

대형 와 모사를 통한 레이놀즈 수 증가에 따른 혼합 탱크 내의 유동 구조의 연구

윤현식* · 하만영† · 전호환*

(2003년 2월 22일 접수, 2003년 6월 16일 심사완료)

The study of Flow Structure in a Mixing Tank for Different Reynolds Numbers Using LES

Hyun Sik Yoon, Man Yeong Ha and Ho Hwan Chun

Key Words : Rushton Turbine(러쉬톤 터빈), Turbulence(난류), Large Eddy Simulation(대형 와 모사), Swirling Strength(회전 강도), Tip Vortices(선단 와).

Abstract

The stirred tank reactor is one of the most commonly used devices in industry for achieving mixing and reaction. Here we report on results obtained from the large eddy simulations of flow inside the tank performed using a spectral multi-domain technique. The computations were driven by specifying the impeller-induced flow at the blade tip radius. Stereoscopic PIV measurements (Hill *et al.*⁽¹⁾) along with the theoretical model of the impeller-induced flow (Yoon *et al.*⁽²⁾) were used in defining the impeller-induced flow as superposition of circumferential, jet and tip vortex pair components. Large eddy simulation of flow in a stirred tank was carried out for the three different Reynolds numbers of 4000, 16000 and 64000. The effect of different Reynolds numbers is well observed in both instantaneous and time averaged flow fields. The instantaneous and mean vortex structures are identified by plotting an isosurfaces of swirling strength for all Reynolds numbers. The Reynolds number dependency of the non-dimensional eddy viscosity, resolved scale and subgrid scale dissipations is clearly shown in this study.

1. 서론

혼합탱크는 열 및 물질 전달과 혼합을 위해서 산업현장에서 가장 일반적으로 사용되어지는 장치 중의 하나이다. 그러나 간단한 구조의 혼합 탱크일지라도 탱크 내부에 존재하는 하나 이상의 임펠러로 인해 전체 형상은 매우 복잡하다. 또한, 대부분 작동 조건 하에서 유동은 탱크 전 영역에서 완전히 발달한 난류이며, 공간과 시간적으로 유동의 복잡성은 임펠러 근처에만 제한되지 않는다. 이러한 유동의 복잡성은 이론적인 접근을 어렵게 하며, 실험과 전산해석에 있어서도 많은 한계를 낳게 하였다.

혼합 탱크의 크기나 임펠러의 회전속도의 변화가 혼합 탱크 내의 유동장에 미치는 영향에 대한 연구는 실험 및 전산해석에 의해서

계속적으로 이루어져왔다. Costes 와 Couderc⁽³⁾은 높은 Reynolds 수 ($27,000 < Re < 85,000$)에서 임펠러의 속도와 반경에 의해 무차원화된 속도는 탱크의 크기나 임펠러 회전수에 거의 독립적이라는 결과를 발표했다. Ducoste *et al.*⁽⁴⁾은 세 가지 다른 크기의 탱크에 대한 실험적 연구를 통해 탱크 내 유동 속도는 임펠러의 회전수에 비례한다고 발표했다. 또한, Dong *et al.*⁽⁵⁾은 혼합 탱크 내의 임펠러 회전속도의 영향에 대한 연구를 통해 Costes 와 Couderc⁽³⁾ 및 Ducoste *et al.*⁽⁴⁾과 동일한 결과를 발표하였다. 대형 와 모사법을 사용하여 수행한 혼합 탱크 내부 유동에 대한 해석은 최근 Eggels⁽⁶⁾와 Revstedt *et al.*⁽⁷⁾에 의해서 이루어졌다. 이들은 실험결과와의 비교를 통해서 복잡한 형상에 대한 대형 와 모사법의 신뢰성을 보여주었다. Bartels *et al.*⁽⁸⁾은 배플(baffle)이 장착된 탱크에 관한 $0.1 \leq Re_m \leq 10^6$ 의 영역에서 계산을 수행하였다. 이들은 $Re_m \geq 7275$ 의 영역에서는 표준 $k-\epsilon$ 난류 모델(RANS 모델)을 사용하여 계산을

* 부산대학교 첨단조선공학센터

† 책임저자, 회원, 부산대학교 공과대학 기계공학부
E-mail : myha@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2440 FAX : (051)512-9835

수행하였다. 이들의 연구에서는 레이놀즈 수가 증가함에 따른 ring vortices (bulk flow) 및 Newton number 의 변화를 조사하였다.

본 연구에서는 임펠러 회전수의 변화에 따른 다양한 스케일의 유동이 존재하는 혼합 탱크 내의 복잡한 3 차원 유동 변화를 예측하기 위하여 대형 와 모사법을 사용한 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 고려한 레이놀즈 수는 $Re_m=4000, 16000$ 과 64000 이다. 임펠러의 회전 속도에 의해 무차원화된 속도들의 상세한 비교를 통해 혼합 탱크 내의 유동장에 임펠러 회전속도가 미치는 영향을 규명하였다

2. 지배방정식

혼합 탱크 내에 형성되는 유동을 계산하기 위해서 대형 와 모사법을 사용하였다. 일정 물성치의 비압축성 유동에 대한 지배방정식으로, 아래의 격자 필터링이 되어진 운동량 보존 방정식 및 연속 방정식이 본 계산에서 사용되어졌다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

여기서 \bar{u}_i 는 격자 필터링으로 얻어진 대형 스케일의 유동을 나타낸다. 식 (1)에서 τ_{ij} 는 subgrid 스케일 유동이 대형 스케일 (resolved scale) 유동에 미치는 영향을 나타내며, 다음과 같이 표현되어진다.

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

여기서 subgrid stress scale tensor τ_{ij} 는 Germano *et al.*⁽¹⁰⁾이 제안한 dynamic model 을 사용하여 구한다. Yoon *et al.*⁽⁹⁾ 및 Germano *et al.*⁽¹⁰⁾ 은 Dynamic Smagorinsky coefficient (C_s)을 결정하는 상세한 계산 과정에 대하여 설명하였다. 이때 C_s 는 일반적으로 시간과 공간의 함수로 표현되어진다. 그러나 C_s 가 음의 값을 가질 경우 심각한 수치적 어려움이 발생한다. 이러한 문제의 해결, 믹싱 탱크 형상의 복잡성 그리고 비균일 유동의 존재를 고려하기 위하여, 본 연구에서는 C_s 를 계산 영역 전체 체적에 대하여 평균하는 보다 간단한 방법을 사용하였다. 그러므로 본 연구에서 C_s 는 단지 시간의 함수로서 변한다.

3. 수치해석 방법

Fig. 1(a)는 본 연구에서 사용한 혼합 탱크의 형상을 나타낸다. 작동 유체로서 물이 채워진 탱크의 직경 및 높이 (T)는 50.8mm 이다. 6 개의 날개가 장착된 Rushton 임펠러는 탱크의 중앙에 위치한다. 임펠러의 직경은 $D=T/3$ 이고 높이는 $0.4D$ 이다.

본 계산에서는 형상의 주기성에 근거하여 θ - 방향의 $1/6$ 을 계산 영역으로 설정하였고, 그들의 경계에 주기 조건을 부여하였다. 또한 회전 좌표계를 도입하였고, 지배방정식 (1)을 회전 좌표계에 맞게 수정하였다. 주기 조건이 사용되어진 θ -방향으로는 푸리에 전개 (Fourier expansion)를, 그리고 $r-z$ 면에 대해서는 스펙트럴 다영역

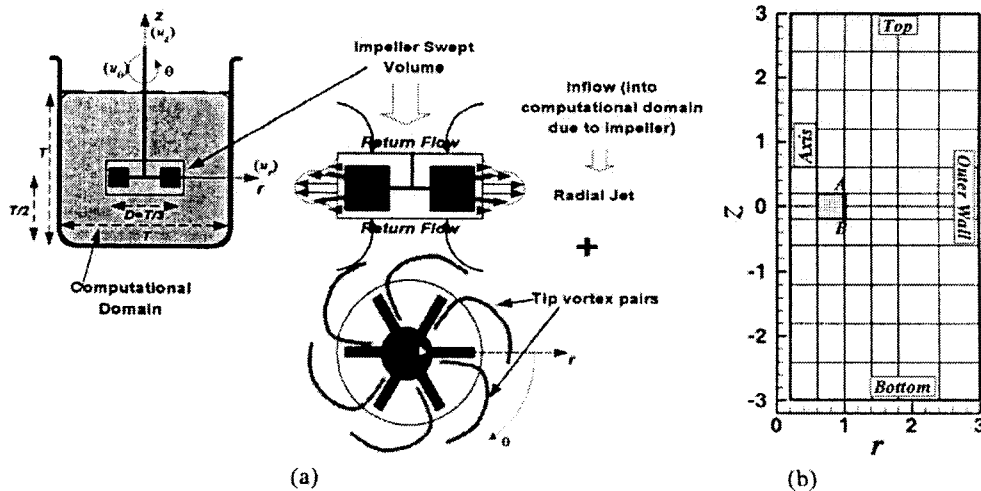


Fig. 1 (a) Schematic of the stirred tank with a typical six blade Rushton impeller. The plan view shown at the bottom on the right is viewed up from under the tank. (b) The overall computational geometry divided into sun-domains in the $r-z$ plane

(spectral multi-domain) 방법을 사용하였다. 무차원화를 위한 특성 길이 및 특성 속도로서 각각 임펠러 반경 ($D/2$) 및 임펠러 날개 팁 (impeller blade tip) 속도 (πND)가 사용되어졌다. 여기서 N 은 rps 로 날개의 회전 속도를 나타낸다. ($1/2\pi V$) 및 ($\rho(\pi ND)^2$)은 무차원화를 위한 시간과 압력의 특성치를 나타낸다. $Re_m (= ND^2/\nu = 2Re/\pi)$ 는 레이놀즈 수를 나타내며, $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 이 본 계산에서 사용되어졌다. 회전방향으로 32 개의 격자점을 사용하였다. Fig. 1(b)에 보여 준 것처럼 $r-z$ 면은 72 개의 부 영역 (sub-domain)으로 이루어졌고, 각각의 부 영역에 13×13 개의 격자점을 사용하였다. 격자의 공간 해상도를 검사를 위하여 각각의 부 영역에 17×17 개의 격자점을 사용하여 계산을 수행하였다. $Re_m = 4000$ 일 때 17×17 개의 격자점을 사용한 평균 유동장은 13×13 개의 격자점을 사용한 평균 유동장과 유사한 결과를 주었다. 그러므로 본 논문에서는 계산 시간의 효율을 위해서 각 임펠러 회전수에 대하여 동일한 13×13 개의 격자점을 계산에 사용하였다.

Fig. 1(b)는 또한 각 경계에서 정의된 경계 조건들을 보여주고 있다. 현재의 연구에서는 고정된 격자를 사용하여 계산을 수행하였다. Yoon *et al.*,⁽²⁾ Yoon *et al.*,⁽¹¹⁾ 및 Yoon⁽¹²⁾에 의하여 구해진 이론 모델에 의하여 계산되어진 각 유동 성분의 값이 Fig. 1(b)의 AB 로 표시된 부분이 θ -방향으로 회전할 때 (즉 임펠러가 회전할 때) 임펠러 팁이 그리는 곡면에 경계조건으로

지정되어졌다. 이 이론 모델은 PIV 실험 데이터에 근거하여 유도되었으며 이때 이론 계산 및 실험에 사용되어진 레이놀즈 수의 범위는 $4,000 \leq Re_m \leq 78,000$ 이다. 이 경계 조건은 Yoon⁽¹²⁾에 의하여 설명되어진 것처럼 임펠러가 회전할 때 임펠러의 회전에 의하여 야기되는 유동을 잘 재현한다.

각각의 부 영역에서는 체비세프 전개 (Chebyshev expansion)을 사용하였으며, 이로 인하여 격자점은 비균일 Gauss-Lobatto 점들로 이루어진다. 시간 적분을 위하여 시간 분할법 (time split scheme)이 사용되어졌다. 대류 항에 대하여는 3 차 Adams - Bashforth scheme 이 그리고 점성항에 대하여는 Crank-Nicholson scheme 이 사용되어졌다. Dynamic LES 모델⁽¹⁰⁾을 위하여 회전방향으로 sharp cutoff 필터가 그리고 반경 및 축 방향으로 box-averaged 필터가 적용되어졌다.

본 계산에서 CFL 수는 $\Delta t \cdot (|u/\Delta x|)_{\max}$ 로 정의되며 계산을 수행하면서 이 값을 체크하였으며, 이러한 과정을 통하여 본 계산에서는 Δt 가 0.001 로 고정되었다. 완전히 발달되어진 유동으로부터 해석에 사용되어진 time step 수는 120,000 이다. 이것은 무차원 시간 단위로는 120 무차원 시간에 그리고 임펠러가 19 번 회전한 시간에 해당한다.

4. 결과 및 해석

Fig. 2는 $\theta = 30^\circ$ 일 때 $r-z$ 면에서의 순간 유동장을 보여주고 있다. Fig. 2(a)에 보여준 것처럼

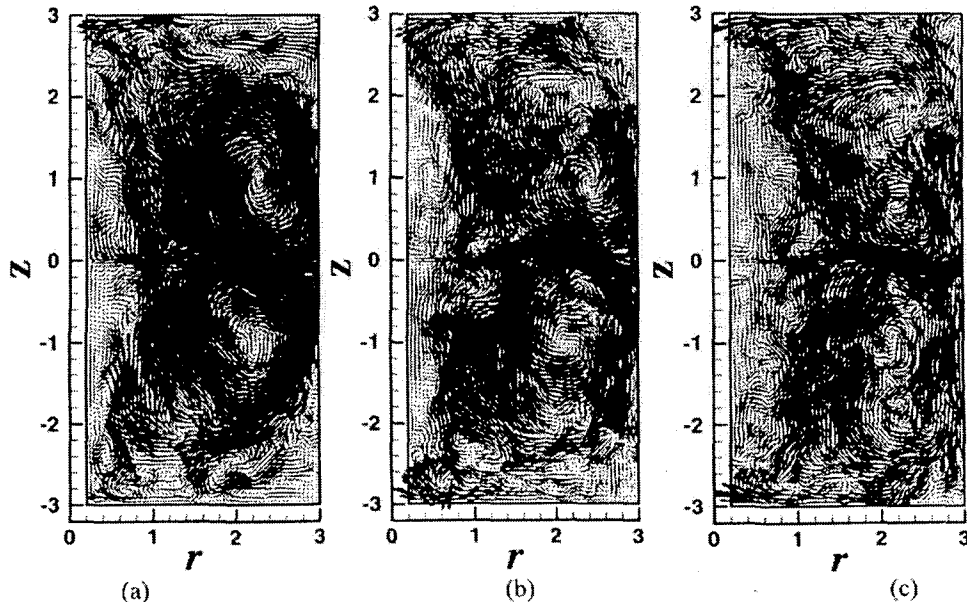


Fig. 2 An instantaneous flow field over the entire $r-z$ plane at $\theta = 30^\circ$ for (a) $Re_m = 4000$, (b) $Re_m = 16000$ and (c) $Re_m = 64000$

$Re_m = 4000$ 일 때 탱크 내의 유동은 두 개의 큰 스케일의 와에 의하여 전체적으로 지배되어진다. 그러나 탱크의 바깥 벽 정체점에서 일어나는 유동의 박리로 인하여 이들 큰 스케일의 와의 크기는 제한되어진다. 이로 인하여 두개의 큰 스케일의 와가 탱크의 상부 및 하부의 절반 영역 전체를 차지하지 못하고 있다. 큰 스케일의 와에 기인한 경계층의 불안정성으로 인하여 상부, 하부 및 바깥 벽들에 작은 와들이 형성되어진다. Fig. 2(b)에 보여준 것처럼 $Re_m = 16000$ 일 때 여전히 두 개의 큰 스케일의 와가 탱크 내의 유동장을 전체적으로 지배하고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 2(c)에 보여준 것처럼 레이놀즈 수가 $Re_m = 64000$ 으로 증가하면, $Re_m = 4000$ 와 16000 일 때 탱크의 상부 및 하부에 존재하는 두 개의 큰 스케일의 와는 작은 크기의 와들로 분리되어진다. 따라서 레이놀즈 수가 증가할수록 순간 유동장은 더 많은 작은 와들로 이루어진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 3 은 $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 일 때 $r-z$ 면에서 시간 및 원주 방향 (θ)에 대하여 평균한 유동장을 보여주고 있다. 평균한 결과를 중앙 단면 ($z=0$)에 대하여 대칭화 하였으며, Fig. 3 은 탱크 상부 절반 영역만을 보여주고 있다. 세 개의 다른 레이놀즈 수에 대하여 반 시계 방향으로 회전하는 와가 탱크 내에 형성되어진다. 이 큰 스케일의 와는 3 차원에서 도넛 형의 와를 나타낸다. 탱크 내에 형성되는 평균 유동장에서 레이놀즈 수의 변화에 따른 차이점은 탱크의 오른쪽 모서리에 형성되는 이차 유동장의 형태이다. 레이놀즈 수가 증가함에 따라서 탱크 오른쪽 모서리에 형성되는 이차 유동장의 크기는 작아지며, $Re_m = 64000$ 에서는 이차 유동장이 거의 존재하지 않게 된다. $Re_m = 4000$ 일 때 탱크의 중심 축 근처의 정체 영역에 존재하는 작은 와는 $Re_m = 16000$ 및 64000 인 경우에는 사라져 존재하지 않는다. 반시계 방향으로 회전하는 큰 스케일의 와의 중심은 레이놀즈 수가 증가함에 따라서 탱크의 바깥 벽과 중앙단면 쪽으로 이동하고 있다.

Fig. 4 는 $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 일 때 반경 r 의 변화에 따른 시간 및 원주 방향에 대하여 평균한 반경 방향 속도 ($\langle u_r \rangle$) 의 축 방향으로의 변화를 나타낸다. 탱크 내에서 $\langle u_r \rangle$ 이 보여주는 특성에 따라 탱크 내의 영역을 분할하였다. Fig. 4(a)에 보여준 것처럼 $Re_m = 4000$ 일 때 영역 1 (R1)에서의 유동은 임펠러의 회전에 의해 구동이 된 반경 방향의 제트에 의해서 지배 되어진다. 중앙 단면 ($z=0$) 근처에서는 임펠러로부터 반경 방향으로 멀어질수록 주위 유체의 유입에 의해서

$\langle u_r \rangle$ 의 크기는 작아지고 제트의 두께는 커진다. 임펠러의 회전에 의하여 야기된 제트와 큰 스케일의 와의 중첩에 의해 $\langle u_r \rangle$ 은 영역 2 (R2)에서 양의 값을 가진다. 영역 3 (R3)은 큰 스케일의 와에 의해 유체가 탱크의 내부로 재 진입 하는 영역에 해당된다. Fig. 4(a)의 R2 및 R3 에서의 속도 구배는 큰 스케일의 와의 중심 ($r=2.2$) 부근에서 가장 큰 값을 가진다. 바깥 벽 근처에서 탱크의 단면 중심에 대해서 상부와 하부로 나누어진 유동은 $z \approx \pm 2$ 근처에서 각각 박리가 일어난다. 유동의 박리로 인하여 탱크의 상부 및 하부 오른쪽 모서리 근처에서 각각 이차 유동에 의한 한 쌍의 와가 Fig. 4(a)의 영역 4 (R4)에 존재한다. 영역 5 (R5)에서는 탱크 내부로 돌아가는 유동에 의해서 탱크 상부 및 하부 벽을 따라서 벽 경계층이 발달하게 된다.

$Re_m = 16000$ 의 경우 반경 r 의 변화에 따른 $\langle u_r \rangle$ 의 변화는 Fig. 4(b)에 보여준 것처럼 $Re_m = 4000$ 인 경우와 전체적으로 유사하다. 그러나 영역 1 에서 $Re_m = 4000$ 및 16000 인 경우의 임펠러의 회전에 의하여 야기된 제트 두께를 비교하면, $Re_m = 16000$ 인 경우가 $Re_m = 4000$ 인 경우에 비하여 더 두꺼워진다. $Re_m = 16000$ 일 때 이차 유동에 해당하는 R4 영역의 크기가 $Re_m = 4000$ 인 경우에 비하여 훨씬 작아진다. R4 영역의 축소에 따라 탱크의 상부 및 하부 벽면을 거쳐 탱크 내부로 재 진입하는 유동의 가속화가 $Re_m = 16000$ 인 경우가 $Re_m = 4000$ 인 경우에 비하여 더욱 빨라지고, 벽면 경계층에 해당하는 R5 영역이 $Re_m = 16000$ 인 경우가 $Re_m = 4000$ 인 경우에 비하여 상부 및 하부 벽면을 따라 더욱 길게 분포하게 된다. Re_m 을 64000 으로 증가시켰을 때, Fig. 4(c)에서 보는 것처럼 R2 영역에서 $\langle u_r \rangle$ 의 축 방향으로의 구배가 거의 존재하지 않는다. 이것은 느리게 움직이는 주위 유체가 임펠러 제트로 유입되기 때문이다. $Re_m = 4000$ 및 16000 일 때 존재하는 이차 순환 영역에 해당하는 R4 영역은 $Re_m = 64000$ 일 때는 사라져 거의 존재하지 않는다. 이차 순환 영역의 소멸에 의해서 R3 영역에 해당하는 탱크의 상하부 벽면 경계층은 탱크의 오른쪽 모서리에서부터 발달 되기 시작한다.

Fig. 5 는 $\theta = 20^\circ, 30^\circ$ 및 40° 이고 $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 일 때의 탱크의 중앙 단면 ($z=0$)에서 반경의 함수로서 $\langle u_r \rangle$ 변화를 보여주고 있다. $Re_m = 4000$ 일 때 Sharp *et al.* (13)의 PIV 실험 결과 및 Yoon *et al.* (2)의 RANS 계산 결과는 본 연구의 LES 계산 결과와의 비교를 위하여 Fig. 5 에 동시에 나타내어졌다. 대형 와

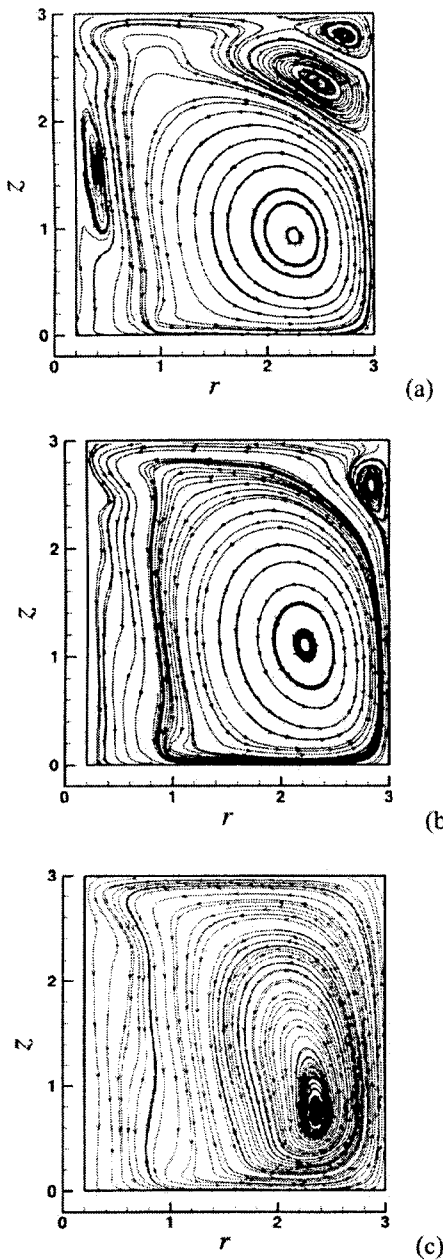


Fig. 3 The time and θ -averaged stream lines in the r-z plane for (a) $Re_m=4000$, (b) $Re_m=16000$ and (c) $Re_m=64000$

모사법(LES)을 사용하여 얻은 $Re_m = 4000$ 에서 결과는 Sharp *et al.*⁽¹³⁾의 PIV 실험 결과를 아주 잘 재현하며, 이 결과는 혼합 탱크 내의 복잡한 유동에 대한 본 연구 계산 결과의 타당성을 잘 나타낸다. $Re_m = 4000$ 일 때 모든 θ -방향에서 $\langle u_r \rangle$ 의 크기 및 최대값의 위치에 대한 실험 및 본 LES 계산 결과 또한 잘 일치하고 있다. 그러나 $Re_m = 4000$ 일 때 RANS의 결과는 $\theta = 20^\circ$ 이후

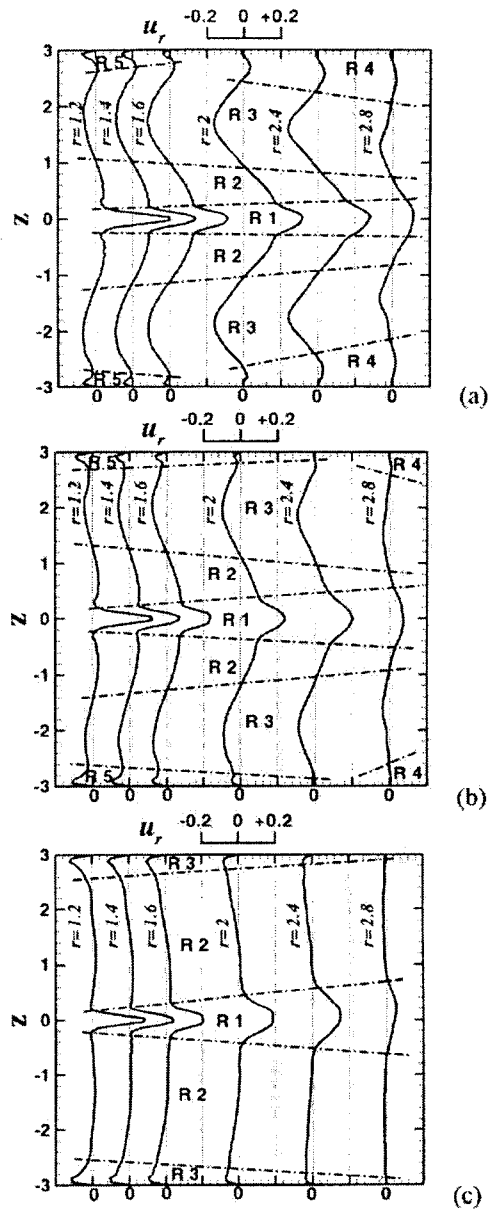


Fig. 4 The time and θ -averaged radial velocities along the axial direction at various positions and the sketch of the regions divided by flow pattern at (a) $Re_m=4000$, (b) $Re_m=16000$ and (c) $Re_m=64000$

$\langle u_r \rangle$ 의 값이 급격히 감소하여 Sharp *et al.*⁽¹³⁾의 PIV 실험 결과와 많은 차이를 보인다. $k-\epsilon$ RANS 난류 모델은 상대적으로 큰 소산값을 가지기 때문에, 이로 인하여 팁 와에 의하여 발생하는 반경 방향으로 큰 속도의 기울기를 재현하지 못하고 θ -방향으로 팁 와가 빨리 소멸하고 있다(Yoon *et al.*⁽²⁾). Fig. 5에서 보여지는 것처럼 레이놀즈 수가 증가하면 무차원화된 $\langle u_r \rangle$ 의 크기가 감소한다.

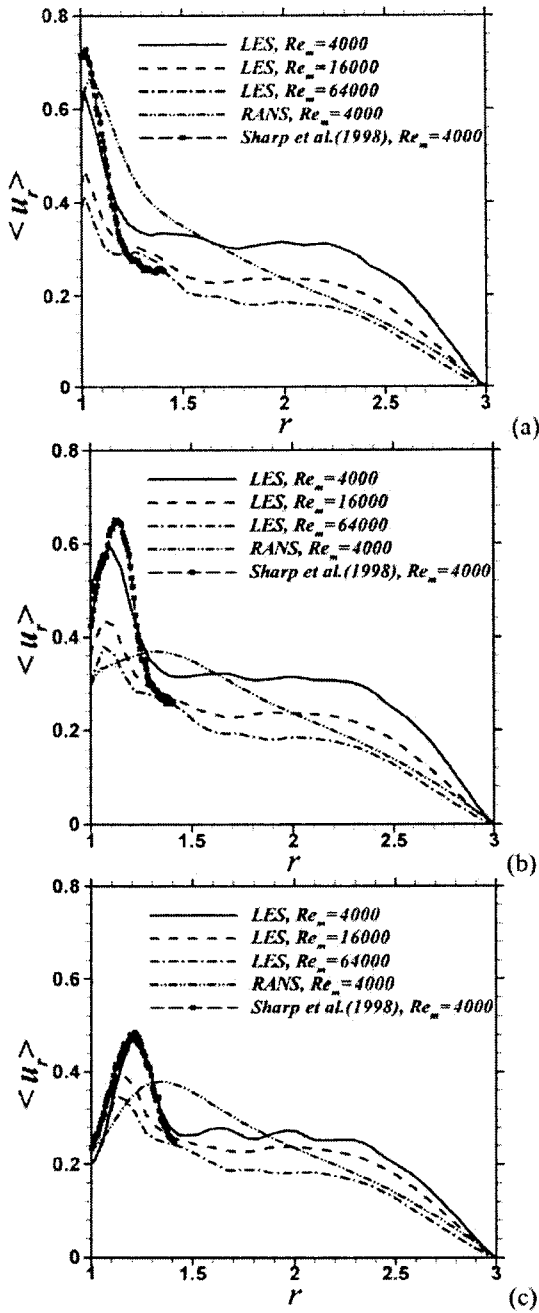


Fig. 5 The time averaged radial velocity as a function of radial distance from the blade along the mid-plane ($z=0$). (a) $\theta = 20^\circ$, (b) $\theta = 30^\circ$ and (c) $\theta = 40^\circ$

모든 레이놀즈 수에 대하여 $\langle u_r \rangle$ 의 최대값은 $\theta = 20^\circ$ 및 임펠러 날개 팁 ($r=1$)에 위치한다. θ 가 증가함에 따라서 이들의 위치는 팁으로부터 반경 방향으로 멀어진다. 일반적으로 임펠러의 회전에 의하여 제트 유동 만이 존재하면 $\langle u_r \rangle$ 은

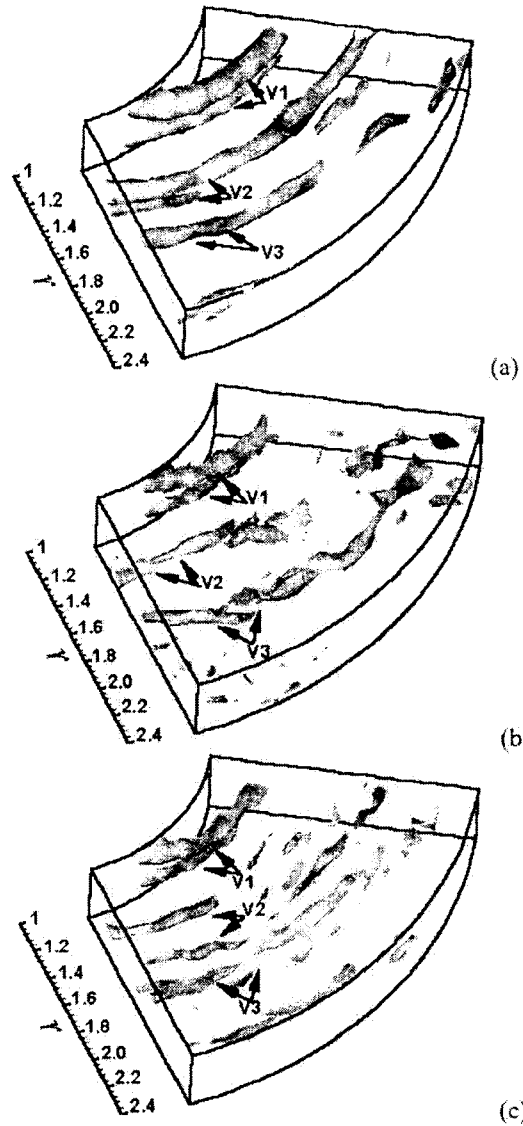


Fig. 6 Vortex structure obtained for (a) $Re_m=4000$, (b) $Re_m=16000$ and (c) $Re_m=64000$ at one instance

임펠러 날개 팁에서 최대가 되고 반경 방향으로 가면서 감소하게 된다. 그러나 팁 와가 존재하면 이들 팁 와 사이에 존재하는 유체는 펌핑 작용에 의하여 가속되어 반경 방향으로 밀려나가 제트 유동에 더해진다. 그러므로 $\langle u_r \rangle$ 가 최대값을 가지는 위치가 θ 가 증가함에 따라서 임펠러 날개 팁에서 반경 방향으로 이동하게 된다. $\langle u_r \rangle$ 의 최대값에 대한 이러한 변화는 팁 와가 존재하고 이들이 반경 방향으로 이동한다는 것을 설명하여 임펠러 제트와 큰 스케일의 링 와의 중첩에 의해서 $r \approx 1.5 \sim 2.4$ 사이에서 모든 레이놀즈 수에 대하여 $\langle u_r \rangle$ 의 크기는 거의 일정하다.

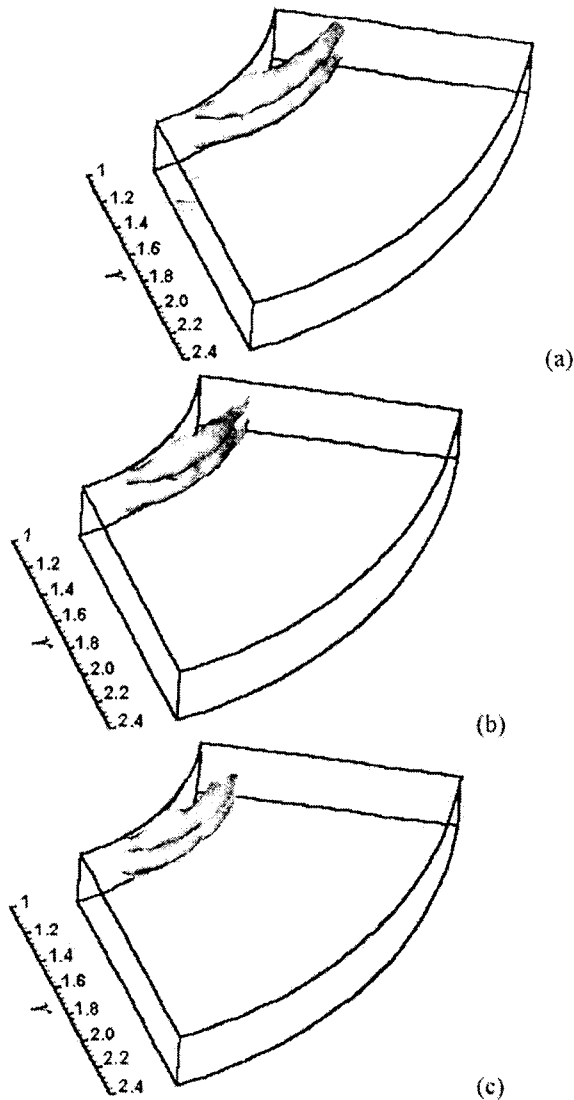


Fig. 7 Time averaged vortex structure obtained for (a) $Re_m=4000$, (b) $Re_m=16000$ and (c) $Re_m=64000$

Fig. 6는 $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 일 때 순간 유동장에서의 와의 구조를 보여주고 있다. 여기서 보여준 와의 구조는 스칼라 강도의 isosurface 를 사용하여 나타내었다. Fig. 6은 반경방향으로 $r=1\sim 2.4$, 축방향에 대해서는 $z=-0.2\sim 0.2$ 그리고 회전방향으로는 $\theta=0^\circ\sim 60^\circ$ 영역내에서 팁 와의 구조를 보여주고 있다. Fig. 6에서 쌍으로 된 팁 와의 존재를 명확하게 관찰할 수 있다. 여기서 V1는 1차 1쌍의 와(primary vortex pair)를 나타낸다. V2 및 V3는 임펠러 날개 팁으로부터 반경 방향으로 먼 위치에 존재하는 2차 및 3차의 쌍으로 된 와를 나타낸다. 이러한 와의 강도는 V1이 가장 세고 V3가 가장 약하다. 와의 구조는 회전 방향으로 가면서 주기 조건을 만족한다. V2는 임펠러 날개의 상류에 존

재하고, V3는 이보다 훨씬 더 상류에 존재한다. 즉 2차와 3차 와는 1차 보다 오랜 시간 후에 발달한 쌍으로 된 와를 나타낸다. 임펠러 근처에서 쌍으로 된 1차 와는 같은 강도를 가지며 중앙 단면에 대해서 대칭이다. 그러나 V2 및 V3에서 볼 수 있듯이 임펠러 날개에서 반경 방향으로 멀어질수록 2차 및 3차의 와는 유동의 불안정성에 의하여 자연스럽게 중앙 단면에 대해서 비대칭을 이룬다. 이러한 제트의 불안정성은 sinuous mode 와 varicose mode 의 조합에 의하여 형성되며 이들은 팁 와의 구조와 상호 밀접한 관계를 가진다 만약, 유동이 시간에 독립적이고 임펠러의 경계 조건이 대칭이라면 팁 와의 분포는 중앙 단면에 대해서 대칭이 되어야 한다. 이 경우에 제트는 varicose mode 의 불안정성을 가질 것이다. 팁 와가 중앙 단면에 대하여 비대칭이면 제트 불안정은 sinuous mode 에 의하여 지배되어진다. Yoon *et al.*⁽⁶⁾은 이러한 제트의 불안정성과 팁 와의 상관 관계에 대한 자세한 설명을 하였다. $Re_m = 4000$ 에서 V1, V2와 V3의 형태와 크기는 $Re_m = 16000$ 및 64000 일 때 대응하는 와들보다 선명하게 보여진다. 특히, Fig. 6에서 V2 및 V3의 비교를 통해서, 레이놀즈 수가 증가 할수록 이들 와의 위치 및 크기가 강한 시간 의존성을 가지는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 Fig. 6에 보여준 순간 유동장 구조를 시간 평균한 와의 구조를 나타내고 있다. 와의 형태는 좌우로 넓은 타원 형태를 가지며, 상하로의 이동은 거의 없다. Fig. 7에 보여준 시간 평균한 와의 구조를 Fig. 6에 보여준 순간 와 구조와 비교하여 보면, 팁 와의 시간에 따른 진동으로 인하여 시간 평균한 와의 구조는 매우 빨리 감소하는 것을 알 수 있다. 그러므로 Fig. 6의 순간 유동장에 존재하고 있는 2차(V2) 및 3차(V3) 와들은 평균 유동장에서 존재하지 않게 된다. 이러한 2차와 3차 와의 감소는 레이놀즈 수가 증가 할수록 빨리 진행되어진다. 이것은 Fig. 6에서 설명한 것처럼 레이놀즈 수가 증가 할수록 와들의 위치 및 크기가 강하게 시간에 의존하기 때문이다.

Fig. 8은 $Re_m = 4000, 16000$ 및 64000 일 때 탱크의 전체 제적에 대하여 평균한 무차원 와 점성 ($\langle v_T \rangle$)의 시간에 따른 변화를 보여주고 있다. 시간에 따라 $\langle v_T \rangle$ 는 크게 변화며, 낮은 레이놀즈 수인 $Re_m = 4000$ 에서 가장 큰 값을 가진다. Re_m 이 4000, 16000 및 64000으로 증가함에 따라서 시간 및 체적 평균된 무차원 와 점성계수의 값은 0.00181, 0.00146 및 0.00131으로 감소한다. 그러므로 레이놀즈 수를 증가시킴에 따라

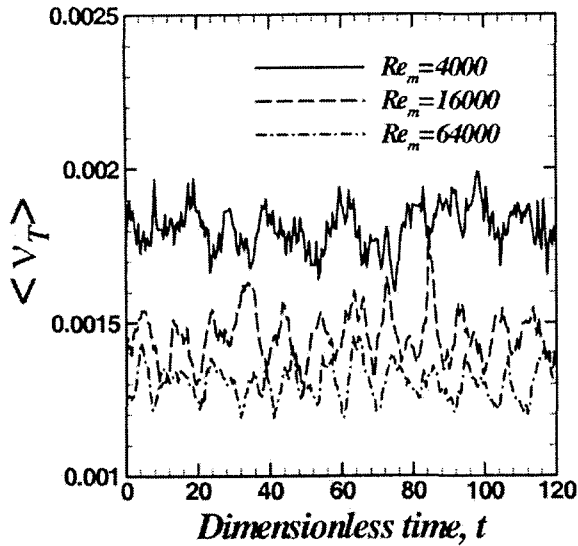


Fig. 8 The time histories of volume averaged eddy viscosity obtained from the dynamic large eddy simulation for $Re_m=4000$, 16000 and 64000

시간 및 체적 평균된 무차원 와 점성의 척도 인수 (scale factor)는 $Re_m = 16000$ 이상에서는 매우 작아지는 것을 알 수가 있다.

Fig. 9는 $Re_m = 4000$, 16000 및 64000 일 때 탱크의 전체 체적에 대하여 평균한 무차원 해석 척도(resolved scale)의 소산($\langle \epsilon_{RES} \rangle$)과 격자보다 작은 척도(subgrid scale)의 소산($\langle \epsilon_{SGS} \rangle$)의 시간에 따른 변화를 보여주고 있다. 시간 및 체적 평균된 무차원 ϵ_{RES} 는 Re_m 이 4000, 16000 및 64000 일 때 각각 2.11×10^{-3} , 4.67×10^{-4} 및 1.116×10^{-4} 의 값을 가진다. 시간 및 체적(volume) 평균된 무차원 ϵ_{SGS} 는 Re_m 이 4000, 16000 및 64000 일 때 각각 0.024, 0.016 및 0.014의 값을 가진다. 시간 및 체적 평균된 무차원 ϵ_{RES} 와 ϵ_{SGS} 의 비는 무차원 분자 점성 ($2\nu/\pi ND^2 = 1/Re$)과 시간 및 체적 평균된 무차원 와 점성의 비를 나타낸다. 본 연구에서 구한 시간 및 체적 평균된 무차원 ϵ_{RES} 와 ϵ_{SGS} 의 비는 레이놀즈 수의 함수로서 (1.8×10^{-3})- Re 의 관계식을 만족한다.

Fig. 10은 θ 의 함수로서 시간 및 $r-z$ 단면에 대하여 평균한 무차원 ϵ_{RES} 와 ϵ_{SGS} 의 비의 변화를 보여주고 있다. 모든 레이놀즈 수에 대하여 이 비율의 최대값은 $\theta = 20^\circ$ 근처에 위치하고 있다. 이것은 $\theta = 20^\circ$ 에서 텅 와동의 영향이 가장 강하게 나타나기 때문이다.

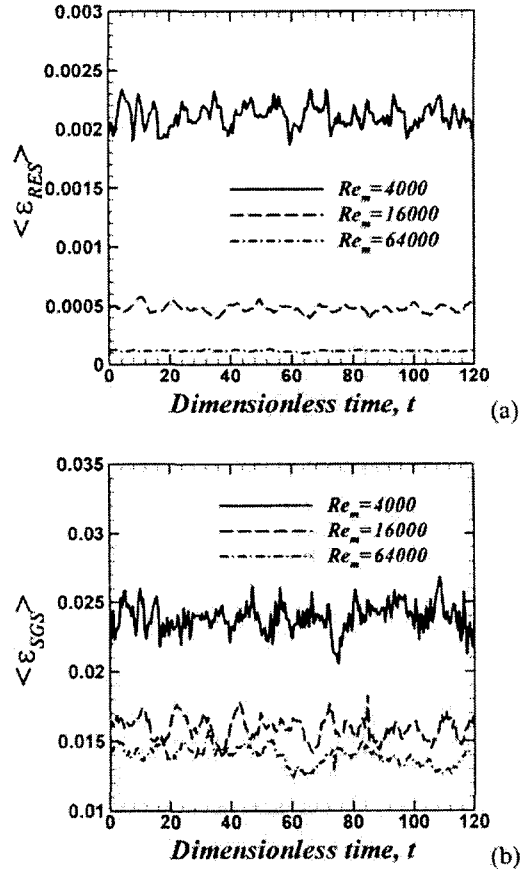


Fig. 9 The time histories of volume-averaged (a) resolved scale dissipation, (b) subgrid scale dissipation for $Re_m=4000$, $Re_m=16000$ and $Re_m=64000$

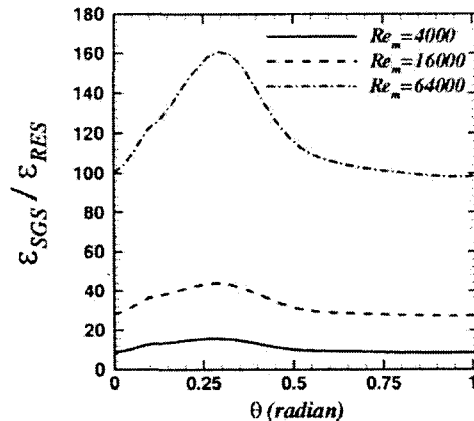


Fig. 10 The ratio of time and $r-z$ plane-averaged subgrid scale dissipation to resolved scale dissipation for $Re_m=4000$, 16000 and $Re_m=64000$ as a function of θ

5. 결론

대형 와 모사법을 사용하여 혼합 탱크 내의 유동장을 해석하였다. 임펠러의 복잡한 형상을 고려하기 위하여 multi-domain 기법이 사용 되었다. 정확한 수치 해석 결과를 얻기 위하여 spectral method 을 사용하여 계산을 수행하였다.

임펠러 회전 속도를 증가시킬 때 즉, 레이놀즈 수 변화에 따른 혼합 탱크내의 유동 경향을 비교 분석하였다. 레이놀즈 수가 증가할수록 탱크의 오른쪽 모서리에 형성 되어지는 이차 유동장의 크기는 작아지며, $Re_m = 64000$ 일 때 이차 유동장은 거의 존재하지 않게 된다. 레이놀즈 수가 증가하면 탱크의 중앙 단면 ($z=0$)에서 시간 평균한 무차원 반경 방향 속도 ($\langle u_r \rangle$)의 크기가 감소한다.

팁 와의 시간에 따른 진동으로 인하여 시간 평균 와의 구조는 매우 빨리 감소된다. 2차와 3차 와의 감쇠는 레이놀즈 수가 증가함에 따라 빨리 진행 되어진다. 체적(volume) 평균된 무차원 와 점성 ($\langle \nu_T \rangle$) 값은 레이놀즈 수가 증가함에 따라서 감소한다.

구한 시간 및 체적 평균된 무차원 ϵ_{RES} 와 ϵ_{SGS} 의 비는 레이놀즈 수의 함수로서 $(1.8 \times 10^{-3}) \cdot Re$ 의 관계식을 만족한다.

후 기

이 논문은 2001 년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 수행되었음. (KRF-2001-041-E00015)

참고문헌

- (1) Hill, D. F., Sharp, K. V. and Adrian, R. J., 2000, "Stereoscopic Particle Image Velocimetry Measurements of the Flow Around a Rushton Turbine," *Exp. Fluids*, Vol. 29, pp. 478~485.
- (2) Yoon, H.S., Sharp, K.V., Hill, D. F., Adrian, R. J., Balachandar, S., Ha, M.Y. and Kar, K., 2001, "Integrated

Experimental and Computational Approach to Simulation of Flow in a Stirred Tank," *Chem. Engng Sci.*, Vol. 56, pp. 6635~6649.

(3) Costes, J. and Couderc, J.P., 1988, "Study by Laser Doppler Anemometry of the Turbulent flow Induced by a Rushton Turbine in a Stirred Tank: Influence of the Size of the Units I: Mean Flow and Turbulence," *Chem. Engng. Sci.*, Vol. 43, pp. 2765~2774.

(4) Ducoste, J.J., Clark, M.M. and Weetman, R.J., 1997, "Turbulence in Flocculators: Effect of Tank Size and Impeller Type," *AICHE J.*, Vol. 43, pp. 328~335.

(5) Dong, L., Johansen, S.T. and Engh, T.A., 1994, "Flow Induced by an Impeller in an Unbaffled Tank - II. Numerical Modeling," *Chem. Engng. Sc.*, Vol. 49, pp. 3511~3518.

(6) Eggels, J.M.G., 1996, "Direct and Large Eddy Simulation of Turbulent Fluid Flow Using the Lattice-Boltzmann Scheme," *Int. j. Heat Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 307~323.

(7) Revstedt, J., Fuchs, L. and Tragardh, C., 1998, "Large Eddy Simulation of the Turbulent Flow in a Stirred Reactor," *Chem. Engng Sci.*, Vol. 53, pp. 4041~4053.

(8) Bartels, C., Breuer, M., Wechsler, K. and Durst, F., 2002, "Computational Fluid Dynamics Applications on Parallel-Vector Computers: Computations of Stirred Vessel Flow," *Computers & fluids*, Vol. 31, pp.69~97.

(9) Yoon, H. S., Balachandar, S., Ha, M. Y. and Kar, K., 2002, "Large Eddy Simulation of Flow in a Stirred Tank," *ASME J. of Fluids Engineering*. Vol. 125, pp. 486~499.

(10) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., 1991, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids*, A3, No. 3, pp. 1760~1765.

(11) Yoon, H.S., Hill, D. F., Adrian, R. J., Balachandar, S., Ha, M.Y. and Kar, K., 2003, "Scaling of Flow in a Stirred Tank with Rushton Turbines; Part I - Mean Flow and the Jet and Tip Vortex Components," Submitted to *AICHE J.*

(12) Yoon, H.S., 2003, "Large Eddy Simulation of Turbulent Flow and Scalar Mixing in a Stirred Tank," Ph.D thesis, Pusan National University, South Korea.

(13) Sharp, K. V., Kim, K. S. and Adrian, R. J., 1998, "A Study of Vorticity and Dissipation Around a Rushton Turbine Using Particle Image Velocimetry," *Proc. 9th Int'l Symp. Applications Lasers to Fluid Mechanics*, Lisbon, July 13~16, pp. 14.1.1~10.