

면내 병진 가속을 받는 복합재 사다리꼴 평판의 진동 해석

임 홍 석[†], 유 흥 희*

(2002 년 12 월 10 일 접수, 2003 년 7 월 4 일 심사완료)

Modal Analysis of Composite Trapezoidal Plates Undergoing In-plane Translational Acceleration

Hong Seok Lim and Hong Hee Yoo

Key Words : Trapezoidal Plate(사다리꼴 평판), In-plane Translational Acceleration(면내 병진 가속), Inclination Angle(경사각), Natural Frequency(고유 진동수), Mode Shape(모드 형상), Dimensionless Parameter(무차원 매개변수)

ABSTRACT

A modeling method for the modal analysis of a composite trapezoidal plate undergoing in-plane translational acceleration is presented in this paper. The equations of motion for the plate are derived and transformed into a dimensionless form. The effects of the inclination angles, fiber orientation angle and the acceleration on the modal characteristics of the plate are investigated.

기호설명

- θ_1 : 위쪽 경사각
- θ_2 : 아래쪽 경사각
- a : 가로 길이
- b : 세로 길이
- h : 두께
- ρ : 단위 면적당 질량
- a_x : X 방향 가속도
- a_y : Y 방향 가속도

1. 서론

외팔 평판 구조물은 여러 가지 공학적 예제에서 발견되는 중요한 구조 형태이다. 이러한 공학적 구조물에는 고강도와 경량화가 요구됨으로 인하여 최근 복합재가 평판의 재료로 널리 이용되고 있다. 복합재 평판은 높은 강도와 경량성 이외에 섬유 배향 각도와 적층의 수를 변화시키거나 적절한 재료의

선택을 통해 구조물의 특성을 변화시킬 수 있다는 또 다른 특징도 가지고 있다. 대표적인 외팔 평판 구조물인 비행기나 로켓의 날개는 이륙 또는 발사 시에 병진 방향 가속도를 받게 된다. 그런데 평판 섬유의 배향 각도변화와 병진 방향 가속도는 평판 시스템의 강성의 변화를 가져와 그 진동 특성을 변화시킨다. 이러한 구조물들에 대한 진동특성의 정확한 예측은 이들의 설계를 위해 필수적이므로 진동특성해석을 위한 연구가 필요하다.

복합재 구조물의 진동 특성에 대한 연구는 참고문헌 (1~5)에서 볼 수 있듯이 보 형태 구조물부터 참고문헌 (6~7)에 제시되어진 평판 구조물까지 이루어져 왔다. 그러나 이러한 연구들에는 운동이 없는 고정된 상태에서 복합재 평판 진동 특성을 다루고 있으며, 강제운동을 고려한 경우에도 참고문헌 (10)에서와 같이 회전운동에 국한되어 있다. 본 연구의 목적은 복합재 평판의 섬유배향 각도와 사다리꼴 평판형태를 결정하는 경사각들의 크기, 그리고 병진방향 가속도변화에 따른 고유진동수와 모드 형상의 변화를 파악하기 위한 모델링 방법을 제시하고, 그 모델링에 근거하여 해석결과를 도출하여 그 특성을 분석하고 규명하는데 두고 있다.

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

E-mail : limit75@dreamwiz.com

TEL : (02) 2299-8169

* 회원, 한양대학교 기계공학부

2. 진동 방정식

2.1 복합재 평판의 탄성 에너지

위의 Fig. 1 이 보여주는 것은 가속을 받는 고정단에 부착되어 있는, 일정한 두께 h 에 θ_1 과 θ_2 의 경사각을 가지는 사다리꼴 형상의 외팔 평판이다. Fig. 2 는 적층 평판의 기하학적 형태와 적층 순서를 나타내고 있으며, Fig. 3 은 이 평판을 구성하는 복합재 적층판 중 k 번째 판의 섬유 배열 방향을 보여준다

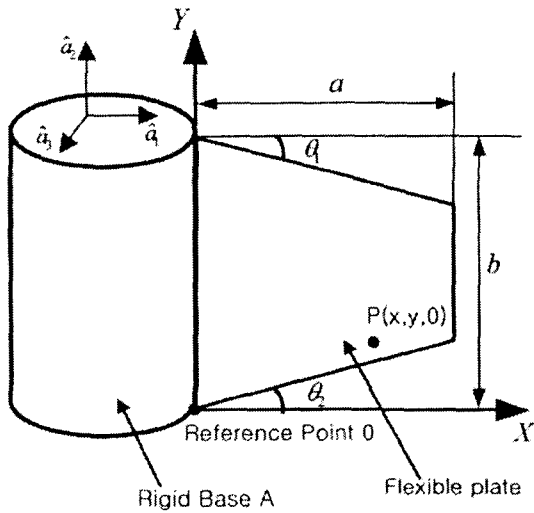


Fig. 1 Configuration of a translationally accelerated composite trapezoidal plate

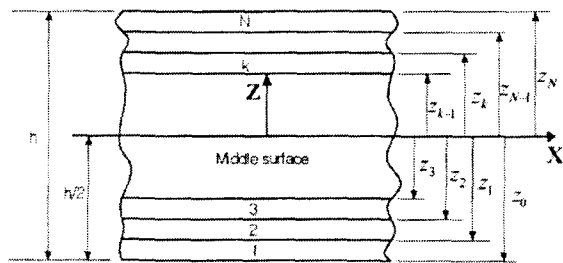


Fig. 2 Laminated plate geometry and ply numbering system

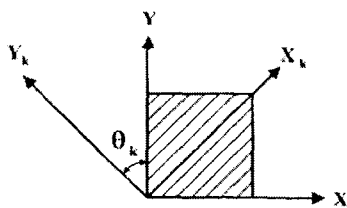


Fig. 3 Fiber direction of k -th-layer cross-ply laminated composite plate

평판의 두께방향 전단 변형을 무시하기로 가정하면 복합재 평판의 탄성에너지는 참고문헌 (8)에 제시된 과정에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_{-\tan\theta_1}^{\tan\theta_2} \left\{ A_{11} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + 2A_{12} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial r}{\partial y} + A_{22} \left(\frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 \right. \\
 & + 2 \left(A_{16} \frac{\partial s}{\partial x} + A_{26} \frac{\partial r}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial x} \right) + A_{66} \left(\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \\
 & - 2B_{11} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2B_{12} \left(\frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
 & - 2B_{22} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{16} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \\
 & - 2B_{26} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \\
 & - 4B_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial x} \right) + D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \\
 & + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \\
 & \left. + 4 \left(D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dy dx
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기서 s 와 r 은 평판의 X 와 Y 방향 인장 변형량을 나타낸다. Fig. 1 에서 Y 방향 구간은 최소점이 θ_2 와 x 에 의해서 $x - \tan\theta_2$ 의 식으로 결정되어지며 최대점은 θ_1 과 x, b 에 의해서 $b - x \tan\theta_1$ 의 식으로 결정지어지고, 행렬 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 는 Fig. 2 와 같이, 평판의 요소를 구성하는 각 층의 물성치를 적분하여 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned}
 A_y &= \int_{z/2}^{h/2} Q_y^{(k)} dz = \sum_{k=1}^N Q_y^{(k)} (z_k - z_{k-1}) \\
 B_y &= \int_{z/2}^{h/2} Q_y^{(k)} z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_y^{(k)} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\
 D_y &= \int_{z/2}^{h/2} Q_y^{(k)} z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N Q_y^{(k)} (z_k^3 - z_{k-1}^3)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

위 식에서 $Q_y^{(k)}$ 는 (참고문헌 (8) 참조) 복합재 평판을 구성하는 k 번째 적층판의 off-axis 강성치를 의미하며 z_k 와 z_{k-1} 은 k 번째 적층판의 윗 면과 아래 면까지의 두께 방향 거리이며, N 은 적층된 층의 개수를 나타낸다.

2.2 무차원 진동 방정식

운동 방정식을 구하고 그 식을 무차원 방정식 형태로 바꾸기 위해 다음과 같이 무차원 변수와 매개 변수, 그리고 함수들을 아래 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \tau &\equiv \frac{t}{T} & \xi &\equiv \frac{x}{a} & \eta &\equiv \frac{y}{a} & \delta &\equiv \frac{a}{b} \\ \vartheta_j &\equiv \frac{q_j}{a} & \phi_i(x, y) &\equiv \phi_i(\xi, \eta) \\ \alpha_x &\equiv \frac{a_x}{a} & \alpha_y &\equiv \frac{a_y}{a} \\ A_{ij}^1 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^2} A_{ij} & A_{ij}^2 &\equiv \frac{T^2}{\rho a b} A_{ij} & A_{ij}^3 &\equiv \frac{T^2}{\rho b^2} A_{ij} \\ B_{ij}^1 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^3} B_{ij} & B_{ij}^2 &\equiv \frac{T^2}{\rho a b^2} B_{ij} & B_{ij}^3 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^2 b} B_{ij} \\ B_{ij}^4 &\equiv \frac{T^2}{\rho b^3} B_{ij} & D_{ij}^1 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^4} D_{ij} & D_{ij}^2 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^2 b^2} D_{ij} \\ D_{ij}^3 &\equiv \frac{T^2}{\rho b^4} D_{ij} & D_{ij}^4 &\equiv \frac{T^2}{\rho a^3 b} D_{ij} & D_{ij}^5 &\equiv \frac{T^2}{\rho a b^3} D_{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 a_r, a_s, T 는 다음과 같이 정의된다

$$\begin{aligned} T &\equiv \sqrt{\frac{\rho a^4}{D_{11}}} \\ a_r &\equiv \frac{a}{T^2} & a_s &\equiv \frac{b}{T^2} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (3)을 이용하고 앞에서 구한 탄성에너지를 이용하여 참고문헌 (9),(10)에 제시된 방법에 의해 진동 방정식을 유도하면 다음과 같은 무차원 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\mu_1} & \left[M_{ij}^{11} \ddot{\vartheta}_{1j} + \left(K_{ij}^{S1\ 11,11} + K_{ij}^{S2\ 11,12} + K_{ij}^{S2\ 11,21} \right. \right. \\ & + K_{ij}^{S3\ 11,22} \left. \right) \vartheta_{1j} + \left(K_{ij}^{S2\ 12,22} + K_{ij}^{S1\ 12,12} + K_{ij}^{S3\ 12,11} \right. \\ & + K_{ij}^{S2\ 12,21} \left. \right) \vartheta_{2j} + \left(-K_{ij}^{C1\ 1,111} - K_{ij}^{C2\ 1,122} - K_{ij}^{C3\ 1,211} \right. \\ & \left. \left. - 2K_{ij}^{C3\ 1,112} - K_{ij}^{C4\ 1,222} - 2K_{ij}^{C2\ 1,212} \right) \vartheta_{3j} \right] = 0 \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,\mu_1) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\mu_2} & \left[M_{ij}^{22} \ddot{\vartheta}_{2j} + \left(K_{ij}^{S2\ 21,21} + K_{ij}^{S1\ 21,11} + K_{ij}^{S3\ 21,22} \right. \right. \\ & + K_{ij}^{S2\ 21,12} \left. \right) \vartheta_{1j} + \left(K_{ij}^{S3\ 22,22} + K_{ij}^{S2\ 22,21} + K_{ij}^{S2\ 22,12} \right. \\ & + K_{ij}^{S1\ 22,11} \left. \right) \vartheta_{2j} + \left(-K_{ij}^{C3\ 2,211} - K_{ij}^{C4\ 2,222} - K_{ij}^{C1\ 2,111} \right. \\ & \left. \left. - K_{ij}^{C2\ 2,122} - 2K_{ij}^{C2\ 2,212} - 2K_{ij}^{C2\ 2,112} \right) \vartheta_{3j} \right] = 0 \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\mu_3} & \left[M_{ij}^{33} \ddot{\vartheta}_{3j} + \left(-K_{ij}^{C1\ 1,111} - K_{ij}^{C2\ 1,122} - K_{ij}^{C3\ 1,211} \right. \right. \\ & - 2K_{ij}^{C3\ 1,121} - K_{ij}^{C4\ 1,222} - 2K_{ij}^{C2\ 1,221} \left. \right) \vartheta_{1j} \\ & + \left(-K_{ij}^{C3\ 2,211} - K_{ij}^{C4\ 2,222} - K_{ij}^{C1\ 2,111} - K_{ij}^{C2\ 2,122} \right. \\ & \left. - 2K_{ij}^{C2\ 2,221} - 2K_{ij}^{C3\ 2,121} \right) \vartheta_{2j} + \left(K_{ij}^{B1\ 11,11} \right. \\ & + K_{ij}^{B2\ 11,22} + K_{ij}^{B2\ 22,11} + K_{ij}^{B3\ 22,22} + 2K_{ij}^{B4\ 11,12} \\ & + 2K_{ij}^{B4\ 12,11} + 2K_{ij}^{B5\ 22,12} + 2K_{ij}^{B5\ 22,22} + 4K_{ij}^{B2\ 12,12} \\ & \left. + \alpha_x K_{ij}^{GX1} + \alpha_y K_{ij}^{GY1} \right) \vartheta_{3j} \right] = 0 \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,\mu_3) \quad (7)$$

식 (5) ~ (7)에서 사용된 각 기호의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_{ij}^{kl} &= \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} \varphi_k \varphi_l d\eta d\xi \\ K_{ij}^{Sa\ kl,mn} &= A_{ij}^a \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} \varphi_{k,\Gamma_m} \varphi_{l,\Gamma_n} d\eta d\xi \\ K_{ij}^{Ca\ kl,mn} &= B_{ij}^a \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} \varphi_{k,\Gamma_m} \varphi_{l,\Gamma_n} d\eta d\xi \\ K_{ij}^{Ba\ kl,mn} &= D_{ij}^a \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} \varphi_{k,\Gamma_m} \varphi_{l,\Gamma_n} d\eta d\xi \\ K_{ij}^{GX1} &= \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} (1-\xi) \varphi_{3i,\xi} \varphi_{3j,\xi} d\eta d\xi \\ K_{ij}^{GY1} &= \int_0^1 \int_{\delta \xi \tan \theta_i}^{-\delta \xi \tan \theta_i} (1-\delta \xi \tan \theta_i - \eta) \varphi_{3i,\eta} \varphi_{3j,\eta} d\eta d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서 아래 첨자 표시 중 콤마 뒤에 나타나는 것은 이들에 대한 편미분으로 예를 들어 $\phi_{k,xx}$ 는 ϕ 를 x 로 두 번 편미분한 것을 의미하며, Γ_m 은 $m=1$ 이면 ξ 를 $m=2$ 이면 η 를 의미한다. ϕ 와 q_i 는 평판의 X 방향 인장, Y 방향 인장, 굽힘 방향 각각의 변위를 표시하기 위해 사용하는 모드 함수와 일반 좌표이다.

식 (5) ~ (7)을 이용하여 진동해석을 수행하기 위해서 무차원화된 일반 좌표 행렬을 다음과 같은 조화 함수로 나타낸다.

$$\underline{\vartheta} = e^{i\omega t} \underline{\Theta} \quad (9)$$

여기서 $\underline{\Theta}$ 는 θ_j 를 요소로 갖는 기동 행렬이며, ω 는 고유 진동수와 T 의 곱으로 나타내고, $\underline{\Theta}$ 는 각 고유 진동수에서 모드 형태를 나타내는 기동 행렬이고, j 는 허수(imaginary number)를 나타내는 기호로 쓰인다

$$\omega^2 \mathbf{M} \underline{\Theta} = \mathbf{K} \underline{\Theta} \quad (10)$$

여기서 \mathbf{M} 과 \mathbf{K} 는 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{ij}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{ij}^{22} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ij}^{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{ij}^{11} & K_{ij}^{12} & K_{ij}^{13} \\ K_{ij}^{21} & K_{ij}^{22} & K_{ij}^{23} \\ K_{ij}^{31} & K_{ij}^{32} & K_{ij}^{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_{ij}^{11} &= K_{ij}^{S1\ 11,11} + K_{ij}^{S2\ 11,12} + K_{ij}^{S2\ 11,21} + K_{ij}^{S3\ 11,22} \\ K_{ij}^{12} &= K_{21}^{12} = K_{ij}^{S2\ 12,22} + K_{ij}^{S1\ 12,12} + K_{ij}^{S3\ 12,11} + K_{ij}^{S2\ 12,21} \\ K_{ij}^{13} &= K_{ij}^{31} = -K_{ij}^{C1\ 1,111} - K_{ij}^{C2\ 1,122} - K_{ij}^{C3\ 1,211} \\ &\quad - 2K_{ij}^{C3\ 1,112} - K_{ij}^{C4\ 1,222} - 2K_{ij}^{C2\ 1,212} \\ K_{ij}^{22} &= K_{ij}^{S3\ 22,22} + K_{ij}^{S2\ 22,21} + K_{ij}^{S2\ 22,12} + K_{ij}^{S1\ 22,11} \\ K_{ij}^{23} &= K_{ij}^{32} = -K_{ij}^{C3\ 2,211} - K_{ij}^{C4\ 2,222} - K_{ij}^{C1\ 2,111} \\ &\quad - K_{ij}^{C2\ 2,122} - 2K_{ij}^{C2\ 2,212} - 2K_{ij}^{C2\ 2,112} \\ K_{ij}^{33} &= K_{ij}^{B1\ 11,11} + K_{ij}^{B2\ 11,22} + K_{ij}^{B2\ 22,11} + K_{ij}^{B3\ 22,22} \\ &\quad 2K_{ij}^{B4\ 11,12} + 2K_{ij}^{B4\ 21,11} + 2K_{ij}^{B5\ 22,12} + 2K_{ij}^{B5\ 12,22} \\ &\quad 4K_{ij}^{B2\ 12,12} + \alpha_x K_{ij}^{GX1} + \alpha_y K_{ij}^{GY1} \end{aligned}$$

3. 수치해석 결과

3.1 해석 결과 비교를 통한 신뢰성 검증
앞서 유도된 진동방정식을 사용하여 수치해석

을 수행하였다. 사용된 평판의 모드 함수들은 가로와 세로방향의 보 함수들을 곱하여 구하는데 가로방향은 외팔 보의 모드함수를 세로방향은 병진 및 회전에 의한 강제운동 함수 2개와 양단 자유 보의 모드함수를 각각 사용한다. 이와 관련된 상세한 과정은 참고문헌 (11)에 나타나 있다. 본 논문과 관련되어서 사용한 보 함수의 개수는 x 방향 인장과 y 방향 인장에 대해서는 각각 가로방향 7개, 세로방향 7개, 굽힘 방향에 대해서는 가로방향 7개, 세로방향 9개이다. 이 수는 본 논문에서 제시하려 하는 가장 낮은 5개의 고유 진동수들의 수렴에 충분하도록 선정되었다. Table 1은 해석에 사용된 복합재 평판의 재질과 물성치이며, 사용된 평판은 8개의 층으로 이루어져 있고, 섬유 배열은 각 경우에 대해 Laminated Angle로 표시하였다.

복합재 사다리꼴 평판의 가속 시 고유진동수에 대한 비교는 그러한 자료를 가진 문헌들이 없어 제시할 수 없으나 고정된 복합재 사다리꼴 외팔 평판의 무차원 고유진동수 결과는 참고문헌 (6)에 나와있으며 가속을 받는 일반 사다리꼴 외팔평판의 무차원 고유진동수는 참고문헌 (13)에서 찾을 수 있다. Table 2에서는 제안된 방법에 의한, 고정된 상태에서의 해석 결과를 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS의 해석결과와 비교하였으며 Table 3은 가속을 받는 복합재 평판 해석 결과를 일반 사다리꼴 외팔 평판 결과와 비교했다. 각 비교 결과는 최대 1% 이내의 오차를 보이고 있다. 표에서 $[0^\circ\ 45^\circ\ -45^\circ\ 90^\circ]_s$ 는 이와 같은 각도들을 갖는 Layer가 2개 대칭으로 결합한 경우를 의미한다.

Table 1 Material properties of the composite plate

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
T300/5208	181	10.3	7.17	0.28

Table 2 Comparison of natural frequencies by present method and ANSYS

Mode	Present	ANSYS	Error(%)
1	1.09086	1.08822	0.24
2	1.65227	1.64957	0.16
3	2.90830	2.89340	0.51
4	4.93233	4.91077	0.44
5	6.60477	6.55200	0.81

$$(a/b = 0.5, \alpha_x = \alpha_y = 0, \theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$$

$$[0^\circ\ 45^\circ\ -45^\circ\ 90^\circ]_s)$$

Table 3 Comparison of the dimensionless natural frequencies by present method and Ref. (13)

Mode	Present	Ref(13)	Error (%)
1	3.69854	3.69854	0.00
2	5.15849	5.15849	0.00
3	12.21579	12.21579	0.00
4	22.40350	22.40350	0.00
5	23.99230	23.99230	0.00

($a/b = 0.5, \alpha_x = 2, \alpha_y = 0, \theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$

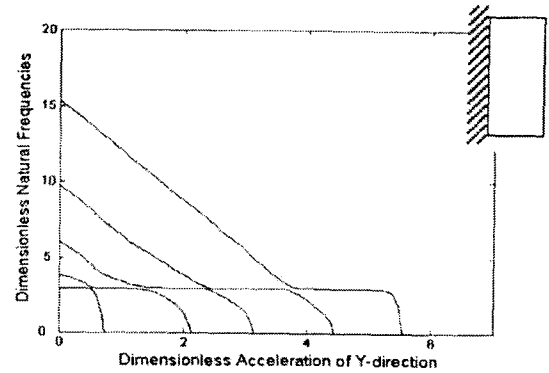
$[0^\circ \ 45^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ]_s$)

3.2 경사각 θ_1 과 θ_2 를 변화시킨 경우

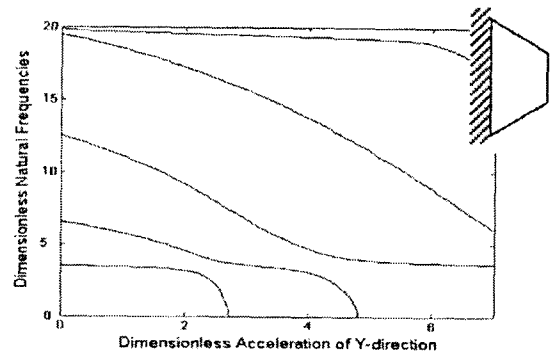
Fig. 4는 θ_1, θ_2 가 0° 인 경우와 θ_1, θ_2 가 30° 인 경우에 대해 Y 방향 가속도 변화에 따른 가장 낮은 5개 무차원 고유진동수 변화를 보여준다. 이 결과는 가속도가 증가할수록 고유진동수가 감소하는 것을 보여주며, 어느 이상에서는 고유진동수가 0에 도달하여 동적 좌굴 현상도 발생하는 것을 보여준다. 그런데 경사각이 커지면 무 가속시도 강성보다 질량이 감소하는 효과가 커져 고유진동수가 증가하게 되며, 가속 시 좌굴 효과도 완화된 동적 좌굴이 보다 높은 값에서 일어나게 된다. 또한, 두 경우 모두 고유진동수 궤적간 휨 현상이 (Loci Veering) 발생하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5는 θ_1 과 θ_2 가 30° 인 경우에 구한 결과로 가속도 증가에 따른 가장 낮은 5개 모드의 절선 변화를 보여준다. (a), (b) 두 그림을 비교해 보면 참고문헌 (13)에 나타나 있듯이 궤적간 휨 현상에 의해 첫 번째와 두 번째 모드간 교환이 발생하고 있음을 알 수 있다. (a)에서 네 번째와 다섯 번째 모드 형상을 보면 섬유 배열이 중심면에 대해서 대칭적으로 적층되어 있음에도 모드 절선들이 비대칭인 것을 알 수 있는데 이러한 현상은 참고문헌(12)에서 확인되었듯이 굽힘과 비틀림의 연성 효과에 의해서 발생된다.

3.3 질량을 일정하게 유지시킨 경우 경사각과 섬유 적층각의 영향

Fig. 6(a), (b)는 θ_1 과 θ_2 의 각도를 ($30^\circ, -30^\circ$)로 정했을 때 Y 방향 무차원 가속도 변화에 따른 5개의 무차원 고유진동수 변화를 보여준다. 이 두 경우는 모두 동일한 질량을 갖는데 이 그림은 평판의 경사각 방향이 가속을 받을 때 고유진동수 변화 양상에 현격한 영향을 주는 것을 보여주며, 동일한 형태의 경우에도 섬유 배열이 다르게 적층됨에 따라 가속에 따른 고유진동수 값의 변화가 큰 차이를 나타냄을 알 수 있다.



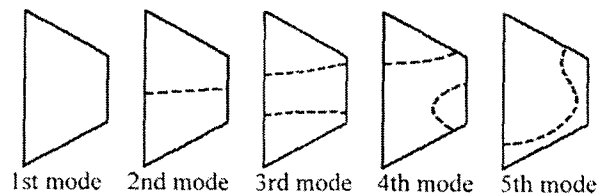
(a) In case of inclination angle $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 0^\circ$



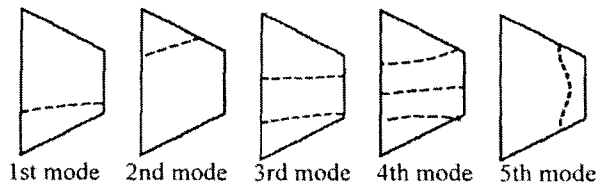
(b) In case of inclination angle $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 30^\circ$

Fig. 4 Dimensionless natural frequencies versus dimensionless acceleration in Y-direction

($a/b = 0.5, \alpha_x = 0, [0^\circ \ 45^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ]_s$)



(a) Nodal line of lowest five mode shapes ($\alpha_y = 0$)

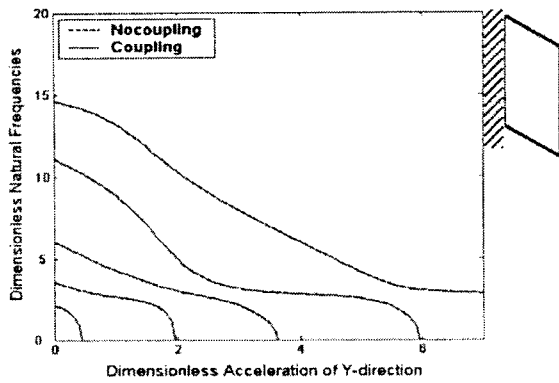


(b) Nodal line of lowest five mode shapes ($\alpha_y = 2.7$)

Fig. 5 Nodal line patterns of lowest five mode shapes with two different accelerations

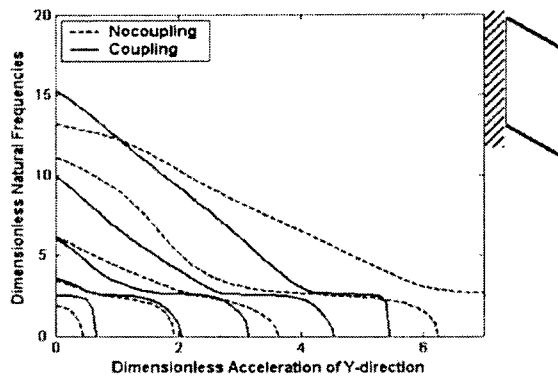
($a/b = 0.5, \alpha_x = 0, \theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$

$[0^\circ \ 45^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ]_s$)



(a) In case of symmetric laminated

(Laminated Angle = $[0^\circ \ 45^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ \ -45^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ]$)



(b) In case of asymmetric laminated

(Laminated Angle = $[30^\circ \ 45^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ \ -45^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ]$)

Fig. 6 Dimensionless natural frequencies versus dimensionless acceleration in Y-direction

($a/b = 0.5$, $\alpha_1 = 0$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$)

Fig. 6(a), (b)에서 실선은 인장과 굽힘 변형간 연성효과가 고려된 결과이며, 점선은 연성 효과가 고려되지 않은 결과이다. Fig. 6(a)의 경우와 같이 섬유 배열이 평판 중심면에 대칭으로 적층되어 있을 때는 인장과 굽힘 간의 연성효과가 거의 나타나지 않음을 알 수 있다. 그러나 Fig. 6(b)는 섬유 배열이 비대칭일 경우는 인장과 굽힘간 연성 효과가 진동특성 변화에 상당한 영향을 미치게 됨을 보여준다.

4. 결론

본 논문에서는 병진방향 가속을 받는 복합재 사다리꼴 외팔평판의 진동방정식을 유도하고 이에 근거한 수치해석을 수행하였다. 그 결과 가속도와 경사각, 그리고 적층각이 고유진동특성에 미치는 영향을 분석할 수 있었다. 또한, 고유 진동수 레벨간 휨 현상과 동적 좌굴 현상을 관찰 할 수 있었

으며 특히 복합재 평판의 섬유 배열을 중심선에 대해 비대칭으로 적층시켰을 경우에는 인장과 굽힘간의 연성 효과가 중요함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학기술원 지경 한양대학교 최적 설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Kapania, R. K. and Raciti, S., 1989, "Nonlinear Vibration of Unsymmetrically Laminated Beams," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 2, pp. 201~210.
- (2) Rand, O., 1991, "Periodic Response of Thin-Walled Composite Helicopter Rotor Blades," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 36, No. 4, pp. 3~11.
- (3) Mohamed Nabi, S. and Ganesan, N., 1994, "A Generalized Element for the Free Vibration Analysis Composite Beams," *Computers and Structures*, Vol. 51, pp. 607~610.
- (4) Kosmatka, J. B. and Friedmann, P. P., 1989, "Vibration Analysis of Composite Turbo-Propellers Using a Nonlinear Beam-Type Finite Element Approach," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 11, pp. 1606~1614.
- (5) Chandrashekhara, K., Krishnamurthy, K. and Roy, S., 1990, "Free Vibration of Composite Beams Including Rotray Inertia and Shear Deformation," *Composite Structures*, Vol. 14, pp. 269~279.
- (6) Chen, C.C., Kitapornchai, S., Lim, C.W. and Liew, K.M., 1999, "Free Vibration of Cantilevered Symmetrically Laminated Thick Trapezoidal Plates," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 685~702.
- (7) Chen, C.C., Kitapornchai, S., Lim, C.W. and Liew, K.M., 2000, "Free Vibration of Symmetrically Laminated Thick-Perforated Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 1, pp. 111~132.
- (8) Whitney, J. M., 1987, *Structural Analysis Of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Publishing Co. INC.
- (9) Kim, S. K. and Yoo, H. H., 2002, "Vibration Analysis of Cantilever Plates Undergoing Translationally Accelerated Motion," *KSMIE International Journal*, Vol. 16, No. 4, pp. 448~453.
- (10) Kim, S. K. and Yoo, H. H., 2001, "Vibration Analysis of Rotating Composite Cantilever Plates," *Proceeding of the KSNVE Spring Annual Conference*, pp. 407~413.
- (11) Leissa, A. W., 1969, *Vibration of Plates*, NASA SP-160.
- (12) Maeda, T., Baburaj, V., Ito, Y. and Koga, T., 1998, "Flexural-Torsional Coupling Effect on Vibration Characteristics of Angle-Ply Laminates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, pp. 351~365.
- (13) Lim, H. S., and Yoo, H. H., 2002, "Dynamic Characteristic Analysis of Trapezoidal Cantilever Plates Undergoing Translational Acceleration," *Transactions of the KSNVE*, Vol. 12, No. 10, pp. 785~791.