리즘을 사용하여 콘크리트에 탄성 범위의 응력이 다축으로 작용하고, 상온에서 시간에 따라 일정하게 유지되는 경우에 발생하는 크리프 현상이 실험결과를 통해 분석되었다. 다축응력 상태의 크리프에 미세평면모델을 적용한 연구로서 Bazant와 Kim의 비등방성 점도의 크리프에 관한 연구<sup>16)</sup>가 있으며, 탄성 범위의 하중이 작용하는 다축응력 상태의 콘크리트 크리프 분석에 이 모델이 적용된 경우는 보고되지 않고 있다.

미세평면은 재료 내부의 임의 방향에 평면을 의미하며, 임의 단위수직벡터  $\vec{n}$ 에 의해 결정된다. 하중이 가해지는 시점( $t_0$ )에서 재료에 거시적으로 작용하는 응력 텐서  $\sigma(t_0)$ 는 다음과 같이 미세평면의 응력벡터  $\vec{\sigma}_N(t_0)$ 로 변환된다.

$$\vec{\sigma}_N(t_0) = \sigma(t_0) \vec{n} \quad (1)$$

응력벡터  $\vec{\sigma}_N(t_0)$ 는 미세평면 위에서 수직응력과 전단응력으로 분리될 수 있다. 시간  $t_0$ 에서 콘크리트에 가해지는 하중이 시간에 따라 일정하게 유지될 경우 크리프가 발생하며, 미세평면 상에서 각 방향의 변형률도 크리프에 의해 증가한다. 수직변형률의 경우, 시간  $t_0$  이후 임의의 시간  $t$ 에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_n(t) = \sigma_V(t_0) J_V(t, t_0) + \sigma_{Dn}(t_0) J_D(t, t_0) \quad (2)$$

여기서,  $J_V(t, t_0)$ 는 체적컴플라이언스,  $J_D(t, t_0)$ 는 편차컴플라이언스, 그리고 시간  $t_0$ 에 가해진 응력의 체적성분  $\sigma_V(t_0)$ 와 수직응력의 편차성분  $\sigma_{Dn}(t_0)$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_V(t_0) = \frac{\sigma_1(t_0) + \sigma_2(t_0) + \sigma_3(t_0)}{3} \quad (3)$$

$$\sigma_{Dn}(t_0) = \sigma_n(t_0) - \sigma_V(t_0) \quad (4)$$

여기서,  $\sigma_1(t_0)$ ,  $\sigma_2(t_0)$ 와  $\sigma_3(t_0)$ 는 각 방향의 주응력이다. 그리고  $\sigma_n(t_0)$ 는 미세평면 상의 수직방향 응력을 의미한다. 시간  $t$ 에서 전단변형률은 두 개의 임의의 방향으로 다음과 같이 분해될 수 있다.

$$\epsilon_m(t) = \sigma_{Dm}(t_0) J_D(t, t_0) \quad (5)$$

$$\sigma_l(t_0) = \sigma_{Dl}(t_0) J_D(t, t_0) \quad (6)$$

여기서,  $\sigma_{Dm}(t_0)$ 와  $\sigma_{Dl}(t_0)$ 는  $m$ 과  $l$ 방향의 전단응력으로서 편차성분이다. 전단변형률 또한 편차성분이므로 이에 대응하는 컴플라이언스는 편차컴플라이언스와 같다.

한편 시간  $t$ 에서 미세평면 위의 시간에 따른 변형률은 다음과 같이 거시변형률로 변환될 수 있다.<sup>14)</sup>

$$\epsilon_{ij}(t) = \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} e_{ij}(t) d\Omega \quad (7)$$

여기서,  $\epsilon_{ij}(t)$ 는 수직좌표계(Cartesian coordinate)에서 거시변형률이고,  $e_{ij}(t)$ 는 임의의 미세평면의 변형률이 거시 수직좌표계로 변환된 변형률,  $\Omega$ 는 단위 구를 의미하고,  $2\pi$ 는 단위 반구의 표면적이다. 이때 단위 반구 위의 적분을 위해서 다음의 가우스적분이 사용된다.

$$\epsilon_{ij}(t) = \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} e_{ij}(t) d\Omega = 6 \sum_{\mu=0}^{N_m} \omega_{\mu} e_{ij}(t)^{\mu} \quad (8)$$

여기서,  $\mu$ 는 선택된 적분점이며,  $N_m$ 은 적분점의 개수,  $\omega_{\mu}$ 는 미세평면의 위치에 따른 가중치이다. Bazant와 Oh<sup>17)</sup>는 구 위에서 최적의 수치적분에 대해 연구하였으며, 이 연구의 회귀분석에서 단위 반구 위의 25개 미세평면이 사용되었다.

### 2.2 최적화 방법

이 연구에서 사용된 다축응력 상태의 크리프 실험결과를 최적으로 모사하는 체적과 편차컴플라이언스를 구하기 위한 함수는 다음 식과 같다.

$$F(J_V, J_D) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^3 (P_{ei, i} - P_{mj, i})^2 \quad (9)$$

여기서,  $k$ 는 회귀분석에 사용된 자료의 시간에 따른 측정 위치의 개수이며,  $P_{\sigma, i}$ 는 주응력 방향에서 측정된 변형률,  $P_{m, i}$ 는 미세평면 모델분석으로부터 계산된 거시변형률, 첨자  $i$ 는 주응력의 방향, 함수  $F(J_V, J_D)$ 는 측정된 변형률과 계산된 변형률 사이의 오차로, 측정값에 대한 최적의 회귀분석결과에서 최소값을 갖게 된다.

크리프변형을 포함하는 컴플라이언스 함수는 시간에 따른 비선형 함수로 구성된다. 이 연구에서 사용한 최적화 기법은 비선형 회귀분석에 효과적인 것으로 알려진 Maquardt-Levenberg의 방법<sup>18)</sup>이다.

미세평면 위에서 시간에 따른 크리프의 수학적 모델로 기본크리프에 대해 합리적인 것으로 평가받고 있는 이중지수 법칙(double-power law)<sup>19)</sup>이 사용되었으며, 다음의 식과 같다.

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi}{E_0} t_0^{-m} (t - t_0)^n \quad (10)$$

여기서,  $E_0$ 는 점근탄성계수(asymptotic modulus)<sup>19,20)</sup>이고,  $t_0$ 는 가압시점의 재령,  $t$ 는 가압 후 임의의 재령이며, 지수  $n$ 과  $m$ 은 각각 시간에 따른 크리프 발현과 크리프의 재령효과를 고려한 변수이다.

이 연구의 회귀분석에 여섯 개의 실험결과가 사용되었으며, 각 실험결과는 모두 단일한 콘크리트 재령에서 가압된 것이다. 따라서 변수  $m$ 은 무시될 수 있으며, 미세평면 상에서 체적과 편차컴플라이언스는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$J_V(t, t_0) = \frac{1}{E_V} + \frac{1}{E_V} \phi_V(t, t_0), \quad \phi_V(t, t_0) = \phi_V(t - t_0)^\alpha \quad (11)$$

$$J_D(t, t_0) = \frac{1}{E_D} + \frac{1}{E_D} \phi_D(t, t_0), \quad \phi_D(t, t_0) = \phi_D(t - t_0)^\beta \quad (12)$$

여기서,  $\phi_V(t, t_0)$ 와  $\phi_D(t, t_0)$ 는 각각 체적과 편차크리프 계수이며,  $E_V$ 와  $E_D$ 는 각각 체적과 편차성분의 탄성계수이다.

1축응력 상태에서 강도의 약 50% 미만의 응력이 가해질 때, 크리프변형률은 일반적으로 응력에 선형으로 비례하는 것으로 가정된다. 이러한 가정은 응력이 이완되는 형태의 크리프변형(relaxation-type creep deformation)의

경우 비교적 정확하며, 특히 일정한 응력이 가해지는 경우에 매우 정확한 것으로 받아들여지고 있다. 또한 체적과 편차 성분의 응력과 크리프변형에 대한 선형관계가 여러 실험결과로부터 확인되었고<sup>1-4)</sup>, 선형관계에 대한 실험 측정값의 흠어짐은 단순한 실험오차에 기인하는 것으로 판단된다. 식 (2)와 (5) 그리고 (6)에서 체적과 편차성분의 변형률은 각각 체적응력과 편차응력에 선형으로 비례하며, 이러한 선형관계의 가정은 적절한 것으로 판단된다.

이 연구의 범위는 상온에서 가해진 다축응력이 일정하게 유지되는 상태에서 기본크리프의 특성을 파악하고자 하는 것이며, 온도에 따른 영향, 높은 응력에서 비선형관계, 크리프 회복, 탄성범위에서 급작스런 하중의 변화에 따라 나타나는 비선형관계(adaptation) 등을 파악하기 위한 것은 아니다.

### 3. 분석결과 및 고찰

이 연구에서 수행되거나 참고문헌<sup>2-4)</sup>에서 구한 여섯 개의 실험결과를 최적으로 모사하는 식 (11)과 (12)의 변수  $E_V$ ,  $E_D$ ,  $\phi_V$ ,  $\phi_D$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 Table 1과 같다. Fig. 1은 실험결과와 여섯 변수에 대한 회귀분석 결과를 나타낸 것이다. 참고문헌 Gopalakrishnan<sup>2,3)</sup>의 경우 24개의 실험체가 실험되었으나, Fig. 1(d)는 이들 중 2개 실험체에 대한 결과이다. 회귀분석결과와 측정값 사이의 오차를 평가하기 위해 다음의 식으로부터 분산  $S^2$ 과 상관계수  $R^2$ 를 계산하였으며, Table 1과 같다.

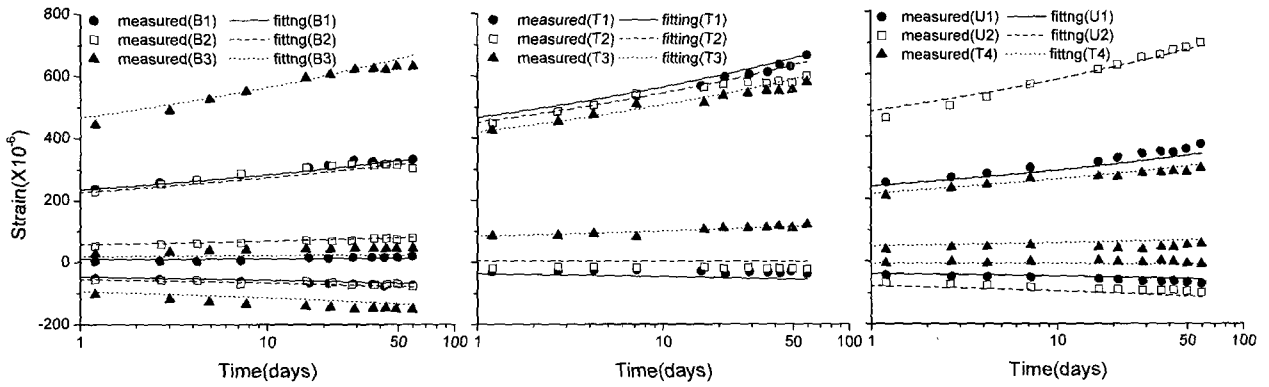
$$S^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^{n_i} \Delta_i \quad (13), \quad R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_i} \Delta_i}{\sum_{i=1}^{n_i} (\epsilon_{mi} - \epsilon_\mu)^2} \quad (14)$$

여기서,  $\Delta_i$ 는 회귀분석결과와 측정값 사이 오차의 제곱이며,  $\epsilon_{mi}$ 는 측정된 변형률,  $\epsilon_\mu$ 는 모든 측정값에 대한 평균,  $n_i$ 는  $i$ th 실험결과에 대한 측정값의 개수이다.

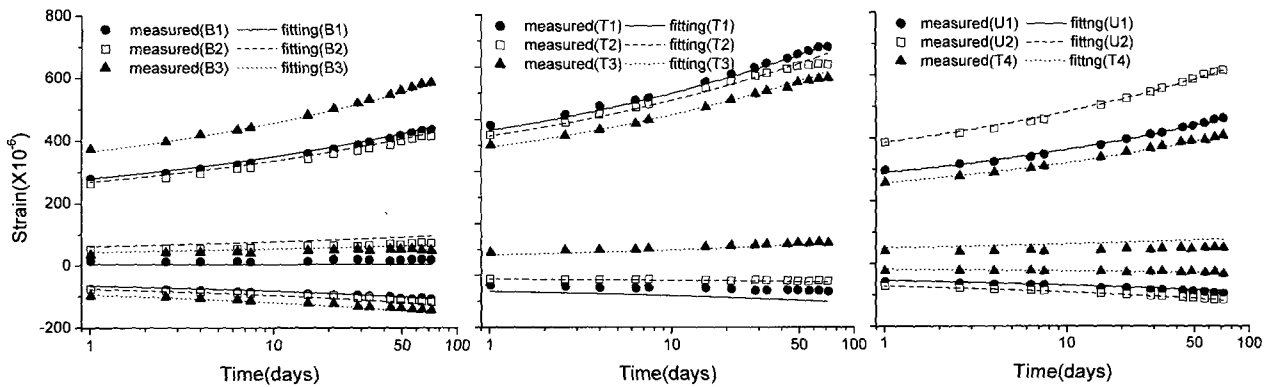
Table 1에서 분산의 제곱근으로 표현되는 표준편차는 여섯 개의 실험결과에 대해  $9.1 \times 10^{-6}$ 에서  $15.1 \times 10^{-6}$  사이에 분포한다. 이 정도의 오차는 실험체 제작에 사용된 재료에 대한 오차, 게이지 위치에 따른 오차, 가해진 응력의 시간에 따른 작은 변동, 작은 온도변화 등 실험상 피할 수

Table 1 Six parameters obtained from regression analysis

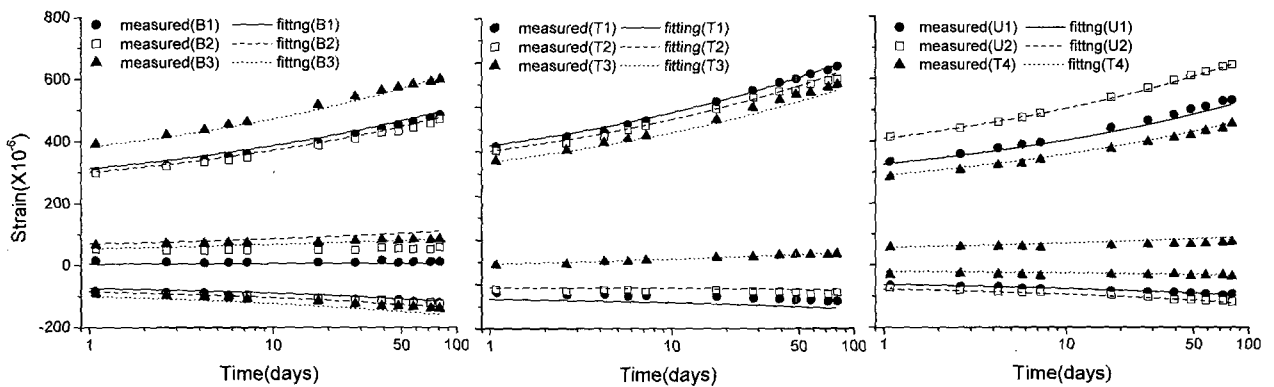
| Data  | $E_V$ (MPa) | $E_D$ (MPa) | $\phi_V$ | $\phi_D$ | $\alpha$ | $\beta$ | $S^2$  | $R^2$ |
|---|-------------|-------------|----------|----------|----------|---------|--------|-------|
| 1. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CI)      | 64284       | 34509       | 1.135    | 0.974    | 0.141    | 0.154   | 140.31 | 0.996 |
| 2. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CII)     | 70927       | 36072       | 0.745    | 0.690    | 0.199    | 0.210   | 82.84  | 0.998 |
| 3. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CIII)    | 79832       | 38375       | 0.666    | 0.515    | 0.203    | 0.227   | 144.95 | 0.997 |
| 4. Gopalakrishnan et al. <sup>2,3)</sup>        | 45741       | 25360       | 0.219    | 0.202    | 0.381    | 0.381   | 228.62 | 0.996 |
| 5. Jordaan and Illston <sup>4)</sup> (Series 1) | 51822       | 31834       | 0.333    | 0.313    | 0.196    | 0.228   | 176.82 | 0.997 |
| 6. Jordaan and Illston <sup>4)</sup> (Series 2) | 57828       | 33800       | 0.219    | 0.205    | 0.256    | 0.278   | 188.74 | 0.995 |



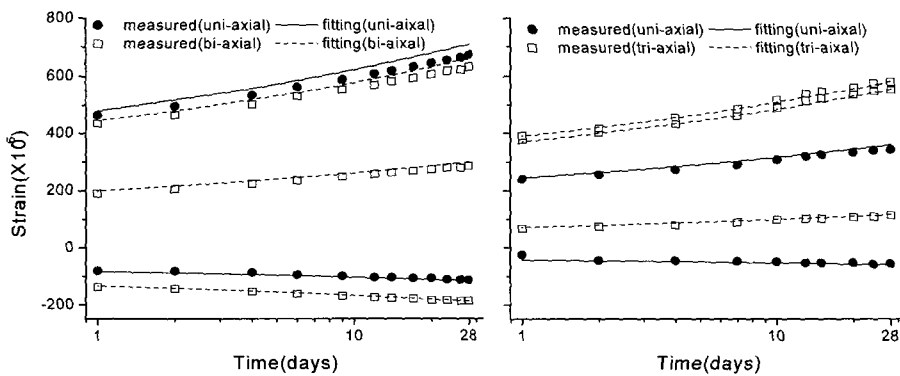
(a) Kwon et al.<sup>1)</sup>(Concrete I)



(b) Kwon et al.<sup>1)</sup>(Concrete II)

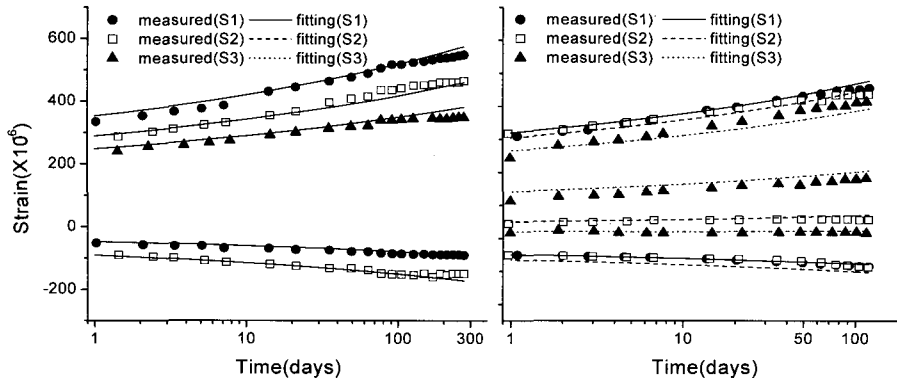


(c) Kwon et al.<sup>1)</sup>(Concrete III)



(d) Gopalakrishnan et al.<sup>2,3)</sup>(left : BC-8. right : TC-12)

Fig. 1 Multiaxial creep tests (continued)



(e) Jordaan and Illston<sup>4)</sup>(left : series 1, right : series<sup>2)</sup>

Fig. 1 Multiaxial creep tests

없는 오차를 고려한다면, 회귀분석결과가 측정값을 매우 정확히 모사하고 있음을 나타내는 것이다. 이것은 Fig. 1에서 역시 나타나고 있다.

### 3.1 탄성변형과 가압시점에서 푸아송비

매우 짧은 하중재하기간에도 크리프에 의한 변형이 발생하며, 따라서 크리프 실험을 할 때 탄성변형과 크리프변형의 명확한 구분은 어렵다. 여러 재령에서 하중을 가하여 측정된 각각의 크리프컴플라이언스는 시간 축의 원점으로 가면서 하나의 값으로 수렴하는 특성이 있다<sup>20)</sup>. 이 수렴값을 점근탄성계수라 정의하며, 크리프변형을 포함하지 않은 탄성변형은 점근탄성계수에 가해진 응력을 곱하여 계산된다. 이 연구에서 사용된 실험결과들은 단일한 재령에서 가압된 것으로 초기 탄성변형률을 정확히 결정하기에는 어려움이 있다. 이 연구에서 수행한 세 가지 콘크리트에 대한 실험결과에서 시간 축의 첫 번째 측정값은 1시간 정도에 위치한다. 참고문헌 Gopalakrishnan<sup>23)</sup>과 Jordaan<sup>4)</sup>의 실험결과에서 가압 직후에 측정된 변형률은 시간축에서  $t-t_0=0$ 에 위치하며, 이것은 실제의 변형을 반영하는 것은 아니지만 가능한 최적의 회귀분석결과를 찾는데 있어 큰 어려움이 없을 것으로 판단된다. 탄성계수는 체적과 편차탄성계수의 간단한 관계인 다음의 식으로 계산될 수 있다.

$$E = \frac{3E_v E_d}{2E_v + E_d} \quad (15)$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수이다. 재료가 탄성이고 등방성일 때, 거동을 표현하는 재료상수는 두가지 이다. 일반적으로 Hook's law의 탄성계수  $E$ 와 푸아송비로 표현하거나 또는 체적탄성계수  $E_v$ 와 전단탄성계수  $E_d$ 로 표현될 수 있다. Hook's law의 탄성계수  $E$ 는 식 (15)의 관계에 의해 체적탄성계수와 전단탄성계수로부터 구할 수 있다.

이 연구에서 실험한 세 콘크리트에 대해 Table 1의  $E_v$ 와  $E_d$ 로부터 계산된 탄성계수는 재령 28일에 실험으로부터 얻은 활선탄성계수의 1.4에서 1.7배의 범위로 나타나며, 이들 값은 일반적으로 28일 재령에서 활선탄성계수의 1.5배<sup>20)</sup>로 기대되는 점근탄성계수에 가까운 값이다.

Gopalakrishnan<sup>23)</sup>과 Jordaan<sup>4)</sup>의 경우 식 (15)로부터 계산된 탄성계수는 실험으로부터 얻은 활선탄성계수와 비슷한 값을 나타내었다. 또한 Gopalakrishnan과 Jordaan의 실험에 대한 회귀분석결과에서 변수  $\phi_v$ 와  $\phi_d$ 는 이 연구에서 수행한 실험의 경우보다 매우 작은 값을 보였고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 다소 큰 값을 나타내었다. 이는 Gopalakrishnan과 Jordaan의 실험결과에서 시간축의 첫 번째 측정 위치가  $t-t_0=0$ 으로 탄성변형률을 과대평가하고 있기 때문이다.

점근탄성계수에 대응하는 탄성변형률에 대한 초기 푸아송비  $\nu_i$ 는 다음 식과 같은 관계를 갖는다.

$$\frac{E_{D0}}{E_{V0}} = \frac{1-2\nu_i}{1+\nu_i} \quad (16)$$

여기서,  $E_{V0}$ 와  $E_{D0}$ 는 각각 체적점근탄성계수와 편차점근탄성계수이다.

초기 푸아송비  $\nu_i$ 가 결정되어 있다면 식 (16)의 관계에서 체적 또는 편차점근탄성계수 중 하나의 변수는 회귀분석 과정에 있어 고려하지 않아도 된다. 그러나 앞에서 언급했던 크리프변형과 탄성변형의 구분과 같이 정확한 초기 푸아송비의 결정에도 어려움이 있다. 또한 일반적인 구조물의 정적 해석에는 이 초기 푸아송비가 필요하지 않으며, 활선탄성계수에 대응하는 푸아송비가 유용하게 적용될 수 있다. 이 연구에서 이 푸아송비를 정적 푸아송비라 정의한다. 모든 실험결과에서 첫 번째 측정 위치의 변형률은 하중지속시간 2시간 이내에 측정되었으며, 이 때의 변형률은 활선탄성계수에 근사적으로 대응하는 값이다. 하중이 가해지는 시점에서 정적 푸아송비는 시간축의 첫 번째 측정 위치에서 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\frac{\sigma_D \epsilon_V}{\sigma_V \epsilon_D} = \frac{1 - 2\nu_s}{1 + \nu_s} \quad (17)$$

여기서,  $\sigma_V$ 와  $\epsilon_V$ 는 체적성분의 응력과 변형률이고,  $\sigma_D$ 와  $\epsilon_D$ 는 편차성분의 응력과 변형률이며,  $\nu_s$ 는 정적 푸아송비로 각 실험의 첫 번째 측정위치에서 계산된다. 여섯 변수에 대한 회귀분석결과와 실험 측정값으로부터 각각 정적 푸아송비가 계산되었으며, Table 2와 같다. 회귀분석 결과로부터 얻은 정적 푸아송비와 측정값으로부터 얻은 정적 푸아송비는 매우 비슷한 값을 보였다. 그러나 일반적으로 회귀분석결과로부터 얻은 정적 푸아송비가 하나의 측정값으로부터 계산된 정적 푸아송비보다 합리적인 것으로 판단된다. 이는 하나의 측정 위치에서 계산된 푸아송비는 시간축의 모든 측정값들을 사용한 회귀분석결과로부터 계산되는 푸아송비보다 측정 오차나 측정값들의 흠여짐에 의한 영향을 크게 받을 수 있기 때문이다.

### 3.2 시간에 따른 푸아송비

시간에 따른 푸아송비  $\nu_t$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\nu_t = \frac{J_D(t, t_0) - J_V(t, t_0)}{J_V(t, t_0) + 2J_D(t, t_0)} \quad (18)$$

Fig. 2는 회귀분석결과로부터 계산된 푸아송비이며, 그 값은 시간에 따라 변화하였다. 이는 Table 1의 회귀분석 결과에서 체적과 편차크리프계수가 서로 다르기 때문이다.

앞에서 언급했듯이 기존의 다축응력 상태의 크리프 실험에서 시간에 따른 또는 응력상태에 따른 푸아송비의 경향은 연구자들마다 차이를 보이고 있다. 이 연구의 회귀분석에서 체적과 편차크리프계수가 체적과 편차응력에 선형으로 비례하는 것으로 가정하였으며, 이는 푸아송비가 응력상태와 특정한 관계를 갖지 않는다는 것을 의미한다. 이러한 조건에서 회귀분석결과는 실험결과를 정확히 모사하였으며, 푸아송비는 응력상태에 따른 특정한 관계가 없고 시간에 따라 변화하는 것으로 파악되었다.

Table 2 Static Poisson's ratio

| Data  | Optimum fits (6 parameters) | Measured |
|---|-----------------------------|----------|
| 1. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CI)      | 0.163                       | 0.168    |
| 2. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CII)     | 0.188                       | 0.188    |
| 3. Kwon et al. <sup>1)</sup> (Concrete CIII)    | 0.190                       | 0.190    |
| 4. Gopalakrishnan et al. <sup>2,3)</sup>        | 0.174                       | 0.174    |
| 5. Jordaan and Illston <sup>4)</sup> (Series 1) | 0.147                       | 0.147    |
| 6. Jordaan and Illston <sup>4)</sup> (Series 2) | 0.161                       | 0.158    |

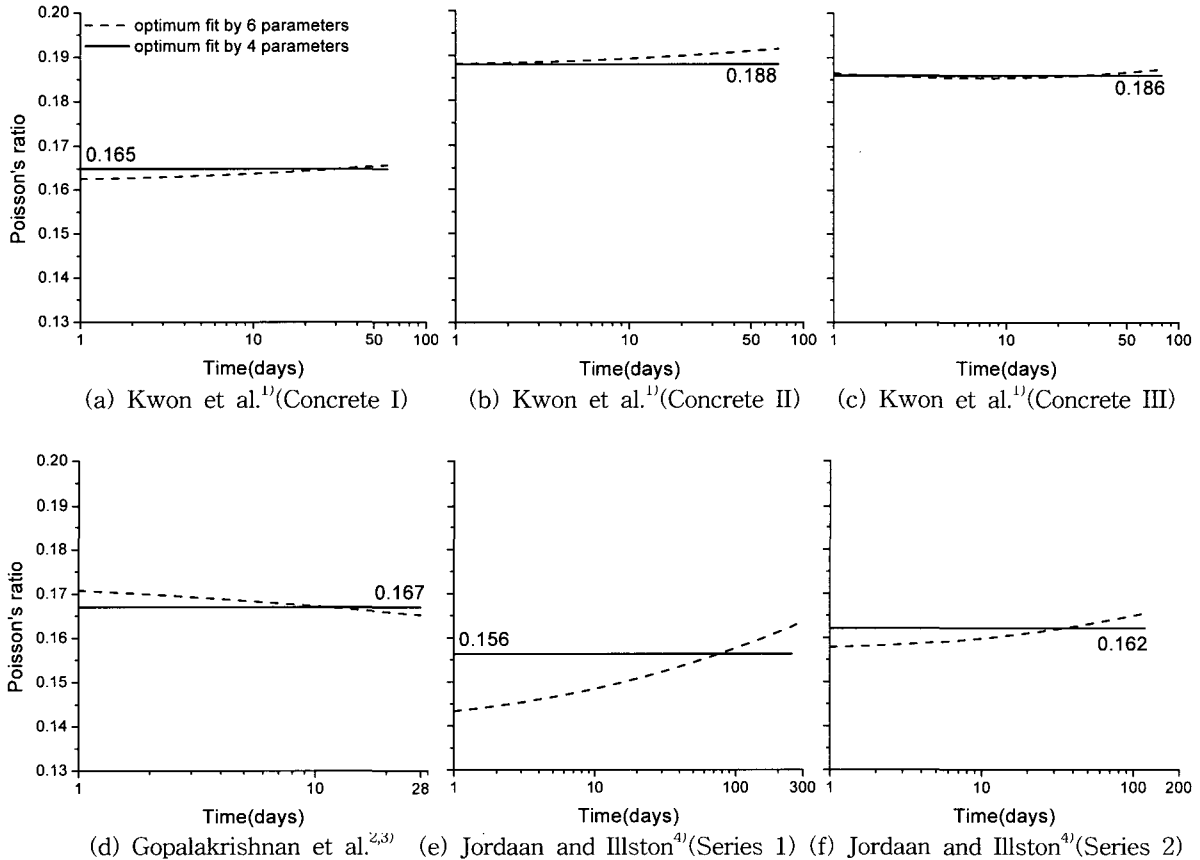


Fig. 2 Poisson's ratio calculated from regression results

미세평면모델을 구성방정식으로 사용하는 구조해석에 시간에 따라 변화하는 푸아송비를 고려하는 것은 큰 어려움이 없으나, 전통적인 구성방정식을 사용하는 일반적인 구조해석에는 큰 어려움이 있을 수 있다. 따라서 푸아송비가 시간에 따라 일정하다는 가정, 즉 식 (11)과 (12)에서 체적과 편차크리프계수가 같다는 조건에서 회귀분석이 필요하고, 이러한 조건으로부터 얻은 회귀분석결과와 실험 측정값 사이의 오차에 대한 통계학적 평가가 요구된다.

### 3.3 네 변수에 대한 회귀분석

푸아송비가 시간에 따라 일정하다는 가정은 변수  $\phi_v$ 가  $\phi_D$ 와 같고,  $\alpha$ 는  $\beta$ 와 같다는 것을 의미한다. 네 변수,  $E_v$ ,  $E_D$ ,  $\phi_v = \phi_D$ ,  $\alpha = \beta$ 에 대한 회귀분석 결과는 Table 3과 같으며, 이로부터 얻은 시간에 따라 일정한 푸아송비는 Fig. 2와 같다. Table 3에서 분산과 상관계수는 식 (13)과 (14)로부터 계산되었다.

Table 1과 비교하면, 여섯 개와 네 개의 변수에 대한 회귀분석결과에서 분산의 차이는 매우 작았다. 그러므로 네 변수에 대한 회귀분석결과로부터 얻은 시간에 따라 일정한 푸아송비는 실제의 구조해석에 큰 오차 없이 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

Table 2에서 정적 푸아송비와 Fig. 2의 시간에 따라 일정한 푸아송비는 다소 차이를 나타내고 있으며, 다축응력 상태를 고려한 콘크리트 구조물의 장기거동 해석에서 회귀분석결과로부터 얻은 시간에 따라 일정한 푸아송비를

사용하지 않고 하중이 가해질 때의 정적 푸아송비를 사용할 경우 실제의 거동과 해석결과사이의 오차가 커질 수 있다. 따라서 미세평면 모델 분석을 통해 얻은 푸아송비를 사용하는 것이 정적 푸아송비를 장기거동 해석에 사용하는 것보다 바람직한 것으로 판단된다. 여섯 변수에 대한 회귀분석결과와 네 변수에 대한 회귀분석결과에 대한 응력 상태와 시간에 따른 오차의 분포와 경향을 분석하기 위해 시간에 따른 변동계수  $C$ 와 응력상태에 따른 표준편차  $S$  그리고 상관계수  $R^2$ 가 다음의 식으로부터 계산되었으며, 그 결과는 각각 Fig. 3와 Table 4에 나타내었다.

$$C = \frac{1}{\epsilon_{\mu 0}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_T} \Delta_i}{n_T - 1}} \quad (19), \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_s} \Delta_1}{n_s - 1}} \quad (20)$$

여기서,  $n_T$ 은 시간축에서 같은 위치에 있는 측정값들의 개수,  $n_s$ 는 같은 응력상태에서 측정값들의 개수,  $\epsilon_{\mu 0}$ 는 시간축에서 같은 위치에 놓인 측정값들의 평균이다.

상관계수는 식 (14)와 같은 방법으로 구하였다. Fig. 3은 여섯 개와 네 개의 변수를 사용한 회귀분석결과에 대해 시간에 따른 변동계수를 계산한 결과이다. 두 가지 회귀분석결과에 대한 변동계수는 거의 같은 경향과 크기를 보였으며, 시간에 따른 증가나 감소경향을 보이지 않았다. Table 4에서 응력상태에 따른 표준편차와 상관계수도 두 가지 경우의 회귀분석결과에 대해 거의 같은 값을 보였다. 또한 1축응력 상태에 대한 표준편차가 2축이나 3축응력 상태의 표준편차보다 작았다.

Table 3 Four parameters obtained from regression analysis

| Data   | $E_v$ (MPa) | $E_D$ (MPa) | $\phi_v = \phi_D$ | $\alpha = \beta$ | $S^2$  | $R^2$ |
|--|-------------|-------------|-------------------|------------------|--------|-------|
| 1. Kim et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CI)       | 60208       | 34643       | 0.985             | 0.152            | 140.42 | 0.996 |
| 2. Kim et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CII)      | 70160       | 36809       | 0.727             | 0.203            | 82.93  | 0.998 |
| 3. Kim et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CIII)     | 73339       | 38826       | 0.533             | 0.223            | 144.97 | 0.997 |
| 4. Gopalakrishnan et al. <sup>(2,3)</sup>        | 45047       | 25685       | 0.211             | 0.379            | 230.06 | 0.996 |
| 5. Jordaan and Illston <sup>(4)</sup> (Series 1) | 52935       | 31469       | 0.331             | 0.209            | 189.58 | 0.996 |
| 6. Jordaan and Illston <sup>(4)</sup> (Series 2) | 58272       | 33884       | 0.214             | 0.268            | 192.06 | 0.995 |

Table 4 Standard deviation ( $\times 10^{-6}$ ) and coefficient of determination for stress states

| Data sets  | Optimum fits(6 parameters) |       |       |       |       |       | Optimum fits(4 parameters) |       |       |       |       |       |
|--|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|  | S                          |       |       | $R^2$ |       |       | S                          |       |       | $R^2$ |       |       |
|  | Uni                        | BI    | Tri   | Uni   | BI    | Tri   | Uni                        | BI    | Tri   | Uni   | BI    | Tri   |
| 1. Kwon et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CI)      | 10.43                      | 12.04 | 14.43 | 0.997 | 0.997 | 0.993 | 14.09                      | 12.22 | 11.07 | 0.997 | 0.997 | 0.992 |
| 2. Kwon et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CII)     | 4.89                       | 9.81  | 10.29 | 0.999 | 0.998 | 0.996 | 6.71                       | 9.78  | 10.01 | 0.999 | 0.998 | 0.996 |
| 3. Kwon et al. <sup>(1)</sup> (Concrete CIII)    | 8.50                       | 16.07 | 9.79  | 0.999 | 0.995 | 0.997 | 8.58                       | 16.05 | 9.81  | 0.999 | 0.995 | 0.997 |
| 4. Gopalakrishnan et al. <sup>(2,3)</sup>        | 12.75                      | 10.21 | 19.79 | 0.999 | 0.999 | 0.998 | 12.68                      | 10.40 | 19.91 | 0.999 | 0.999 | 0.998 |
| 5. Jordaan and Illston <sup>(4)</sup> (Series 1) | 9.84                       | 16.95 | 12.33 | 0.999 | 0.996 | 0.886 | 10.09                      | 16.89 | 13.69 | 0.999 | 0.996 | 0.860 |
| 6. Jordaan and Illston <sup>(4)</sup> (Series 2) | 8.66                       | 14.37 | 17.43 | 0.998 | 0.995 | 0.984 | 8.74                       | 14.10 | 17.64 | 0.998 | 0.995 | 0.984 |

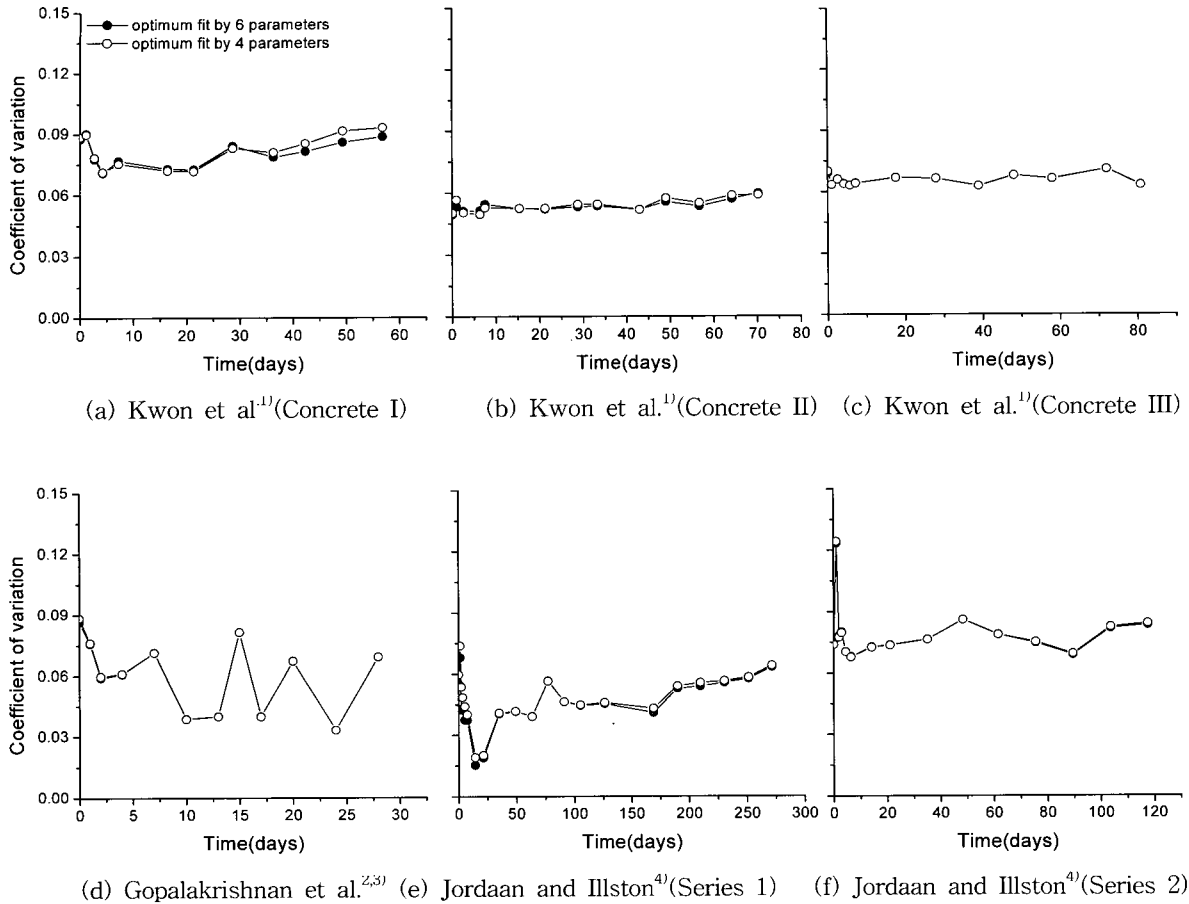


Fig. 3 Coefficient of variation calculated from regression results

이는 다축응력 상태에서 실험오차와 측정값의 흠어짐이 1축응력 상태보다 크기 때문인 것으로 판단된다. 1축응력 상태와 비교했을 때 다축응력 상태의 경우 가압판과 실험체 사이의 마찰(platen effect), 횡방향 하중의 작은 변동 등으로 인해 보다 큰 실험 오차가 발생하게 되고, 따라서 1축응력 상태의 실험 오차가 다소 작은 값을 보이는 것으로 판단된다.

앞에서 언급했던 기존의 연구에서 푸아송비에 대한 연구결과가 일치하지 않는 것은 이러한 다축응력 상태에서 나타나는 오차에 기인하는 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

이 연구에서 다축응력 상태의 크리프 실험결과에 미세평면 모델을 적용한 회귀분석을 실시하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 다축응력 상태의 크리프 실험결과에 대해 체적컴플라이언스와 편차컴플라이언스가 다르다고 가정하고 미세평면 모델을 적용한 회귀분석을 수행하였으며,

그 결과로부터 콘크리트의 푸아송비는 시간에 따라 변화하고 응력상태에 따른 특정한 관계가 없다는 특성이 파악되었다.

- 2) 가압시점과 시간에 따라 측정된 변형률에 대해 미세평면 모델을 적용한 회귀분석으로부터 얻은 정적 푸아송비가 가압시점에서 실험 측정값으로부터 계산한 정적 푸아송비보다 합리적이다.
- 3) 시간에 따라 변화하는 푸아송비를 구조물의 해석에 고려하는 것은 큰 어려움이 있으며, 푸아송비가 시간에 따라 일정하다는 가정에서 수행한 회귀분석결과로부터 얻은 푸아송비는 실제의 구조해석에 큰 오차 없이 적용될 수 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 과학재단의 목적기초연구 지원(1999-2-310-002-3)과 한국과학기술평가원(KISTEP)의 국가지정 연구실 사업(National Research Lab)의 연구비 지원에 의하여 수행되었음.



## 참고문헌

1. 권승희, 김선영, 김진근, “다축응력 상태에 놓인 콘크리트의 크리프에 특성에 관한 실험 연구”, 콘크리트학회 논문집, 16권 2호, 2004, pp.185~194.
2. Gopalakrishnan, K. S., Neville, A. M., and Ghali, A., “Creep Poisson’s Ratio of Concrete under Multiaxial Compression,” *ACI Journal*, Vol.66, No.66, 1969. pp. 1008~1019.
3. Gopalakrishnan, K. S., “Creep of Concrete under Multiaxial Compressive Stresses, PhD Dissertation,” The University of Calgary, Canada, Apr. 1968.
4. Jordaan I. J. and Illston, J. M., “The Creep of Sealed Concrete under Multiaxial Compressive Stresses,” *Magazine of Concrete Research*, Vol.21, No.69, 1969, pp.195~204.
5. Jordaan I. J. and Illston, J. M., “Time-dependent Strains in Sealed Concrete under Systems of Variable Multiaxial Stress,” *Magazine of Concrete Research*, Vol.23, No.75-76, 1971, pp.79~88.
6. York, G. P., Kennedy, T. W., and Perry, E. S., “Experimental Investigation of Creep in Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses and Elevated temperature,” *Concrete for Nuclear Reactors*, ACI SP-34, 1971, pp.641~700.
7. McDonald, J. E., “An Experimental Study of Multiaxial Creep in Concrete, *Concrete for Nuclear Reactors*,” ACI SP-34, Concrete for Nuclear Reactors, Detroit, 1972, pp.732~768.
8. Meyer, H. G., “On the Influence of Water Content and of Drying Conditions on Lateral Creep of Plain Concrete,” *Materials and Structures*, Vol.2, 1969, pp. 125~131.
9. Arthanari, S. and Yu, C. W., “Creep of Concrete under Uniaxial and Biaxial Stresses at Elevated Temperatures,” *Magazine of Concrete Research*, Vol.19, 1967, pp.149~156.
10. Ross, A. D., “Experiments on the Creep of Concrete under Two-dimensional Stressing,” *Magazine of Concrete Research*, Vol.6, No.16, 1954, pp.3~10.
11. Duke, C. M. and Davis, H. E., “Some Properties of Concrete under Sustained Combined Stress,” *Proceedings of the American Society for Testing and Materials*, 1944, pp.888~896.
12. Hannant, D. J., “Strain Behavior of Concrete up to 95°C under Compressive Stresses,” *Conference on Prestressed Concrete Pressure Vessels*, London, Institute of Civil Engineering, 1967, pp.177~191.
13. Kordina, K., “Experiments on the Influence of the Mineralogical Character of Aggregates on the Creep of Concrete,” *RILEM Bulletin*, No.6, 1960, pp.7~22.
14. Bazant, Z. P., Caner, F. C., Adley, M. D., and Akers, S. A., “Microplane Model M4 for Concrete I: Formulation with Work-conjugate Deviatoric Stress,” *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.136, No.9, 2000, pp.944~953.
15. Bazant, Z. P. and Oh, B. H., “Microplane Model for Progressive Fracture of Concrete and Rock,” *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.111, 1985, pp.1672~1702.
16. Bazant, Z. P. and Kim, J. K., “Creep of Anisotropic Clay: Microplane Model,” *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.112, No.4, 1986, pp.458~475.
17. Bazant, Z. P. and Oh, B. H., “Efficient Numerical Integration on the Surface of a Sphere,” *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol.66, 1986, pp.37~49.
18. Brown, K. M., “Derivative-free Analogues of the Levenberg. Marquardt and Gauss Algorithms for Non-linear Least Square Approximations,” *IBM, Philadelphia Scientific Center Technical Report*, No. 320-2994, 1970.
19. Bazant, Z. P. and Osman, E., “Double-power Law for Basic Creep,” *Materials and Structures*, Vol.9, No.49, 1976, pp.3~11.
20. Bazant, Z. P., “Mathematical Models for Creep and Shrinkage of Concrete,” *Creep and shrinkage in Concrete Structures*, Bazant, Z. P., and Wittmann, F. H., eds., Jhon Wiley & Sons, Inc., New York, N.Y., pp.163~256.

---

## 요 약

기존의 다축응력 상태의 콘크리트 크리프 실험으로부터 제안된 푸아송비에 대한 연구결과는 서로 큰 차이를 나타내고 있다. 측정된 변형률로부터 계산된 푸아송비는 작은 실험 오차에 의해서도 매우 민감하며, 이러한 민감성은 푸아송비의 시간에 따른 변화와 응력상태에 따른 경향을 파악하는 데 있어 큰 어려움을 초래한다. 따라서 이러한 연구결과의 불일치를 해결하고 신뢰성 있는 결과를 도출하기 위해서 새로운 분석방법이 요구된다.

이 연구는 다축응력 상태의 크리프 실험결과에 대한 새로운 분석방법으로 미세평면 모델을 적용하였다. 미세평면 상에서 체적과 편차컴플라이언스에 대한 수학적 모델로는 이중지수 법칙을 사용하였다. 체적과 편차성분의 컴플라이언스는 여섯 개의 변수로 구성되며, 실험결과를 최적으로 모사하는 변수를 최적화 기법으로부터 구하였다. 여섯 변수에 대한 회귀분석결과로부터 계산된 푸아송비는 시간에 따라 변화하였다. 또한 시간에 따라 푸아송비가 일정하다는 조건에서 네 변수를 결정하였으며, 이 때의 회귀분석결과와 실험 측정값 사이의 오차는 여섯 변수가 사용된 회귀분석결과의 오차에 비해 다소 크게 나타났다. 네 변수에 대한 회귀분석결과로부터 얻은 시간에 따라 일정한 푸아송비는 큰 오차 없이 실제의 구조해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

**핵심용어 :** 크리프, 다축압 상태, 회귀분석, 푸아송비, 미세평면 모델

---