

## 전달함수를 이용한 동흡진기 설계에 대한 연구(I)

최정현\* · 임병덕\*

(2002년 10월 21일 접수, 2003년 7월 15일 심사완료)

### The Study of DVA used to Transfer Function ( I )

Joung Hyun Choi, Byoung Duk Lim

**Key Words:** Continuous System(연속체 구조물), Distributed mass DVA(분포질량 동흡진기), Receptance(변위 전달함수), Natural Mode(고유모드), Equal Stiffness(등가강성)

#### Abstract

The problem of reducing the level of vibrations in structures arises in various branches of technology. For the calculation of systems equipped with DVAs, the frequencies of the protected system's free vibrations are determined first. In most practical problems system have to be considered continuous systems. It is important to obtain the detailed information about not the first frequency and the mode but others corresponding to it. So, this paper describes the method to obtain the accurate information about the combined discrete system. This information is obtained from the combined system's receptance. This paper shows the convenience when design the dynamic vibration absorber with the combined system's receptance.

#### 기호설명

하첨자 a : 동흡진기 부착위치  
 하첨자 B : 주 시스템  
 하첨자 C : 단일 질량 동흡진기  
 하첨자 h : 가진위치  
 하첨자 x : 임의 측정위치  
 $Y_{ac}$  : 동흡진기 시스템의  $x=a$ 에서의 변위  
 $Y_{ab}$  : 주 시스템의  $x=a$ 에서의 변위  
 $Y_h$  : 주 시스템의  $x=h$ 에서의 변위  
 $Y_x$  : 주 시스템의 임의 위치  $x$ 에서의 변위  
 $R_{ab}$  : B(main)시스템의  $Y(a)$ 에 작용하는 힘

$R_{ac}$  : C(동흡진기)시스템의  $Y(a)$ 에 작용하는 힘  
 $\omega_r$  : 흡진기 고유진동수  
 $\omega_n$  : 주 시스템의 고유진동수  
 $\alpha(\omega)$  : 주 시스템의 Receptance  
 $\beta(\omega)$  : 단일질량 동흡진기의 Receptance  
 $\hat{\alpha}(\omega)$  : 동흡진기 부착 시스템의 Receptance

#### 1. 서론

단일질량 동흡진기는 일정한 진동수의 정상상태 조화 외란으로부터 장치를 보호하기 위한 방법으로 주 장치에 부가 질량-스프링계를 부착함으로써 구성된다. 이러한 동흡진기는 현재까지 많은 연구가 이루어져 왔으며, 산업현장의 여러 곳에 응용되고 있다.<sup>(1~5)</sup> 현재까지 다자유도계 시스템에 단일질량 동흡진기를 부착함으로써 진동을 저감하는 방법과 동흡진기의 특성에 대하여 많은 연구가 이

† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학과

E-mail : p9950096@chunma.yu.ac.kr

TEL : (053)815-8752 H.P. : 018-517-0414

\* 회원, 영남대학교 기계공학과

루어져 왔다.<sup>(5~7)</sup> 그러나 대상 시스템을 연속체로 해석하는 것은 아직까지 많은 연구가 이루어지고 있지 않으며<sup>(5,10)</sup> 적용사례 또한 미미한 실정이다. 뿐만아니라 동흡진기를 부착하는 위치에 따른 동흡진기의 성능에 대한 평가는 아직까지 전무한 실정이다. 그리고 일반적으로 주어진 시스템에 원하는 정도의 동흡진기를 부착할 수 있는 경우는 극히 드물다. 따라서 한 점에 여러 개의 고유진동수를 포함하는 동흡진기를 부착하여 진동을 최소화하는 방법이 필요하다. 이러한 모든 문제점들을 해결할 수 있는 방법으로서 동흡진기를 포함한 시스템의 Receptance를 이용한 방법을 제시하고 그 타당성의 검증과 시스템의 고유모드<sup>(8,9)</sup>를 이용하여 동흡진기 부착 시스템을 해석하기 위한 기본 개념과 연속체로서의 분포질량 동흡진기에 대한 모델을 제시 하고자 한다. 본 논문에서는 제시된 모델과 유도된 식을 사용하여 단일질량의 시스템에 대한 동흡진기를 설계하는데 적용하였다. 그리고 이러한 모델을 사용하여 분포질량 동흡진기를 사용한 연속체 시스템의 해석(II)에서 빔을 연속체 시스템으로서 해석하였다.

## 2. Receptance를 이용한 동흡진기 부착 시스템의 해석

동흡진기가 부착된 시스템의 임의 위치에 가진력이 주어질 때, 시스템의 응답은 가진력에 대한 응답과 동흡진기기의 반력에 대한 응답으로 나타낼 수 있다. 이러한 응답은 동흡진기 부착점에 대한 동흡진기의 Receptance와 가진력과 동흡진기의 반력에 대한 시스템의 임의 위치에 대한 transfer receptance를 사용하여 구할 수 있다. 이때

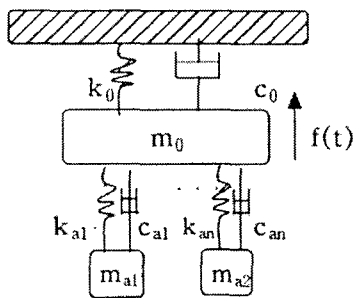


Fig. 1 Main system attached DVA

동흡진기 부착 위치  $x=a$ 에서 주 시스템과 동흡진기 스프링부는 동일한 접촉점을 가지므로 변위는 같고 주 시스템과 동흡진기에 작용하는 힘은 크기가 같고 방향이 반대이다. 관계식은 식 (1)과 같으며, 이들 관계식을 이용하여 동흡진기 부착 시스템의 임의 위치에서의 Receptance를 구하였으며, 식 (5)는 동흡진기가 부착된 시스템의 Receptance를 나타낸다.

식 (5)의 타당성을 검증하기 위하여 최성훈·김양한<sup>(11)</sup>의 논문과 동일한 모델을 사용하여 주파수 함수와 단위 충격함수에 대한 결과를 비교하였다.

### 2.1 운동 방정식

Fig. 1는 단일질량과 스프링-댐퍼로 구성된 대상 구조물에 여러개의 단일질량 동흡진기가 부착된 것을 나타내고 있다. Fig. 1과 같이 주 시스템에 가진력  $f(t)$ 가 작용할 경우에 대한 Receptance를 식 (1)의 조건을 만족하는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다. Receptance는 일반적인 관계식을 유도하기 위하여 연속체 시스템에 대하여 적용하였다. Fig. 2는 주 시스템의 연속체 빔에 단일질량 동흡진기가 임의 위치에 부착된 상태를 나타내고 있다. 빔은 연속체로서 무한 자유도를 가지므로 동흡진기가 부착되는 위치에 따른 부착점에서의 Receptance는 달라지게된다. 유도된 Receptance식 (2)는 가진점과 측정점 그리고 동흡진기 부착 위치에 대한 각각의 Point Receptance와 transfer Receptance를 나타내므로 임의의 시스템에 대한 대상구조물의 경우에도 동일한 식으로 유도된다. 그리고 Fig. 1과 같은 단일 질량-스프링-댐퍼 시스템에 동흡진기가 부착되어 있는 구조물에 대한 Receptance는 연속체 시스템에서 유도된 식에서 가진점  $h$ 와 동흡진기 부착위치  $a$  그리고 측정점  $x$ 가 일치하는 특별한 경우라고 할 수 있다.

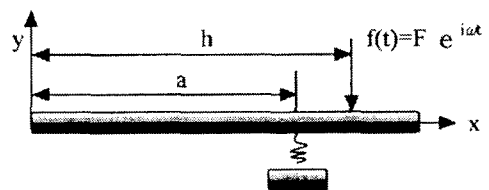


Fig. 2 Continuous Beam System Attached DVA

$$\begin{aligned} Y_{a_b} &= Y_{a_c} = Y(a) \\ R_{a_b} + R_{a_c} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} R_{a_c} &= K(\omega) Y_a \\ R_{a_b} &= -K(\omega) Y_a \\ Y_x &= \alpha_{xh} F_h + \alpha_{xa} R_{a_b} \\ Y_{a_b} &= \alpha_{ah} F_h + \alpha_{aa} R_{a_b} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Y_{a_c} &= \beta_{aa} R_{a_c} \\ \beta_{aa} &= \frac{1}{k} - \frac{1}{\omega_r^2 m} = \frac{\omega_r^2 m - k}{k m \omega_r^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$R_{a_b}$ 를  $R_a$  라 두고, 양변을  $m$ 으로 나누면,

$$\begin{aligned} \beta_{aa} &= \frac{\omega_r^2 - \omega^2}{k \omega_r^2} = -\frac{\omega_r^2 - \omega^2}{k \omega^2} = \frac{1}{K(\omega)} \\ Y_{a_b} &= \alpha_{ah} F_h + \alpha_{aa} R_{a_b} = -\beta_{aa} R_{a_b} \\ \alpha_{ah} F_h + (\alpha_{aa} + \beta_{aa}) R_a &= 0 \\ R_a &= -\frac{\alpha_{ah}}{\alpha_{aa} + \beta_{aa}} F_h \\ Y_x &= \alpha_{xh} F_h - \alpha_{xa} \left\{ \frac{\alpha_{ah}}{\alpha_{aa} + \beta_{aa}} \right\} F_h \\ &= \left\{ \alpha_{xh} - \frac{\alpha_{xa} \alpha_{ah}}{\alpha_{aa} + \beta_{aa}} \right\} F_h = \hat{\alpha}_{xh} F_h \end{aligned} \quad (4)$$

$\beta_{aa} = -\frac{\omega_r^2 - \omega^2}{k \omega^2} = \frac{1}{K(\omega)}$  를 위 식에 대입하면

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{xh} &= \alpha_{xh} - \frac{\alpha_{xa} \alpha_{ah}}{\alpha_{aa} + \frac{1}{K(\omega)}} \\ &= \alpha_{xh} - \frac{K(\omega) \alpha_{xa} \alpha_{ah}}{K(\omega) \alpha_{aa} + 1} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)는 동흡진기 부착 시스템의 임의 위치  $x$ 에서의 Receptance를 나타낸다. 그리고  $Y_{a_c} = \beta_{aa} R_{a_c}$ 의 관계식으로부터  $R_{a_c} = \frac{1}{\beta_{aa}} Y_{a_c}$ 로서  $\frac{1}{\beta_{aa}}$ 는 동흡진기의 스프링에 반력  $R_{a_c}$ 가 작용할 때 동흡진기 부착점에서의 주 시스템의 변위  $Y_a$ 에 대

한 등가강성을 나타낸다. 위 식에서 동흡진기가 부착된 시스템의 특성방정식은 Receptance  $\hat{\alpha}_{xh}$ 의 분모가 0가되는 경우이므로 다음과 같다.

$$1 + \alpha_{aa} K(\omega) = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서  $\alpha_{aa}$ 는 동흡진기 부착 위치에서의 Point Receptance를 나타내므로 고유진동수가 동흡진기 부착위치에 따라 달라짐을 알 수 있다. 뿐만 아니라 부착되는 동흡진기의 특성에 의해서도 동흡진기 부착 시스템의 특성이 달라짐을 알 수 있다. 그리고 식 (5)의 또다른 유용성은 위상을 포함하는 완전한 형태의 주파수응답함수를 제공한다는 것이다.

### 2.2 등가 강성

동흡진기가 동일한 접촉점에서 여러개의 고유진동수를 가질 때 등가강성은 아래의 식과 같다. 그리고 주 시스템이 하나의 자유도를 가지므로 가진점과 동흡진기 부착 위치 그리고 시스템상의 측정점은 동일하다고 할 수 있다. (즉,  $h=a=x$ ) 그러나 1자유 시스템이 아닌 경우에는 일반적으로 가진점과 동흡진기 부착 위치는 일치하지 않는다.

$\beta_{an}$  을  $n$  번째 동흡진기의 receptance라하고 동흡진기에 의하여 발행하는 반력을  $f_n$ 이라 할 때 Fig. 1과 같이 두 개의 동흡진기에 의하여 발생하는 전체 반력을  $R_0$ 라 하면 식 (7)과 같다.

$$R_0 = f_1 + f_2 \quad (7)$$

case\_1)  $c_{an} = 0$  (동흡진기의 댐핑을 무시할 때)

$$f_1 = \frac{1}{\beta_{a1}} X_0 = -\frac{k_1 m_1 \omega^2}{k_1 - m_1 \omega^2} X_0 \quad (8)$$

$$f_2 = \frac{1}{\beta_{a2}} X_0 = -\frac{k_2 m_2 \omega^2}{k_2 - m_2 \omega^2} X_0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} R_0 &= \left\{ \frac{1}{\beta_{a1}} + \frac{1}{\beta_{a2}} \right\} X_0 = \sum_{r=1}^2 \frac{1}{\beta_{ar}} X_0 \\ &= K(\omega) X_0 \end{aligned} \quad (10)$$

따라서  $n$ 개의 단일 질량-스프링 동흡진기가 병렬 연결 된다면 등가 강성은 다음과 같다.

$$K(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{1}{\beta_{0r}} = \sum_{r=1}^n -\frac{k_r \omega^2}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (11)$$

case\_2)  $c_{an} \neq 0$ 일 때 하나의 동흡진기에 대하여 등가 강성은 다음과 같이 표현된다.

$$K(\omega) = \frac{-\omega^2 m_a (k_a + i\omega c_a)}{-\omega^2 m_a + k_a + i\omega c_a} = \frac{-\omega^2 (k_a + i\omega c)}{-\omega^2 + \omega_a^2 + i\frac{\omega c_a}{m_a}} \quad (12)$$

$$K^2(\omega) = \frac{(\omega^2 k_a)^2 + (\omega^3 c)^2}{(-\omega^2 + \omega_a^2)^2 + (\frac{\omega c_a}{m_a})^2} \quad (13)$$

$c = 2 \zeta_a \omega m$ 의 관계식을 대입하면

$$K^2(\omega) = \frac{(\omega^2 k_a)^2 + (2 \zeta_a m \omega^4)^2}{(-\omega^2 + \omega_a^2)^2 + (2 \zeta_a \omega^2)^2} \quad (14)$$

$n$  개의 동흡진기가 부착되었을 경우의 등가강성을  $K_{tot}(\omega)$ 라 하면 다음과 같이 각각의 동흡진기에 대한 등가강성의 합으로 표현된다.

$$K_{tot}^2(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{(\omega^2 k_a)^2 + (2 \zeta_a m \omega^4)^2}{(-\omega^2 + \omega_a^2)^2 + (2 \zeta_a \omega^2)^2} \quad (15)$$

### 2.3 동흡진기 부착 시스템의 Receptance

Fig. 1의 동흡진기가 부착되기 전 주 시스템의 Receptance는 다음과 같다.

$$\alpha_{hh} = \frac{1}{-\omega^2 m_0 + i\omega c_0 + k_0} \quad (16)$$

따라서 위 결과식 식 (16)과 식 (12)를 동흡진기가 부착된 시스템의 Receptance식 (5)에 대입함으로써 동흡진기 부착 시스템의  $N$ 자유도 복합 구조물에 대한 Receptance를 구할 수 있다. 시스템과 동흡진기의 댐핑을 무시할 때 동흡진기 부착 시스템의 Receptance는 다음과 같다. 그러나 시뮬레이션의 결과는 시스템과 동흡진기에 대하여 모두 댐핑을 고려하였다.

$$\alpha_{hh} = \frac{1}{k_0 - m_0 \omega^2} \cdot \frac{1}{K(\omega)} = -\frac{k_a - m_a \omega^2}{k_a m_a \omega^2} \quad (17)$$

식 (17)을 식 (5)에 대입하면

$$\alpha_{hh} + \frac{1}{K(\omega)} = \frac{1}{k - m\omega^2} - \frac{k_a - m_a \omega^2}{k_a m_a \omega^2} = \frac{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)}{(k - m\omega^2)(k_a m_a \omega^2)} \quad (18)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\alpha_{hh} \alpha_{hh}}{\alpha_{hh} + \frac{1}{K(\omega)}} = \frac{1}{\frac{(k - m\omega^2)^2}{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)} + \frac{(k - m\omega^2)(k_a m_a \omega^2)}{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)}} = \frac{(k - m\omega^2)(k_a m_a \omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 \{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)\}} \quad (19)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{k - m\omega^2} - \frac{(k_a m_a \omega^2)}{(k - m\omega^2) \{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)\}} = \frac{\{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)\} - (k_a m_a \omega^2)}{(k - m\omega^2) \{k_a m_a \omega^2 - (k - m\omega^2)(k_a - m_a \omega^2)\}} \quad (20)$$

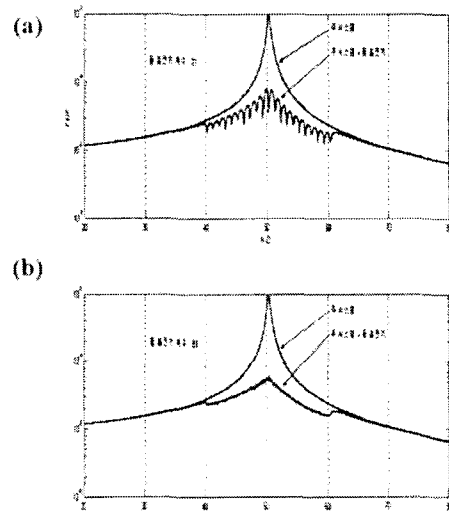


Fig. 3 Frequency Response ( $m_n/m_0 = 0.01, \zeta_a = 0.005$ )

(a)  $\delta\omega/\omega_n = 0.02$  (b)  $\delta\omega/\omega_n = 0.005$

Fig. 3에서 동흡진기가 부착되지않은 주 구조물만의 응답은 실선으로 나타내었으며, 동흡진기가 부착된 시스템의 응답은 점선으로 나타내었다. 이 결과는 비교논문의 결과와 동일한 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

2.4 Receptance의 시간 응답

동흡진기가 부착된 시스템의 시간에 대한 충격 응답은 전달함수의 역변환을 이용하여 쉽게 구할 수 있다. Fig. 4는 Fig. 1의 계에 단위 충격이 주어졌을 때 응답을 나타내고 있으며 Fig. 4의 (a)와 (b)는 동일한 조건하에서 시스템의 댐핑을 다르게 하였을 때의 시간 응답을 나타내고 있다. Fig. 4의 (a)와 (c)는 동일한 조건하에서 동흡진기의 고유주파수의 간격을 다르게 하였을 때의 시간 응답을 나타내고 있다. 본 논문의 비교 논문과 기타 참고 논문에서는 상태공간방정식의 형태로 변환한후 초기 조건을 만족하는 모달좌표계를 구하여 충격응답에 대한 주 구조물의 변위를 구하고 있다. 그러나 이러한 방법은 많은 작업과정을 거쳐야 하며 수식을 근사화 시켜야 한다. 뿐만 아니라 구조물이 복잡해지거나 연속체 구조물의 경우 충격응답함수를 구하는 것이 쉽지 않다. 그러나 전달함수를 이용할 경우 전달함수의 역변환만 구하면 되므로 정확하고 손쉽게 그 결과를 구할 수 있음을 보여준다.

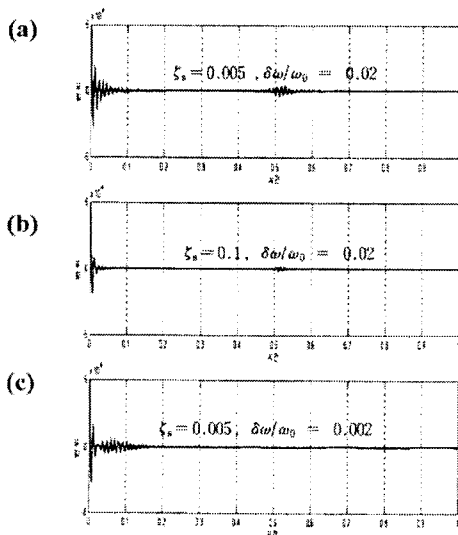


Fig. 4 Unit Impulse Response (  $m_n/m_0 = 0.01$  )

- (a)(b)  $\delta\omega/\omega_0 = 0.02$ : (a)  $\zeta_s = 0.005$ : (b)  $\zeta_s = 0.1$
- (c)  $\delta\omega/\omega_0 = 0.002$  ,  $\zeta_s = 0.005$

Fig. 4(a)는  $\zeta_s = 0.005$ 이며 Fig. 4(b)의  $\zeta_s = 0.1$ 일 경우와 비교하여  $t=0.5$ 초 근방에서 동흡진기의 진동이 시스템으로 다시 역 가진될 때의 진폭의 크기에 대한 감쇠 효과를 보였다. Fig. 4(c)는 Fig. 4(a)와 동일한 조건하에서  $\delta\omega$ 를 Fig. 4(a)의 1/10로 하였을 때의 시간응답을 보여 준다. 위 결과로부터 여러개의 동흡진기를 부착하는 경우 평균값이 시스템의 고유진동수와 같더라도 동일한 개수의 동흡진기를 설치할 경우 시스템의 고유주파수와 가깝도록 동흡진기를 설치하는 것이 유리함을 알 수 있다.

3. 분포질량 동흡진기 모델

분포질량 동흡진기는 여러 개의 고유진동수와 고유모드를 포함하고 동흡진기로서의 역할을 하는 연속체 시스템을 말한다. 아직까지 이러한 분포질량 DVA에 대한 연구는 이루어지지 않고 있으나 향후 많은 연구가 이루어질 것으로 기대된다. 주 시스템에 비하여 부착되는 분포질량 DVA가 부착되는 면이 작을 경우 다음과 같이 주 시스템의 한 점에 여러 개의 동흡진기 동시에 작용하는 것으로 모델링할 수 있다.

Fig. 5는 주 시스템이 하나의 자유도를 가지는 단일질량-스프링일 경우에 Fig. 1과 동일한 결과를 나타내지만 주 시스템이 연속체 구조물일 경우에는 전혀 다른 결과를 나타낼 것으로 예상할 수 있다. 왜냐하면 식 (2)에서 동흡진기 부착위치에 따라 Receptance  $\alpha_{xa}$ 와  $\alpha_{ah}$ 가 달라지기 때문이다.

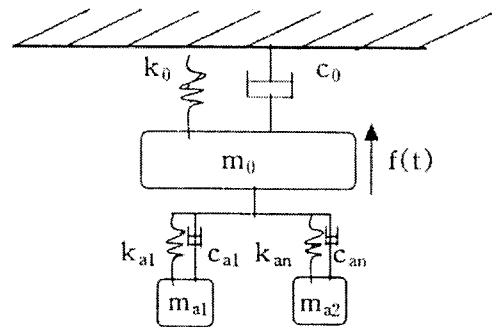


Fig. 5 The Model of Distributed DVA Attached Main System

[분포질량 동흡진기가 부착된 연속체 시스템에 대한 연구(II)]에서 Receptance를 이용하여 분포질량 동흡진기가 부착된 시스템을 연속체 시스템으로 해석함으로써 현재까지 연구되지 않았던 분포질량 동흡진기와 동흡진기 부착 위치에 대한 영향을 평가하였다.

#### 4. 결 론

동흡진기를 사용하여 연속체 시스템의 진동을 저감하고자 할 때 대상 구조물이 가지는 모든 모드는 동흡진기의 영향을 받게 된다. 따라서 이러한 영향이 고려된 상태에서 시스템의 특성이 파악되어야 하며 또한 동흡진기가 설계되어야 한다. 이러한 요구조건을 만족하기 위한 방법으로 동흡진기 부착 시스템의 Receptance를 구하였으며, 단일질량-스프링 시스템에 적용하여 Receptance를 이용한 방법의 타당성을 검증하고 효과적인 동흡진기의 설계가 용이함을 보였다. 향후 Receptance를 이용한 방법과 분포질량 동흡진기의 모델을 이용하여 구조물을 연속체로서 해석하는데 그 유용함과 편리함을 보이는데 많은 도움이 될 것으로 기대 된다.

#### 후 기

본 논문은 BK21 지역대학 육성사업에 의한 연구비지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### 참고문헌

(1) Harris.C.M., 1988, Shock & Vibration Handbook, McGraw-Hill; third edition, New York.

- (2) Korenev.B.G., and L.M.Reznikov, 1993, Dynamic Vibration Absorbers, John-Will & Sons,New York.
- (3) Bishop.R.E.D., Johnson.D.C., 1979, The Mechanics of Vibration, Cambridge University Press, London.
- (4) Inman.D.J., 1994, Engineering Vibration, Prentice-Hall International, New Jersey.
- (5) Snowdon.J.C., 1968, Vibration and Shock in Damped Mechanical System, John-Will & Sons, New York.
- (6) In-Jun Run, 1989, Design of Dynamic Vibration Absorber by Single Mode Approximation, Department of Mechanical Engineering.
- (7) Kidner.M., M. J. Brennan,M.J., 1999, Improving the Performance of a Vibration Neutraliser by Actively Removing Damping, journal of Sound and Vibration.
- (8) Maia & Silva, 1998, Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press LTD., England.
- (9) D.J.Ewins, 1984, Modal Testing : Theory and Practice, Research Studies Press LTD., England.
- (10) D.J.Ewins, 1989, Vibration with Control, Measurement, and Stability, Prentice-Hall, Inc., USA.
- (11) Sung-hoon Choi,Yang-Han Kim, 2002. Dissipation Effect Induced by Substructures Comprised of Multiple oscillators, Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 6, No. pp. 445~452.