

Terzaghi 터널토압의 재조명에 관한 연구

A study on the review of the Terzaghi's tunnel load theory

박시현^{*1}

Park, Si-Hyun

Abstract

Terzaghi's tunnel theory has been accepted to calculate tunnel loads conservatively in practical design until now. In this study, Terzaghi's tunnel theory was expanded to the inclined-layer ground with inclination of ground and stratification. Finally a new tunnel load equation was induced utilizing the original Terzaghi's tunnel theory and Terzaghi's tunnel theory was reviewed as well.

Keywords: Tunnel load, tunnel theory, loosening load

요 지

Terzaghi 터널 토압 산정식은 현재에 있어서도 보수적인 입장에서 터널 토압을 산정하는 지침으로 실무에서 활용되고 있다. 본 연구에서는 Terzaghi 터널 토압 모델을 성층 경사형 지반으로 확장하여 새로운 터널 토압 산정식을 유도하였으며 새롭게 유도된 터널 토압식을 이용하여 Terzaghi 터널 토압 산정식에 대한 재검토를 실시하였다.

주요어: 터널하중, 터널이론, 이완하중

1. 서론

터널은 일반적인 구조물의 설계에서와 같이 처음부터 고급의 설계이론과 복잡한 계산식을 사용하여 지침서에 따라 순조롭게 구축되는 구조물이 아니다. 비록 발주자와 수주자간의 공사비 산정을 위해 몇 가지의 표준 단면과 지보 패턴을 설정하여 설계를 매뉴얼화한 것은 사실이지만 공사 진행과 더불어 수회에 걸친 설계 변경이 불가피한 것이 현 실정이다. 이렇듯 터널역학에서는 제 아무리 어려운 수학이론을 도입하고 복잡한 구성 방정식(응력-변형-시간의 관계)을 고려하더라도 실제의 터널 현장에서 발생하는 다양한 현상들을 설명할 수 없는 경

우도 빈번하며 예측하기도 쉽지 않다.

이러한 이유 중에서 가장 큰 원인은 터널을 만드는 제 1의 재료인 지반이 금속이나 콘크리트, 나무 등에 비해 복잡하고 또한 균질하지 않은 것에 기인한다. 또한 터널 설계에 있어서 아직까지도 어디까지가 구조물이며 어디 서부터가 하중인가 하는 기본적인 사항에서조차 명확하게 정의 내리지 못하고 있는 것이 현실이다. 터널역학에서는 독특한 이론과 경험식들이 많이 제안되어 있으며 이들은 전통적인 역학(탄성 또는 탄소성)의 관점에서는 납득하기 어려운 것처럼 보이는 것도 있으나 실제의 지반거동을 표현하고 있기 때문에 단순히 무시할 수만은 없는 경우도 있다.

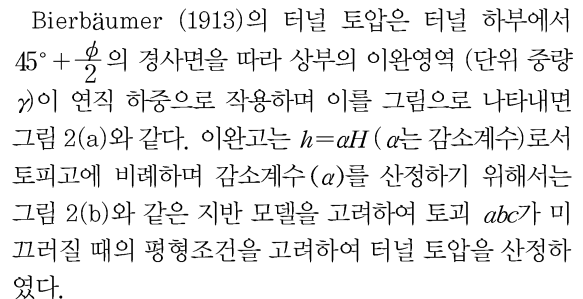
^{*1} 정회원, 한국시설안전기술공단 과장 (parksh@kistec.or.kr)

D , E 점을 통과하는 주동 파괴면과 천정면과의 교점이다. AC 간의 침하량 δ 는 터널 중심축에서 최대치 δ_{\max} 를 가지는 포물선으로 나타내며 침하량에 비례하여 높이 h 의 지반이 이완되고 이완된 부분 중에서 터널 직상부에 있는 지반의 자중을 터널에 작용하는 이완하중으로 생각한 것이다. 중심축으로부터 x 거리에 있는 천정면의 침하를 δ , 이곳에서의 지반 이완고를 h 로 하면, δ 와 h 의 관계는 이 지반의 영구 이완율을 $p\%$ 로 하여 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \cdot \Delta x &= (p/100) \cdot h \cdot \Delta x \\ \therefore h &= 100 \delta / p, h_{\max} = 100 \delta_{\max} / p \end{aligned} \quad (1)$$

δ 의 분포를 포물선으로 하였으므로 지반의 이완영역의 높이 h 도 또한 포물선 분포가 되지만, 편의상 이완영역을 AC 를 단축, h_{\max} 을 장축으로 한 타원 $ABCD$ 로 근사시키는 경우가 많다. 이 경우에는 터널에 작용하는 연직 토압은 그 직상에 있는 긴 원의 일부 $FGHJ$ 의 영역내에 해당하는 자중이 된다. 이완고를 결정하는 계수 μ 는 터널 굴착 후 장기간 경과한 후에 도달하는 지반의 이완율을 의미하며, 이완지반이 더욱 더 이완되지는 않고 밀도가 큰 지반일수록 이완율이 크며 경험적으로 표 1을 제안하고 있다. Kommerell에서 이완하중은 지보공의 변위량에 비례하여 커지는 특성을 보인다.

2.2 지반의 평형조건을 이용한 터널토압



터널 천단부에서의 연직 토압은 다음과 같다.

$$P_f = \gamma \cdot aH = \gamma \cdot H \left(1 - \frac{\tan \phi \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \cdot H}{b + 2m \cdot \tan \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)} \right) \quad (2)$$
262 터널기술 제5권 제3호, 2003년 9월

2.3 Terzaghi의 토압이론

Terzaghi (1943)의 터널토압 산정식은 Bierbäumer의 터널토압 모델에 대해 점착력, 수평토압 및 상재하중을 고려하여 일반화시킨 것으로 유명하며 터널 굴착을 Trapdoor (Terzaghi, 1936; 村山朔郎 & 松岡元, 1969; 홍성완, 1986)를 이용한 모형 실험에 의하여 설명하고 있다.

토피고가 얇은 터널을 굴착하게 되면 그림 3(a)에서와 같이 곡선 ac , bd 와 같은 전단면이 발생하게 되며 상부로 갈수록 두 전단면의 거리는 넓어질 것이다. 그러나 아직까지도 이러한 곡선 전단면을 유도한 식은 발표되어 있지 않으며 Terzaghi는 굴착에 의한 전단면을 연직선 ae , df 로 가정하여 터널 토압을 산정하고 있다. 이때 두 전단면에 둘러싸인 미소요소에 작용하는 응력상태는 그

림 3(b)와 같으며 연직면에 작용하는 전단력(τ)은 다음 식 (3)과 같이 나타낼수 있다.

$$\tau = c + \sigma_h \tan \phi \quad (3)$$

여기서 c 는 점착력, σ_h 는 수평토압 그리고 ϕ 는 내부 마찰각이다.

수평토압(σ_h)과 연직토압(σ_v)의 비인 측압계수(K)는 지반내에서는 동일한 값으로 가정한다. 따라서 연직 전단면에 작용하는 법선응력은 $\sigma_n = \sigma_h = K\sigma_v = K\gamma z$ 이 된다.

터널 폭 (Trapdoor의 폭)은 D 이므로 깊이 z 에서의 두께 dz 에 해당하는 미소요소의 자중은 단위 길이당 $\gamma D dz$ 이다. 그림 3(b)는 두개의 연직 전단면에 쌓여있는 미소요소에 작용하는 힘을 나타낸 것이다. 수직방향의 힘의

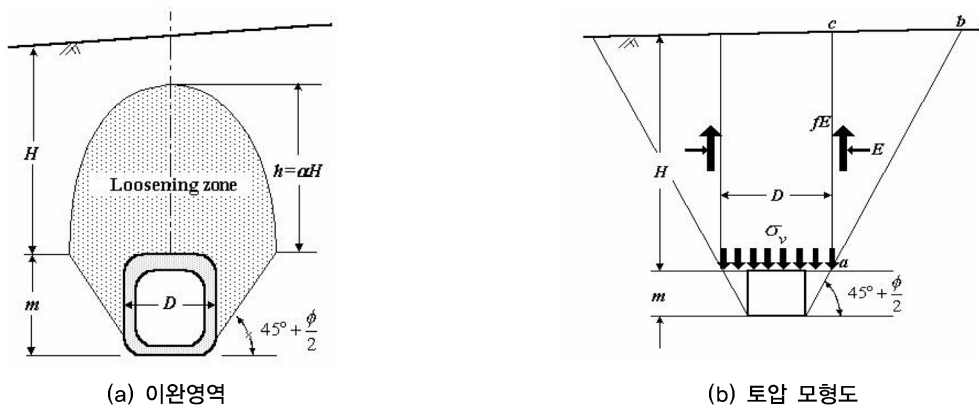


그림 2. Bierbäumer의 터널토압

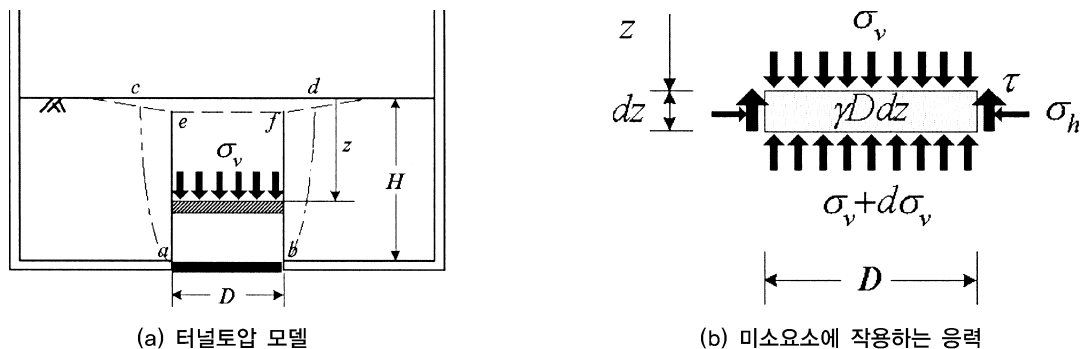


그림 3. Terzaghi의 터널토압

성분을 정리하면 다음 식 (4)와 같다.

$$\gamma D dz = D(\sigma_v + d\sigma_v) - D\sigma_v + 2\tau dz \quad (4)$$

$z = 0$ 에서 연직응력 $\sigma_v = 0$ 를 고려하면 미소요소에 작용하는 연직응력은 깊이 z 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_v = \frac{\gamma D}{2K \cdot \tan\phi} \left(1 - \exp\left(-2K \frac{z}{D} \tan\phi\right) \right) \quad (5)$$

3. Terzaghi 터널토압의 제조명

3.1 Terzaghi 터널토압의 특징

터널의 심도가 깊을 경우 ($2.5D$ 이상)에는 터널굴착에 의해 발생한 전단면이 지표면에 까지 도달하지 않는 것으로 고려하여 미소요소로부터 높이 H_b 에 그치게 된다 (그림 4). 이때 H_b 보다 위에 존재하는 지반은 높이 H_a 에 해당하는 지중 γH_a 만큼 하중으로 작용하게 된다. 따라서 $z = H_a$ 에서 $q = \gamma H_a$ 을 고려하여 연직토괴 $abhg$ 에 대하여 동일한 방법으로 연직응력을 구하게 되면 다음 식과 같다.

$$\sigma_v = \frac{\gamma D}{2K \cdot \tan\phi} \left(1 - \exp\left(-2K \frac{z_2}{D} \tan\phi\right) \right) + \gamma H_a \exp\left(-2K \cdot \frac{z_2}{D} \tan\phi\right) \quad (6)$$

터널의 지보공이 침하하거나 지보공과 지반과의 사이

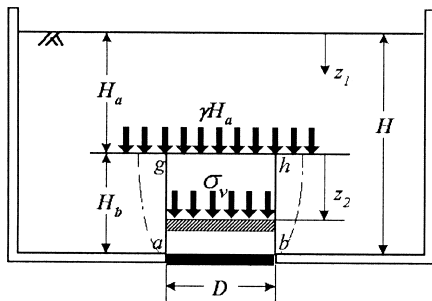


그림 4. 깊은 심도에서의 터널토압 모델

에 공극이 발생하게 되면 H_b 는 증가하게 된다. H_b 가 전 토괴고 H 의 20%정도까지 근접하게 되면 식 (6)의 우측 두 번째항은 점차적으로 무시될 수 있다. 우측 첫 번째항은 모든 H_b 에 대하여 $\gamma D / (2K \cdot \tan\phi)$ 보다 작다. 그러므로 점착력을 고려하지 않는 대심도의 사질토 지반에서의 연직응력은 다음 값을 초과하지 못하게 된다.

$$\sigma_v = \frac{\gamma D}{2K \cdot \tan\phi} \quad (7)$$

Terzaghi는 사질토 지반에서의 모형실험을 통해 측압 계수 $K \approx 1$ 인 것으로 결론지었다. Terzaghi의 터널 토압은 토괴고가 작을수록 토괴고에 의한 하중이 연직하중으로 작용하게 되고 토괴고가 커질수록 터널토압은 일정한 값에 수렴하게 된다. 또한 지반의 평형조건을 고려하고 있어 지보공의 변형이 커질수록 터널토압은 작아지는 특성을 보인다. 이는 Kommerell의 이완하중과는 서로 상반된 결과를 보이는 것이다.

3.2 성층 경사형 지반에서의 터널토압 산정 식 유도

그림 5는 시공중인 터널의 붕괴 예 (日本道路公団, 1998)를 나타낸 것으로 지반의 붕괴는 지층의 구조에 의해 영향받는 것을 알 수 있다.

지반이 경사 지층으로 이루어져 있으며 고결도가 낮은 미고결성 지반 (이하 성층경사형 지반으로 칭함) 또는 터

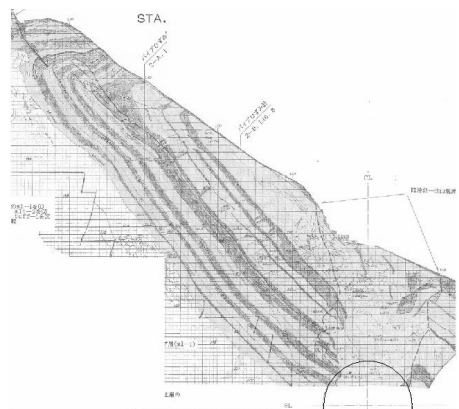


그림 5. 터널 붕괴 사례

널 천단부에 일정한 폭의 파쇄대가 놓여 있는 불연속성 지반 (그림 6 참조)은 터널 굴착에 의해 발생하는 전단면이 연직선이 아닌 지층의 경사각 또는 국부적인 파쇄대의 방향과 동일한 것으로 볼 수 있다. 이러한 경우에 터널 굴착에 의해 발생하는 터널토압을 산정하기 위해서는 균질한 사질토 지반을 대상으로 유도한 Terzaghi의 터널토압식을 그대로 적용할 수 없게 된다.

그림 7(a)는 성층경사형 지반 (또는 국부적인 파쇄대를 가지는 불연속성 지반)에서의 터널굴착을 도시한 것으로 직선 ad , bc 는 경사각 θ_1 인 전단면을 나타낸 것이다. 지표면의 경사를 θ_2 , 토괴 $abcd$ 를 평행사변형으로 가정하고 토괴고는 H 이다.

그림 7(b)는 전단면에 둘러싸인 미소요소에 작용하는 응력 상태를 나타낸 것이다. 미소요소의 좌·우측 전단면에 작용하는 전단응력 (τ^L , τ^R)은 각각 다음과 같이 결정된다.

$$\tau^L = \sigma_n^L \cdot \tan \phi', \quad \tau^R = \sigma_n^R \cdot \tan \phi' \quad (c = 0 \text{로 가정}) \quad (8)$$

여기서 σ_n^L : 좌측 전단면에서의 수직응력

σ_n^R : 우측 전단면에서의 수직응력

ϕ' : 지반의 내부마찰각 또는 전단면의 마찰저항각

성층경사형 모델에서는 미지수가 σ_n^L , σ_n^R , ϕ' 의 3개이며 이를 구하기 위해서는 그림 7(b)에서 3개의 방정식을 수립하여야 한다. 따라서 미소 요소에 대하여 수직

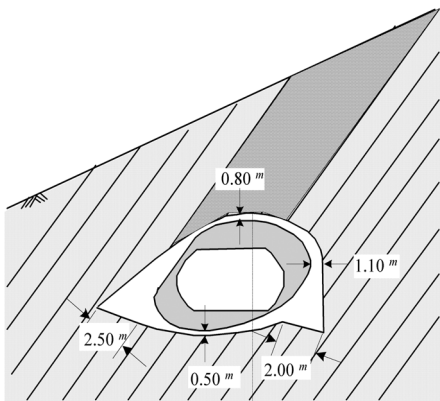


그림 6. 불연속성 지반 (島田陸夫, 1971)

및 수평 성분과 미소요소 중심에서의 회전 모멘트를 고려하면 된다.

먼저, 수평 성분에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma_n^L \cdot \sin \theta_1 + \tau^L \cdot \cos \theta_1 + \tau^R \cdot \cos \theta_1 = \sigma_n^R \cdot \sin \theta_1 \quad (9)$$

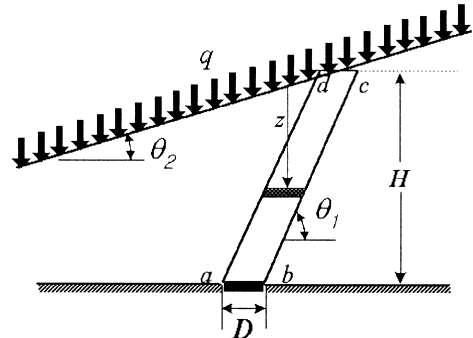
식 (8)을 식 (9)에 대입하면 다음 식과 같다.

$$\sigma_n^L = \left(\frac{\sin \theta_1 - \cos \theta_1 \cdot \tan \phi'}{\sin \theta_1 + \cos \theta_1 \cdot \tan \phi'} \right) \sigma_n^R \quad (10)$$

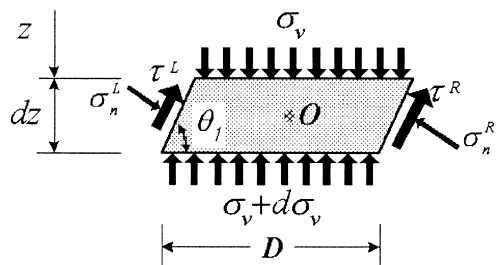
수직성분에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$d\sigma_v \cdot D = \gamma \cdot D \cdot dz + \frac{dz}{\tan \theta_1} (\sigma_n^L - \sigma_n^R) - \tan \phi' \cdot dz (\sigma_n^L + \sigma_n^R) \quad (11)$$

미소요소 중심에서의 회전 모멘트 성분을 정리하면 다음과 같다.



(a) 터널토압 모델



(b) 미소요소에 작용하는 응력

그림 7. 성층경사형 지반에서의 터널토압

$$\begin{aligned}\sigma_n^L &= \frac{\sigma_n^R (\tan \theta_1 \tan \phi' + 1) - (2\sigma_v + d\sigma_v)}{(\tan \theta_1 \tan \phi' - 1)} \\ &= \frac{(2\sigma_v + d\sigma_v) - (1 + \tan \theta_1 \tan \phi') \sigma_n^R}{(1 - \tan \theta_1 \tan \phi')}\end{aligned}\quad (12)$$

식 (12)를 식 (10)에 대입하여 정리하면 다음 식 (13)이 된다.

$$\sigma_n^R = \frac{(2\sigma_v + d\sigma_v) (\sin \theta_1 + \cos \theta_1 \tan \phi')}{2 \sin \theta_1 \{1 + \tan^2 \phi'\}} \quad (13)$$

이제 이 식을 다시 식 (10)에 대입하여 정리한다.

$$\sigma_n^L = \frac{(2\sigma_v + d\sigma_v) (\sin \theta_1 - \cos \theta_1 \tan \phi')}{2 \sin \theta_1 \{1 + \tan^2 \phi'\}} \quad (14)$$

이를 이용하여 식 (11)를 정리하면 ($d\sigma_v \cdot dz=0$)

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \frac{2 \tan \phi'}{D \cdot \sin^2 \theta_1 \{1 + \tan^2 \phi'\}} \sigma_v - \gamma = 0 \quad (15)$$

이 된다. 이 식을 $z=0$ 에서 $q=0$ (또는 $\sigma_v=0$)의 경계 조건을 고려하여 풀면 최종적으로 성층 경사형 지반에서의 터널토압 산정식은 다음 식으로 정리된다.

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \frac{D \cdot \gamma \cdot \sin^2 \theta_1 \{1 + \tan^2 \phi'\}}{2 \tan \phi'} \\ &\cdot \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{2 \tan \phi'}{\sin^2 \theta_1 \{1 + \tan^2 \phi'\}} \frac{H}{D} \left[1 - \frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} \right] \right) \right\}\end{aligned}\quad (16)$$

(단, $\theta_1 > \theta_2$)

3.3 Terzaghi 터널토압의 재조명

기존의 Terzaghi 터널토압 모델에서는 연직 전단면을 고려하고 있으며 연직방향의 응력 성분만을 이용하여 터널토압을 산정하였다. 따라서 유도된 터널토압 산정식에는 측압계수가 여전히 미지수로 남아있는 상태 (식 5 참조)이며 모형실험을 통하여 그 값을 추정하고 있다. 이에 비하여 본 연구에서는 전단면의 경사각을 고려한 성층 경사형 지반에 대하여 연직 방향, 수평 방향 및 회전 모멘트를 이용하여 터널토압을 직접 유도하였다. 따라서 성층 경사형 지반에서 유도된 터널토압 산정식에는 미지

수가 존재하지 않는다.

Terzaghi의 터널 모델과 성층 경사형 지반에서의 터널 모델을 비교해 보면 전단면과 지표면의 경사각이 서로 다르다는 것을 알 수 있다. 즉 성층 경사형 지반에서 전단면의 경사각 $\theta_1=90^\circ$, 지표면의 경사 $\theta_2=0^\circ$ 를 고려하면 Terzaghi의 터널 토압 모델과 동일한 것이 된다. 이를 이용하면 Terzaghi 터널 토압에서 미지수로 사용된 측압계수는 성층 경사형 모델에서는 수식으로 표현되어지는 것을 알게 된다.

즉, 식 (13)과 (14)에 $\theta_1=90^\circ$, $\theta_2=0^\circ$ 를 입력하고 미소요소 ($d\sigma_v \approx 0$)를 고려하면 다음 식이 구해진다.

$$\sigma_h = \sigma_n^L = \sigma_n^R = \frac{\sigma_v}{\{1 + \tan^2 \phi'\}} \quad (17)$$

따라서 측압계수 K 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{1}{\{1 + \tan^2 \phi'\}} \quad (18)$$

지반의 내부 마찰각 (또는 전단면의 마찰 저항각)을 30° 로 가정하면 터널 굴착에 의해 전단면에 발생하는 측압계수는 $K=0.75$ 로 계산되며 이는 Terzaghi가 추천하고 있는 $K \approx 1.0$ 보다 더 낮은 값을 보이고 있다.

본 연구에서 유도된 측압계수는 터널 굴착으로 인해 지반내부에 전단파괴가 발생할 때 해당 전단면에서의 수직응력과 수평응력의 비를 의미하며 점착력을 고려하지 않았을 경우 내부마찰각만의 함수로 나타났다. 수직응력과 수평응력의 비를 내부 마찰각만의 함수로 제시하고 있는 대표적인 제안식으로는 Jaky (1944)의 정지토압 계수 ($K_0=1-\sin \phi$)가 있다. 이 두 식을 지반의 내부 마찰각과 함께 그림으로 나타내면 그림 8와 같다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 본 연구에서 유도된 측압계수는 Jaky의 정지토압계수에 비하여 약 0.25 정도 높은 값을 보이며 내부마찰각이 증가할수록 감소하는 동일한 경향을 나타낸다.

한편 성층 경사형 지반에서의 터널토압 산정식인 식 (16)을 수직하중에 의한 요소 $\sigma_v/\gamma D$, 토피고에 의한 요소 H/D , 그리고 경사각 요소 θ_1 , θ_2 를 이용하여 도시하면 그림 9, 그림 10과 같이 나타낼 수 있다. 지반의 내부

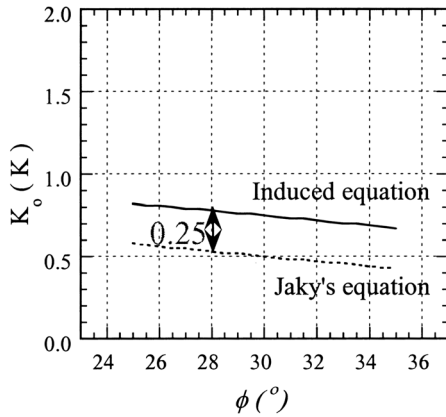


그림 8. 정지토압계수와 측압계수의 비교

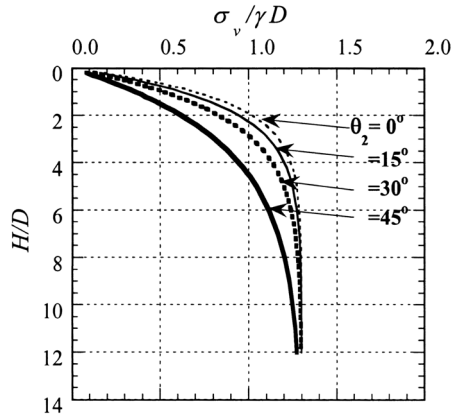


그림 9. 지표면의 경사에 의한 영향

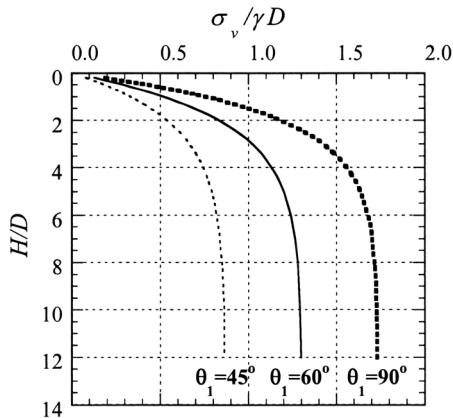


그림 10. 성층경사각에 의한 영향

마찰각 $\phi=30^\circ$ 에 대하여 그림 9에서는 $\theta_1=60^\circ$, 그림 10에서는 $\theta_2=30^\circ$ 를 각각 사용하였다.

이 그림으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

- 1) 전단면의 경사가 일정한 상태 (그림 9)에서는 지표면의 경사가 커질수록 연직토압은 작아진다. $H/D=2$ 에서 $\sigma_v/\gamma D$ 는 지표면의 경사가 $0^\circ \rightarrow 45^\circ$ 일 때 $1.02 \rightarrow 0.62$ 로 변화한다. 한편 $H/D=12$ 인 경우에는 지표면의 경사에 의한 영향이 나타나지 않는다.
- 2) 지표면의 경사가 일정한 상태 (그림 10)에서 전단면의 경사의 변화에 따라 $\sigma_v/\gamma D$ 의 변화는 뚜렷하다. 전단면의 경사각이 작아질수록 $\sigma_v/\gamma D$ 는 작아진다. 또한 전단면의 경사각의 크기에 관계없이 H/D 가 증가하면 $\sigma_v/\gamma D$ 는 일정한 값에 수렴되는 것을 알 수 있다.

4. 결론

Terzaghi 터널 토압 산정식은 현재에 있어서도 보수적인 입장에서 터널 토압을 산정하는 지침으로 실무에서 활용되고 있다 (日本道路公団試験研究所, 1998). 본 연구에서는 Terzaghi 터널 토압 모델을 성층 경사형 지반으로 확장하여 새로운 터널 토압 산정식을 유도하였으며 새롭게 유도된 터널 토압식을 이용하여 Terzaghi 터널 토압 산정식에 대한 재검토를 실시하였다.

본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 기존의 Terzaghi 터널토압 모델을 지표 및 지층의 경사각을 고려하여 성층경사형 지반으로 확장하여 터널토압 산정식을 새롭게 유도하였다.
2. 기존의 Terzaghi 터널토압 산정식에서 가정치로 사용된 측압계수를 수식으로 유도하였다.
3. 내부마찰각이 30° 인 지반에서 터널굴착으로 인해 발생하는 연직 전단면에서의 측압계수는 $K=0.75$ 로 나타났다.

참고문헌

1. 홍성완 (1986), “사질토내의 국부침하에 따른 지반변위의 무라야마(村山) 산정식에 대한 연구”, 대한토질공학회지, Vol. 2-2, 1986. 9, pp. 47-58.
2. Bierbumer A. (1913), “Die Dimensionnierung des Tunnelmanerwerks”.
3. Jaky J. (1944), “The coefficient of earth pressure at rest”, J. Soc. of Hungarian Arch. Engrs., Budapest, Hungary, pp. 355-358.
4. Kommerell (1912), “Statische Berechnung von Tunnelmauerwerk”, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
5. Terzaghi, K. (1936), “Stress Distribution in Dry and in Saturated Sand above a Yielding Trapdoor”, Proc. 1st Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng., Cambridge, Vol. 1, pp. 307-311.
6. Terzaghi, K. (1943), “Theoretical Soil Mechanics”, John Wiley & Sons, New York, pp. 66-75.
7. 島田陸夫(譯, 1971), “トンネル工學”, 鹿島出版會.
8. 村山朔郎・松岡元 (1969), “粒狀土地盤の局部沈下現象について”, 土木學會論文報告集, 第 172号, pp.31-41.
9. 日本道路公団 (1998), “上越自動車道 五日市トンネル工事”.
10. 日本道路公団 試験研究所 (1998), “トンネル數値解析マニュアル”.



박시현

한국시설안전기술공단 과장
parksh@kistec.or.kr