비선형계획법을 이용한 건물의 외피최적화 방법

A Study on the Optimization Method of Building Envelope using Non-linear Programming

원 종 서* 이 경 회**
Won, Jong-Seo Lee, Kyung-Hoi

Abstract

The purpose of this study is to present rational methods of multi-criteria optimization of the envelope of buildings. The object is to determine the optimum R-value of the envelope of a building, based on the following criteria: minimum building costs (including the cost of materials and construction) and yearly heating costs. Mathematical model described heat losses and gains in a building during the heating season. It takes into consideration heat losses through wall, roof, floor and windows. Particular attention was paid to have a more detailed description of heat gains due to solar radiation. On the assumption that shape of building is rectangle in order to solve the problem, optimum R-value of the envelope of a building is determined by using non-linear programing methods(Kuhn-Tucker Conditions). The results constitute information for designers on the optimum R-value of a building envelope for energy saving buildings.

키워드 : 다중기준최적화, 연간 난방비, 수리적 모델, 비선형계획법(쿤-터커 조건)

Keywords : Multi-criteria optimization, yearly heating costs, mathematical model, non-linear programing methods(Kuhn-Tucker Conditions)

1. 서 론

1.1 연구의 목적

건물의 초기설계과정에서 건축가와 엔지니어들은 사회적, 경제적, 환경적 미적인 많은 제약요소들을 직면한다.[1)]

또한, 에너지 절약과 오염물질의 배출감소는 하이테크 건축개념 중 하나의 주된 관심분야로 평가받고 있다.[2)]

국내 전체 소비에너지의 해외의존도는 97%를 초과하며, 이에 따라 에너지 절약은 국가정책의 주요부분으로 중시되어 왔다. 특히 에너지 소비량 중 주거 및 상업용 건물부문이 차지하는 비율은 약 1/4 이상을 차지할 정도로서, 건물부문에서 차지하는 에너지 사용비율은 점차 증가하는 추세에 있다.[3)]

건물에서의 에너지 절약은 사용관리를 효율적으로 하는 것도 중요하지만, 초기설계단계에서부터 건물의 외피, 형태 및 냉난방설비들의 에너지 절약적인 최적설계가 이루어져야 한다.[4)]

근래에는 건축설계시 통합설계 개념이 도입되면서 건축의 다양한 분야와 연계하여 설계하는 방안이 제시되고 있다. 이것은 건축설계가 디자인뿐만 아니라 시공, 및 구조, 설비 등 다른 많은 분야에서 제공되는 정보를 변수와 제약조건으로 이용하게 되었음을 의미한다.[5)]

따라서 본 연구에서는 투자가와 건축가 그리고 에너지 엔지니어를 고려하여 건물의 시공비용 및 에너지소비량의 관점으로 건축물의 외피 최적화를 위한 수리적 모델을 제시하는 것을 주요 목적으로 하였다

1.2 연구의 방법

연구의 방법은 다음과 같다.

첫째, 디자인과정에서 건물의 에너지성능을 고려하여 디자인 의사결정단계에 적용하기 위해서는 의사결정에 가장 영향력이 큰 변수를 기준으로 영향력 평가를 할 수 있는 모델을 제시한다. 본 연구에서는 건물의 시공비용, 에너지성능을 중심으로 하여 각각의 평가방법 및 모델설정에 필요한 변수를 추출하고 경계조건을 설정한다.

둘째, 각각의 기준에 대한 결정변수 및 제약조건을 확립하고, 결정변수 중에 연속변수와 이산변수를 명확히 구분하여 상수가 될 수 있는 항목을 추출하여, 각각의 하위

* 연세대 건축공학과 박사과정
** 연세대 건축공학과 정교수, Ph.D

1) P. Depecker, C. Menezo, J. Virgone, S. Lepers Design of buidings shape and energetic consumption. Building and Environment. 2001.
2) Catarina Thormark. A low energy building in a life cycle-its embodied energy, energy need for operation and recycling potential. Building and Environment. 2002.
3) 홍희기, 건물의 동적 열에너지 해석 및 LCC분석, 2001설비 6월호.
4) Ibid.
5) 진경일, 유전자알고리즘을 이용한 건축디자인 최적화 방법에 관한 연구, 연세대학교 박사학위논문, 2001.

기준에 대한 수리적 모델의 함수식을 도출한다.[6)]

따라서 시공비용부분 함수식과 에너지소비량부분 함수식은 해의 영역에서 교점부분이 생기게 되며, 이러한 변수들은 연속변수로 간주할 수 있게 된다. 제약조건으로는 창 또는 벽의 시공비용 상・하한선과 창면적비, 창 또는 벽의 법적 열관류율(열저항)값 등으로 설정할 수 있으며, 이 조건들은 또한 등식제약조건(equality constraints) 및 부등식제약조건(inequality constraints)으로 만들어 질 수 있다.

셋째, 이 기준에 의해 만들어진 함수식에 적용할 수 있는 최적화방법론에 대한 이론을 고찰・수집 및 정리하여, 이 가운데 건축 디자인에 직접적으로 적용할 수 있는 방법을 보여준다.

본 논문에서 사용한 방법은 비선형계획법(NLP : Nonlinear programing)을 바탕으로 한 라그랑지 승수(Lagrange Multipliers) 벡터법과 다변수함수의 부등식 제약조건을 해결 할 수 있는 쿤-터커 조건(Kuhn-Tucker conditions)을 이용하여 다중기준 최적화를 위한 수리적 모델을 구축하였다.

2. 최적화 기법의 이론고찰

최적화기법이란 일반적으로 대상의 영역에서 요구되는 사항을 가장 잘 만족시키는 대안을 찾아내는 과정이라고 할 수 있다. 현재까지 다양한 최적화 이론과 기법이 제시되고 있으며 문제해결을 위한 조건에 따라서 각각 장·단점을 가지고 있다.

최적화 기법을 적용하기 위해서는 적용하는 기법이 문제의 형태와 일치하여야 하며, 얻고자 하는 정보의 종류에도 부합되어야 한다. 최적화 기법에는 일반적으로 선형계획법, 비선형계획법, 동적계획법 등이 있으며, 본 연구에서는 이중 비선형계획법을 적용하였다.

2.1 비선형계획문제

일반적으로 비선형계획문제(nonlinear programming problem)는, m개의 부등식 제약조건 $g_i(x_1,...., x_n)\leq 0$, $i=1,...., m$ 및 l개의 등식제약조건 $h_j(x_1,...., x_n)=0$, $j=1,...., l$ 을 만족하는 n차원 벡터 $x=(x_1,...., x_n)$ 중에서 목적함수(objective function) $f(x_1,...., x_n)$를 최소로 하는 최적해(optimal solution)를 구하는, 최적화문제(optimization problem)로 정식화된다. 여기에서 f, g_i, $i=1,..., m$, h_j, $j=1,...,l$은 변수 $x=(x_1,...., x_n)\in R^n$에 대하여 정의되는 실수치 함수(real-valued function)이다. 또 함수 g_i, $i=1,...., m$과 h_j, $j=1,..., l$은 제약함수(constraint functions)라 부르고, 부등식제약조건과 등식제약조건은 간단히 제약조건(constraint)이라 부른다.

여기서는 이러한 비선형계획문제를 간단히

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(x) \\ &\text{subject to} && g_i(x)\leq 0,\ i=1,....,m \\ & && h_i(x)=0,\ \ j=1,....,l \end{aligned} \tag{2.1}$$

로 쓰기로 한다.

문제 (2.1)에서 모든 제약조건을 만족하는 x를 실행 가능해 또는 가능해(feasible solution)라 하고, 실행 가능해 전체의 집합 $X=\{x\in R^n \mid g_i(x)\leq 0,\ i=1,....,m\ ;\ h_j(x)=0,\ j=1,...,l\}$ 을 이 문제의 제약집합(constraint set)이라 한다. 제약집합을 X를 이용하면 비선형계획문제는

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(x) \\ &\text{subject to} && x\in X \end{aligned}$$

로 간단히 나타낼 수 있다.[7)]

여기서는 (1)[8)]과 같이 표현되는 문제를 총칭하여 비선형계획문제라 하며, 선형계획문제는 비선형계획문제의 특별한 경우로 본다.

2.2 제약조건하에서의 극대・극소

다변수 함수의 변수가 일정한 조건을 만족시켜야 한다는 제약조건하에 함수의 극값을 구해야 되는 경우가 있다.

그러나 제약조건이 단순한 형태가 아니라서 어느 변수에 대하여도 쉽게 풀어 정리할 수 없다면, 제약조건이 없는 함수의 극값을 구하는 문제로 변화시킬 수가 없다. 이러한 경우, 즉 변수의 치환에 의하여 제약조건을 없애는 것이 불가능한 일반적인 경우에 함수의 극값을 구하는 방법은 라그랑즈 함수의 극값을 구하는 문제로 변화시키면 된다.

2.3 음이 아닌 변수의 조건과 경계선에서의 해

비선형계획은 제약조건이 부등식으로 주어져 있고 제약조건과 목적함수가 일차식이 아닌 경우의 최적화문제를 접근하는 방법이다.

이러한 최적화문제 중 가장 간단한 경우는 제약조건이

6) 이때 시공비용(설비관련제외)과 관련된 요소들(attributes)로는 크게 외피들(지붕, 바닥포함)이고, 세부적으로 분류해보면 외피는 창문과 벽으로 구성된다. 또한 창문과 벽은 에너지소비량과도 밀접한 관련이 있게 된다.

7) 김도상 외 5인, 비선형최적화 이론, 민음사, 1998.

8) m=0, l=0일 때, 즉 제약조건이 없는 경우에 문제(1)은 minimize f(x), $x\in R^n$가 되어 제약이 없는 최적화문제(unconstrained optimization problem)라 부르고, $m\neq 0$ 또는 $l\neq 0$인 경우에는 제약이 있는 최적화 문제(constrained optimization problem)라 부른다. 목적함수 f 및 모든 제약함수 g_i, h_j가 x에 관하여 선형함수일 때, 문제(1)은 선형계획문제(linear program)라 부르고, 목적함수와 제약함수 중에 적어도 한 개 이상의 비선형함수가(nonlinear function) 존재할 때 비선형계획문제(nonlinear program)라고 한다. 그렇지만 이러한 구별은 주로 문제의 최적 해를 계산하는 방법을 생각할 때 필요한 것이지 이론적인 고찰을 할 때에는 반드시 양자를 구분해서 볼 필요가 없는 경우가 많다.

단지 모든 변수가 음이 아니라는 경우로서 다음과 같이 표현되는 문제이다.

문제Ⅰ : Max f(x)

s.t. $x \geq 0$

이 경우 0보다 큰 x에서 최대 값이 존재하면 이러한 해를 내부해(interior solution)이라 부르며 이 경우 $f'(x)=0$이 되고, x=0 즉 f의 정의역 중에서 제약조건을 만족시키는 부분집합의 경계에서 최대 값이 존재하면 이러한 해를 경계해(boundary solution)라고 부르며 $f'(x) \leq 0$이 된다.

따라서 문제Ⅰ이 해를 갖기 위한 필요조건은

$f'(x) \leq 0$이고, $xf'(x)=0$

또는 $f'(x) \leq 0$이고, $f'(x)<0$ 이면 x=0

으로 표현할 수가 있다. 마찬가지 방법으로 문제Ⅰ이 최대화(maximization)문제가 아니고 최소화(minimization) 문제라면, 해를 갖기 위한 필요조건은

$f'(x) \geq 0$이고, $xf'(x)=0$

또는 $f'(x) \geq 0$이고, $f'(x)>0$ 이면 x=0

으로 표현된다.

2.4 쿤-터커 조건(제약조건이 부등식인 최적화문제)

앞 절에서 설명한 문제Ⅰ에서 부등식으로 표현된 제약조건이 추가되어 있는 최적화문제를 살펴보면,

문제Ⅱ: Max f(x, y)

s.t. $g(x, y) \leq r$

$x \geq 0, \quad y \geq 0$

여유변수를 이용하여 부등식을 등식으로 바꾸어서 문제를 표현하면

문제Ⅱ : Max (x, y)

s.t. $g(x, y) + s = r$

$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad s \geq 0$

문제Ⅱ에서 변수가 음이 아니라는 조건을 무시하면, 문제Ⅱ은 등식의 제약조건을 갖고 있는 문제가 되고 라그랑즈함수 $L = f(x, y) + \lambda[r - s - g(x, y)]$ 에 의하여 해를 갖기 위한 1차 조건은

$$\frac{\delta L}{\delta x} = \frac{\delta L}{\delta y} = \frac{\delta L}{\delta s} = \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0$$

이 된다. 그러나 x, y와 s가 음이 아니라는 조건이 있으므로 문제Ⅱ가 최대 값을 갖기 위한 필요조건은

$$\frac{\delta L}{\delta x} \leq 0, x \geq 0, x\frac{\delta L}{\delta x} = 0$$

(2.2)

$$\frac{\delta L}{\delta y} \leq 0, y \geq 0, y\frac{\delta L}{\delta y} = 0$$

(2.4)

$$\frac{\delta L}{\delta s} \leq 0, s \geq 0, s\frac{\delta L}{\delta s} = 0$$

(2.4)

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0$$

(2.5)

이다.

$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = -\lambda$ 이므로(2)는 $-\lambda \leq 0$이고 $-s\lambda = 0$과 같으며

따라서 $\lambda \geq 0, s \geq 0$이고 $s\lambda = 0$

(2.6)

으로 쓸 수가 있다. 한편(4)에 의하여 $s = r - g(x, y)$이므로 이것은 (6)에 대입하면

$$r - g(x, y) \geq 0, \lambda \geq 0, \lambda[r - g(x, y)] = 0 \qquad (2.7)$$

가 된다.

식(2.2), (2.3), (2.7)이 문제Ⅱ가 해를 갖기 위한 필요조건이며, 이를 쿤-터거 조건(Kuhn-Tucker conditions)[9]이라고 부른다.

쿤-터커 조건은 마치 부등식인 제약조건을 등식의 제약조건인 것처럼 취급하여 다음 과정을 기계적으로 밟으면 얻어진다.

1) 라그랑즈함수 $L = f(x, y) + \lambda[r - s - g(x, y)]$을 만들어서 편도함수의 부호를 다음과 같이 설정한다.

$$\frac{\delta L}{\delta x} \leq 0, \frac{\delta L}{\delta y} \leq 0, \frac{\delta L}{\delta \lambda} = r - g(x, y) \geq 0$$

2) 변수가 음이 아니다 라는 조건을 추가한다.

$$x \geq 0, y \geq 0, \lambda \geq 0$$

3) 변수와 그 변수에 대한 편도함수 중 어느 하나는 반드시 0이 되어야한다는 상보적인 조건(complementary slackness)을 설정한다.

9) 제약조건이 부등식인 최적화 문제는 1939년 W. Karush의 시카고대학 석사학위 논문 “Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Conditions”에서 이미 만족할 만한 정도로 다루어졌으나 별로 주목을 받지 못하였다. Karush의 연구도 Calculus of Variations에서 다룬 비슷한 연구결과의 영향을 받아서 이루어졌다.

$$x\frac{\delta L}{\delta x}=0,\ y\frac{\delta L}{\delta y}=0,\ \lambda\frac{\delta L}{\delta \lambda}=0$$

3. 건물의 수리적 모델 자료분석

건물의 형태와 에너지소비 사이에 관련된 정보는 건물 형태변수에 따른 에너지 변화로 나타낼 수 있다. 이 형태 변수의 선택은 매우 중요하며, 건물의 형태와 에너지소비와 관련된 변수는 3.2절과 같다.

3.1 기본 단위 모델의 정의

본 연구에서 사용된 기본 단위 모델은 평행육면체로서, 평행육면체의 선택은 대부분 시공되는 건물형태의 기본이 되고 평행육면체들의 조합으로 건물을 대표할 수 있기 때문이다.[10)]

따라서 실제 시공될 건물이 존재할 때 에너지소비를 최소화할 수 있는 형태가 무엇인지를 알 수 있게 된다.

에너지 소비의 의미는 건물의 실내설정온도를 유지하는데 필요한 에너지로 정의될 수 있다. 실내설정온도는 대개 거주자의 쾌적을 고려하여 18℃로하고 이 건물의 용도를 공동주택으로 가정하여 공조시스템(HAVAC system) 사용은 고려하지 않았다. 건물의 향은 남향(동서축)을 기준으로 하였다.

3.2 결정변수와 제약조건

1) 결정변수(Decision variables)

- 벽, 창, 지붕, 바닥의 열저항
- 창면적비[11)]

2) 제약조건(Constraints)

결정변수는 다음의 제약조건들을 만족해야만 한다.

- 열저항(열관류율)과 관련된 제약조건[12)]

$$R_{wall-\min}\leq R_{wall-i}\leq R_{wall-\max}$$
$$R_{win-\min}\leq R_{win-i}\leq R_{win-\max}$$
$$R_{roof-\min}\leq R_{roof}\leq R_{roof-\max}$$
$$R_{floor-\min}\leq R_{floor}\leq R_{floor-\max}$$

- 창의 크기[13)] $0.1\leq r\leq 0.6$(남동측창일 경우)

3.3 최적화 모델의 부분적 기준

그림2와 같은 건물의 형태를 취할 때, 부피 V, 층고 h, 장변 l_1, 단변 l_2라 하고, 건물의 열 손실은 외벽과 환기에 의해 일어나며, 열 취득은 창을 통해 태양복사에너지에 의해 발생한다고 가정한다. 열 손실과 열 취득의 차이는 설치된 난방시설에 의해서 그 차이만큼 에너지가 공급된다. 이때 최소 건물 시공비용과 에너지 요구량은 다음과 같다.

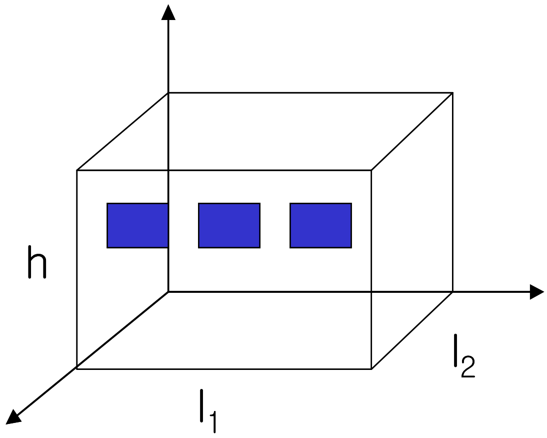

그림 12 기본모델

1) 건물의 시공비용부분 수리적 모델

$$F_1=h\sum_{i=1}^{4}l_i(1-r_i)C_{wall-i}+h\sum_{i=1}^{4}l_ir_iC_{win-i}+\frac{V}{h}(C_{roof}+C_{floor})$$

10) P. Depecker, C. Menezo, J. Virgone, S. Lepers Design of buidings shape and energetic consumption. Building and Environment. 2001.

11) 건설교통부고시 공동주택의 에너지절약 설계기준, 제1장 3조, 1999. 5.
"창면적비"라 함은 지붕과 바닥을 제외한 건축물 전체 외피면적에 대한 창면적의 비를 말하며 창면적비 산정시 창틀은 창면적에 포함하여 계산한다. 다만, 계단실 및 승강기의 공간 등은 계산에서 제외한다.
※ 창면적비 = [창면적 / (외벽면적 + 창면적)] × 100]

12) 건축물 단열기준, 지역별건축물 부위별 관류율(단위:㎉/㎡h℃)

건축물의 부위 (지역구분)			중부 개정전	중부 개정후	남부 개정전	남부 개정후	제주도 개정전	제주도 개정후
거실외벽	외기에 직접 면하는 경우		0.50 이하	0.40 이하	0.65 이하	0.50 이하	1.00 이하	0.65 이하
	외기에 간접 면하는 경우			0.55 이하		0.70 이하		0.95 이하
최하층에 있는 거실바닥	외기에 직접 면하는 경우	바닥난방인 경우		0.30 이하		0.35 이하		0.40 이하
		바닥난방이 아닌 경우		0.35 이하		0.40 이하		0.45 이하
	외기에 간접 면하는 경우	바닥난방인 경우		0.45 이하		0.50 이하		0.55 이하
		바닥난방이 아닌 경우		0.50 이하		0.55 이하		0.65 이하
최상층에 있는 거실의 반자/지붕	외기에 직접 면하는 경우		0.35 이하	0.25 이하	0.45 이하	0.30 이하	0.65 이하	0.35 이하
	외기에 간접 면하는 경우			0.35 이하		0.45 이하		0.50 이하
공동주택의 측벽			0.40 이하	0.30 이하	0.60 이하	0.40 이하	0.70 이하	0.50 이하
공동주택의 층간바닥	바닥난방인경우		–	0.70 이하	–	0.70 이하	–	0.70 이하
	기타			1.0 이하		1.0 이하		1.0이하
창 및 문	외기에 직접 면하는 경우		2.90 이하	3.30 이하	3.10 이하	3.60 이하	5.00 이하	4.50 이하
	외기에 간접 면하는 경우			4.70 이하		5.20 이하		6.50 이하

13) 건설교통부고시 공동주택의 에너지절약 설계기준, 5조 3.(창의 크기) 가. 남측 또는 남동측의 창은 일사의 적정한 이용과 창의 열손실을 고려하여 적정한 크기로 하고, 창면적비가 60%를 초과하지 않도록 한다.

단, h : 건물높이
l : 벽길이
r : 창면적비
C_{wall} : 벽체 1㎡당 시공비용
C_{win} : 창문 1㎡당 시공비용
C_{roof} : 지붕 1㎡당 시공비용
C_{floor} : 바닥 1㎡당 시공비용

2) 건물의 에너지소비부분 수리적 모델

건물 에너지 분석도구들은 단순 에너지계산과 상세 에너지 계산으로 나눌 수 있으며, 선택된 방법론이나 분석 프로그램은 계획시 요구사항들을 만족시켜야 한다. 에너지 분석 방법/도구를 선택할 때에는 다음 요인들을 항상 고려하여만 한다.[14]

- 정확도
- 민감도
- 배우고 사용하는 시간과 비용
- 상세의 수준과 쉬운 이용법
- 필요한 데이터의 유효성
- 산출값의 질
- 프로젝트의 단계

일반적으로 빠르고 단순화한 에너지 분석 방법들은 도일법(Degree-Day method)과 균형점온도(balance point temperature)의 개념을 바탕으로 사용하고 있다.

만약 건물에너지 분석이 시스템의 비교 또는 설계대안들을 비교할 목적으로 사용한다면 단순화한 에너지 분석법을 사용하는 것이 적합하고, 건물 에너지 시스템과 하위 시스템의 상세한 에너지 분석을 원한다면 정밀시뮬레이션 프로그램을 사용하는 것이 효과적이다.[15]

본 논문의 목적은 전자와 유사하고 수리적인 모델수립을 위해서 계산하기 간편한 확장 도일법의 개념을 사용하여 함수식을 수립하였으며, 그 식은 다음과 같다.

$$F_2 = h[24HDD\sum_{i=1}^{4} l_i(1-r_i) + \sum_{i=1}^{4} l_i r_i \frac{1}{R_{win-i}} - \sum_{i=1}^{4} l_i r_i p_i \theta_i] + 24HDD\frac{V}{h}(\frac{1}{R_{roof}} + \frac{1}{R_{floor}})$$

단, HDD : 난방도일
θ : 일사량
p : 창의 투과율
V : 건물의 체적

14) ASHRAE handbook: fundamentals. Atlanta, GA: American Society of Heating, Ventilating and Air-Conditioning Engineers, 1997.
15) Mohammad Saad Al-Homoud, Computer-aided building energy analysis techniques, Building & Environment, 2001.

R_{wall} : 벽체의 열저항
R_{win} : 창의 열저항
R_{roof} : 지붕의 열저항
R_{floor} : 바닥의 열저항

4. 건물의 외피최적화를 위한 수리적 모델

건물 외벽의 최적화는 각각의 외벽, 지붕, 바닥의 최적 열 저항의 선택뿐만 아니라 최적 창문유형의 선택을 포함한다.

벽의 최적화는 시공 가능한 벽체들 가운데 선택하여 단열재의 두께 또는 벽체의 열 저항의 최적 해를 탐색하는 것으로 구성되며, 창문의 최적화는 다중기준요소에 적합한 허용 가능한 창문들로부터 최적의 창을 선택하는 것으로 구성된다.

이와 같은 경우에 연속 결정변수와 이산결정변수 모두가 존재하게 된다. 여기서 이산변수는 벽, 창문, 지붕, 바닥의 유형이 되고, 연속변수는 창면적비(window-to-wall ratios : r), 그리고 벽체의 열 저항으로 표현 될 수 있는 단열재의 두께가 된다.

창의 유형의 경우, 가격(Cost), 열저항(R), 투과율(P)의 요소로 구성되며, 이산변수로서 취급되어야 한다.

따라서 건물외벽 최적화를 위한 수리적 모델의 문제는 시공비용(F1)과 에너지성능(F2)으로 표현된 목적함수(objective function)의 최소 값(minimum value)을 찾아 최적 값(optimum value)을 구하는데 있다.

우선, 앞 절에서 F_1, F_2 으로 표현된 목적함수 부분 중에서 외벽의 1㎡당 최소비용 및 최소 열손실을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_1 = (1-r)C_{wall} + rC_{win}$$

$$F_2 = [(1-r)\frac{1}{R_{wall}} + r\frac{1}{R_{win}}]24HDD - rP\theta(\alpha)$$

s.t. $R_{min} \leq R_{wall} \leq R_{max}$
$R_{min} \leq R_{win} \leq R_{max}$

또한, 건물 외벽의 열 저항과 비용과의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$C_{wall} = C_{wall-struc} + C_{wall-insul}(R_{wall} - R_{wall-struc})$$

$$C_{win} = C_{win-fixed} + C_{win-unit}(R_{win} - R_{win-\min})$$

여기서,
$C_{wall-struc}$: 벽의 구조체 부분의 비용(단열재제외)
$C_{wall-insul}$: 단열재의 단위비용
$C_{win-fixed}$: 창의 고정비용

$C_{win-unit}$: 창의 열저항값을 증가시킬 때 단위비용
$R_{wall-struc}$: 벽의 구조체 부분의 열저항값
$R_{win-\min}$: 선택한 창의 최소 열저항값

따라서

$$F_1=(1-r)C_{wall}+rC_{win}=(1-r)[C_{wall-sturc}+C_{wall-insul}(R_{wall}-R_{wall-struc}+r[C_{win-fixed}+C_{win-unit}(R_{win}-R_{win-\min})]$$

으로 나타낼 수 있으며, 이 식에서의 연속변수는 창면적비 (r)와 외벽의 열저항 값 (R_{wall}) 이므로, 제약조건은 $R_{wall-\min}\le R_{wall}\le R_{wall-\max}$, $r_{\min}\le r \le r_{\max}$ 이다.

목적함수 F_1을 라그랑지 승수벡터를 사용하면 다음의 형태로 치환할 수 있다.

$$F_1=(1-r)C_{wall}+rC_{win}(1-r)[C_{wall-sturc}+C_{wall-insul}(R_{wall}-R_{wall-struc})+r[C_{win-fixed}+C_{win-unit}(R_{win}-R_{win-\min})]+\lambda_1(r_{\max}-r)+\lambda_2(r-r_{\min})+\mu_1(R_{wall-\max}-R_{wall})+\mu_2(R_{wall}-R_{wall-\min})$$

여기서, $\lambda, \mu_i(i=1,2)$: 라그랑지 승수

F_1이 극값을 갖기 위한 필요조건(쿤-터커 조건)은 다음과 같다.

$$\frac{dr}{dF_1}=-[C_{wall-sturc}+C_{wall-insul}(R_{wall}-R_{wall-struc})+[C_{win-fixed}+C_{win-unit}(R_{win}-R_{win-\min})]-\lambda_1+\lambda_2=0$$

$$\frac{dR_{wall}}{dF_1}=(1-r)C_{wall-insul}-\mu_1+\mu_2=0 \cdots\cdots (4.1)$$

$\lambda, \mu_i(i=1,2)$에 대하여도 각각 미분하면,

$r=r_{\min}, r=r_{\max}, R_{wall}=R_{wall-\min}, R_{wall}=R_{wall-\max}$ 가 된다.

같은 방법으로 목적함수 F_2을 라그랑지 승수벡터를 사용하면 다음의 형태로 치환할 수 있다.

$$F_2=[(1-r)\frac{1}{R_{wall}}+r\frac{1}{R_{win}}]24HDD-rP\theta(\alpha)+\lambda_1(r_{\max}-r)+\lambda_2(r-r_{\min})+\mu_1(R_{wall-\max}-R_{wall})+\mu_2(R_{wall}-R_{wall-\min})$$

여기서, $\lambda, \mu_i(i=1,2)$: 라그랑지 승수

F_2이 극값을 갖기 위한 필요조건(쿤-터커 조건)은 다음과 같다.

$$\frac{dr}{dF_2}=[-\frac{1}{R_{wall}}+\frac{1}{R_{win}}]24HDD-P\theta(\alpha)-\lambda_1+\lambda_2=0$$

$$\frac{dR_{wall}}{dF_2}=-(1-r)\frac{1}{R^2_{wall}}24HDD-\mu_1+\mu_2=0 \qquad (4.2)$$

$\lambda, \mu_i(i=1,2)$ 에 대하여도 각각 미분하면,

$r=r_{\min}, r=r_{\max}, R_{wall}=R_{wall-\min}, R_{wall}=R_{wall-\max}$가 된다.

따라서 식(4.1)과 (4.2)를 정리하여 풀어보면

$$(1-r)C_{wall-insul}=(1-r)\frac{1}{R^2_{wall}}24HDD$$

$$R_{wall}=\left(\frac{24HDD}{C_{wall-insul}}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$R_{wall}=R_{wall-\min}, R_{wall}=R_{wall-\max}$$
(4.3)

(4.3)식은 어느 지방의 난방도일 값과 단열재의 비용을 알고 있을 때 벽체의 최적 저항 값을 구하는 공식이며, 지붕과 바닥의 최적 저항 값도 이와 동일방법으로 구할 수 있다.

5. 최적화 문제의 해법을 위한 보완사항

5.1 효용함수문제

일반적으로 의사결정자들의 어떠한 비용에 대하여 느끼는 효용(utility)을 기대가치만 가지고 설명한다는 것은 여러 가지 면에서 부족하다. 왜냐하면, 모든 사람들이 현금가치에 대해 선형적인 효용치를 갖는다고 볼 수는 없기 때문이다. 따라서 기대가치만을 가지고 문제 상황을 판단하는 것은 의사결정자의 가치개념을 제대로 반영하지 못한다. 그러므로 개인에 따라 달라지는 주관적인 가치개념과 위험에 대한 태도를 객관적인 척도로 대치시켜 줄 수 있는 방법이 필요하다.[16)]

따라서 앞 절에서 구축한 수리적 모델을 이용하여 건물을 평가한다면, 함수 $F=F_1+F_2$ 을 효용함수 전환하여야만 한다. 함수 F_2는 에너지소비 부분이므로 건물의 사용연수에 따라 에너지소비량과 비용이 증가한다. 또한 사용연수는 이자율과 인플레이션을 고려하여 건물의 사용연수에 대한 수정계수(Y)로 나타낼 수 있다.

그러므로 함수 $F=F_1+YF_2$ 의 형태로 표현될 수 있으며, 가중계수(weighting factor)를 ω라 하면,

16) 김성희. 意思決定論; 分析 및 應用. 영지문화사. 2000. 1.

$$\sum_{n=1}^{N} w = 100(\%) \quad [17], \quad Y = \frac{1-w}{w}$$

$F = wF_1 + (1-w)F_2$ 로 표현 될 수 있으며, 함수식 F는 연속함수의 형태이므로 0에서 1사이의 값을 취할 수 있다.

5.2 효용함수 적용시 해

일반함수식에 가중치를 적용하면 다음 식과 같다.

$$F = F_1 + YF_2$$

이 함수식을 라그랑지 함수로 치환한 후, 건물 외피의 R, 창면적비r, 그리고 라그랑지 승수 λ에 대하여 각각 미분하여(F*가 극값을 갖기 위한 필요조건) 해를 찾으면 다음과 같다.

$$R_{wall} = \left(\frac{Y \times 24HDD \times C_{energy}}{C_{wall-insulation}} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (5.1)$$

여기서,

Y : 수정계수

HDD : 난방도일

C_{energy} : 에너지단위에 대한 비용

$C_{wall-insulation}$: 단열재부분의 단위비용

표1. 발전원별 연료비수준(1999년도 실적기준)

원자력	석탄	석유	가스
3.55원/kWh	14.28원/kWh	26.71원/kWh	39.93원/kWh
24.8%	100%	187%	280%

*권영철 외2인, 환경비용을 고려한 난방에너지원의 경제성 평가에 관한 연구, 대한건축학회논문집 계획계 17권 12호에서 발췌

5.3 적용사례

1) 외벽의 최적저항

건물의 외벽은 콘크리트 벽두께 20cm, 단열재는 발포폴리스티렌 판을 사용하였다. 콘크리트 벽의 단위면적당 비용은 약 70,000원(열저항 : 1.4㎡℃/w), 발포폴리스티렌의 열성능을 향상(1㎡℃/w) 시키는데 드는 비용은 약 5,500원[18]이며, 서울지역의 2002년도 난방도일은 2545.8[19] 이다. 식(5.1)의 에너지단위에 대한 비용은 표1을 참고하였으며, 사용연료는 도시가스로 설정하였다. 외벽의 내용연수는 25년이라고 가정하였다.

(5.1)식을 이용하여 외벽을 25년 사용한다고 가정했을 때 시공비용과 에너지성능을 고려한 최적 R값은 다음과 같다.

$$R_{wall} = \left(\frac{25 \times 24 \times 2548.8 \times 39.93 \div 1000}{5500} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 3.33\ m^{2\circ}\ C/W$$

이와 같은 방법으로 내용연수에 따른 서울지방의 최적저항 값을 산출해 보면 표2과 같다.

표2. 기간에 따른 외벽의 최적 저항값(㎡℃/w)
-난방연료로 도시가스 사용시

사용기간(년)	10	15	20	25
열저항	2.11	2.58	2.98	3.33
열관류율	0.47	0.39	0.34	0.30

2) 지붕과 바닥의 최적저항

건물 지붕은 플랫지붕으로 플랫지붕과 중공콘크리트를 사용하였으며, 단위 면적당 시공비용은 약 88,000원(열저항 : 1.472 ㎡℃/W), 열성능을 향상(1㎡℃/W) 시키는데 드는 비용은 약 4,300원으로 설정하였다.

건물의 바닥은 중공콘크리트를 사용하였으며, 단위 면적당 시공비용은 약 117,000원(열저항 : 0.610 ㎡℃/W), 열성능을 향상(1㎡℃/W) 시키는데 드는 비용은 약 7,300원으로 설정하였다. 1)에서와 같은 방법으로 최적저항을 산출하면 다음과 같다.

$$R_{roof} = 3.77\ m^{2\circ}\ C/W$$
$$R_{floor} = 2.89\ m^{2\circ}\ C/W$$

3) 제약조건

3.2.2)절의 제약조건을 적용해보면 표4와 같으며 효용함수로 구한 열관류율값들이 법규의 제약조건을 만족시켰으므로 그대로 사용할 수 있다.

표3. 부위별 최적 열관류율과 제약조건

제약조건 \ 부위		외벽	지붕	바닥
효용함수에 의한최적 K	w/㎡℃	0.30	0.27	0.35
	(kcal/㎡℃)	0.26	0.23	0.30
법규제약조건(kcal/㎡h℃)		0.40	0.25	0.30

6. 결 론

최적화기법을 실제 설계단계에 적용할 때에는 그 단계의 문제해결의 성격과 효과를 검토하여 적합한 방법을

17) Yehuda. Kalay. Evaluating and predicting design performance. John Wiley & Sons. 1992.
18) 물가정보에서 보간하여 사용
19) 기상청 홈페이지 주간 산업기상정보

선정하여야 한다.

본 논문은 공동주택의 형태최적화를 위한 이론정립 및 기초연구의 일환으로 시공비용과 에너지 성능의 관점에서 효용함수에 의한 최적화된 건물외피의 저항값을 구하는 방법을 제시하였으며, 다중기준최적화를 위한 가장 합리적인 방법으로 비선형계획법 이용하여 기초적인 수리적 모델의 해법을 탐색하였다.

외피의 최적 저항값 산출을 위한 효용함수는 비용부분과 에너지 성능부분으로 구분하였다. 효용함수의 분자부분은 내구연수, 지방의 난방도일, 사용연료의 단위비용으로 구성되었으며, 분모 부분은 단열성능 향상에 따른 비용으로 구성되었다.

따라서 수리모델의 신뢰성은 재료의 비용부분과 사용연료의 단가가 정확할 경우에만 국한될 수 있으며, 유의성은 수리모델의 민감도에 따라 다르지만, 일반적으로 난방도일과 단열성능향상비용이 가장 큰 영향을 미침으로 난방도일이 낮은 온화한 지역에서는 법규제약조건보다 열관류율값이 커지는 단점이 나타났다. 이 경우 법규의 제약조건(수리모델의 등식제약조건)에 따라야 하므로 본 논문의 수리모델은 중부지방의 경우 잘 적용되어 질 수 있다.

참고문헌

1. 원종서, 이용준, 이경회, 다중기준최적화기법에 의한 사무소 건물 설계대안의 성능평가, 대한건축학회논문집 계획계, 2000. 10.
2. 김도상외 5인, 비선형최적화 이론, 민음사, 1998.
3. 신준용, 경영학과 경제학을 위한 수학, 학현사, 1996.
4. 곽병섭 , 수리경제학의 벡터기초, 우성문화사, 1991.
5. 노응원, 수리경제학, 진영사, 1997.
6. 진경일, 유전자알고리즘을 이용한 건축디자인 최적화 방법에 관한 연구, 연세대학교 박사학위논문, 2001.
9. 권영철 외2인, 환경비용을 고려한 난방에너지원의 경제성 평가에 관한 연구, 대한건축학회논문집 계획계, 2001. 12.
10. 김성희, 의사결정론; 분석 및 응용. 영지문화사, 2000. 1.
11. Marks W, Jedrzejuk H, Optimization of shape and functional structure of buildings as well as heat source utilization Basic theory, Building and Environment, 2002.
12. Catarina Thormark, A low energy building in a life cycle-its embodied energy, energy need for operation and recycling potentia, Building and Environment, 2002.
13. David A. Coley, Stefan Schukat, Low-energy design : combining computer-based optimization and human judgement, Building and Environment 2002.
14. M.M. Gouda, S. Danaher, C.P. Underwood, Building thermal model reduction using nonlinear constrained optimization. Building and Environment. 2002.
15. Antony D. Radford, John S. Gero, Design by optimization in Architecture, Building and Construction, VNR Company. 1988.
16. Whittle, Peter, Optimization under constraints, John Wiley & Sons. 1971.
17. Donald M. Simmons, Nonlinear programming for operations research, Prentice-Hall. 1975.
18. Yehuda E. Kalay, Evaluating and predicting design performance, John Wiley & Sons. 1992.
19. P. Depecker, C. Menezo, J. Virgone, S. Lepers, Design of buidings shape and energetic consumption, Building and Environment, 2001.
20. ASHRAE handbook: Fundamentals. Atlanta, GA: American Society of Heating, Ventilating and Air-Conditioning Engineers, 1997.
21. Bazaraa, Sherali, Shetty, Nonlinear programming : Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, 1993.
22. Mohammad Saad Al-Homoud, Computer-aided building energy analysis techniques, Building and Environment, 2001.