

CLSVOF 방법을 이용한 액적-벽면 충돌에 관한 수치적 연구

서영호* · 손기헌†

(2002년 10월 19일 접수, 2003년 3월 17일 심사완료)

Numerical Study of Droplet Impact on Solid Surfaces Using a Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method

Youngho Suh and Gihun Son

Key Words: Droplet Impact(액적 충돌), VOF Method(Volume of Fluid 방법), Level Set Method(Level Set 방법), Contact Angle(접촉각)

Abstract

A level set method is combined with the volume-of-fluid method so that the coupled method can not only calculate an interfacial curvature accurately but also can achieve mass conservation well. The coupled level set and volume-of-fluid(CLSVOF) method is efficiently implemented by employing an interface reconstruction algorithm which is based on the explicit relationship between the interface configuration and the fluid volume function. The CLSVOF method is applied for numerical simulation of droplet impact on solid surfaces with variable contact angles. The numerical results are found to preserve mass conservation and to be in good agreement with the data reported in the literature. Also, the present method proved to be applicable to the complex phenomena such as breakup and rebound of a droplet.

기호설명

F : 검사 체적내의 액체의 체적비
 g : 중력가속도
 H : 계단함수
 h : 격자간격
 n : 상경계면의 단위 법선벡터, (n_x, n_y)
 p : 압력
 R : 액막의 반경
 r : 반경방향 좌표
 s : 기체-액체가 공존하는 검사체적의 모서리에서 상경계면까지 거리

t : 시간
 U : 액적의 속도
 u : 속도 벡터, (u, v)
 X : 액막의 높이
 x : 축방향 좌표

그리스문자

θ : 액적과 벽면의 접촉각
 χ : 상경계면의 곡률
 μ : 점성계수
 ρ : 밀도
 σ : 표면장력계수
 ϕ : Level Set 함수

* 서강대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : gihun@ccs.sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8641 FAX : (02)712-0799

하첨자

g, l : 기체, 액체

i, j : i, j 격자점
 r, x : r, x 방향의 성분

1. 서론

액적-벽면 충돌문제는 디젤엔진과 직접 분사식 가솔린엔진의 액체연료 분사, 잉크젯 프린팅, 부식 방지를 위한 물체표면의 분사코팅, 터빈 날개의 분사냉각 등 다양한 분야에서 응용되고 있으며, 실험과 수치해석을 통해 많은 연구가 진행되고 있는 분야이다. 액적이 벽면에 충돌할 때 액적은 매우 짧은 시간에 퍼짐, 되감김(recoil), 되튐(rebound), 분열 등으로 심하게 변형되기 때문에 실험만으로 충분히 해석하기 어렵다. 이러한 현상에 대한 이해를 넓히기 위해, 실험방법 외에 현상을 지배하는 질량 및 운동량 보존법칙을 수치적으로 직접 해석하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다.

액적-벽면 충돌에 관한 수치해석은 Marker-and-Cell 기법을 사용한 Harlow와 Shannon⁽¹⁾에 의해 처음으로 수행되었다. 그들의 수치해석에서는 점성과 표면장력의 영향이 고려되지 않았기 때문에 충돌 초기에 일어나는 액적의 퍼짐에 대한 결과만 얻었다. Trapaga와 Szekely⁽²⁾는 Hirt와 Nichols⁽³⁾에 의하여 제안된 Volume-of-Fluid(VOF) 방법을 사용하여 액적-벽면 충돌문제를 해석하였다. 계산에 점성 및 표면장력의 영향이 고려되었으나 액적이 퍼진 후 되감기는 현상에 대한 결과는 얻을 수 없었다. 액적-벽면 충돌에 대한 실험 데이터와 일치하는 계산결과는 점성과 표면장력의 영향뿐만 아니라 퍼짐접촉각(advancing contact angle) 및 수축접촉각(receding contact angle)을 고려한 Fukai 등^(4,5)에 의해 얻어졌다. 접촉각은 액적-기체-벽면의 접점의 이동방향에 따라 퍼짐접촉각 또는 수축접촉각을 가지며, 접점이 정지해 있을 때 접촉각은 퍼짐접촉각과 수축접촉각 사이에서 변하는 현상(contact angle hysteresis)에 대한 모델을 제시하였다. 그러나, Fukai 등이 사용한 유한요소법은 액적의 되튐, 분열과 같이 액적이 복잡하게 변형하는 경우에 적용하기 어렵다. 이러한 한계를 극복하기 위해 Bussman 등^(6,7)은 Hirt와 Nichols⁽³⁾의 VOF 방법보다 상경계면을 정확하게 결정할 수 있도록 개선된 PLIC(Piecewise Linear Interpolation Calculation) VOF 방법을 사용하여 수

평벽면뿐만 아니라 경사벽면에 충돌하는 액적거동을 해석하였다. VOF방법은 차분화된 검사체적 내의 액상의 체적비로 정의된 함수를 사용하여 상경계면을 계산하기 때문에 액적의 되튐과 분열과 같은 복잡한 액적거동을 해석할 수 있다. Bussman 등의 수치해석에서도 접촉각의 영향이 고려되었으나, Fukai 등^(4,5)과 달리 접촉각은 액적-기체-벽면의 접점속도의 함수라는 모델을 사용하였다. 이 모델은 Fukai 등의 모델보다 VOF 방법에 용이하게 적용될 수 있으나, 접점이 정지해 있을 때 접촉각은 퍼짐접촉각과 수축접촉각 사이에서 변하는 현상을 모사할 수 없는 한계가 있다.

VOF 방법은 각 상의 질량보존이 잘된다는 장점을 가진 반면, 공간상의 이차 미분이 포함되는 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 이 문제를 개선하기 위해 Sussman 등⁽⁸⁾은 상경계면으로부터의 거리로 정의된 함수를 사용하는 Level Set(LS) 방법을 제시하였다. 이 LS 함수는 미분이 연속적이기 때문에 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 수 있다는 장점이 있지만 각 상의 체적을 일정하게 유지하지 못하는 문제점이 있다. 최근 들어, Sussman과 Puckett⁽⁹⁾에 의하여 VOF와 LS 방법의 단점을 상호 보완하도록 두 방법을 결합한 CLSVOF (Coupled Level Set and Volume-of-Fluid) 방법이 제시되었다. 이 방법은 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 뿐만 아니라 각 상의 질량을 잘 보존하는 장점을 가지고 있다. 그러나, 이 방법은 LS 함수와 VOF 함수로부터 상경계면을 재구성하고 두 함수를 결합하는 과정이 복잡하기 때문에 실제로 적용된 예가 별로 알려져 있지 않다.

본 연구의 목적은 CLSVOF 방법을 액적-벽면 충돌문제에 적용하여 액적의 복잡한 거동을 정확하게 해석하는 것이다. 이를 위해 CLSVOF 방법의 적용에 필수적인 상경계면 재구성 알고리즘과 액적-벽면의 접촉각 조건을 효과적으로 적용할 수 있는 알고리즘을 개발한다.

2. 수치해석방법

2.1 지배방정식

기체-액체의 상경계면은 기상에서 음의 값, 액상에서 양의 값을 가지는 거리함수로 정의된 LS

함수(ϕ)와, 각 검사체적에서 액상의 체적비로 정의된 VOF 함수(F)에 의해 계산된다. 기체-액체 이상유동의 질량 및 운동량 보존을 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} - \sigma x \nabla H + \nabla \cdot \mu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \tag{2}$$

식 (2)에 포함된 H , 상경계면의 곡률(x)과 물성치는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \phi \geq 1.5h &\text{이면, } H = 1 \\ \phi \leq -1.5h &\text{ 이면, } H = 0 \\ |\phi| < 1.5h &\text{ 이면,} \end{aligned} \tag{3}$$

$$H = \frac{1}{2} + \frac{\phi}{3h} + \frac{\sin(2\pi\phi/3h)}{2\pi} \tag{3}$$

$$x = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \tag{4}$$

$$\rho = \rho_g(1-H) + \rho_l H \tag{5}$$

$$\mu = \mu_g(1-H) + \mu_l H \tag{6}$$

여기서, h 는 격자간격이며, H 는 기체-액체의 불연속적인 물성치로 인한 수치 불안정성을 피하도록 계단함수를 부드럽게 한 함수이다. 식 (2)에서 표면장력을 나타내는 $-\sigma x \nabla H$ 는 체적력의 형태로 삽입되었다. 그리고 상경계면의 곡률을 계산하는 식 (4)에서는 불연속적인 VOF 함수가 아닌 LS 함수를 이용하여 계산하였다. LS 함수와 VOF 함수를 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0 \tag{8}$$

LS 함수는 미분이 연속이기 때문에 식 (7)을 차분화하는 방법은 비교적 간단하지만 불연속적인 VOF 함수를 포함하는 식 (8)을 정확하게 계산하기 위해서는 수치확산을 최소화하는 VOF 이류 알고리즘을 필요로 하게 된다.

2.2 CLSVOF 방법

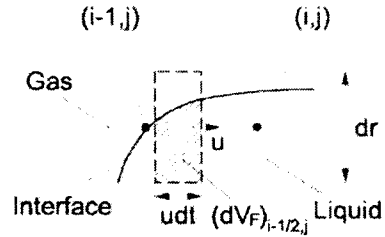


Fig. 1 Schematic for evaluation of the liquid volume advected in x-direction for $u > 0$

2.2.1 VOF 함수의 이류 알고리즘

식 (8)을 시간에 대해 분리하면 다음과 같이 표현될 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$\frac{F^* - F^n}{dt} + \frac{\partial u F^n}{\partial x} = F^* \frac{\partial u}{\partial x} \tag{10}$$

$$\frac{F^{n+1} - F^*}{dt} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v F^*}{\partial r} = F^* \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \tag{11}$$

식 (10)과 (11)은 마지막 단계에서 구한 F^{n+1} 이 비압축성 조건하에서 보존되도록 구성되었다. 식 (10)을 차분화된 제어체적($dV = r dx dr$)에 대해 적분하고 정리하면 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} F_i^* r dx dr = & F_i^n r dx dr + (dV_F)_{i-1/2} - (dV_F)_{i+1/2} \\ & - F_i^* [(r u dt dr)_{i-1/2} - (r u dt dr)_{i+1/2}] \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, $dV_F (= F^n r u dt dr)$ 는 Fig. 1에 표현된 바와 같이 하류의 검사체적으로 이류되는 액체의 체적이며 이를 정확하게 계산하기 위해서는 상경계면을 정확하게 결정(재구성) 할 필요가 있다.

2.2.2 LS 함수의 이류 알고리즘

검사체적 내에서 상경계면을 재구성하기 위해서는, 액상의 체적비 F 뿐만 아니라 상경계면의 법선벡터 \mathbf{n} 도 필요하다. 본 연구에서는 불연속적인 VOF 함수 대신 연속적인 LS 함수를 사용함으로써 $\mathbf{n} (= \nabla \phi / |\nabla \phi|)$ 을 좀 더 정확하게 얻을 수 있었다. VOF 함수의 이류 방정식과 마찬가지로 LS 함수의 이류 방정식 (7)을 시간에 대하여 분리하면 다음과 같다.

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\delta t} + \frac{\partial u \phi^n}{\partial x} = \phi^* \frac{\partial u}{\partial x} \quad (13)$$

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^*}{\delta t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v \phi^*}{\partial r} = \phi^* \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \quad (14)$$

LS 함수는 부드럽기 때문에 비교적 간단한 이차 ENO 기법⁽⁸⁾을 이용하여 차분화하였다. 앞에서 언급한 바와 같이, LS 함수의 이류 방정식으로부터 구한 ϕ^{n+1} 는 일반적으로 질량보존이 되지 않으므로 재구성된 상경계면으로부터 ϕ^{n+1} 를 보정(재정의)하였다.

2.2.3 상경계면의 재구성

VOF 함수의 이류 방정식 (10)과 (11)의 차분화 과정에서 나타나는 오류되는 액상의 체적(dV_s)을 정확하게 구하고 LS 함수를 재정의하기 위해서는 상경계면을 정확하게 재구성하여야 한다. 이는 액체와 기체가 공존하는($0 < F < 1$) 검사체적에서 법선벡터 \mathbf{n} 과 VOF 함수 F 를 동시에 만족하는 상경계면을 결정하는 것을 의미한다. 기존의 PLIC VOF 방법과 마찬가지로 상경계면은 직선 또는 평면으로 가정되었다. \mathbf{n} 이 정해지더라도 이를 만족하는 상경계면의 형상은 매우 다양하며, 이 중에서 F 를 만족하는 상경계면을 찾는 것은 쉬운 일이 아니다. 본 연구에서는 비슷한 형태의 상경계면을 하나로 취급하여 고려해야 하는 상경계면의 형상의 수를 줄였다. Fig. 2는 축대칭 조건에서 가능한 상경계면의 형상을 나타낸 것이다. 상경계면 형상을 결정하는 방법을 정리하면 다음과 같다. 먼저, 검사체적 내의 상경계면을 직선으로 가정하여 Fig. 2에서 굵은 선으로 둘러싸인 액상의 부피를 계산한다.

$$F r dx dr = \frac{r_a}{2} dx_o dr_o - \frac{r_b dx_o}{2 dr_o} \langle dr_o - dr \rangle^2 \quad (15)$$

$$- \frac{r_c dr_o}{2 dx_o} \langle dx_o - dx \rangle^2$$

여기서, $f = -\text{sign}(n_r)$, $\langle a \rangle = \max(a, 0)$.

$$r_a = r - \frac{f}{2} dr + \frac{f}{3} dr_o$$

$$r_b = r + \frac{f}{2} dr + \frac{f}{3} (dr_o - dr)$$

$$r_c = r - \frac{f}{2} dr + \frac{f}{3} \frac{dr_o}{dx_o} (dx_o - dx)$$

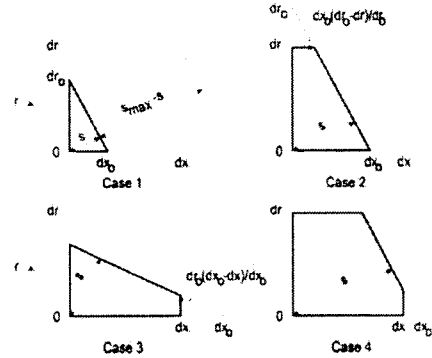


Fig. 2 Four possible interface configurations in axisymmetry

여기서, dx_o , dr_o 는 Fig. 2에서 표현된 바와 같이 상경계면이 검사체적의 면과 만나는 점이다. 식 (15)를 효과적으로 나타내기 위해, 검사체적내의 액상에 속해있는 꼭지점 중에서 상경계면으로부터 가장 먼 꼭지점과 상경계면간의 거리로 정의된 s 를 도입했다. \mathbf{n} 이 주어졌을 때 s 가 결정되면 상경계면은 유일하게 구성되기 때문에 상경계면 재구성은 $s = s(F, \mathbf{n})$ 를 구하는 과정을 의미한다. $s = dx_o |n_x| = dr_o |n_r|$ 의 관계식이 성립하므로 식 (15)는 다음과 같이 표현된다.

$$2 F r_1 dx_1 dr_1 = s^2 \left(r_1 - \frac{f}{2} dr_1 + \frac{f}{2} s \right)^2$$

$$- \langle s - dr_1 \rangle^2 \left[r_1 + \frac{f}{2} dr_1 + \frac{f}{3} (s - dr_1) \right] \quad (16)$$

$$- \langle s - dx_1 \rangle^2 \left[r_1 - \frac{f}{2} dr_1 + \frac{f}{3} (s - dx_1) \right]$$

여기서, $dx_1 = |n_x| dx$, $dr_1 = |n_r| dr$, $r_1 = |n_r| r$

식 (16)은 s 의 3차식이므로 s 를 구하기 위해서는 일반적으로 반복계산법이 필요하다. 본 연구에서는 s 를 효과적으로 구하기 위해 식 (16)을 반복 계산이 필요 없는 경우와 반복계산이 필요한 경우로 분리하였다. 즉, F 의 크기에 따라 식 (16)을 다음과 같이 재구성하였다.

$$dr_1 \leq dx_1 \text{ 이고 } F_1 \leq F \leq F_2 \text{ 이면,}$$

$$s = (F - F_1) dx_1 + dr_1 \quad (17)$$

$$dr_1 > dx_1 \text{ 이고 } F_1 \leq F \leq F_2 \text{ 이면,}$$

$$s = -B + \sqrt{C} \quad (18)$$

그 외의 경우에는

$$2fs_c^3 + 3(2r_1 - f_c dr_1)s_c^2 - 12Fr_1 dx_1 dr_1 = 0 \quad (19)$$

여기서,

$dr_1 \leq dx_1$ 이면,

$$F_1 = \frac{dr_1}{2dx_1} - \frac{f}{12} \frac{dr_1}{dx_1} \frac{dr}{r}$$

$$F_2 = F_1 + 1 - dr_1/dx_1$$

$dr_1 > dx_1$ 이면,

$$F_1 = \frac{dx_1}{2dr_1} + \frac{f}{12} \frac{dx_1}{dr_1} \frac{2dx_1 - 3dr_1}{r_1}$$

$$F_2 = F_1 + 1 - dx_1/dr_1$$

$$B = fr_1 - (dx_1 + dr_1)/2$$

$$C = 2(F - F_1)fr_1 dr_1 + \left(fr_1 - \frac{dr_1 - dx_1}{2} \right)^2$$

$F \leq F_2$ 이면, $F_c = F$, $f_c = f$, $s = s_c$

$F > F_2$ 이면, $F_c = 1 - F$, $f_c = -f$, $s = s_m - s_c$

여기서 $s_m = dx_1 + dr_1$ 이다. 식 (17)~(19)를 사용하여 $F_1 \leq F \leq F_2$ 인 구간에서는 반복계산을 하지 않고 s 를 구할 수가 있었으며, 그 외의 구간에서는 Newton 반복계산법을 사용하여 풀었다. 상류측 검사제적의 재구성된 상경계면 또는 s 와 n 을 이용하여, x 방향으로 이루어지는 액상의 부피는 식 (15)에 $dx = |u|dt$ 을 대입하여 구할 수 있다. 상경계면이 결정된 후 상경계면에서 각 격자점까지 거리로 정의되는 LS 함수를 기하학적으로 다시 계산함으로써 LS 함수값을 재정의하였다.

2.3 접촉각 조건

접촉각(θ)은 Fig. 3과 같이 정의되며, 액체-기체의 성질과 고체표면의 재질과 상태에 따라 다른 값을 갖는다. 액적-기체-벽면 접점이 이동할 때, 이상적인 매끄러운 고체표면에서는 접촉각이 일정한 값을 갖지만, 실제 표면에서는 접촉각은 퍼짐접촉각(θ_a)과 수축접촉각(θ_r) 사이에서 변화한다($\theta_r \leq \theta \leq \theta_a$). Dussan⁽¹²⁾은 실험데이터로부터 Fig. 4와 같은 접촉각과 접점의 이동속도(V)에 대한 관계를 제시하였다. 접점의 속도가 양이면 접촉각이 약간 증가하다가 θ_a 인 값에서 일정하게 되며, 접점의 속도가 음이면 접촉각은 약간 감소하다가 θ_r 로 일정한 값을 갖게 된다. 접점의

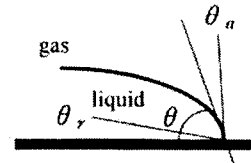


Fig. 3 Definition of contact angle

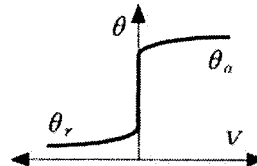


Fig. 4 Variation of contact angle with contact line velocity

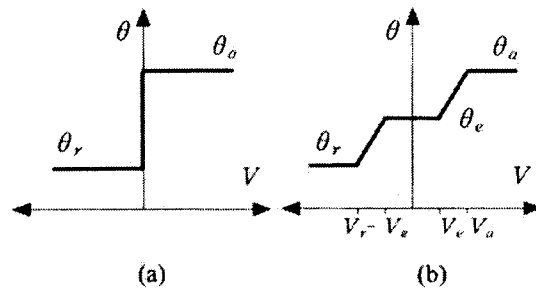


Fig. 5 Models of dynamic contact angle versus contact line velocity proposed by (a) Fukai et al.⁽⁴⁾ and (b) Bussmann et al.⁽⁶⁾

속도가 영이면 액적은 고체표면에 붙어 움직이지 않지만 접촉각은 $\theta_r < \theta < \theta_a$ 로 변하게 된다. Fig. 5는 접촉각의 변화를 수치해석 방법에 적용하기 위해 제시된 모델을 나타낸다. Fukai 등⁽⁴⁾은 Dussan⁽¹²⁾의 실험결과에 근접한 Fig. 5(a)와 같은 모델을, Bussmann 등⁽⁶⁾은 이보다 복잡한 Fig. 5(b)와 같은 모델을 제시하였다. 두 모델은 비슷해 보이지만 수치해석에 적용하는 방법에 상당한 차이가 있다. 상경계면이 벽면과 만나는 접점에서 $n_x = -\cos \theta$ 이며, VOF 함수와 LS 함수는 이 관계식을 만족하도록 결정되어야 한다. Bussmann 등⁽⁶⁾의 모델에서는 접촉각이 접점의 이동속도(V)의 함수이기 때문에 V 가 계산되면 접촉각 및 n_x 가 용이하게 결정된다. 그러나, Fig. 5(b)에 나타난바와 같이 θ_a, θ_r 외에 V_a, V_r, V_e 와 θ_e 의 매개변수를 임의로 결정해야 하는 문제점이 있다. 본 연구에서는 실험결과에 보다 근접하고 θ_a, θ_r

의 매개변수만 필요로 하는 Fukai 등의 모델을 CLSVOF 방법에 적용하였다. 접촉각이 $\theta_r < \theta < \theta_a$ 이면 액적-기체-벽면의 접점은 정지되어 있으며, 접점이 이동하는 경우에는 접촉각은 $\theta = \theta_r$ 또는 $\theta = \theta_a$ 을 만족해야 한다. 그러므로, 접점의 이동 여부에 따라 상경계면의 재구성 또는 s 를 결정하는 방법이 달라지게 된다. 즉, 접점이 이동하는 경우에는 n 이 정해지기 때문에 식 (17)~(19)로부터 $s = s(F, n)$ 를 구할 수 있다. 반면에 접점이 정지되어 있는 경우에는 n 대신에 접점의 위치 또는 Fig. 2의 dr_0 이 정해지기 때문에 $s = s(F, dr_0)$ 와 $s^{-2} = dx_o^{-2} + dr_o^{-1}$ 을 이용하면 $dx_o = dx_o(F, dr_o)$ 의 형태의 계산이 필요하다. 식 (15)를 F 의 크기에 따라 재정리하면 dx_o 에 대한 1차식 또는 2차식의 형태로 표현할 수 있으며, dx_o 는 다음과 같이 반복계산 없이 얻을 수 있다.

$$F < F_1 \text{이면, } dx_o = dx F / F_1 \quad (20)$$

$$F_1 \leq F < F_2 \text{ 이면,}$$

$$\frac{dr_o dx}{dx_o} = \frac{3}{2} (rf - \frac{1}{2} dr + dr_o) - f\sqrt{C} \quad (21)$$

$$F \geq F_2 \text{ 이면, } dx_o = dx(1 - F) / F_3 \quad (22)$$

여기서,

$$F_1 = \frac{1}{2} \frac{dr_o}{dr} + \frac{f}{12} \frac{dr_o}{r} (2 \frac{dr_o}{dr} - 3)$$

$$F_2 = \frac{dr_o}{dr} - \frac{f}{2} \frac{dr_o}{r} (1 - \frac{dr_o}{dr})$$

$$C = 6f(F - F_1)rdr + [\frac{3}{2}(rf - \frac{1}{2} dr + \frac{1}{3} dr_o)]^2$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \frac{dr - dr_o}{dr} + \frac{f}{12} \frac{dr - dr_o}{r} (2 \frac{dr_o}{dr} + 1)$$

3. 계산결과 및 검토

3.1 기포 상승

본 연구에서 개발한 CLSVOF 방법의 타당성 검증을 위하여 먼저 정지된 액체에서 상승하는 기포의 기동을 축대칭 조건에서 해석하였다. 계산에 사용되는 지배방정식을 무차원화하기 위해 기포의 반지름 R 과 속도 \sqrt{gR} 를 대표값으로 이용하였다. 계산에 사용된 매개변수는 $\rho_g/\rho_l = 10^{-3}$,

Table 1 Comparison of the dimensionless terminal velocities of rising bubbles

Case	Re	We	Ryskin & Leal ⁽¹²⁾	present study
(a)	1.34	14.3	0.374	0.375
(b)	5.87	4.13	0.852	0.846
(c)	27.6	0.61	1.814	1.824

Table 2 Experimental and computational conditions for a droplet impacting on solid surfaces

Case	liquid/gas	R_0 (mm)	U (m/s)	θ_a	θ_r
(a)	water/air	1.86	1.49	70°	37°
(b)	n-haptane/air	1.50	0.93	32°	32°

$\mu_g/\mu_l = 10^{-2}$ 이며, $Re (= \rho_l \sqrt{gR^3}/\mu_l)$ 와 $We (= \rho_l g R^2/\sigma)$ 는 Table 1에 서술되어 있다. 격자간격 $h = 0.1R$ 을 사용하여 기포의 상승속도가 일정한 종단속도에 도달할 때까지 계산을 수행하였다. 전체 계산시간동안 기포의 체적손실은 $10^{-2} \%$ 이내였으며, Table 1에 비교된 바와 같이 기포의 종단속도는 body-fitted 격자를 사용한 Ryskin과 Leal⁽¹²⁾의 결과와 1% 편차 내에서 잘 일치함을 볼 수가 있다.

3.2 액적-벽면 충돌

액적-벽면의 접촉각의 영향을 고려한 CLSVOF 방법을 액적-벽면의 수직 충돌문제에 적용하였다. 지배방정식은 액적의 초기 반지름 R_0 과 충돌속도 U 를 이용하여 무차원화하였다. 계산에 사용된 격자간격은 $0.02R_0$ 이며, 계산영역의 크기는 $5.12R_0 \times 5.12R_0$ 이다. 먼저, 참고문헌의 실험데이터 및 계산결과와 비교하기 위하여 Table 2에 서술된 조건에 대해 계산을 수행하였다. Case (a)와 (b)는 Fukai 등⁽⁴⁾과 Chandra와 Avedisian⁽¹³⁾의 실험조건으로부터 얻었다.

Fig. 6은 Case (a)의 조건에서 계산된 액적의 거동을 나타낸다. 액적-벽면 충돌과정의 초기에는 관성력에 의해 얇은 액막이 벽면에 형성된다. 액막의 반지름은 액적의 운동량이 표면장력과 점성마찰력에 의해 감소하여 영이 될 때까지 증가하며, 액적-기체-벽면의 접점이 반경 바깥방향으로 이동하는 동안 접촉각은 퍼짐접촉각(θ_a)으로 유

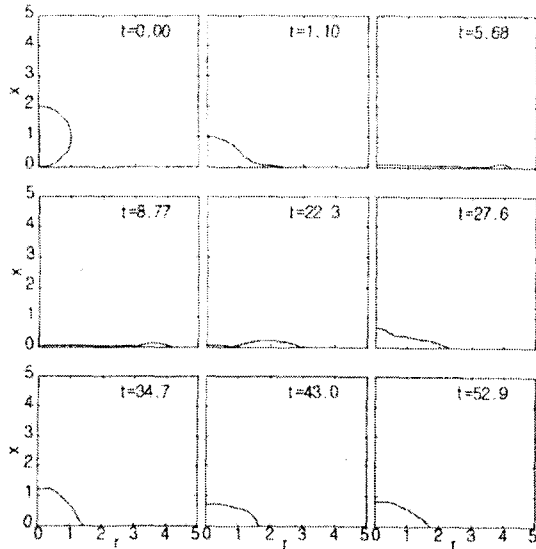


Fig. 6 Evolution of droplet shape for Case (a)

지된다. $t=5.68$ 에서 액막의 반지름(R)이 4.18일 때 액막의 퍼짐과 함께 축적된 표면장력의 탄성 에너지에 의해 액막은 되감기기 시작한다. 퍼짐 접촉각(θ_a)과 수축접촉각(θ_r)이 다른 경우, 액적-기체-벽면의 접점이 이동하기 전에 접촉각이 먼저 θ_a 에서 θ_r 으로 감소되어야 한다. 이 기간 동안($5.68 \leq t \leq 8.77$) 접점은 $r=4.18$ 에 고정된 상태에서 접촉각이 감소하게 된다. 이후 접점이 원점을 향해 이동하는 동안 접촉각은 수축접촉각(θ_r)으로 유지된다. $t=34.7$ 에서 $R=1.45$ 될 때까지 액막이 되감기면 액막의 높이는 액적의 질량이 보존되도록 상승하게 된다. 액막의 높이가 상승하여 $X=1.30$ 에 도달하면 증가된 위치에너지에 의해 액막은 다시 확장되며, $R=1.75$ 에서 액적-기체-벽면의 접점은 더 이상 움직이지 않게 된다. 이와 같은 액막의 반경(R)과 높이(X)의 시간에 따른 변화를 Fig. 7과 Fig. 8에 나타내고, 실험 데이터⁽¹³⁾와 유한요소법을 사용한 Fukai 등⁽¹⁴⁾의 계산결과와 비교하였다. CLSVOF 방법을 사용하여 얻은 본 연구의 해석결과가 실험데이터와 유한요소법을 사용한 계산결과가 대체로 잘 일치함을 볼 수 있다. 해석결과와 실험결과의 차이는 액막이 되감기는 시점과 다시 확장되는 시점에서 국부적으로 일어나며, 이는 Fig. 5에 표현된 접촉각의 모델과 실제 현상사이에 다소 차이가 있기 때문이다.

Fig. 9는 퍼짐접촉각(θ_a)의 변화가 액적의 거

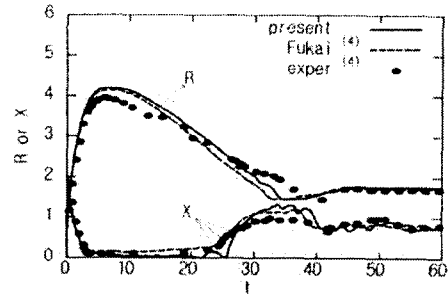


Fig. 7 Temporal variation of splat radius and height for Case (a)

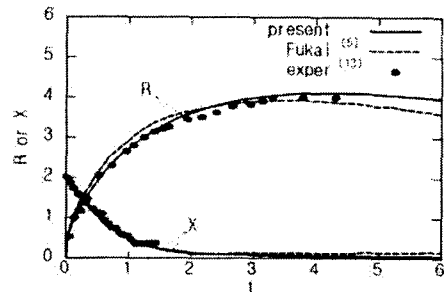


Fig. 8 Temporal variation of splat radius and height for Case (b)

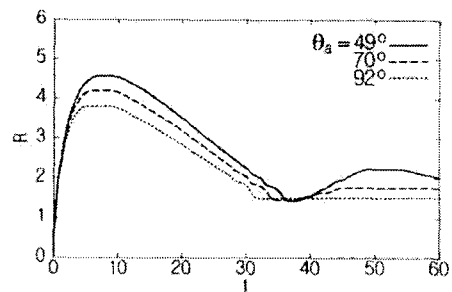


Fig. 9 Effect of advancing angle on splat radius with $\theta_r = 37^\circ$

동에 미치는 영향을 나타낸 것이다. 접촉각을 제외한 다른 조건은 Table 2의 Case (a)와 같다. Fig. 9에서 θ_a 가 감소하면 액막이 퍼지는 초기속도는 별로 변하지 않으나, 액막의 최대 반지름은 상당히 증가함을 볼 수 있다. 이는 액막의 초기 퍼짐은 표면장력보다 액적의 관성력에 의해 지배를 받지만, 액막이 퍼짐에 따라 액적의 운동량이 점성 마찰력에 의해 감소하게 되면 표면장력의 영향이 중요하게 된다는 것을 의미한다. θ_a 가 감소함에 따라 액막의 최대 반경이 증가하는 경향은 일정한 체적을 유지하면서 접촉각을 감소시키

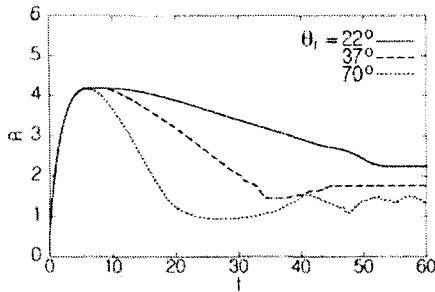


Fig. 10 Effect of receding angle on splat radius with $\theta_u = 70^\circ$

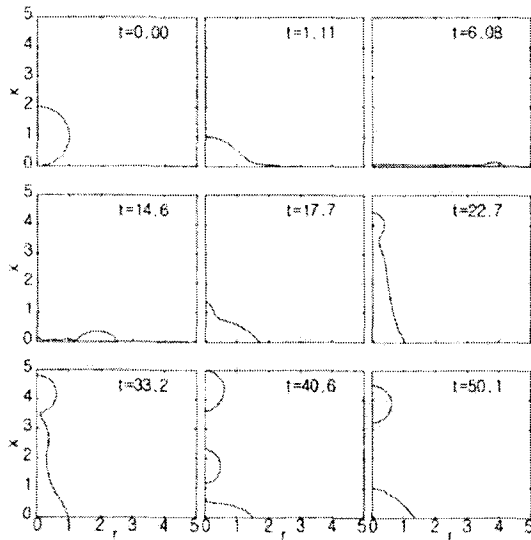


Fig. 11 Evolution of droplet shape for $\theta_u = 70^\circ$ and $\theta_r = 70^\circ$

면 기하학적으로 액막의 반경은 증가한다는 사실과 일치한다. 또한, 액막의 최대 반경이 증가하여 표면장력의 탄성에너지가 커지는 경우에 액막의 퇴감 및 재확장 과정이 더 빠르게 진행됨을 볼 수 있다. 수축접촉각(θ_r)의 변화가 액적의 거동에 미치는 영향은 Fig. 10과 같다. θ_r 과 θ_u 의 차이가 증가하면 접촉각이 θ_u 에서 θ_r 로 변하는 기간 즉 액적-기체-벽면의 접촉이 정지해 있는 기간이 늘어나는 것을 볼 수 있다. 또한, θ_r 이 증가할수록 액막이 퇴감하는 속도가 증가하는 것을 볼 수 있으며, 이는 액막의 퍼짐과 달리 액막의 퇴감은 표면장력에 의해 지배받는 것을 의미한다. 액적에 작용하는 표면장력의 반경방향 성분이 벽면에서 $\cos(\theta_r)$ 에 비례하기 때문에 θ_r 이

증가하면 액막의 이동을 저지하는 벽면에서의 표면장력이 감소하게 되어 액막의 퇴감속이 빠르게 진행된다.

Fig. 11은 수축접촉각(θ_r)이 70° 로 증가되었을 때 액적의 거동을 나타낸다. θ_r 이 증가하여 액막의 퇴감속도가 증가하면 질량보존에 의해 액적의 상단부 또한 빠르게 상승하게 된다. $t=22.7$ 에서 액체제트가 축방향으로 형성되며 상경계면은 액체와 기체의 상대적인 속도차이에 의한 Kelvin-Helmholtz 불안정성으로 인해 $t \geq 22.7$ 에서 나타난바와 같은 세 개의 이차 액적으로 분리된다. 처음 발생된 이차 액적은 약 8.1%의 체적을 가지며 상승하는 관성에 의해 계산영역 바깥으로 빠져나가지만, 나머지 이차 액적은 분리된 후 중력에 의해 낙하하여 아래의 액막과 다시 합체된다. 이와 같은 액적의 분리와 되뭉과 같은 액적거동에 대한 수치해석은 Fukai 등이 사용한 유한요소법과 달리 본 연구에서 사용한 CLSVOF 방법에서는 어려움 없이 수행될 수 있다. 액적-벽면 충돌시에 발생하는 액적의 복잡한 거동에도 불구하고 전체 계산시간동안 액적의 체적은 10^{-2} %의 오차 범위 내에서 잘 보존되었다.

4. 결론

본 연구에서는 VOF와 LS 방법의 단점을 상호 보완하여 상경계면의 곡률을 정확하게 계산할 뿐만 아니라 각 상의 질량을 잘 보존하는 CLSVOF 방법을 액적-벽면 충돌문제에 적용하였다. 먼저, CLSVOF 방법의 효율적인 적용을 위하여 상경계면 재구성 알고리즘을 개발하고, 이를 기포상승 문제에 적용하여 참고문헌의 body-fitted 방법으로 얻은 결과와 1% 편차 내에서 일치하는 결과를 얻었다. CLSVOF 방법을 액적-벽면 충돌문제에 적용하기 위하여 액적-벽면의 접촉각 조건을 만족하는 알고리즘을 추가하였다. 액막의 반경과 높이에 대한 계산결과는 참고문헌의 실험데이터와 유한요소법을 사용한 계산결과와 잘 일치하였다. 접촉각이 액적거동에 미치는 영향에 대한 해석을 수행한 결과로부터, 퍼짐접촉각이 증가할수록 액막의 퍼짐속도는 별로 변하지 않으나 액막의 최대 반경은 증가하며 수축접촉각이 증가할수록 액막이 퇴감하는 속도는 증가함을 관찰할 수 있었다. 전체 계산시간동안 액적의 체적은 10^{-2} %

의 오차범위 내에서 잘 보존되었다. 또한, 본 연구에서 개발한 CLSVOF 방법은 기존의 body-fitted 격자를 이용하는 방법이나 유한요소법으로 해석하기 어려운 액체제트의 형성, 다수의 이차 액적의 생성과 같은 현상을 동반하는 액적-벽면 충돌문제에도 적용될 수 있음을 확인하였다.

후 기

이 연구는 2002년도 서강대학교 교내 연구비 지원에 의하여 이루어졌습니다.

참고문헌

- (1) Harlow, F. H. and Shannon, J. P., 1967, "The Splash of a Liquid droplet," *J. Appl. Phys.*, Vol. 38 pp. 3855~3866.
- (2) Trapaga, G. and Szekely, J., 1991, "Mathematical Modeling of the Isothermal Impinging of Liquid Droplets in Spray Processes," *Metall. Trans. B*, Vol. 22, p. 901~914.
- (3) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225.
- (4) Fukai, J., Shiiba, Y., Yamamoto, T., Miyatake, O., Poulidakos, D., Megaridis, C. M. and Zhao, Z., 1995, "Wetting Effects on the Spreading of a Liquid Droplet Colliding with a Flat Surface," *Phys. Fluids.*, Vol. 7, pp. 236~247.
- (5) Fukai, J., Shiiba, Y. and Miyatake, O., 1997, "Theoretical Study of Droplet Impingement on a Solid Surface Below the Leidenfrost Temperature," *Int. J. Heat Mass Transfer.*, Vol. 40, pp. 2490~2492.
- (6) Bussman, M., Mostaghimi, J., Chandra, S., 1999, "On a Three-Dimensional Volume Tracking Model of Droplet Impact," *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 1406~1417.
- (7) Bussman, M., Chandra, S. and J. Mostaghimi, 2000, "Modeling the Splash of a Droplet Impacting a Solid Surface," *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 3121~3132.
- (8) Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., 1994, "A Level Set Approach for Computing Solution to Incompressible Two-Phase Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol. 114, pp. 146~159.
- (9) Sussman, M. and Puckett, E. G., 2000, "A Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method for Computing 3D and Axisymmetric Incompressible Two-Phase Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol. 162, pp. 301~337.
- (10) Puckett, E. G., Almgren, A. S., Bell, J. B., Marcus, D. L. and Rider, W. J., 1997, "A High-Order Interface Tracking Method for Tracking Fluid Interface in Variable Density Incompressible Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol. 130, pp. 269~282.
- (11) Dussan V, E. B. 1979, "On the Spreading of Liquids on Solid Surface: Static and Dynamic Contact Lines," *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 11, p. 371~400.
- (12) Ryskin, G. and Leal, L. G., 1984, "Numerical Solution of Free-Boundary Problems in Fluid Mechanics. Part 2," *J. Fluid Mech.*, Vol. 148, pp. 19~35.
- (13) Chandra, S. and Avedisian, C. T., 1991, "On the Collision of a Droplet with a Solid Surface," *Proceeding of the Royal Society of London A*, Vol. 432, pp. 13~41.