

## Kirchhoff 면을 이용한 환소음 해석

박용민\*·송우석\*·이승배†

(2002년 9월 5일 접수, 2003년 4월 18일 심사완료)

### Acoustic Analysis of Axial Fan using Kirchhoff Surface

Yong-Min Park, Woo-Seog Song and Seungbae Lee

**Key Words:** Kirchhoff Surface, Boundary Element Method(경계요소법), Ffowcs Williams-Hawkings (FW-H) 방정식, Dipole Source(이극자 음원), Loading Noise(하중소음), Fraunhofer Region(프라운호퍼 영역)

#### Abstract

The BEM is a highly efficient method in the sense of economical computation. However, boundary integration is not easy for the complex geometry and moving surface, e.g. a rotating blade. Thus, Kirchhoff surface is designed in an effort to overcome the difficulty resulting from complex boundary conditions. A Kirchhoff surface is a fictitious surface which envelopes acoustic sources of main concern. Acoustic sources may be distributed on each Kirchhoff surface element according to their acoustic characteristics. In this study, an axial fan is assumed to have unsteady loading noise as a dominant source. Dipole sources can be modeled to solve the FW-H equation. Acoustic field is then computed by determining Kirchhoff surface on which near-field is implemented, to analyze the effect of Kirchhoff surface on it. The optimal shape and the location of Kirchhoff surface are discussed by comparing with experimental data acquired in an anechoic chamber.

#### 기호설명

$BPF$  : 날개통과주파수

$c_0$  : 음속

$C(x)$  : 입체각

$[D]$  : 이극자영향행렬

$f_i$  : 섭동력

$G$  : 그린함수

$k_n$  : 파수

$[M]$  : 단극자영향행렬

$M_r$  : 음원에서 수음점까지의 방향성분 마하수

$\hat{n}$  : 수직벡터

$p$  : 음압

$p_{f,i}$  : 원거리 음장의 하중소음

$p_{m,i}$  : 근거리 음장의 하중소음

$p_{L,i}$  : 두께소음

$\{p\}_f$  : 음향장내 음압

$\{p\}_s$  : 경계면상 음압

$Q_{sc}$  : 공간상의 체적음원

$r$  : 관측점과 음원 사이의 거리

ret : 지연시간

$r_0$  : 환직경

$r_c$  : 원점과 Kirchhoff 경계면 사이의 거리

$S$  : 적분면

$S_c$  : 상쇄된 적분면

$S_{\infty}$  : 무한 적분면

$T_0$  : 라이트힐 응력텐서

$u$  : 매질입자속도

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과

E-mail : sbaelee@inha.ac.kr

TEL : (032)860-7325 FAX : (032)868-1716

\* 인하대학교 대학원 기계공학과

$W_{\infty}$  : 날개 위의 평균 상대속도  
 $\{v\}_s$  : 경계면 입자속도행렬  
 $x$  : 관측점  
 $x_w$  : 공간내 음원위치  
 $y$  : 음원위치  
 $Z$  : 날개수  
 $\delta$  : 델타함수  
 $\lambda$  : 음파파장  
 $\phi$  : 속도포텐셜  
 $\rho$  : 매질밀도  
 상첨자

( ) : 물리량의 섭동값

( )<sub>0</sub> : 매질내의 평균값

## 1. 서론

기술이 고도로 발전함에 따라 발생하는 많은 소음원들에 대한 개선과 법적 규제의 필요성이 날로 높아가고 있다. 더욱이 소음원이 다양해지면서 그 수준도 점차 높아 가고 있는 실정이다. 산업용, 사무기기, 가전제품에 적용되는 팬 중 가장 활용도가 높은 축류형 팬의 성능을 향상시키려는 노력이 어느 정도 성과를 거두면서, 팬의 저소음화에 대한 많은 시도가 이루어지고 있다. 그러나 많은 변수들로 인해 각 변수들의 소음에 대한 기여도 평가 및 이를 고려한 설계는 어려운 실정이다.

외국에서는 터보기계의 설계 단계 중 기초설계에서 다양한 소프트웨어, 예를 들면 평균유선법(Mean-line Analysis), 유한요소해석(FEA), 전산유체역학(CFD), 3차원 날개설계, 간이모형제작(Rapid Prototyping)의 OLE(Object Linking Embedding)를 이용한 조합 및 DFMA(Design For Manufacturing and Assembly) 기법 적용의 동시설계공학이 도입되고 있다.<sup>(1)</sup>

현재 팬의 소음해석은 다음의 방법들을 기초로 하고 있다: 팬 설계변수에 의해 예측되는 양력계수분포를 이용하여 비정상 하중소음을 예측하는 방법,<sup>(2)</sup> 그리고 날개후단에서의 와동모델을 바탕으로 한 비정상양력에 의한 소음예측방법<sup>(3)</sup> 및 팬 날개 주위의 비정상 와동을 비점성 혹은 점성적 방법으로 계산한 후, 이를 바탕으로 음향학적 상

사성 이론 및 케이싱 등에 의한 산란, 반사 및 회절을 계산하는 경계요소법(BEM)을 통해 소음을 예측하는 방법<sup>(4)</sup> 그리고 삼차원 난류유동을 계산한 후, 이와 함께 전산공력음향학(CAA)을 이용하는 방법이다.

본 연구에서는 날개 후단에서의 비정상 하중을 고려하여 FW-H(Ffowcs Williams-Hawkings) 방정식<sup>(5)</sup>을 이용한 근접장 소음계산을 수행하였으며, 계산된 결과를 팬 주위의 Kirchhoff 면상의 음원으로 하여 경계요소법을 통한 음향장 해석을 하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 연구방법

복잡한 삼차원, 비정상 유동을 갖는 회전하는 날개에 의해 발생하는 소음을 예측하기 위해서는 소음원에 해당하는 유동장에 대한 정확한 정보가 필요하다. 유동에 의해 유발되는 공기역학적 힘이나 운동에 의해 생성된 음향에 관련된 문제를 다루는 공력음향학을 연구하는 방법은 크게 세 가지로 분류된다. 첫째는 움직이는 매질 속에 있는 고체경계면에 작용하는 압력변동의 영향을 선형화하는 방법(Goldstein, 1976<sup>(6)</sup>)이며, 둘째는 Lighthill(1952)<sup>(7)</sup>이 제안한 바와 같이 지배방정식으로부터 유도된 소음 상사식을 사용하는 것이며, 셋째는 유동장과 음장을 고해상도 수치기법을 사용하여 직접 계산하는 방법이다. 그러나 자유 음장에서의 팬소음을 예측하기 위해 적용 가능한 현실적이며 효과적인 방법은 Lighthill의 이론에 기초하여 비점성 매질 속에 움직이는 고체 표면에 의한 소음식인 Ffowcs-Williams와 Hawkings(1969)의 방정식을 사용하는 것이다.

### 2.2 기본지배방정식

주어진 매질에서 유동소음의 생성과 전파는 유체역학의 기본방정식인 연속방정식(continuity equation)과 운동량방정식(momentum equation)으로부터 유도된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

식 (1)의 시간미분과 식 (2)의 공간미분의 공통항을 조합하면 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (\rho u_i u_i) - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = 0 \quad (3)$$

여기에서 종속변수인  $\rho$ ,  $p$  및  $u_i$  등은 매질의 물리량이며, 유동소음에 필요한 것은 이 물리량들의 미소 변동값이다. 이 미소 변동값은 매질의 평형상태시 값에 비해 매우 작은 값이며, 이들을 각각  $\rho'$ ,  $p'$  및  $u_i'$ 라 하면 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad p = p_0 + p', \quad u_i = 0 + u_i' \quad (4)$$

이 식들을 식 (3)에 대입한 후 상대적으로 무시할 수 있는 미소항들을 제거하면 잘 알려진 선형 파동방정식이 유도되며, 속도포텐셜  $\phi$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} = 0 \quad (5)$$

여기서  $c_0$ 는 음속을 나타내며, 정지한 압축성 매질에서 미소 변동값인 압력과 속도의 변화가 등엔트로피 과정일 때  $c_0$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$c_0^2 = \frac{\partial p'}{\partial \rho'} \quad (6)$$

주어진 파동이 시간에 대해 주기적인 조화함수의 중첩이라고 가정하여 파동방정식을 주파수영역으로 변환하면, 잘 알려진 Helmholtz 방정식을 얻는다.

$$\nabla^2 \phi + k_0^2 \phi = 0 \quad (7)$$

여기서  $k_0$ 는 파동수이며,  $\omega/c_0$ 으로 표현된다. 시간과 공간의 지배를 받는 파동방정식과 달리 Helmholtz 방정식은 공간의 제약만을 받는 주파수 영역의 방정식이 된다.

본 연구에서 수행된 경계요소법은 이러한 주파수 영역에서 계산이 수행되는 수치해석 기법이다. 쉘유동과 같이 소음원이 있는 경우에는 우변에 음원항이 있는 비균일(inhomogeneous) 파동방정식을 고려해야 한다. 우변의 음원항은 단극자(monopole), 이극자(dipole) 또는 사극자(quadrupole) 음원이 될 수 있다. 이러한 음원의 모델링에는 여러 가지 방법이 있으며, 2.4절에서 상세히 기술한다.

### 2.3 경계요소법

경계요소법(BEM)은 음원 경계면의 경계조건인

음압, 속도, 임피던스 등으로부터 원하는 음향장의 음압, 속도, 파워 등을 계산해 내는 수치해석 기법이다. 음향장은 음원이 되는 경계의 영향을 받게 되어 있고, 유동소음의 경우에도 유동을 생성하는 가상의 경계에 의해 영향을 받게 되어 있으므로, 음향장의 계산을 수행하기 위해 적절한 경계면을 정의하는 것이 중요하다. 또한 계산하고자 하는 음향장의 위치를 정의하여야 한다. 경계면을 기준으로 하여 바깥 영역을 계산대상으로 하는 외부문제와 경계면으로 둘러싸인 안쪽 영역을 계산대상으로 하는 내부문제로 분류된다. 또한 내부와 외부문제를 동시에 풀기 위해, 내부와 외부가 얇은 두께의 물체의 결합으로 되어 있다고 가정하기도 한다.<sup>(8)</sup>

경계요소법의 적분방정식은 Helmholtz 방정식으로부터 유도된다. Green의 제 2 정리를 이용하는 방법과 가중잔차법(weighted residual method)을 이용하는 방법이 있으며, 본 연구는 전자의 방법을 기초로 한다. Green 함수  $G$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nabla^2 G + k_0^2 G = -\delta(x-y) \quad (8)$$

여기서  $\delta$ 는 델타 함수이며,  $x$ 와  $y$ 는 각각 음향장 내의 관측점(field point)과 음원의 위치를 의미한다. Green 함수는 어떤 음원이 주어졌을 때 그 음원과 공간사이의 관계를 나타내 주는 일종의 응답함수이며, 주어진 공간의 형태와 차원에 따라 각각 다르게 표현된다. 식 (7)에 Green 함수를 곱하고 식 (8)에 속도포텐셜을 곱하여 조합한 후, 관심이 되는 음향장에 대하여 체적 적분하면 다음과 같다.

$$\int_V [G \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 G] dV = \int_V \phi \delta dV \quad (9)$$

외부문제와 내부문제에 따른 음향장의 방향을 고려하여 Green의 제 2 정리를 적용하면 좌변은 다음과 같이 면적적분으로 간략화 된다.

$$\int_V [G \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 G] dV = \int_S [G \nabla \phi - \phi \nabla G] \cdot \hat{n} dS \quad (10)$$

단위벡터인  $\hat{n}$ 은 계산영역이 되는 음향장의 방향이며, 표면 적분영역은 물체의 경계표면인  $S$ 와 무한 적분영역  $S_\infty$ , 그리고 같은 위치에서 서로 부호가 다른 적분이 수행되어 상쇄되는 적분영역인  $S_c$ 로 나뉜다. 본 연구에서와 같이 주어진 쉘을 기준으로 외부음향장의 음압을 계산하는 외부문제의 경우 무한대로 방사하는 음파의 적분영역

인  $S_\infty$ 에서의 적분은 다음의 Sommerfeld 방사조건에 따라 사라진다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ r \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} + ik\phi \right) \right] = 0 \quad (11)$$

여기서  $r$ 은 음원과 계산하고자 하는 음향장의 위치 사이의 거리이다. 따라서 물체의 경계표면인  $S$  상에서의 적분 값만 존재하게 되며, 식 (9)의 우변은 다음과 같이 정리된다.

$$\int_V \phi \delta dV = C(x)\phi(x) \quad (12)$$

여기서  $C(x)$ 는 계산이 수행되는 적분면의 위치와 상태에 따라 값이 결정되는 값으로 입체각 (solid angle)이 된다.

이와 같이 Helmholtz 방정식을 전 영역에 대해 적분하고, Green의 제 2 정리를 통해 정리하면 식 (10)은 경계요소법의 기본방정식인 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식이 된다.

$$C(x)\phi(x) = \int_S \left[ G(x|y) \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x|y)}{\partial y} \phi(y) \right] dS(y) \quad (13)$$

또한 적분 경계면이 아닌 외부 혹은 내부 음향장에 음원이 있을 때의 비균일 파동방정식으로 부터 유도된 Helmholtz 방정식은 식 (7)의 우변에 음원항을 갖는 비균일 Helmholtz 방정식이 된다.

$$\nabla^2 \phi + k_0^2 \phi = -Q_{sc} \quad (14)$$

식 (8)와 같이 Green 함수를 정의하면 다음 형태의 Kirchhoff-Helmholtz 방정식이 유도된다.

$$C(x)\phi(x) = \int_S \left[ G(x|y) \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x|y)}{\partial y} \phi(y) \right] dS(y) + \int_V Q_{sc}(x_{sc}) G(x, x_{sc}) dV \quad (15)$$

우변의 표면 적분식에서 첫째 항은  $y$ 위치에서의 단극자 음원의 효과를 나타내며, 둘째 항은  $y$ 위치에서의 이극자 음원의 효과를 나타낸다. 따라서 어떠한 면적적분도 음향학적 상사성에 기초하여 단극자 음원과 이극자 음원의 조합으로 모델링 할 수 있게 된다.

경계조건은 경계면의 특성에 따라 Neumann 경계조건, Dirichlet 경계조건 그리고 이 두 가지가 혼합된 형태의 경계조건으로 분류된다. Neumann 경계조건은 압력이나 속도포텐셜의 미분값이 주어진 경우로 경계면이 일정 속도로 진동하는 경우를 들 수 있다. Dirichlet 경계조건은 압력이나 속도포텐셜이 직접 주어진 경우이다.

두 가지가 혼합된 경계조건의 예로는 임피던스가 주어진 경우를 들 수 있다.

이러한 Kirchhoff-Helmholtz 방정식은 다음과 같이 수치적 계산이 가능한 선형행렬의 조합으로 정리된다.

$$\{p\}_f = [D]_f \{p\}_s + [M]_f \{v\}_s \quad (16)$$

여기서  $[M]$ 과  $[D]$ 는 각각 단극자와 이극자 음원의 효과를 나타내는 행렬이며,  $\{p\}$ 와  $\{v\}$ 는 각각 음압과 속도를 나타낸다. 첨자  $f$ 와  $s$ 는 각각 음향장인 field와 경계면인 surface의 약자를 의미한다. 식 (16)에서 확인할 수 있듯이 경계요소법의 특징은 경계에서만 적분이 수행되고, 수치해석적으로 매우 유리한 선형행렬의 형태를 갖는데 있다.

#### 2.4 Ffowc Williams-Hawkings 방정식

운동하는 유체 매질로부터 야기되는 음향방사의 선구적인 연구는 Lighthill에 의하여 시작되었다. 최근에는 컴퓨터를 이용한 수치해석 기법의 향상으로 난류유동에 의한 소음을 예측하기에 이르렀다. 이를 응용한 전산공력음향학(CAA)은 대와류모사법(LES)이나 직접수치모사법(DNS)을 통하여 비정상, 압축성 난류장을 계산한 후, Lighthill 방정식 또는 Powell<sup>(9)</sup>의 와동이론을 사용하여 음향학적 원거리음장을 예측하는 방법과 Kirchhoff 방법을 적용하여 구하는 방법으로 구분된다.

Lighthill 이론에 기초하여 Curle<sup>(10)</sup>은 정지하고 있는 물체표면이 있는 경우로 확장하였으며, 송풍기의 날개와 같이 비정지 매질 속에서 움직이는 물체에 대한 유동소음의 해석적 연구는 Ffowcs Williams와 Hawkings에 의하여 이루어졌다. 회전하는 웬의 경우 소음의 발생원인은 두 가지로 분석될 수 있다. 첫째는 웬 날개와 케이싱의 상호 주기적인 교란이 날개통과 주파수로 대표되는 톤소음(tonal noise)이 있고, 둘째로 웬의 회전에 의하여 유발된 난류유동의 교란에 의한 광역소음(broadband noise)과 날개 후단(trailing edge)에서 흘러지는 후류 와동에 의한 비정상 압력의 교란으로 정의되는 이산소음(discrete noise)이 있다.

움직이는 물체의 표면을  $f(x, t) = 0$ 으로 표시하면, 연속방정식 및 운동량방정식은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = \rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + p_{ij}) = p_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j} \quad (18)$$

식 (17)의 시간미분과 식 (18)의 공간미분을 조합하고, Lighthill이 제안한 난류응력항을 고려하여 비균일 파동방정식을 유도하면 다음과 같은 Ffowcs Williams-Hawkings(FW-H) 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( p_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

FW-H 방정식의 가장 큰 특징은 파동방정식의 소음원항인 우변을 수학적 그리고 물리적 특성에 따라 단극자, 이극자, 사극자 음원으로 분리하여 표현함에 있다. 즉, 우변의 첫째 항은 Lighthill의 음향학적 상사성에 의한 난류 응력항으로 사극자 음원이며, 둘째 항은 물체표면에 의해 유체에 단위 면적당 작용하는 하중소음(loading noise)인 이극자 음원을 나타내며, 셋째 항은 물체의 표면 수직방향으로의 가속도에 의한 공기 체적 이동의 두께소음(thickness noise)인 단극자 음원의 기여를 나타낸다. 본 연구에서는 팬소음 계산시 사극자 음원을 제외한 단극자와 이극자 음원만을 가정하였으며, 위 식을 풀기 위해 시간영역 방법(time domain method)이 사용되었다. 이는 주파수영역 방법(frequency domain method)에 비해 임의의 물체 표면 형상에 대해 더욱 정확하게 적용될 수 있기 때문에 널리 사용되고 있다.

Farassat 등<sup>(11,12)</sup>은 FW-H 방정식의 단극자 음원과 이극자 음원에 의한 두께소음 및 하중소음을 구하기 위해, 시간영역 방법을 이용한 수치계산이 가능하도록 개선된 형태의 FW-H 방정식해를 발표하였다. Farassat의 해를 팬소음에 적용할 경우 가장 지배적인 소음은 하중소음이며, 송풍기들의 날개끝단 마하수가 대체로 0.3 이하의 아음속이므로 대류속도인  $(1-M_r)$ 의 영향을 많이 받지 않는다. 또한 팬이 회전함에 따라 소음원이 시간에 따라 주기적으로 회전하므로, 정상상태의 유동의 경우에도 정상 양력에 의해 소음이 발생하게 된다. 이러한 음압의 해는 다음과 같이 각 음원들의 합으로 표현되며, 이는 음원들끼리 서로 독립적이며 중첩의 효과에 의해 음향

장이 구성된다는 파동의 선형적 특성에 근거한 것이다.

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^n [p_{t,i}(t) + p_{m,i}(t) + p_{u,i}(t)] \quad (20)$$

$p_{t,i}(t)$ ,  $p_{m,i}(t)$ ,  $p_{u,i}(t)$ 는 각각 두께소음, 근거리 음장, 원거리 음장의 하중소음을 나타내며, 식 (21)에서 (23)과 같이 각 음원 요소들과 관측지점 사이의 기하학적 위치와 하중들의 함수로써 나타내어진다.

$$p_{t,i}(t) = \frac{\rho V_0}{4\pi} \left[ \frac{1}{r} \frac{1}{1-M_r} \times \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1-M_r} \right) \right) \right]_{ret} \quad (21)$$

$$p_{m,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1-M_r)^2 r^2} \times \left( \vec{r}_i \cdot \vec{f}_i \frac{1-\vec{M}_i \cdot \vec{M}_i}{1-M_r} - \vec{f}_i \cdot \vec{M}_i \right) \right]_{ret} \quad (22)$$

$$p_{u,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1-M_r)^2 r} \times \left( \frac{\vec{r}_i}{c_0} \frac{\partial \vec{f}_i}{\partial \tau} + \frac{\vec{r}_i \vec{f}_i}{1-M_r} \left( \frac{\vec{r}_i}{c} \cdot \frac{\partial \vec{M}_i}{\partial \tau} \right) \right) \right]_{ret} \quad (23)$$

여기서 'ret'는 지연시간(retarded time)을 의미한다. 시간  $t$ 에서의 음압을 계산하기 위해서는 관찰자의 위치까지 음파가 도달되는 지연시간을 계산하여  $t$ 시간에서의 모든 소음원의 위치가 결정되어져야 한다. 즉,  $t = \tau + r(\tau)/c_0$ 의 관계를 이용하여 지연시간과 음원위치를 정한다.

정상하중과 비정상하중의 계산은 식 (22)와 식 (23)의 힘 벡터의 모델링에 의해 결정된다. 본 연구에서는 Table 1에 나타난 팬 날개의 각 단면 형상에 대한 현절비(solidity), 캠버각, 입구 영각, 출구 편향각 등을 이용하여 각 단면에서의 시간 평균 양력을 구하였으며,<sup>(13)</sup> 각 날개 단면에서의 비정상 양력은 날개 후단에서 흘러지는 후류 와동에 의한 후단 소음 예측식 (24)를 적용하여 구하였다.<sup>(14)</sup>

$$f_{peak} = 0.25 \frac{W_\infty}{t^* + \frac{\delta}{4}} \quad (t^*/\delta^* > 1.3)$$

$$f_{peak} = 0.1 \frac{W_\infty}{t^*} \quad (t^*/\delta^* < 1.3) \quad (24)$$

여기서  $W_\infty$ 는 날개위의 평균 상대속도,  $t^*$ 는 날개 후단의 두께,  $\delta$ 와  $\delta^*$ 은 후단에서의 경계층 두께

및 배제두께를 나타낸다. 이와 같이 각 단면마다 설계된 날개 상대속도와 날개 후단의 두께의 관계식을 통해 후류 와동 주파수를 계산하여 조화함수의 비정상하중을 모델링하여 계산을 수행하였다. Fig. 1은 본 연구에 사용된 팬날개 후류와동 주파수와 날개 후단두께의 분포를 보여준다. 본 연구에서는 날개 단면에서의 비정상 하중을 예측하기 위해, Fig. 2에 나타난 바와 같이 NACA 에어포일에서의 영각변환에 따른 LES계산 결과를 이용하여  $\sqrt{C_L^2}/C_L$ 의 값을 각 단면마다 모델링하여 활용하였다.<sup>(15)</sup> 물론 날개 주위의 비정상 난류유동 계산을 통한 비정상양력의 계산이 보다 정확한 소음원 모델링에 필수적이지만, 다음절에서 다루는 Kirchhoff 면의 영향을 파악하는 연구에 대한 충분한 소음원 모델링으로 여겨진다.

### 2.5 Kirchhoff 면의 정의

팬소음은 해석적으로 접근하기에는 형상이 매우 복잡하며, 또한 날개가 회전하기 때문에 그 소음원을 모델링하여 직접 파동방정식을 계산하기가 매우 어렵다. 이러한 문제의 해결을 위해, 실제 물리적 소음원을 가진 물체를 포함하는 가상의 경계를 생각할 수 있는데, 이를 Kirchhoff 면이라고 한다. 이러한 Kirchhoff 방법은 근거리 음장의 음압 등의 정보를 이용하여 원거리 음장의 음압 레벨 혹은 주파수 특성을 예측하도록 고안되었다. Kirchhoff 면은 적절한 요소들로 나뉜 경계면이며, 실제 소음원 및 전달 특성에 따라 비균일 파동방정식을 만족시키는 음압이나 그 미분값 또는 임피던스 등을 선행 계산하여 그 표면에 경계조건으로 분포시킨다. 이러한 가상 경계면에 분포되는 물리량의 계산은 복잡한 팬 형상을 고려한 전산유체역학(CFD)이나 실험 값 등으로부터 얻을 수 있으나, 본 연구에서는 설계변수들로부터 모델링된 소음원을 이용, 앞서 언급한 FW-H 방정식을 통한 해인 두께소음과 하중소음의 결과를 이용한다.

본 논문에서는 팬 날개 후단에서 주기적으로 흘러지는 와류에 의한 비정상 양력을 고려하여 전 주파수 영역에서 신뢰할 수 있는 계산을 수행하였다. 즉, Kirchhoff 면의 각 요소에 분포된 값을 새로운 음원으로 하여 원거리 음장을 경계요소법을 이용하여 계산하였다.

Table 1 Specification of tested fan

1	Type	Axial fan
2	Blade number	7
3	Airfoil type	NACA65-010 AIRFOIL
4	Sweep angle	15.0 °
5	Tip diameter	0.075 m
6	Hub diameter	0.0345 m
7	Hub height	0.018 m
8	Hub/Tip ratio	0.58
9	Rotational speed	3,350 rpm

## 3. 계산 결과

### 3.1 계산조건

음향을 계산하는 방법은 높은 차수의 계산방법을 사용하여 유동과 음향을 같이 계산하는 방법과, 유동장을 해석한 후 모든 시간의 유동장 정보를 가지고 다시 음향을 계산하는 방법의 두 가지로 크게 나눌 수 있다. 전자의 방법은 현재의 계산능력으로 많은 한계가 있으므로, 후자의 방법이 팬의 음향해석에 많이 이용되어진다. 본 연구에서는 단극자와 이극자 음원만을 고려하여 모든 시간에 대해 각 요소에서의 힘을 계산한 후, FW-H 방정식을 이용하여 근거리 음장을 계산하며 경계요소법을 이용하여 음향의 전파를 계산하였다.

본 연구는 Table 1에 주어진 팬을 모델로 하여 계산과 실험을 수행하였다. 모델팬은 iDesignFan<sup>TM</sup> 소프트웨어<sup>(16)</sup>를 이용하여 설계되었으며, 설계된 형상을 STL포맷형태로 표현한 후 레이저 신터링(Laser Sintering)을 이용하여 시작품을 제작하였다. Figure 3의 Kirchhoff 면상에 위치하게 될 관측점을 2차원 계산의 경우 x-z평면(1-3 평면)상에서 이동하면서 각 위치에서 FW-H방정식을 적용하여 음압을 계산한 후, 이를 다시 음원의 경계조건으로 이용하였다. 본 연구에서는 Kirchhoff 면의 모양을 사각형과 원형 두 종류로 설정하여 각각 그 크기를 변화시키면서 적절한 Kirchhoff 면의 모양과 위치에 대한 분석을 시도하였다. 사각형면의 Kirchhoff 면은 날개끝단에서 가장 가까운 면까지의 거리와 각 날개 단면 중심에서 가장 가까운 면까지의 평균거리가 같도록 설정하였다.

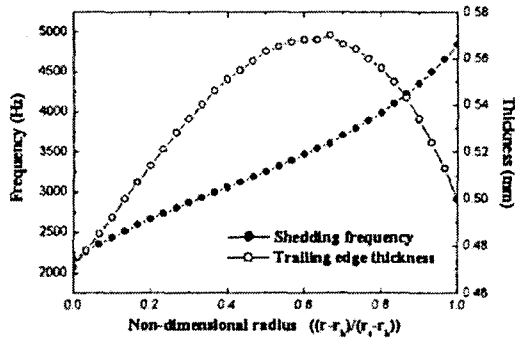


Fig. 1 Trailing edge thicknesses and shedding frequencies

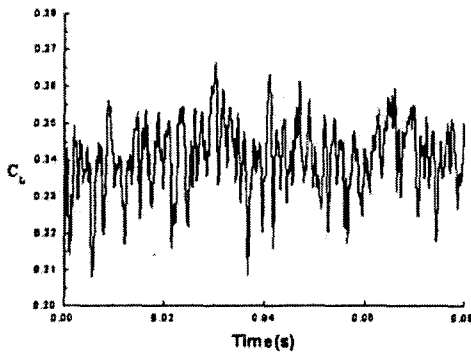


Fig. 2 Fluctuating lift coefficients of NACA 0018 blade at an incidence angle of 6 Deg. by LES<sup>(15)</sup>

Figure 4는 Fig. 3의 2차원 x-z평면 위의 사각형 Kirchhoff 면 요소를 보여주며, 원형의 Kirchhoff 면에서 사용되는 동일한 경계조건방법을 사용한다. Figure 5는 Fig. 3의 2차원 x-z평면 즉 팬회전면에 직교하는 평면 위의 원형 Kirchhoff 면 요소들을 보여준다. Figure 6에는 2차원과 3차원 방사공간 면적의 영향을 살펴보기 위해사용한 3차원 Kirchhoff 면 요소를 보여준다.

이들 요소들을 다시 경계요소법의 적분영역으로 정의하여 계산을 수행한다. 이때 각 요소들의 중앙에 FW-H 방정식으로부터 구한 음압을 분포시켜 음원으로 사용한다. FW-H 방정식은 시간영역에서 계산되는 특징이 있다. 따라서 주파수영역에서의 계산 기법인 경계요소법에 각 음원을 적용시키려면 FW-H 방정식으로부터 구한 시간영역의 음압을 FFT(Fast Fourier Transform)를

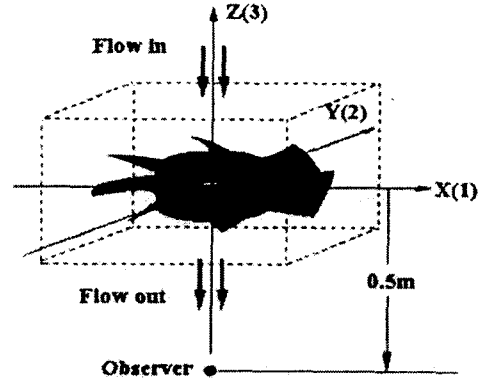


Fig. 3 Configuration of tested fan and its Kirchhoff geometry

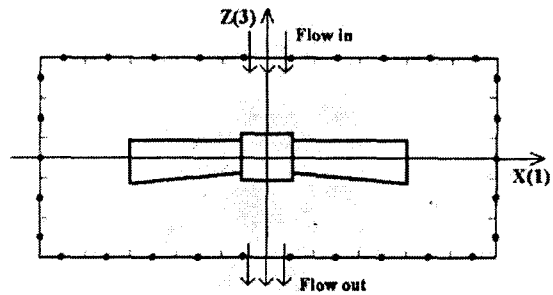


Fig. 4 Rectangular Kirchhoff surface

통해 각 위치에서 주파수영역 데이터로 변환시켜야 한다.

변환된 주파수 함수인 음압은 시간영역에서 팬의 회전에 대한 정보를 이미 가지고 있는 경계조건이 된다. 따라서 고정된 Kirchhoff 면을 이용한 회전체의 소음계산이 가능하게 된다.

Kirchhoff 면은 음원에 근접한 가상의 면이기 때문에 원거리 음장에 대한 계산식을 적용하기 위해서는 다음의 Fraunhofer 영역 정의에 따른 준원거리 음장의 가정을 확인하는 절차를 거치게 된다.<sup>(17)</sup>

$$\frac{r_0}{\lambda} \cdot \frac{r_0}{r_c} \ll 1 \quad (25)$$

여기서  $r_0$ 는 팬의 반지름,  $r_c$ 는 중심으로부터 Kirchhoff 면 요소까지의 거리 (사각형의 경우에는 면까지 거리들 중 큰 값),  $\lambda$ 는 주어진 회전수에 해당하는 날개통과주파수(BPF)의 파장이다. 이 팬의 BPF의 계산은 식 (26)과 같이 되며, 그때의 파장  $\lambda$ 는 0.87 m이다.

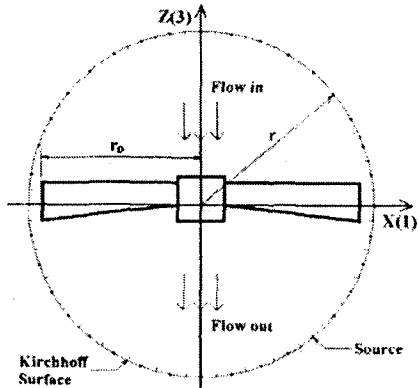


Fig. 5 Circular Kirchhoff surface (2-D.)

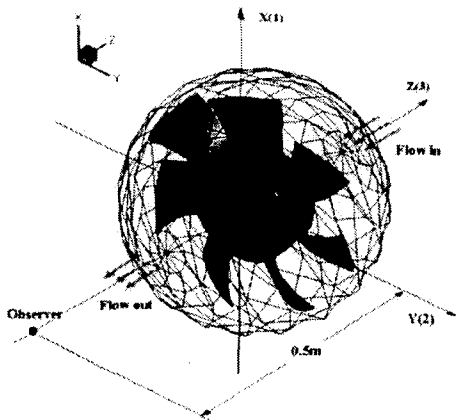


Fig. 6 Spherical Kirchhoff surface (3-D.)

$$BPF = \frac{rpm}{60} \cdot Z = \frac{3350}{60} \cdot 7 = 390.83 \text{ Hz} \quad (26)$$

Kirchhoff 면의 위치 변화에 따른 소음을 계산하기 위해서, 고정된 값인 팬의 반지름에 대한 Kirchhoff 면 요소까지의 거리의 무차원 비인  $r_c/r_o$ 를 이용해 고찰한다.

3.2 사각형 Kirchhoff 면의 경우

Kirchhoff 면의 적절한 형태와 위치를 분석하기 위해 우선 Fig. 4에서 제시된 사각형 Kirchhoff 면의 여러 가지 크기에 대하여 계산을 수행하였다. 편의상 팬 케이싱(혹은 하우징) 없이 팬 단독으로 존재하는 경우의 Kirchhoff 면에 대해 계산을 수행하고, 실험을 통한 결과와 비교하기로 한다. 팬 케이싱이 없는 경우는 팬소음이 반사 혹은 산란됨이 없이 음향장으로 무한 방사되는 이상적인

Table 2 Definition of various Kirchhoff surfaces

	$r_c(m)$	$r_c/r_o$	$r_c f / c_0$	$\frac{r_o}{\lambda} \cdot \frac{r_c}{r_c}$
Case 1	0.050	1.33	0.0574	0.032 ( $\ll 1$ )
Case 2	0.055	1.47	0.0632	0.029 ( $\ll 1$ )
Case 3	0.060	1.60	0.0689	0.027 ( $\ll 1$ )
Case 4	0.065	1.73	0.0747	0.025 ( $\ll 1$ )
Case 5	0.070	1.87	0.0804	0.023 ( $\ll 1$ )
Case 6	0.075	2.00	0.0862	0.022 ( $\ll 1$ )

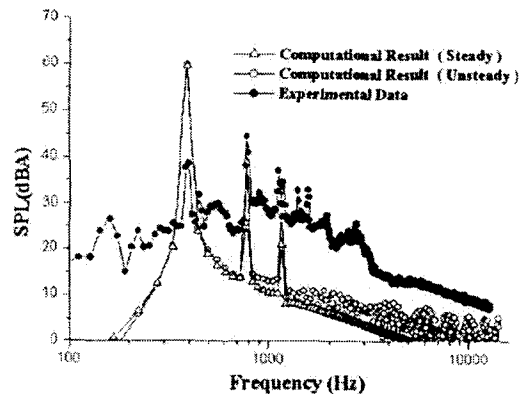


Fig. 7 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 1

경우이다. 유동출구로부터 0.5m 떨어진 위치에서 각각의 경우에 대한 음압의 계산을 Table 2에 주어진 경우들에 대하여 수행하였다. 모든 경우에 대해서 Kirchhoff 면상의 계산이 Fraunhofer 영역의 가정을 만족하므로 Kirchhoff 면상의 소음원에 의한 팬 날개 자체의 산란 등의 영향은 무시할 수가 있다.

정상하중 소음만을 고려한 경우와 비정상하중 소음을 고려한 경우로 나누어 수행하였으며, 실험결과와 비교하였다. 사각형 Kirchhoff 면의 크기를 Case 1부터 Case 6까지 변화시키면서 분석하였으며, Fig. 7에서 12는 각각의 경우에 대한 음향해석 결과를 보여준다. 그림에서 볼 수 있듯이 정상하중에 의해 계산된 BPF는 이론치에 근사한 390.07Hz이고, 그 조화성분이 나타나는 것을 확인할 수 있다. Figure 7에서 확인할 수 있듯이 정상하중만을 고려하여 계산한 경우 BPF에 의한 토음소음만이 피크로 나타나지만, 비정상하중까지 고려한 경우 고주파수 영역에서의 이산 빛 광



역소음도 비록 레벨은 낮지만 계산이 되는 것을 알 수 있다. 그러나 사각형 Kirchhoff 면의 경우 그 크기가 커짐에 따라 BPF를 제외한 대부분의 주파수 영역에서 소음특성의 계산이 제대로 이루어지지 않으며 실험의 경향과도 크게 차이가 있음을 확인할 수 있다.

이는 사각형 Kirchhoff 면이 경계요소법을 수행하기에 부적절한 예리한 모서리(sharp edge)를 포함하고 있으며, 그곳에 음원이 분포됨으로써 발생한 오류로 추정된다. 또한 Kirchhoff 면에서의 필요 정보를 FW-H. 방정식 계산결과로부터 각 주파수에서의 음압에너지의 실수부 및 허수부 값이 사용되며, 직사각형 면에서의 가상음원의 크기는 잘 지정되더라도 위상의 불가피한 오차가 광대역소음계산에 지대한 영향을 미치는 것으로 파악된다. 따라서 FW-H. 방정식 계산결과를 이용하는 본 연구방법에서 사각형 Kirchhoff 면은 결론적으로 많은 오차를 내포할 가능성이 큼을 알 수 있다.

3.3 원형 및 구형 Kirchhoff 면의 경우

경계요소법 수행시 오류를 발생시킬 수 있는 예리한 모서리를 보완하기 위해, 원형 Kirchhoff 면을 도입한다. 또한 방사공간의 면적의 영향을 확인하기 위해 구형의 Kirchhoff 면을 이용하여 2차원 계산결과와 비교한다. 원형 및 구형 Kirchhoff 면의 크기를 Case 1부터 Case 6까지 변화시키면서 음장계산을 수행하였으며, 실험결과와의 비교를 통해 최적의 계산조건을 분석하였다. Figure

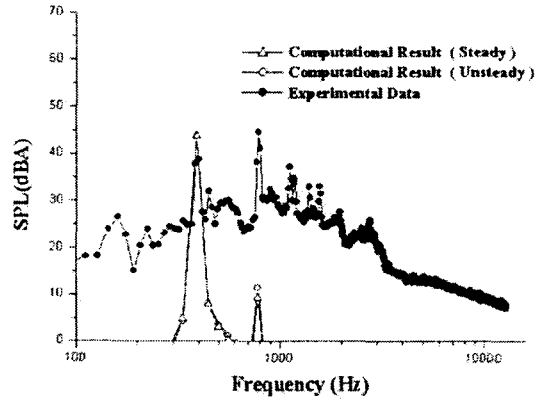


Fig. 9 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 3

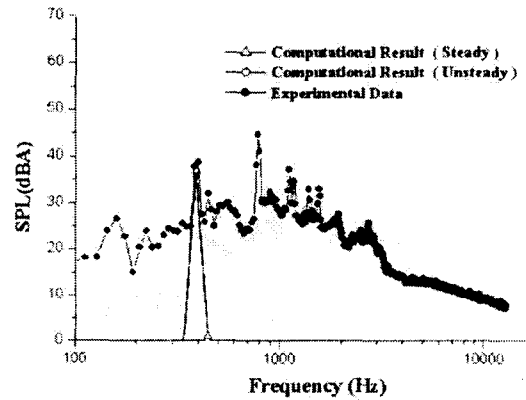


Fig. 10 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 4

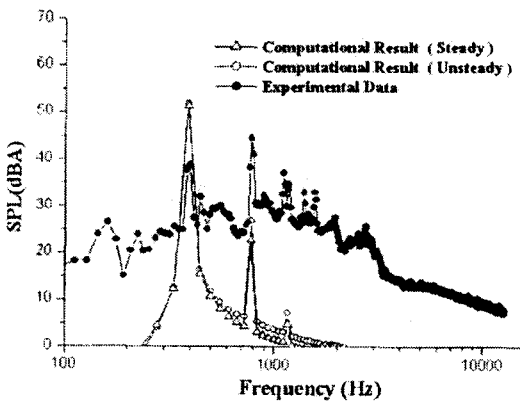


Fig. 8 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 2

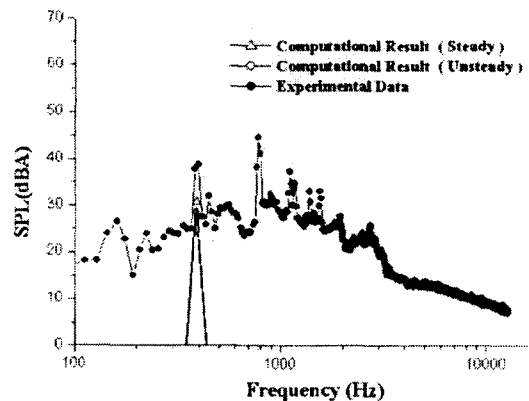


Fig. 11 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 5

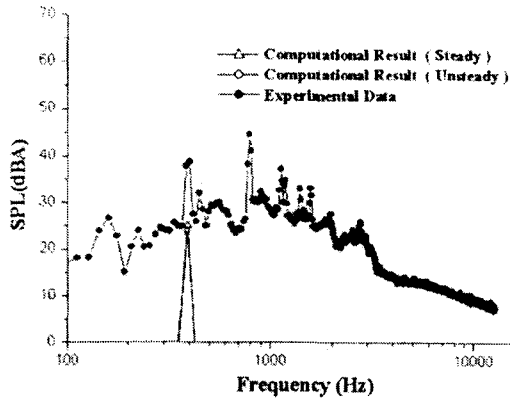


Fig. 12 Far-field sound spectra by using rectangular Kirchhoff surface of Case 6

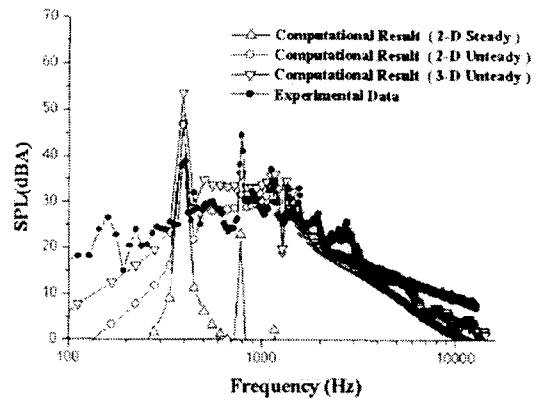


Fig. 14 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 2

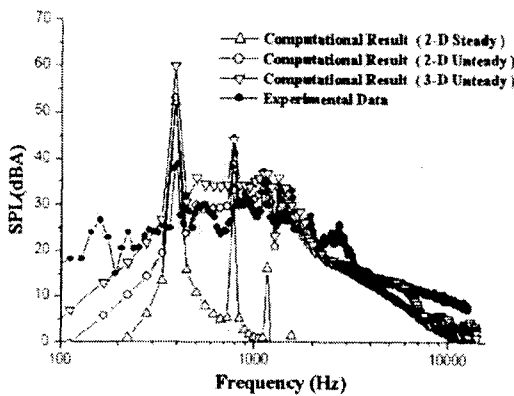


Fig. 13 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 1

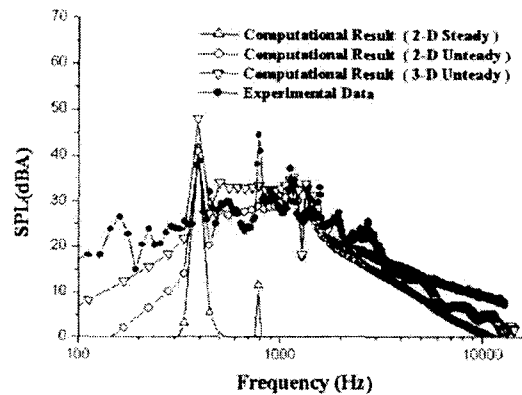


Fig. 15 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 3

13에서 18은 각각의 음장해석 결과를 보여준다. 정상하중만을 고려한 경우 토음소음 계산의 결과가 BPF인 390.07Hz와 하모닉에서 나타나는 것을 확인할 수 있으나, 그 외의 주파수 영역에서는 어떠한 소음특성도 보이지 않는 것을 알 수 있다. 한편 비정상하중까지 고려한 경우 BPF와 하모닉 외의 전 주파수 영역에서 날개 후단에 의한 광역 소음특성이 나타나는 것을 알 수 있다.

여러 가지 크기의 원형 Kirchhoff 면의 비정상 하중 소음을 계산하여 실험과 비교한 결과, Fig. 16과 Fig. 17에서와 같이 2차원 계산에서는  $r/r_0$ 가 1.73 전·후일 때 그리고 3차원 계산에서는  $r/r_0$ 가 1.87 전·후일 때 이상적이라는 것을 알 수 있다. Figure 19는 이러한 Kirchhoff 면상의 정상하중을 고려하여 계산했을 때 시간에 따른

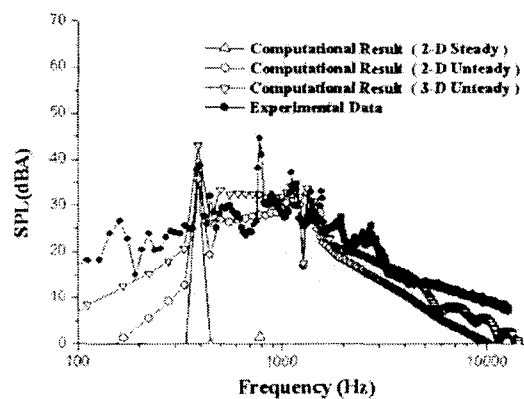


Fig. 16 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 4

음압 미소섭동량을 보여준다. 또한, Fig. 20은 같

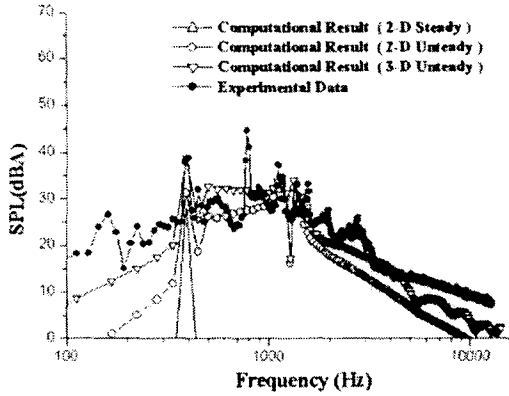


Fig. 17 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 5

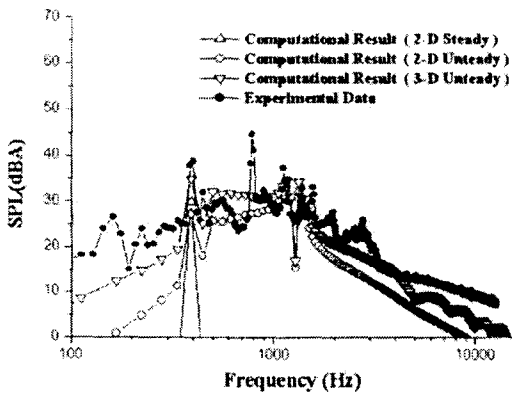


Fig. 18 Far-field sound spectra by using circular Kirchhoff surface of Case 6

은 Kirchhoff 면상에서 비정상하중을 고려하여 계산된 시간에 따른 음압 미소점동량을 보여준다.

두 경우 모두 0°와 180°측, 팬 날개 양끝 방향(팬 회전평면)에서 음압 미소변동량이 크고 유동 방향(팬 회전축 방향)인 90°와 270°로 갈수록 음압 미소변동량이 작아짐을 알 수 있다. 그러나 비정상하중을 고려한 경우 불규칙적인 음압 미소변동량이 Kirchhoff 면상에 분포되는 것을 알 수 있다.

Figure 21은 원형 혹은 구형 Kirchhoff 면 위치인  $r_0/r_c$ 가 1.87일 때 비정상하중에 의한 첫번째 날개통과주파수에서의 음향에너지 레벨분포를 각각 보여 준다. Figure 22의 (a)는 팬 중심으로부터 0.1m 떨어진 곳에서의 소음방사 형태를 보여주며, 언급된 바와 같이 날개 회전면의 날개양끝

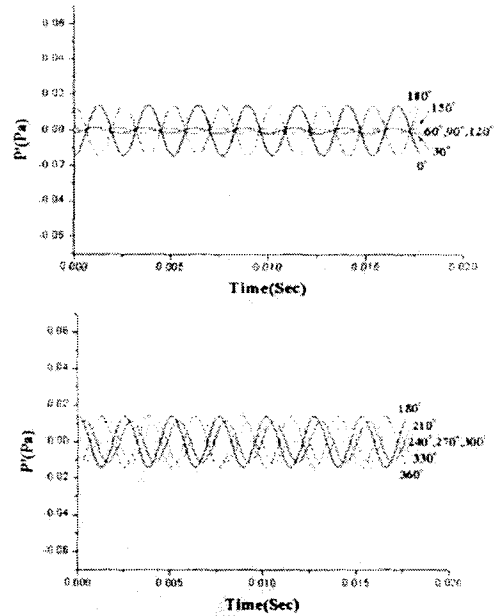


Fig. 19 Pressure fluctuations on circular/spherical Kirchhoff surface of Case 5 with steady loadings

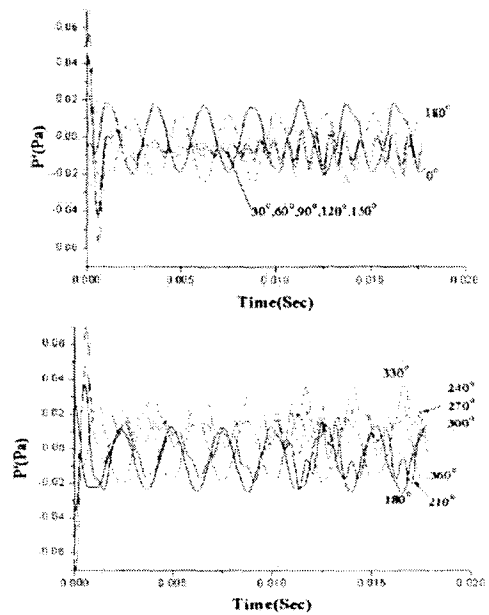
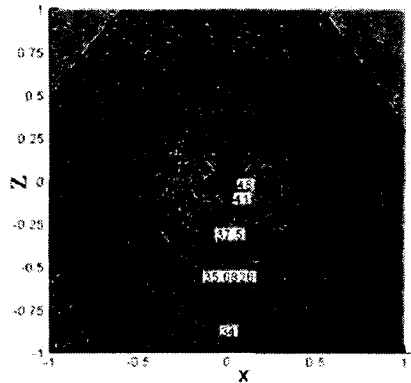
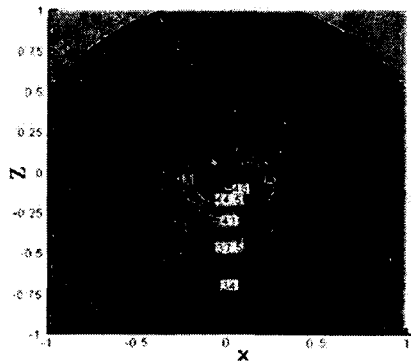


Fig. 20 Pressure fluctuations on circular/spherical Kirchhoff surface of Case 5 with unsteady loadings

방향인 0°와 180° 방향으로 높은 소음분포를 갖는 것을 알 수 있다. 그러나 Fig. 22의 (b)와 같이



(a) 2-D computation



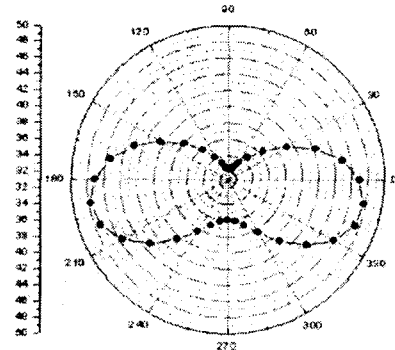
(b) 3-D computation

Fig. 21 Sound energy level contours at 1st BPF by using Kirchhoff-BEM method

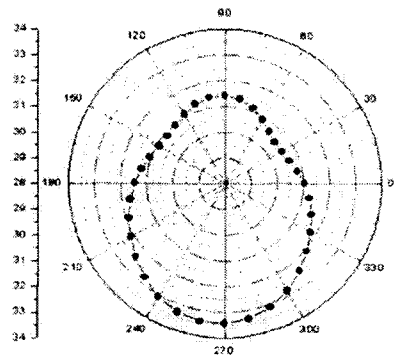
팬 중심으로부터 1.0m 떨어진 곳 즉, 원거리장에서  
의 소음방사 형태는 팬 회전축 방향인 팬유동  
상류 및 하류방향인 90° 와 270° 방향에서 높은  
소음분포를 갖는 것을 파악할 수 있다. FW-H 방정  
식의 해인 식 (22)와 (23)을 살펴보면, 근거리장 항은  
주로 날개 끝단 방향의 주소음이 나타나며 원기  
리장 항은 유동후류방향의 주소음을 나타낸다.  
그런데 Kirchhoff 면에서의 음압의 크기와 위상  
을 분포시켜 BEM계산을 수행하면, Fig. 22에서와  
같이 원거리 장에서의 주 BPF에서의 음압레벨분포  
가 FW-H의 소음분포를 갖는다. 이는 참고문헌<sup>(6),(13),(16)</sup>  
을 통하여 타당한 결과라는 것을 확인할 수 있  
다.

4. 결 론

본 방법은 팬 날개에서의 음원 모델링과  
Farassat 방법을 이용한 원거리장 주파수 스펙트



(a) R = 0.1 m



(b) R = 1.0 m

Fig. 22 Directivity patterns of sound energy level at 1st BPF

럼 해석의 한계<sup>(19)</sup>를 극복하기 위해, Farassat방법  
의 근거리장 계산결과를 Kirchhoff 면에서의 경  
계조건으로 이용하는 Kirchhoff-BEM 해석을 수행  
하였다. 즉, 팬 날개 각 단면에서 각기 다른 주파  
수의 와홀림에 의한 비정상 하중의 모델링과  
FW-H방정식을 통한 Kirchhoff 면에서의 음원을  
구성하여, 최적의 Kirchhoff 면의 모양과 위치를  
분석하였다. 비정상하중을 고려한 소음원 모델링  
과 팬 직경의 약 1.87배 크기의 원형 Kirchhoff  
면을 이용하여 해석하였을 때, 가장 이상적인 원  
거리장 주파수 스펙트럼과 방향성 계산결과를 얻  
을 수 있었다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원  
에 의하여 연구되었으며, 관계자에게 감사를 드림

니다. (KRF-2001-041-E00024)

### 참고문헌

- (1) Japikse, D., 1996, "Agile Design System in the age of Concurrent Engineering," presented to the 1996 JANNAP Propulsion Subcommittee Meetings, Albuquerque, New Mexico.
- (2) Sharland, I.J., 1964, "Sources of Noise in Axial Flow Fans," *J. Sound and Vib.*, Vol. 1, pp. 302~322.
- (3) Lee, C., Chung, M.K. and Kim, Y.H., 1993, "A Prediction Model for the Vortex Shedding Noise from the Wake of an Airfoil or Axial Flow Fan Blades," *J. Sound and Vib.*, Vol. 164, pp. 327~336.
- (4) Jeon, W.-H., Chung, K.-H., Lee, D.-J., 2000, "An Analysis of the Flow and Sound Field of a Ducted Axial Fan," *Journal of Fluid Machinery*, Vol. 3, No. 2, pp. 15~23.
- (5) Ffowcs Williams, J.E. and Hawkins, D.L., 1969, "Theory Relating to the Noise of Rotating Machinery," *J. Sound and Vib.*, Vol. 10, p. 10.
- (6) Goldstein, M.E., 1976, *Aeroacoustics*, McGraw-Hill Inc., New York.
- (7) Lighthill, M.J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically; I. General Theory," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A.*, Vol. 211, pp. 564~587.
- (8) Wu, T.W. and Wan, G.C., 1992, "Numerical Modeling of Acoustic Radiation and Scattering from Thin Bodies Using a Cauchy Principal Integral Equation," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 92, pp. 2900~2906.
- (9) Powell, A., 1964, "Theory of Vortex Sound," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 36, pp. 177~195.
- (10) Curle, N., 1955, "The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound," Theory of Vortex Sound," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A.*, Vol. 231, pp. 505~514.
- (11) Farassat, F., 1981, "Linear Acoustic Formulas for Calculation of Rotating Blade Noise," *AIAA J.*, Vol. 19, No. 9, pp. 1122~1130.
- (12) Farassat, F. and Myers, M.K., 1988, "Extension of Kirchhoff's Formula to Radiation from Moving Surfaces," *J. Sound and Vib.*, Vol. 123, No. 3, pp. 451~461.
- (13) Kim, K.-H., 2002, *Design Program of Low-noise Axial Fan and Analysis of Fan Performance and Noise*, M.S. Thesis, Inha University
- (14) Wagner, S., Bareiß, R. and Guidati, G., 1996, *Wind Turbine Noise*, Springer.
- (15) Nakano, T., Kim, H.-J., Lee, S., Fujisawa, N. and Takagi, Y., 2002, "A Study on Discrete Frequency Noise from a Symmetrical Airfoil in a Uniform Flow," *The Fifth JSME-KSME Conference*, Nov. 17~21, pp. 1~7.
- (16) iDesignFan Version 3.0, 2002, User's Manual, AeroNet Inc.
- (17) Jenkins, F.A. and White, H.E., 1937, *Fundamental of Physical Optics*, McGraw-Hill Inc., New York.
- (18) Blake, W.K., 1986, *Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration, Volume II*, Academic Press Inc.
- (19) Brentner, K.S. and Farassat, F., 1998, "An Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces," *AIAA J.*, Vol. 36, No. 8, pp. 1379~1386.